

Аспирант кафедры «Геофизических и геохимических методов поисков и разведки полезных ископаемых»

Санкт-Петербургский Горный университет

Россия, Санкт-Петербург

ВЕЙВЛЕТ ФИЛЬТРАЦИЯ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН

В статье рассматриваются возможности вейвлет фильтрации при определении поглощения упругих волн. Приведены результаты математического моделирования.

Ключевые слова: вейвлет, поглощение, спектр.

The possibilities of wavelet filtration while elastic waves absorption determination are considered. The results of mathematical modeling are presented.

Key words: wavelet, absorption, spectrum.

Введение

В реальном эксперименте любые экспериментальные данные содержат шум. Кроме этого известно, что Фурье разложение строго применимо лишь для периодических сигналов, в то время как в реальности исследуемые сигналы не являются таковыми. Тогда существует проблема спектрального разложения на границе области (эффект Гиббса). Зачастую в таких случаях применяют оконное преобразование Фурье. В данной работе рассматриваются возможности вейвлет фильтрация.

Математическое моделирование

На примере физического моделирования [1] было установлено, что поглощение сейсмического сигнала может быть описано выражением:

$$H(f) = e^{-\alpha \cdot f^y \cdot L} \quad (1)$$

Где: $H(f, L)$ - функция, определяющая поглощающие свойства среды; f - частота; L - расстояние, проходимое волной; γ - положительное число (как правило, первые единицы); α - коэффициент поглощения, зависящий от формы спектра исходного сигнала и свойств среды.

Смоделируем вейвлет типа "мексиканская шляпа", который является второй производной от Гауссового распределения и задается выражением:

$$\psi(t) = (1-t^2) \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (2)$$

Для задания ширины вейвлета выражение (2) представляют в виде $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, где параметр a - принято называть масштабным коэффициентом, b -сдвигом (по оси абсцисс).

Порядок выполнения математического моделирования:

1. задается сигнал (вейвлет);
2. Затем он раскладывается в Фурье спектр и для разных удалений источник приемник (L) спектр домножается на функцию поглощения (1) с коэффициентами поглощения α , γ ;
3. Сигналы восстанавливаются с помощью обратного Фурье преобразования.

Зададим следующие параметры моделирования:

$a=30$, $b=254$, t [0; 510] с, период дискретизации $dt= 2$ с, L [0;100] с шагом 1 м, $\alpha = 500$, $\gamma = 2$

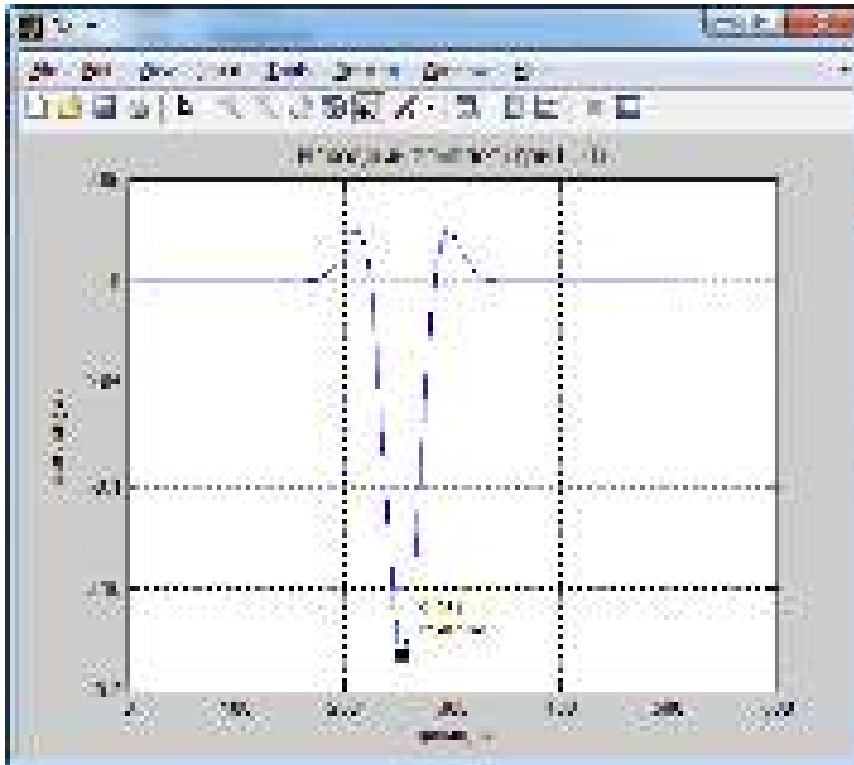


Рис. 1. Исходный сигнал (мексиканская шляпа).

С учетом поглощения средой для разных удалений получим следующий график:

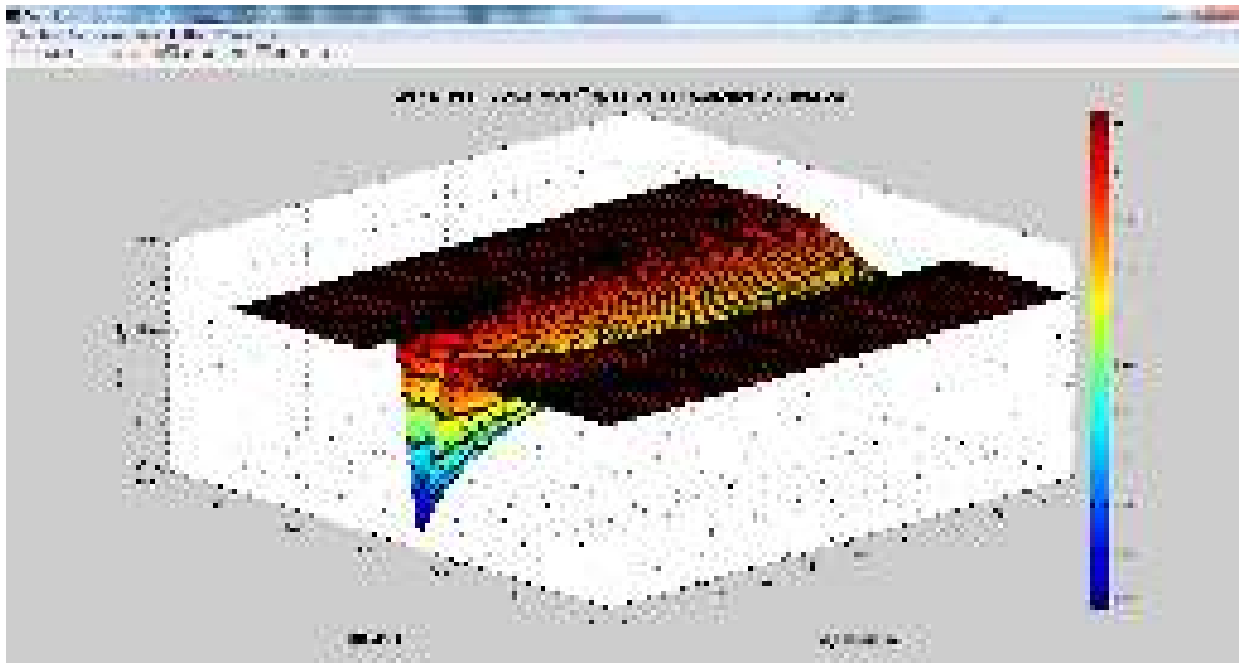


Рис. 2. Моделирование с учетом частотно-зависимого поглощения средой.

Моделирование зашумленных сигналов

Добавим к смоделированным сигналам гауссов шум, отношение сигнал/помеха=10:

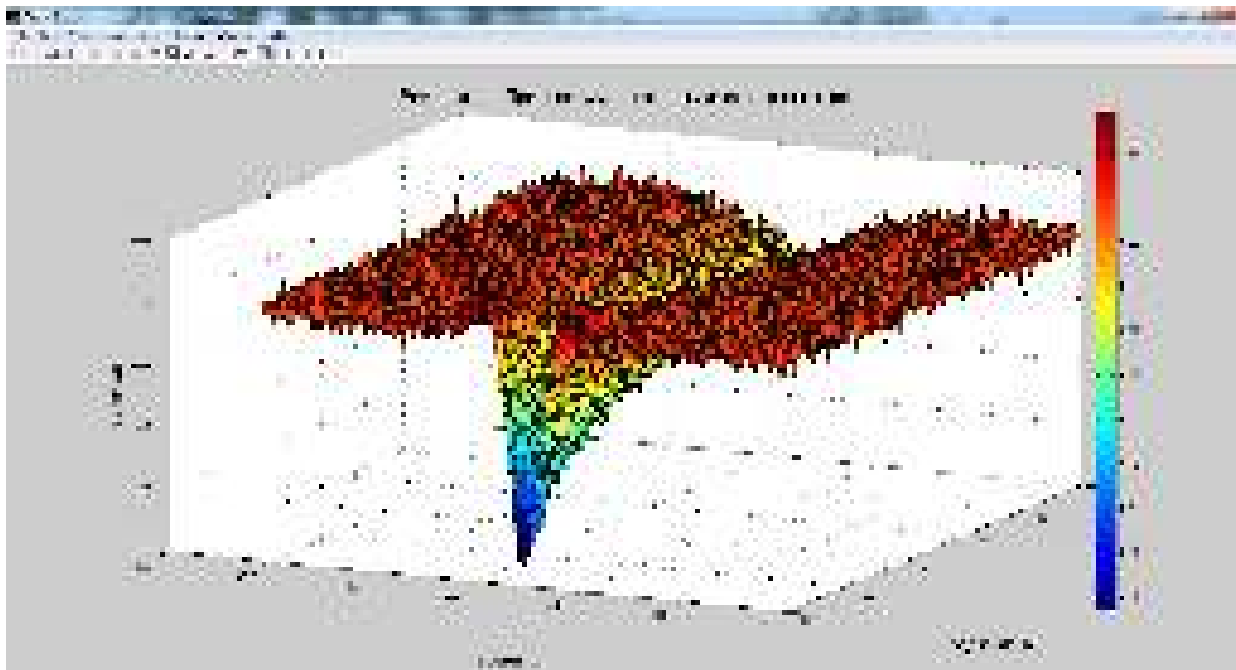


Рис. 3. Смоделированные сигналы с добавлением гауссового шума.

Важно, что шум был добавлен после того как была введена функция поглощения.

Таким образом, получаем набор сигналов для удалений источник приемник 0-100 м. Далее необходимо решить обратную задачу, а именно найти коэффициенты поглощения. Для решения поставленной задачи предлагается сделать следующее:

1. Выбрать базисную функцию исходя из общего вида сигнала (в данном случае вейвлет мексиканская шляпа);
2. Применить вейвлет разложение для каждого сигнала по базисным функциям и извлечь параметры масштаба "а", где вейвлет разложение дает максимум для времени соответствующему максимуму сигнала;
3. Используя параметр масштаба "а" восстановить сигналы согласно выражению для вейвлета мексиканская шляпа;

4. Разложить воссозданные сигналы в Фурье спектр и извлечь центральную частоту спектра согласно выражению (6);
5. Подобрать коэффициенты поглощения так, чтобы кривая спада центральной частоты теоретически рассчитанной кривой от спектра воссозданного вейвлета при $L=0$ с минимальным отклонением соответствовала кривой спада центральной частоты воссозданных вейвлетов.

На рисунке 4 изображен пример вейвлет разложения исходного сигнала (то есть вейвлет разложение сигнала, изображенного на рис. 1).

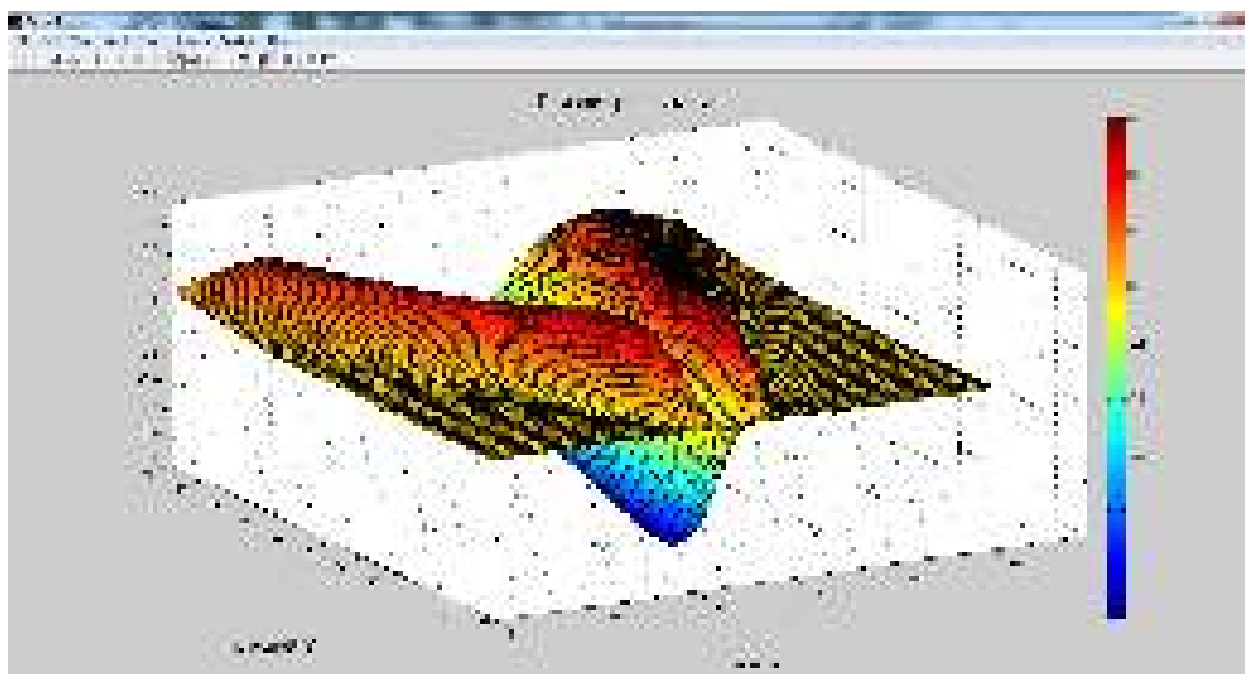


Рис. 4. Пример вейвлет разложения исходного сигнала (скейлограмма).

Данное разложение применяется к каждому сигналу. Это необходимо для последующего воссоздания сигналов на основании параметра масштаба "а", который определяется из данного разложения для времени t_0 (время, при котором сигнал принимает пиковое значение в случае симметричных сигналов) и максимального значения функции (скейлограммы).

Далее воссоздаем на основании определенных ранее параметров масштаба "а" вейвлеты типа мексиканская шляпа.

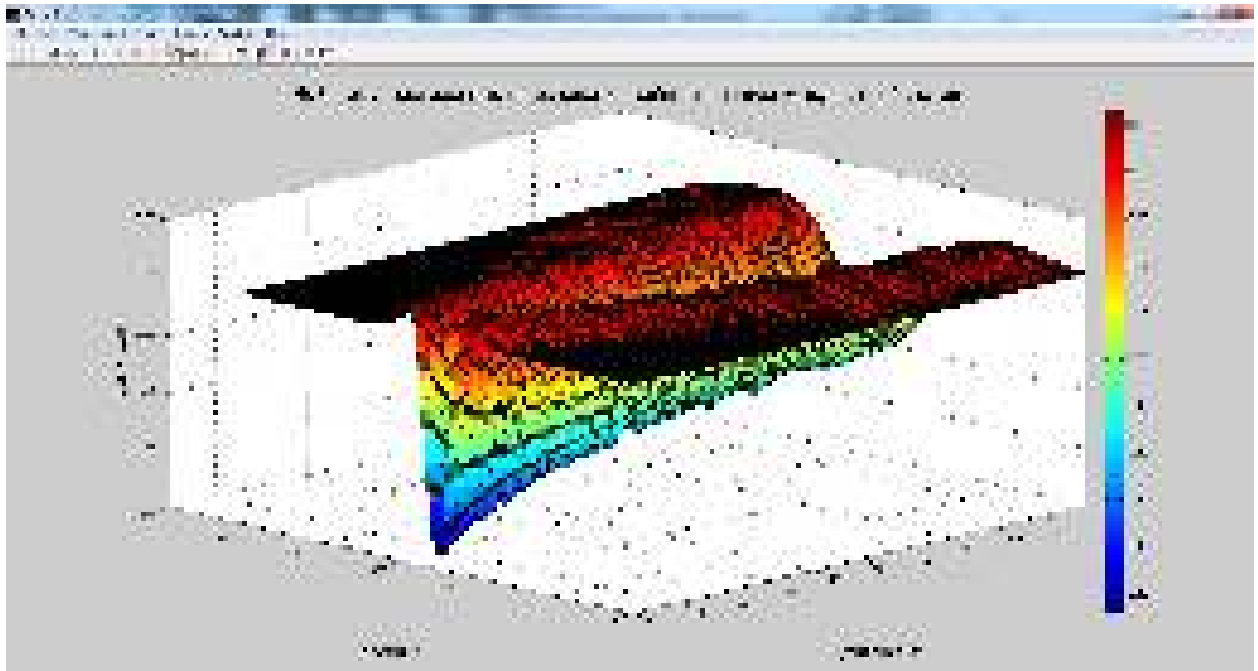


Рис. 5. Воссозданные сигналы по масштабным параметрам "а".

Для того, чтобы узнать центральную частоту каждого сигнала необходимо применить Фурье разложение и получить амплитудный спектр сигналов (рис. 5):

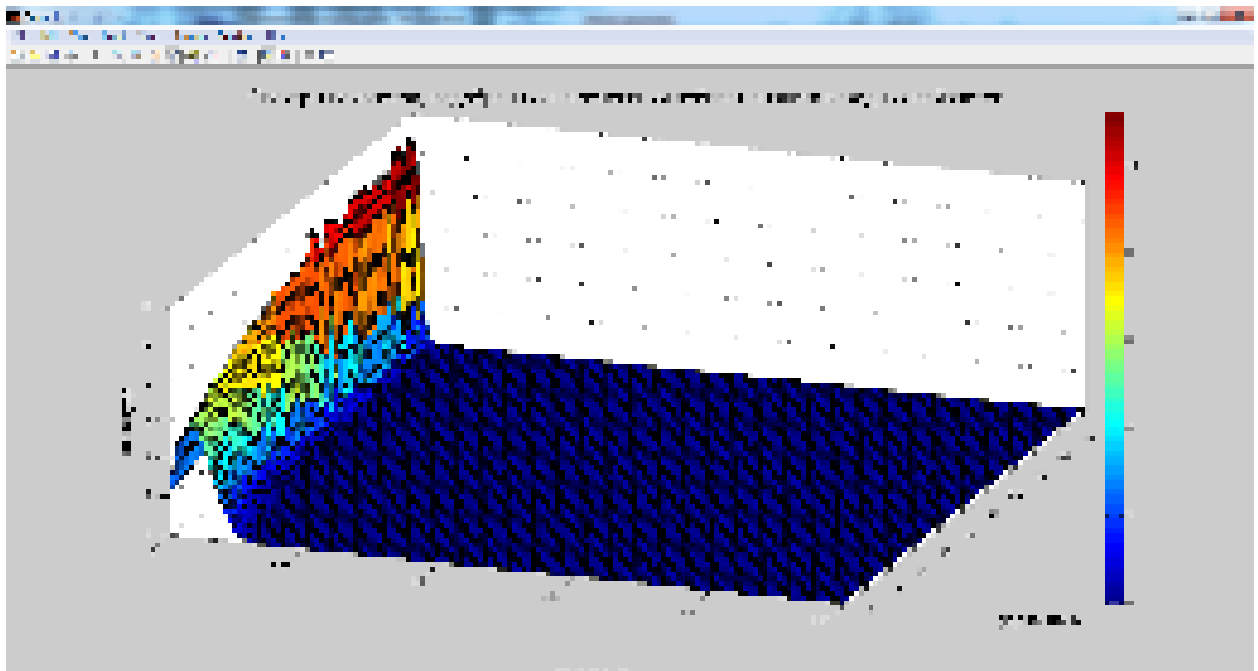


Рис. 5. Амплитудные спектры сигналов для разных удалений источник-приемник.

По формуле определяем центральную частоту сигнала для каждого удаления, получаем (рис. 6):

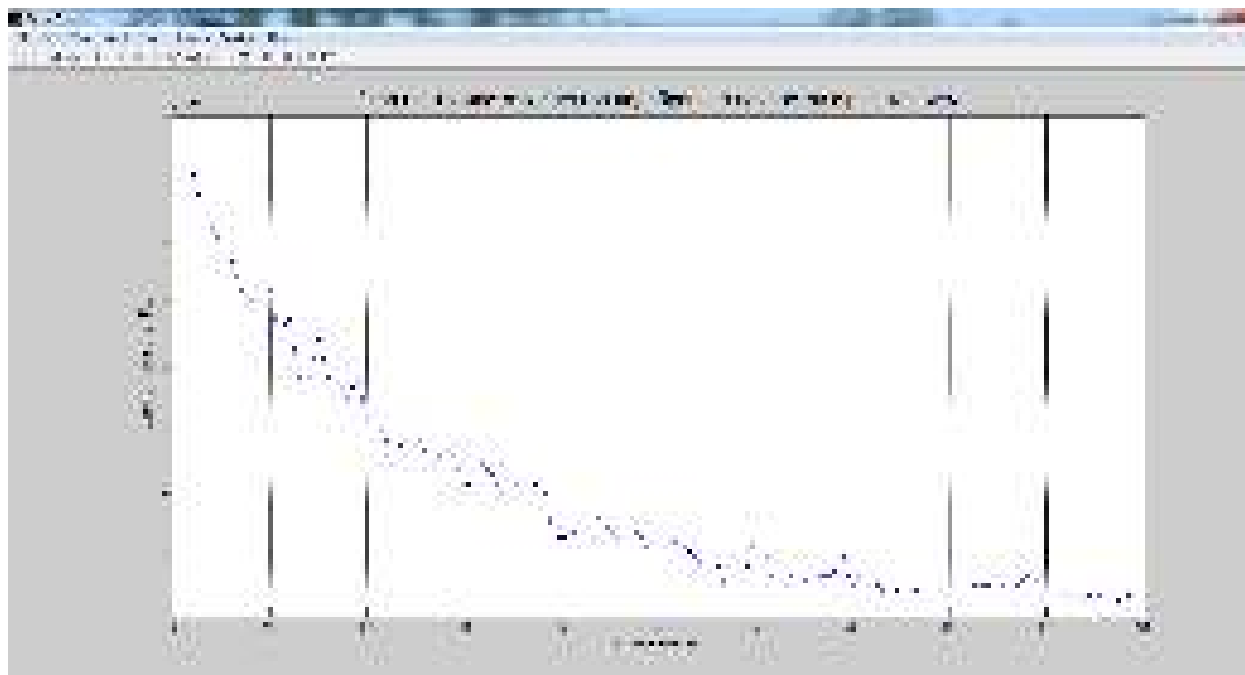


Рис. 6. Изменение центральной частоты спектра воссозданных сигналов.

Теперь необходимо спектр воссозданного вейвлета для удаления источник- приемник $L=0$ домножить на функцию поглощения (1) и методом подбора определить параметры поглощения α и γ .

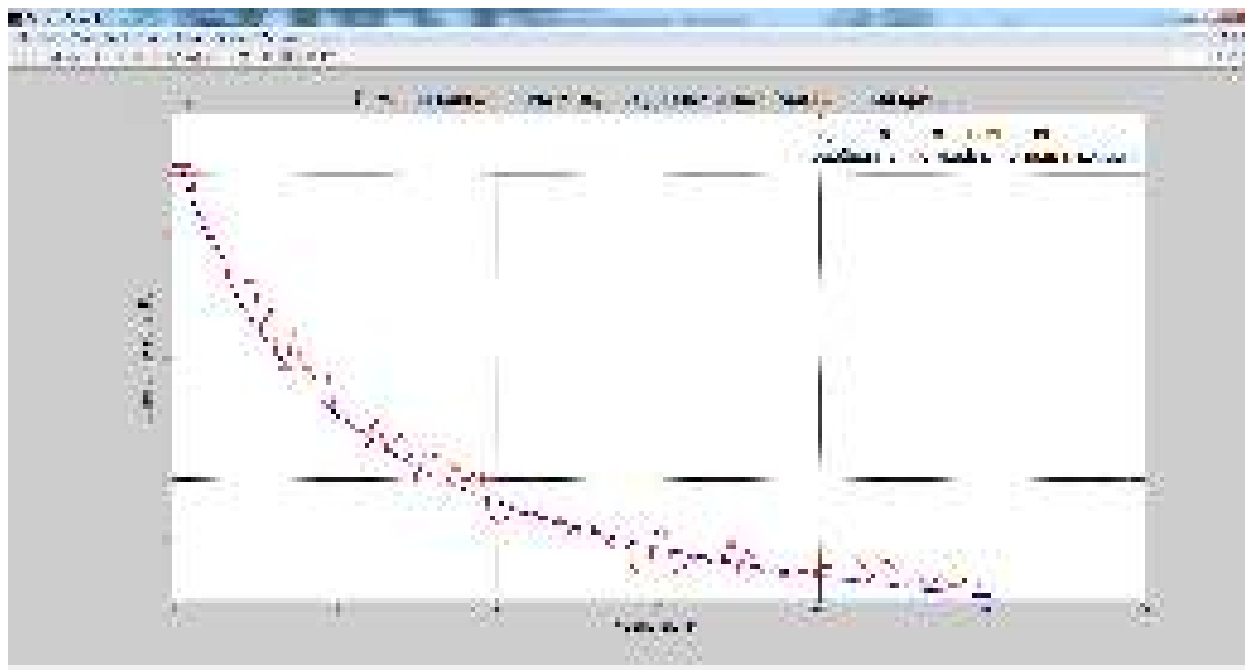


Рис. 7. Изменение центральной частоты спектра воссозданных вейвлетов и подобранная к ней кривая.

Подобранные для синей кривой коэффициенты $\alpha = 500$, $\gamma = 2$, такие же как и были заданы при моделировании.

С применением Фурье разложения

Ниже представлены спектры зашумленных сигналов для разных удалений источник-приемник.

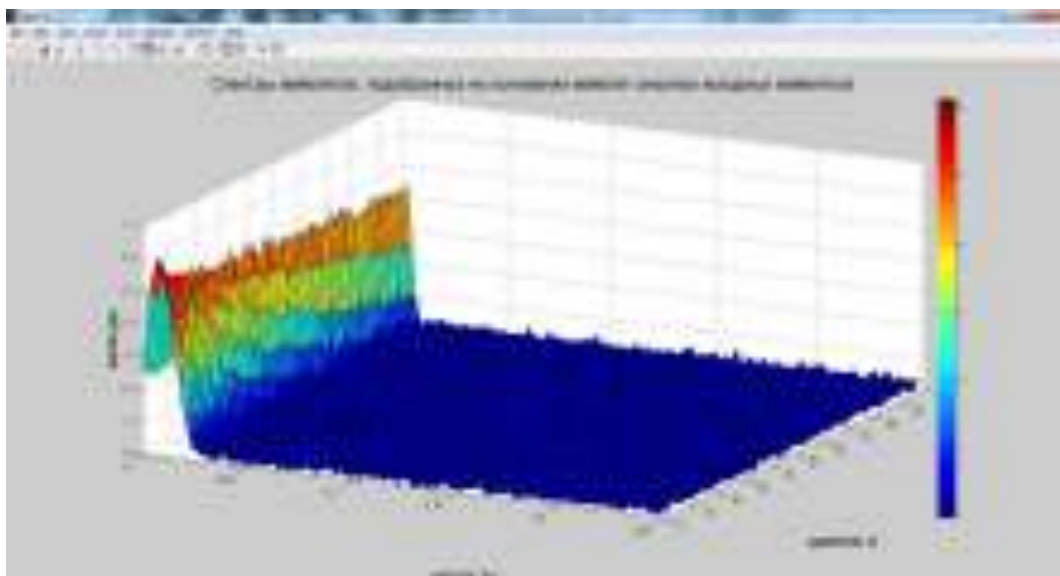


Рис. 8. Спектры зашумленных сигналов.

Согласно формуле (6) необходимо устанавливать пределы интегрирования. В данном случае интегрирование велось по всей оси частот.

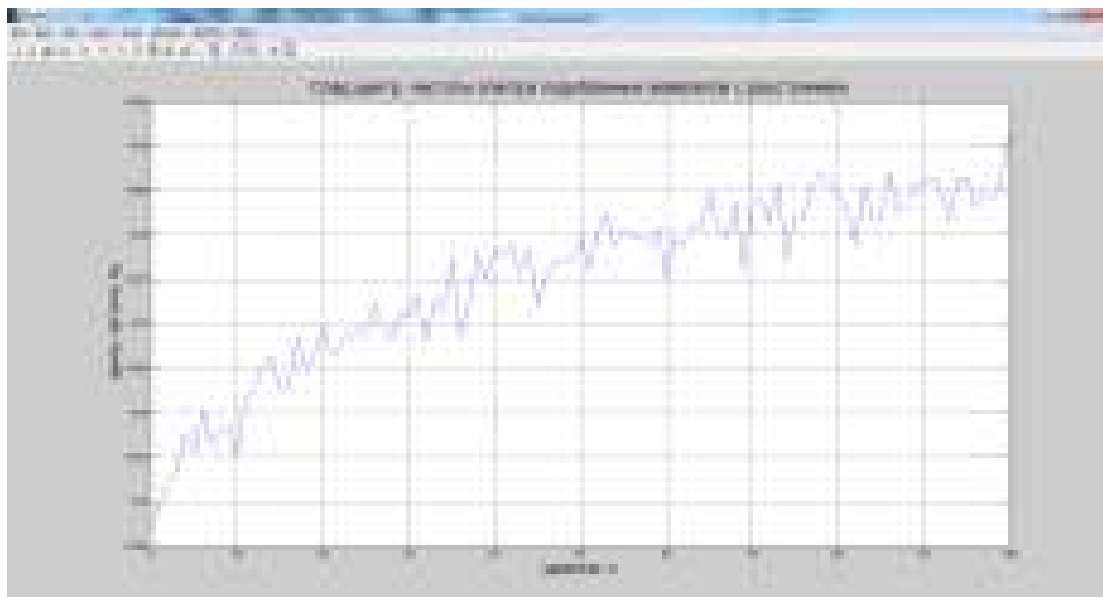


Рис. 9. Изменение центральной частоты спектра зашумленных сигналов.

Исходя из рис. 9 напрашивается вывод, что в случае даже достаточно слабых помех, для каждого удаления источник-приемник необходимо устанавливать свои пределы интегрирования, ведь ширина спектра сигнала тем шире, чем уже сигнал. Технически это трудоемкая работа.

При этом не учитывалось геометрическое расхождение сигнала и затухание сигнала не связанное с поглощением в среде. В действительности же с увеличением пройденного волной пути отношение сигнал/помеха уменьшается, и центральная частота спектра смещается в сторону спектра помех.

Выводы

Вейвлет фильтрация при своей простоте обладает высокой эффективностью в случаях, когда известна форма сигнала источника. Так как вейвлет разложение основано на свертке сигналов, то ему характерны все свойства свертки сигналов. При вейвлет разложении очень важен шаг по масштабному коэффициенту. Если он очень мал, то время вычислений возрастает и наоборот. Поэтому вейвлет фильтрация является итерационным процессом выполняемым за несколько циклов.

Список использованной литературы

- 1 Хемраев К.А., 2017, Изучение коэффициента поглощения упругих волн методом изменения центральной частоты спектра по результатам физического моделирования, Аллея Науки, 9.
- 2 Md. Waheduzzaman Talukder, 2013, VSP P-wave attenuation model study in elastic earth: spectral ratio method vs centroid frequency shift method, GeoConvention.
- 3 Narayana, P. A., and Ophir, J., 1983, A closed form for the measurement of attenuation in nonlinearly dispersive media: Ultrasonic Imaging, 5, 17–21.
- 4 Youli Quan and Jerry M. Harris, 1997, Seismic attenuation tomography using the frequency shift method, Geophysics, 3, 895-905.