

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Санкт-Петербургский горный университет»



На правах рукописи

ЮНЕС ЖАД АХМАД

**ОБОСНОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ СОЗДАНИЯ
СПУТНИКОВОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ
ДЛЯ УСЛОВИЙ НИЗКИХ ШИРОТ**

Специальность 25.00.32 – Геодезия

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук
Мустафин Мурат Газизович

Санкт-Петербург – 2018

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1 Состояние изученности вопроса создания опорных геодезических сетей.....	10
1.1 Традиционные и современные методы построения геодезической сети.....	11
1.2 Спутниковые технологии в геодезии.....	14
1.2.1 Глобальные навигационные спутниковые системы.....	15
1.2.2 Режимы наблюдений. Основные источники ошибок спутниковых определений.....	17
1.3 Анализ применения ГНСС технологии при построении геодезических сетей.....	22
1.4 Опыт применения альтернативных систем плоских координат и основные требования к созданию опорной сети в низких широтах.....	32
1.5 Выводы по первой главе.....	40
Глава II Разработка методики построения геодезической сети для условий низких широт.....	42
2.1 Моделирование и оценка точности геодезической сети.....	44
2.2 Моделирование и оценка точности построения геодезических сетей с использованием спутниковых определений.....	48
2.3 Обоснование выбора систем плоских прямоугольных координат в низких широтах и методы их преобразования.....	52
2.4 Выводы по второй главе.....	60
Глава III Разработка технологии спутниковых наблюдений.....	62
3.1 Проектирование планово-высотной сети и ее сгущения.....	62
3.2 Разработка технологии спутниковых наблюдений с заданной точностью...	62
3.2.1 Оценка среднего квадратического отклонения длин линий в зависимости от времени и суточного периода наблюдений.....	63
3.2.2 Разработка методики спутниковых наблюдений на проектных полигонах.....	74
3.3 Геометрическое нивелирование как метод создания высотной основы	

геодезических сетей	77
3.4 Общая схема и методика проведения геодезических работ	82
3.5 Выводы по третьей главе.....	84
Глава IV Практическая реализация результатов исследований.....	85
4.1 Описание объекта практической реализации разработанной методики	85
4.2 Проектирование геодезической сети	87
4.3 Рекогносцировка местности и закладка пунктов геодезической сети.....	90
4.4 Производство спутниковых определений	94
4.5 Создание высотной основы.....	100
4.6 Вывод по четвертой главе	109
Заключение	111
Список сокращений	113
Список литературы	115
Приложение А	131
Приложение Б	135
Приложение В.....	146

Введение

Актуальность темы. Традиционные методы создания геодезических сетей продолжают использоваться, но уже не как основные. Бурное развитие новых технологий измерений и результатов их обработки в геодезии позволяет на принципиально новой основе создавать геодезические сети. Речь идет об использовании технологии ГНСС (глобальной навигационной спутниковой системы), которая является наиболее эффективным средством позиционирования. Вместе с тем при конкретной реализации возникает ряд вопросов, требующих проведения исследований и разработки методики измерений с обеспечением требуемой точности. Особенно актуален вопрос в странах, где не создана иерархическая структура геодезического координатного обеспечения. В связи с этим, важным моментом является выбор проекции плоских прямоугольных координат для условий низких широт, а также обоснование высотной основы. Эти вопросы чрезвычайно актуальны для стран Ближнего Востока и, в частности, для Саудовской Аравии.

Страны Ближнего Востока и Персидского залива в связи с интенсивным освоением новых территорий и строительным бумом в городах испытывают потребность в современных геодезических сетях. К настоящему времени в Ливанской Республике, Арабской Республике Египет, Йеменской Республике, Республике Бенин осуществлены работы по созданию и реконструкции геодезических сетей.

В Саудовской Аравии в западной ее части планируется развитие города Янбу-2 (Yanbu-2). Возникает необходимость создания геодезической основы и последующее ее сгущение для решения различных инженерно-технических задач. В Саудовской Аравии только в последние годы стали применять спутниковые технологии. В нормативных документах и инструкциях приводятся требования к точности проектируемых сетей. Однако вопросы проектирования и технологии их создания рассмотрены весьма поверхностно. В этой связи становится актуальной задача обоснования построения новой геодезической сети с применением ГНСС технологии, которая полностью

заменит прежнюю национальную геодезическую сеть, созданную еще в 1966 г, и обеспечит решение городских инженерных задач.

В Российской Федерации накоплен большой практический опыт и подготовлена теоретическая основа для создания геодезических сетей различных классов точности. Проработкой вопросов по созданию геодезических сетей на основе спутниковых технологий занимались многие известные ученые, такие как Бойко Е.Г., Кленицкий Б.М., Антонович К.М., Герасимов А.П., Генике А.А., Побединский Г.Г., Афонин К.Ф., Харисов В.Н., Перов А.И., Болдин В.А., Серапинас Б.Б., Баландин В.Н., Брынь М.Я., Меньшиков И.В., Хабаров В.Ф., Юськевич А.В., Маркузе Ю. И., Загретдинов Р.В., Евстафьев О. В. и др. Благодаря результатам работ этих исследователей созданы спутниковые геодезические сети 1 класса (СГС-1) в разных районах РФ.

Таким образом, актуальная задача построения локальной геодезической сети в Саудовской Аравии возможна с использованием российского и зарубежного опыта их создания. При этом необходимо научное обоснование ее параметров с соблюдением специфических условий региона, включая требования по точности, выбор высотной основы и плоской проекции геодезических координат для условий низких широт.

Цель исследований. Теоретическое обоснование и создание геодезической сети в специфических условиях низких широт, обеспечивающей производство инженерно-геодезических работ на территории города Янбу-2 в Саудовской Аравии.

Идея работы заключается в использовании на стадии проектировании сети алгоритма оценки точности спутниковых определений, подобному как это выполняется в методе трилатерации; разработанной технологии спутниковых наблюдений, предусматривающей применение трех-четырёх приемников; проекции Меркатора при производстве инженерно геодезических работ; высотной основы по уровню Красного моря и определением нормальных высот методом геометрического нивелирования, а для целей проектирования в

недоступных местах с учетом модели квазигеоида.

Задачи исследований:

1. Анализ существующих разработок по созданию геодезических сетей с целью детализации методики исследования.
2. Проведение математического моделирования для оценки точности проектируемой плановой геодезической сети.
3. Разработка методики создания спутниковой геодезической сети.
4. Практическое использование разработанной технологии спутниковых наблюдений.

Научная новизна исследований:

1. Разработан способ спутниковых наблюдений при создании геодезической сети, заключающийся в проведении статических одновременных наблюдений на трёх пунктах сети, переносе приемника на пункт смежного треугольника с оставлением двух приемников на смежной стороне, обеспечивающий точность спутниковых определений в пределах сантиметра.
2. Определены зависимости точности измерений с использованием ГНСС технологии от продолжительности статических наблюдений и длин базовых линий.
3. Обоснован выбор проекции Меркатора для условий низких широт с автоматизацией алгоритма преобразования координат.

Теоретическая и практическая значимость результатов исследований:

Теоретическая значимость состоит в научном обосновании и выявлении количественных зависимостей точности измерений по предлагаемой технологии спутниковых наблюдений. Практическая значимость заключается в разработке и реализации методики создания геодезической сети для условий низких широт.

Положения, выносимые на защиту:

1. Предварительную оценку точности спутниковой геодезической сети при ее проектировании можно выполнять по алгоритму, включающему математическое моделирование с использованием метода наименьших квадратов спутниковых определений, пересчет по ним длин сторон и их рассмотрении как измеренных величин.
2. В условиях низких широт эффективно применение плоской проекции Меркатора, позволяющей уменьшить искажения длин по сравнению с проекцией Гаусса-Крюгера и за счет автоматизации модифицированного алгоритма оперативно переводить координаты для контроля и оценки точности из одной системы в другую.
3. Обеспечение проектной точности определения плановых координат в пределах сантиметра и менее достигается путем применения разработанной технологии наблюдения спутников, предусматривающей одновременное позиционирование на трех пунктах сети, продолжительностью не менее двух часов с последующим переходом на смежный треугольник и оставлением оборудования на пунктах смежной стороны.

Методы исследований. Анализ и обобщение теоретических и практических результатов исследований при обосновании актуальности темы работы и решаемых задач; натурные исследования, включающие экспериментальные геодезические спутниковые измерения; методы математической статистики и теории вероятностей, в том числе метод наименьших квадратов при обработке спутниковых определений; математическое моделирование геодезических сетей.

Апробация результатов исследования. Результаты апробации выполненных исследований докладывались и обсуждались на российских и международных конференциях:

1. Всероссийская конференция – конкурс молодых ученых минерально-сырьевого комплекса России с темой: “Разработка методов геодезического обеспечения строительства гидротехнических сооружений на основе спутниковых технологий”, (г. Санкт-Петербург, 2003).

2. XII международная научно-практическая конференция: «Развитие науки в XXI веке» с темой: “Развитие государственной геодезической сети Саудовской Аравии”, (г. Харьков, 2016);
3. XII Всероссийская научно-практическая конференция «Новые технологии при недропользовании» с темой: “К вопросу повышения точности геодезических сетей спутниковыми наблюдениями”, (г. Санкт-Петербург, 2016);
4. XII научно-практическая конференция «Перспективы развития инженерных изысканий в строительстве в Российской Федерации» с темой: “Применение спутниковой технологии позиционирования при инженерно-геодезических изысканиях”, (г. Санкт-Петербург, 2016);
5. Международная научно-техническая конференция «Транспортная геотехника и геоэкология» (TGG-2017) с темой: “Monitoring of quarry slope deformations with the use of satellite positioning technology and unmanned aerial vehicles”, (г. Санкт-Петербург, 2017).

Предполагаемые объекты внедрения результатов исследований. Результаты и выводы работы могут быть использованы геодезическими предприятиями при создании геодезических сетей, а также учебными организациями при изучении спутниковых измерений.

По результатам исследований автора и с его активным участием в полевых работах на территории Саудовской Аравии создана геодезическая сеть, которая используется геодезическими и инженерными службами.

Достоверность научных и практических результатов подтверждается большим объемом фактических измерений по разработанной технологии спутниковых наблюдений, обоснованностью теоретических расчетов, а также контрольными замерами заказчика работ.

Личный вклад автора. Автор диссертационной работы принимал участие на всех этапах построения и обоснования геодезической сети в городе Янбу-2, Саудовской Аравии, как на стадии проектирования, так и в процессе проведения полевых спутниковых измерений, участвовал при их обработке и

уровнивании плановой и высотной геодезической сети, составлении окончательного отчета проекта и сдачи Муниципалитету города.

За активное участие в создании высокоточной геодезической сети и проявление при этом исключительных усилий, преданность делу и вклад в развитии геодезии и градостроительства в муниципалитете города Янбу, Саудовская Аравия, автор диссертации Юнес Жад Ахмад награжден почетным знаком «Щит».

Публикации. По теме диссертации опубликовано 10 печатных работ, 4 из них в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России, 2 в изданиях, индексированных международной базой данных SCOPUS и Web of Science.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений, списка литературы и приложений, изложенных на 149 страницах машинописного текста. Диссертация содержит 50 рисунков, 21 таблицу, список литературы из 148 российских и зарубежных наименований.

Благодарности

Выражаю искреннюю благодарность моему научному руководителю д.т.н. М.Г. Мустафину за ценные советы при работе над диссертацией. Кроме того, благодарю всех сотрудников кафедры инженерной геодезии Горного университета за должное внимание и содействие в подготовке диссертации.

Искреннюю благодарность выражаю д.т.н. Фадло Тума, владельцу фирмы «Engineering & Research International Sarl» за помощь и поддержку в выполнении исследовательских работ на протяжении 11 лет.

Также, считаю своим приятным долгом выразить благодарность моим родителям, жене и дочке за поддержку принятого мной решения поступить в аспирантуру и защитить кандидатскую диссертацию.

Глава 1 Состояние изученности вопроса создания опорных геодезических сетей

Для обеспечения различных видов инженерно-геодезических, маркшейдерских и геологических работ в единой координатной системе создаются геодезические сети [22, 51]. Геодезическая сеть – система закрепленных на земной поверхности пунктов со специальными центрами, взаимное положение которых определено в единой системе координат и высот.

В соответствии с ГОСТ Р 55024-2012 [40], геодезические сети подразделяют:

- В зависимости от размеров - на глобальные, межгосударственные (региональные), национальные (в пределах одной страны) и локальные (местные);
- По функциональному признаку - на сети государственного и специального назначения;
- По виду получаемой информации - на пространственные, плановые, высотные, планово-высотные;
- По назначению - на опорные геодезические сети, геодезические сети сгущения, съемочные и разбивочные сети;
- По точности - на высокоточные, точные и технические;
- В зависимости от технологии построения - на спутниковые, сети радиоинтерферометрии, триангуляции, полигонометрии, трилатерации, геодезические засечки.

Геодезические сети представляет собой совокупность закрепленных точек земной поверхности, положения которых определяют в единой системе координат. Они служат координатной основой для выполнения топографических съемок, планировки местности, создания разбивочной основы для строительства, составления генеральных планов городов и поселков, разработке технических и гидротехнических проектов, транспортных сооружений и горнодобывающих предприятий, наблюдения за деформациями различных сооружений. Также, для обеспечения изучения земельных ресурсов

и землепользования, кадастра, строительства, разведки и освоения природных ресурсов [101, 137].

Геодезическая сеть по виду получаемой информации разделяется на плановую и высотную [31, 32, 33, 35, 36, 50].

Согласно инструкциям [33, 34, 36, 50, 92] и в соответствии с нормативными документами [31, 32, 35], геодезические сети можно создавать как традиционными (триангуляция, трилатерация и полигонометрия), так и современными методами с использованием спутниковых технологий. В следующих параграфах и разделах рассмотрены основные традиционные и современные методы построения геодезических сетей, а также рассмотрены достоинства и недостатки каждого метода [13].

1.1 Традиционные и современные методы построения геодезической сети

Традиционными методами построения плановой геодезической сети являются: триангуляция, трилатерация и полигонометрия. Высотные геодезические сети создаются преимущественно методом геометрического нивелирования.

Благодаря развитию новых технологий в геодезии стало возможным создание геодезических сетей с использованием ГНСС (глобальной навигационной спутниковой системы), включающей GPS, ГЛОНАСС и другие. [22, 27, 28, 31, 32, 33, 35, 36, 54, 55, 113].

Выбор использования метода в каждом конкретном случае определяется требуемой точностью построения геодезической сети и экономической целесообразностью [87].

Методы триангуляции и трилатерации заключаются в построении на местности сети треугольников (рисунок 1.1). В триангуляции измеряют все горизонтальные углы всех треугольников и базисные выходные стороны. Длины остальных сторон вычисляют по тригонометрическим формулам, затем находят дирекционные углы (азимуты) сторон и определяют координаты. В трилатерации измеряют все длины сторон (расстояния между геодезическими пунктами), а углы между сторонами вычисляют по теореме косинусов [22, 50,

54, 63, 117].

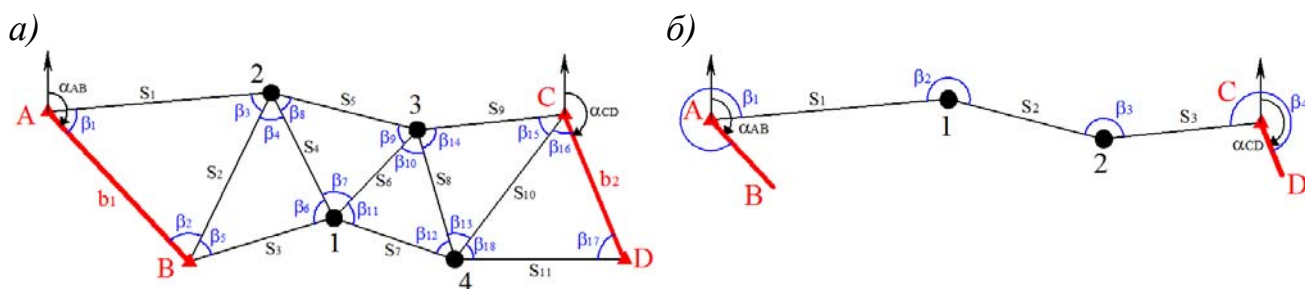


Рисунок 1.1 – Традиционные методы построения геодезических сетей а) триангуляция и трилатерация; б) полигонометрия

Суть метода полигонометрии состоит в закреплении на местности точек, соединенных в виде ломаных линий (рисунок 1.1). При этом измеряют длины сторон и горизонтальные углы между ними. Полигонометрические ходы опираются на пункты триангуляции, относительно которых вычисляются плановые координаты пунктов хода, а их высоты определяются нивелированием [10, 49, 50].

Метод полигонометрии широко известен, и применялся при создании геодезических сетей, в частности, в странах, расположенных в низких широтах. (Например, национальной геодезической сети Саудовской Аравии в 1966 г.) [22, 114, 143].

С целью повышения точности геодезических сетей, построенных традиционными методами, выполняют математическую обработку (предрасчет точности) измеренных величин [41, 42, 84, 98, 145].

К основным характеристикам геодезических сетей (или их фрагментов) относятся (ГОСТ Р 55024-2012):

- Значения координат пунктов сетей в принятой системе координат;
- Плотность пунктов (или расстояние между смежными пунктами сети);
- Средняя квадратическая погрешность взаимного положения пунктов в плане и по высоте;
- Средняя квадратическая погрешность определения координат пунктов относительно исходных пунктов.

В России положение пунктов государственной геодезической сети

выражаются следующими характеристиками: пространственными прямоугольными координатами (X, Y, Z) ; геодезическими (эллипсоидальными) координатами (B, L, H) ; плоскими прямоугольными координатами (x, y) вычисляемыми в проекции Гаусса-Крюгера, и с высотой в нормальной системе высот. В ГОСТ Р 55024-2012 сказано, что при построении геодезических сетей специального назначения допускается применять иные проекции эллипсоида на плоскость.

Традиционные методы создания геодезических сетей довольно давно и широко используются. Отметим их основные достоинства и недостатки. Достоинства: относительная простота и читаемость измерений, координаты определяются в исходной системе координат (не требуется их перевычислений); нормальные высоты измеряются путем геометрического или тригонометрического нивелирования; возможно, использовать для любого рельефа земной поверхности; наличие большого количества разработанных методик, нормативов и документов для различных видов работ.

Недостатки: необходимость обеспечивать прямую видимость между пунктами; большая затрата времени и труда; высокая зависимость от погоды и влияния внешней среды, особенно при выполнении высокоточных измерений. Плановые и высотные координаты получают отдельно [22, 46, 50, 54].

Производственный цикл создания геодезических сетей включает следующие основные этапы работ:

- Сбор исходных картографо-геодезических материалов на территорию объекта предстоящих работ;
- Предпроектное обследование;
- Проектирование;
- Рекогносцировка;
- Закрепление геодезических пунктов;
- Выполнение измерений;
- Математическая обработка (предварительная и окончательная);
- Контроль и приемка работ;

– Составление каталогов и технических отчетов.

Методы создания геодезических сетей с использованием спутниковых технологий во многом схожи с технологией создания сети наземными методами. С применением спутниковых систем координаты пунктов можно определять в любом месте земного шара [27, 95].

Применение спутниковой технологии при построении геодезических сетей позволяет значительно повысить точность измерений. При этом погрешность определения планового положения пунктов не накапливается по мере удаления от исходных пунктов, как это происходит при применении методов триангуляции, полигонометрии. Однако следует заметить, что в процессе наблюдений необходимо следить за количеством и геометрией наблюдаемых спутников, проводить контроль ошибок эфемеридных данных, исключать многопутность излучения [21, 26].

Поскольку геодезические сети строятся по принципу «от общего к частному», то для различных инженерно-геодезических задач возникает целесообразность в проектировании и построении геодезических сетей комбинированным способом: спутниковыми и традиционными методами.

1.2 Спутниковые технологии в геодезии

В последнее время, можно сказать, произошла научно-техническая революция в области прикладной электроники, и, в частности, в области геодезических измерительных приборов, которая, прежде всего, связана с появлением спутниковых технологий, обеспечивающих значительное повышение точности позиционирования. В связи с этим в геодезическую практику активно внедряются методы спутниковых определений [4, 5, 16, 18, 29, 30, 54, 74, 91, 105, 106].

Глобальная навигационная спутниковая система ГНСС включает в себя следующие системы: российскую «ГЛОНАСС», США GPS; китайскую BeiDou; французскую Doris; европейскую Galileo [6, 80, 99].

1.2.1 Глобальные навигационные спутниковые системы

ГНСС состоит из космического (группировка навигационных спутников) и наземного (службы контроля и управления приборами пользователей) комплекса. Она предназначена для надежного и высокоточного определения координат и высот, а также точного времени, скорости и направления движения наземных, водных и воздушных объектов. Принцип работы состоит в синхронной передаче радиосигналов с информацией о времени и положении спутника в пространстве и измерении расстояний между спутниками и приемниками. В результате измерений и обработки информации, принимаемой наземными приемниками от спутников, по способу пространственной обратной линейной засечки, получают пространственные координаты приемника и точное время их фиксации. Определение местоположения объекта по ГНСС наблюдениям принято называть «позиционированием» [38, 54, 80, 118].

Способ измерения расстояний основан на вычислении времени прохождения сигнала от спутника до приемника. Для определения местоположения наземного приёмника нужно знать координаты X, Y, H , поэтому для их определения нужно получать сигналы как минимум от четырёх спутников [27, 106, 109, 118]. Схема передачи радиосигналов и измерение псевдодальности между навигационными спутниками и наземными приемниками показана на рисунке 1.2.

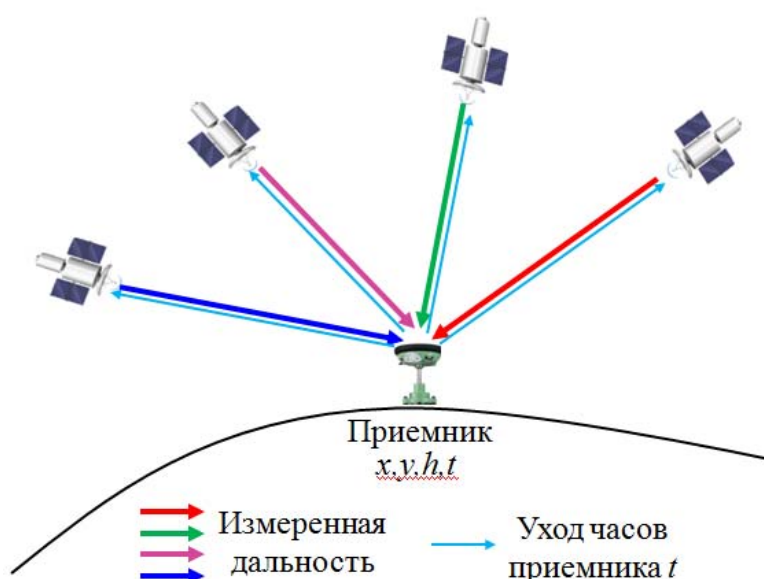


Рисунок 1.2 – Принципиальная схема измерения псевдодальностей

Для точного позиционирования в геодезии (спутниковых определений) используются приемники, работающие на несущей частоте (фазовые или геодезические приемники). Фазовые приемники бывают одночастотными и двухчастотными. Двухчастотные приемники позволяют определить координаты с более высокой точностью, так как позволяют учитывать влияние ионосферной рефракции [25, 45, 75, 86, 106].

Геодезические приемники, использующие ГНСС, являются многоканальными, что позволяет одновременно принимать и обрабатывать сигналы нескольких спутников. Приемники также можно разделить на два типа: односистемные (принимающие сигналы какой-то одной системы ГНСС) и многосистемные (принимающие сигналы нескольких ГНСС и других систем) [13, 27, 37, 53, 75, 95, 109].

Многочисленные исследования показывают, что улучшение геометрии спутников и получение уточненных результатов может быть достигнуто за счет увеличения числа спутников при объединении их в приемниках и возможности наблюдений за спутниками наиболее распространенных системам GPS и ГЛОНАСС [5].

В зависимости от цели решаемых задач, определение координат по технологии ГНСС выполняется абсолютным или относительным (дифференциальным) методами. Эти методы различаются по точности [37, 43]. Подробно об этих методах будет рассмотрено ниже.

Технологии использования ГНСС нашли широкое применение в решении научно-технических и инженерных задач в разных областях науки и техники. Весьма эффективно они применяются в геодезии, в землеустройстве и кадастре, в геологии и горном деле. Уже не представляется без их участия строительство инженерных сооружений и мониторинг за деформациями. Безусловно, что ГНСС технология уже широко используется при решении широкого круга инженерно-технических задач, и в первую очередь при совершенствовании и создании геодезических сетей [3, 24, 27, 54, 73, 89, 90, 97, 101, 109, 118, 137].

Основные достоинства спутниковых технологий:

- Не требуется прямой видимости между пунктами (это существенное отличие от традиционных наземных измерений);
- Определение координат точек возможно в любое время и в любом месте земного шара;
- Точность измерений почти не зависит от погодных условий;
- Измерения полностью автоматизированы;
- Значительно повышена точность измерений.

1.2.2 Режимы наблюдений. Основные источники ошибок спутниковых определений

Как было отмечено в предыдущем разделе, основными методами определения координат по технологии с использованием ГНСС являются абсолютный и относительный (дифференциальный) (рисунок 1.3).

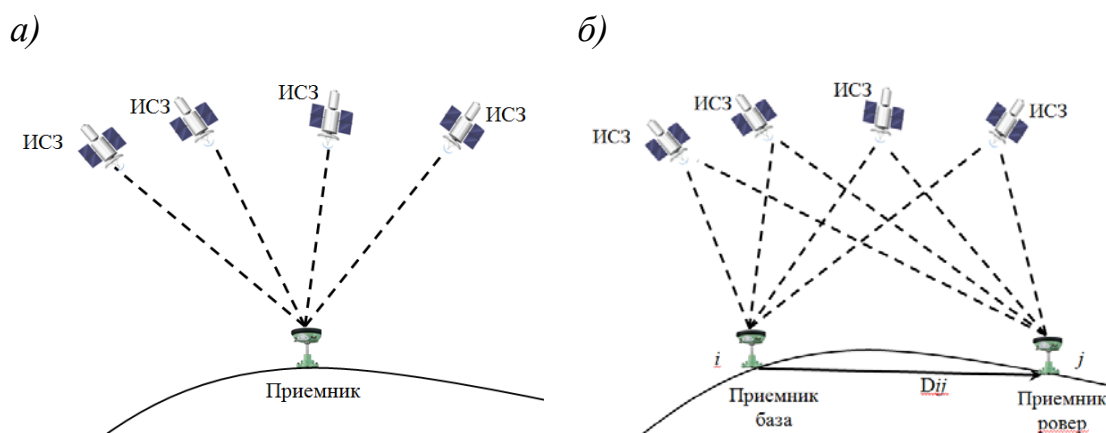


Рисунок 1.3 – Схемы определения координат приемника а) - абсолютный метод; б) дифференциальный метод

В абсолютном методе спутниковых наблюдений координаты одного приемника определяются в системе координат ГНСС. Часто этот метод называют также точечным позиционированием. Координаты вычисляются по формулам пространственной обратной линейной засечки по измеренным псевдодалностям от одного приемника до четырех и более спутников. Ряд факторов влияют на точность абсолютных определений координат. Главным из них являются погрешности эфемерид спутников, поэтому точность этого метода невысокая и не превышает 5 м и, как следствие, этот метод исключается при создании геодезических сетей [4, 5, 21, 26, 27, 53, 54, 75, 80, 109].

В дифференциальном или относительном методе используют два или более приёмников. Один из них является базовой станцией (база) и располагается на опорном пункте с известными координатами, а другие – подвижные и называются «роверами». Этот метод позволяет определять координаты с точностью сантиметрового и даже более высокого уровня [75].

В дифференциальном методе по результатам наблюдений получают поправки к соответствующим параметрам наблюдений для определяемого пункта. В этом методе наблюдений учитывается текущее время [53].

В относительном методе вектор, соединяющий опорный и определяемый пункты, называется базовой линией. Наблюдения на базе и роверных точках обрабатываются совместно, что повышает точность определения координат. В относительном методе существуют два основных режима измерений: статический и кинематический [95].

В режиме «статика» минимум два приемника располагают неподвижно на определяемых пунктах. Точность статического режима наблюдения зависит от продолжительности измерений и расстояний между приемниками. В настоящее время ГНСС приемники могут достичь точности определения плановых координат $3\text{мм} + 0,5\text{мм/км} \cdot D$, где, D – расстояние между приемниками в километрах. Точности по высотам в 2–3 раза ниже [75].

В кинематическом режиме измерения выполняют в небольших промежутках времени. Суть измерений состоит в привязке результатов измерений от роверов к базовой станции. Приемник (ровер) устанавливают поочередно на вторую точку, третью и так далее. При этом, как правило, на первой и последней (контрольной) станциях измерения выполняют в статическом режиме [27, 86].

Для решения геодезических задач, особенно при определении координат пунктов геодезических сетей, измерения выполняют относительным фазовым методом. При этом вычисляются приращения координат вектора базовой линии между спутниковыми приемниками [4, 5, 45].

Несмотря на высокую точность, получаемую с использованием

спутниковых навигационных систем, надо упомянуть о существовании ряда источников ошибок, которые влияют на точность определения координат приемника и которые являются трудно устранимыми. Эти источники подразделяются на две основные группы: систематические ошибки, связанные со спутниковыми измерениями, и ошибки случайного характера. Основное внимание уделяется ошибкам систематического характера, приводящим к смещению на определенную величину результатов измерений, и которые можно разделить на следующие группы [27, 44, 75, 106, 109]:

- ошибки эфемеридных данных;
- влияние внешней среды (ионосфера и тропосфера);
- многолучевая интерференция;
- геометрический фактор расположения спутников.

Эфемериды спутника содержат информацию о координатах спутника на орбите на момент выполнения измерений. Неточности эфемерид спутника приводят к погрешностям измерений координат точек.

Влияние внешней среды – это задержка распространения сигнала в ионосфере и тропосфере, что приводит к изменению времени прохождения радиосигналов от спутника до приемника. Когда радиосигнал от спутника (электромагнитная волна) проходит через ионосферу, свободные электроны, находящиеся в ней, становятся источниками вторичных волн, уменьшая скорость сигнала от спутника, что приводит к ошибкам в измерении дальности.

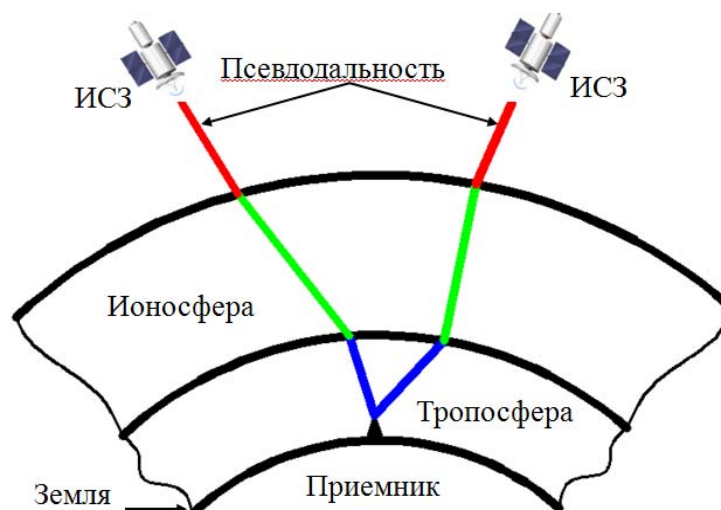


Рисунок 1.4 – Влияние ионосферы и тропосферы на задержки спутникового сигнала

Поправка за задержку сигнала в ионосфере определяется по формуле [27]:

$$\Delta\Phi_{L1}^{ion} = \frac{R(\Phi_{L2} - R\Phi_{L1})}{1 - R^2},$$

$$R = \frac{f_{L2}}{f_{L1}}; \quad \Phi_{L1} = N_{L1} - \Delta\Phi_{L1}; \quad \Phi_{L2} = N_{L2} - \Delta\Phi_{L2},$$

где:

f_{L1} и f_{L2} – значения несущей частоты соответственно для L_1 и L_2 ;

N_{L1} и N_{L2} – целое число периодов за время прохождения сигналом расстояния от спутника до приёмника соответственно для L_1 и L_2 ;

$\Delta\Phi_{L1}$ и $\Delta\Phi_{L2}$ – измеряемое значение разности фаз соответственно для L_1 и L_2 .

Тропосфера является слоем атмосферы, но давление, температура и влажность в ней имеют отличия от общей толщи. В связи с этим в ней создаются помехи при распространении радиосигнала от спутника. Существует ряд математических моделей, которые вычисляют величину тропосферных задержек, самыми распространенными являются модели Хопфилда, и Саастамойнена [5, 27].

В модели Хопфилда тропосферная поправка вычисляется по формуле:

$$\Delta S_{trop}(E) = \frac{1}{5} 10^{-6} \left[\frac{N_{S0} \cdot h_S}{\sqrt{\sin(E^2 + 6,25)}} + \frac{N_{W0} \cdot h_W}{\sqrt{\sin(E^2 + 2,25)}} \right],$$

где:

E – угол возвышения спутника над горизонтом;

h_S и h_W – высота слоя, в пределах которого температура линейно связана с высотой, для сухой и влажной компоненты;

N_{S0} и N_{W0} – индексы показателя преломления воздуха в точке стояния наблюдателя.

В модели Саастамойнена тропосферная поправка вычисляется по формуле [27]:

$$\Delta S_{trop} = \frac{0,002277}{\cos z} \left[P + \left(\frac{1255}{T} + 0,05 \right) \cdot e - tg_z^2 \right],$$

где:

z – зенитный угол в направлении на спутник,

P , T и e – давление, температура и влажность воздуха, определяемые на наблюдаемом пункте. Величина T измеряется в градусах Кельвина, а P и e – в миллибарах.

Следует заметить, что с использованием относительного (дифференциального) метода измерений влияние на результаты оценивается на сантиметровом уровне точности.

Влияние многолучевой интерференции. Она возникает из-за отражений сигналов спутника от объектов, расположенных в близости от приемника. Происходит явление интерференции, вследствие чего измеренное расстояние становится больше действительного. При создании геодезических сетей рекомендуется пункты закладывать в местах, где отсутствуют или существует минимальное количество отражающих объектов [5, 27, 75, 88, 109].

Геометрический фактор расположения спутников – это коэффициент геометрического понижения точности (Geometric Dilution of Precision – GDOP), характеризующий точность трехмерного позиционирования, времени и вычисляется по формуле:

$$GDOP = \frac{\sqrt{m_E^2 + m_N^2 + m_h^2 + m_t^2 \cdot C^2}}{m_0},$$

где: m_E , m_N , m_h – средняя квадратические ошибка определения координат по направлениям на север, на восток и по высоте;

m_t – средняя квадратическая ошибка определения времени;

m_0 – средняя квадратическая ошибка дальномерных измерений;

C – скорость электромагнитных волн.

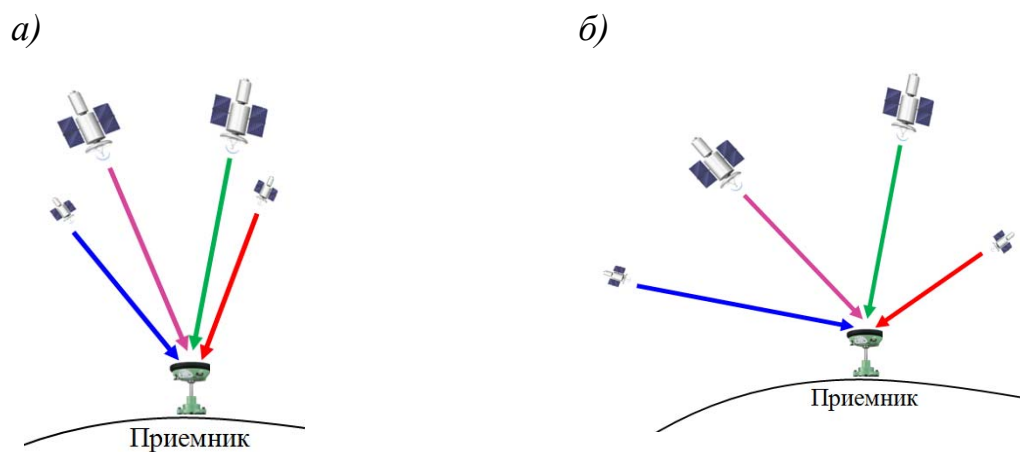


Рисунок 1.5 – Схемы иллюстрации параметра «GDOP» (а- неблагоприятное расположение спутников, плохой GDOP; б - благоприятное расположение, хороший GDOP)

Для ослабления влияния GDOP на точность спутникового позиционирования необходимо на стадии планирования измерений выбрать наиболее благоприятные периоды времени, где значение GDOP менее 4.

1.3 Анализ применения ГНСС технологии при построении геодезических сетей

Выше были показаны этапы создания геодезической сети. При использовании спутниковых методов последовательность создания геодезических сетей сохраняется.

Диссертационная работа посвящается разработке методики построения геодезической сети с применением спутниковых технологий для условий низких широт (район Саудовской Аравии). Актуальность тематики усиливается растущим опытом применения ГНСС технологий при построении геодезических сетей, в том числе примерами их создания в низких широтах.

Следует заметить, что условия перехода на спутниковые технологии в разных странах существенно различаются. Так, в Российской Федерации накоплен большой практический опыт и сформирована теоретическая основа для создания геодезических сетей различных классов точности на всей территории федерации. Технические проекты по созданию геодезических сетей разрабатываются в соответствии с нормативными документами [31, 32, 35, 50]. Если говорить о странах, расположенных в низких широтах и конкретно

Саудовской Аравии, то предстоит выполнить значительный комплекс работ для создания нормативной базы.

В РФ опыт формировался постепенно и, можно сказать, широким фронтом, от исследований наземных методов до спутниковых технологий. Проработкой вопросов по созданию геодезических сетей на основе спутниковых технологий занимались известные ученые, такие как Бойко Е. Г., Бойков В. В., Генике А. А., Жонголович И. Д., Пеллинен Л. П., Побединский Г. Г., Ямбаев Х. К., Ямбаев Б.Н., Андриянов В.А., Бородко А.В., Еруков С.В., Ефимов Г.Н., Копачевский В.С., Лифарь Т.В., Лобазов В.Я., Шабанов Е.В., Кленицкий Б.М., Антонович К.М., Герасимов А.П., Афонин К.Ф., Харисов В.Н., Перов А.И., Болдин В.А., Серапинас Б.Б., Баландин В.Н., Брынь М.Я., Меньшиков И.В., Петров. В. В., Хабаров В.Ф., Юськевич А.В., Маркузе Ю. И., Загретдинов Р.В., Евстафьев О. В. и др.

Благодаря результатам работ перечисленных исследователей созданы спутниковые геодезические сети первого класса (СГС-1) в экономически развитых районах Российской Федерации. Также с использованием ГНСС технологии реконструированы городские геодезические сети. Ниже будут рассмотрены работы по реконструкции и созданию городских геодезических сетей городов Иваново, Костромы, Москвы и Нижнего Новгорода.

Опыт использования спутниковых технологии при создании и реконструкции городских геодезических сетей в Российской Федерации начался примерно в 90-х годах, когда Верхневолжское аэрогеодезическое предприятие (ВАГП) и Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК) выполнили ряд производственных работ по созданию городских спутниковых геодезических сетей. Следует отметить весьма важные результаты по реконструкции высокоточной каркасной сети 2 класса в городах Иваново и Костроме (рисунок 1.6); проверку сети триангуляции города Павлово и ее привязку к государственной геодезической сети, а также проект по реконструкции городской геодезической сети Нижнего Новгорода [27, 50].

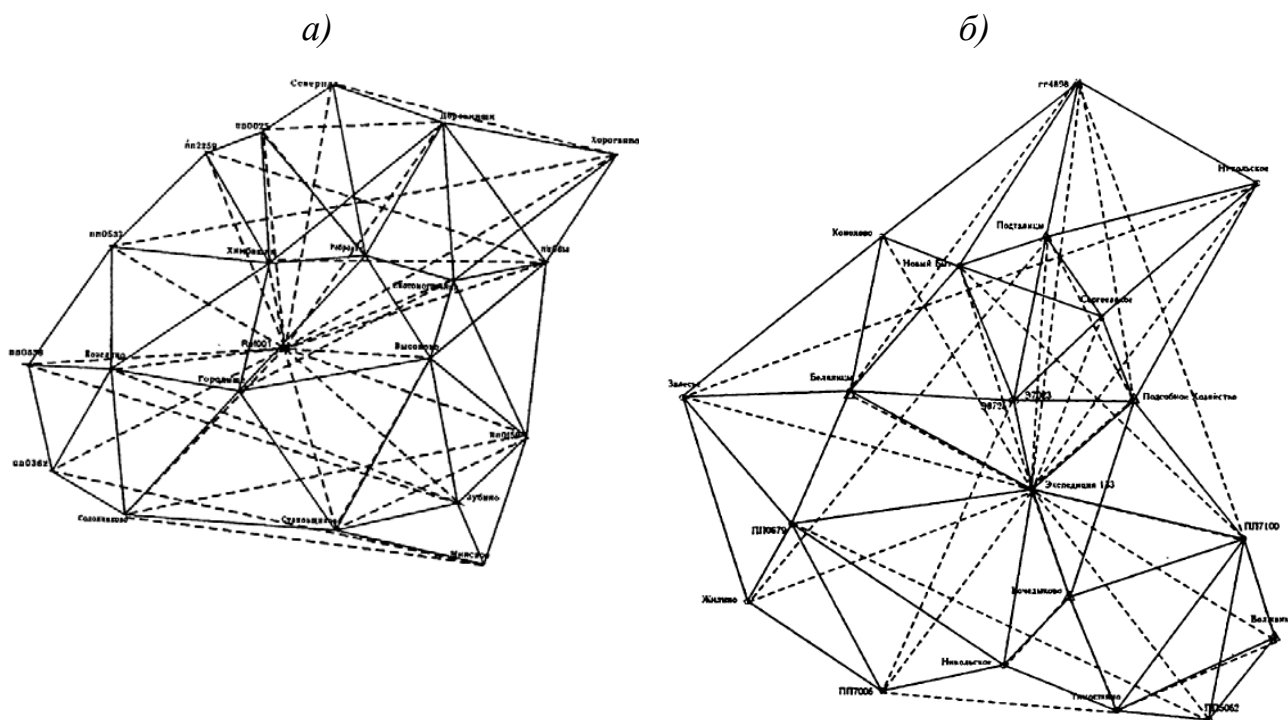


Рисунок 1.6 – Схема каркасных сетей (а - каркасная сеть в городе Кострома; б- каркасная сеть в городе Иваново)

Сравнение длин линий, измеренных по спутниковой технологии, с расстояниями, вычисленными по координатам сети триангуляции (традиционный способ), показало высокую точность измерений парой спутниковых приемников: лучше 1:500000 [27].

При выполнении работ с применением спутниковых геодезических систем необходимо соблюдать ряд требований, таких как: проектирование сети и обследование всех выбранных исходных пунктов, выбор способа и метода создания сети в зависимости от требуемой точности, оценка точности полевых измерений на объекте. (Например, сравнение горизонтальных расстояний между исходными пунктами, полученных наземными и спутниковыми методами).

По результатам обработки спутниковых определений, выполненных на геодезических сетях городов Иваново, Костромы и Павлово, была отработана методика уравнивания геодезических сетей в местной и в государственной системе координат. В 1995 г. Верхневолжское аэрогеодезическое предприятие разработало один из первых нормативных документов (№ 5-15-2463 от 12.09.95), детально регламентирующих выполнение полевых геодезических

работ с использованием спутниковых приемников в дифференциальном режиме наблюдений [27, 92].

В 1995 году разработан руководящий технический материал (РТМ) [92], регламентирующий работы по созданию высокоточных городских спутниковых сетей. В период 1996-2001 годов производились работы по созданию высокоточных геодезических сетей с целью сохранения городской системы координат, в которой ранее были выполнены крупномасштабные съемки масштабов (1:500-1:2000) [27].

Работы по модернизации геодезических сетей предусматривают следующие этапы. Сначала создается каркасная сеть, которая включает не менее 50% пунктов городской триангуляции 1, 2 и 3 классов, и пункты высокоточных сетей специального назначения [92]. По координатам пунктов уравненной каркасной сети, выполняется сгущение городской сети, затем ее уравнивание. Ниже показаны схемы реконструкции городских геодезических сетей городов Москвы и Нижнего Новгорода.

Московская городская геодезическая сеть (МГГС) создавалась в 1833 г. методом триангуляции. В 1930 г. она состояла из трех независимых сетей, созданных разными ведомствами в разные времена. В 1996 г. Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК) возглавил организационные работы по реконструкции МГГС. Основная задача реконструкции МГГС – создание геодезической сети на основе спутниковых технологии с точность до 2 см, обеспечивающей дальнейшее сгущение спутниковыми и традиционными наземными геодезическими технологиями (рисунок 1.7).

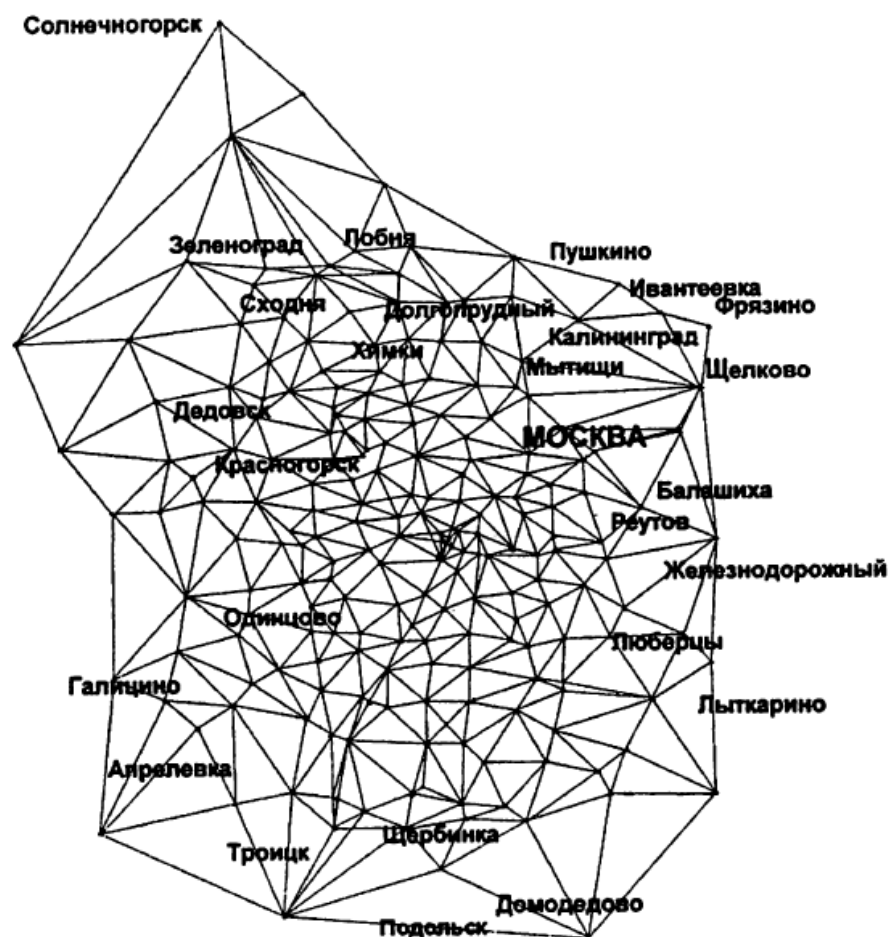


Рисунок 1.7 – Схема Московской городской геодезической сети

МГГС состоит из 222 пунктов, расположенных равномерно со средним расстоянием между ними 3-5 км, а расстояния между каркасными пунктами (входящими в сеть) составляют 10-15 км. Спутниковые измерения планировалось проводить со следующими требованиями: количество видимых спутников должно быть 4 и больше, величина геометрического фактора не более 8, измерения выполняются в отдельные сеансы (36 сеансов) по 6 часов продолжительностью. С целью повышения точности измерения одновременно выполнялись на трех пунктах (МИИГАиК, Менделеево и Звенигород) [27, 92].

По результатам обработки спутниковых определений была получена средняя квадратическая ошибка взаимного положения пунктов менее 6 мм, при среднем расстоянии между пунктами 13 км. Была разработана методика преобразования координат из системы WGS-84 в Московскую городскую систему координат и в государственную систему координат 1942 г. (СК-42) [94].

Аналогично построению геодезической сети г. Москвы была реконструирована геодезическая сеть Нижнего Новгорода. Она представляет собой совокупность пунктов триангуляции 2-4 класса и полигонометрии 4 класса, а также 1 и 2 разрядов. С целью создания спутниковой геодезической сети на все территории Нижнего Новгорода была построена высокоточная каркасная сеть из 7 пунктов, которая играла роль базисной сети для дальнейшего ее развития на всю территорию города. Базисная каркасная сеть опиралась на исходную сторону 22 км и на два пункта спутниковой геодезической сети первого класса (СГС-1). Абсолютная разность между традиционными и спутниковыми наблюдениями базиса составила 12 мм. Схема базисной каркасной сети показана на рисунке 1.8.

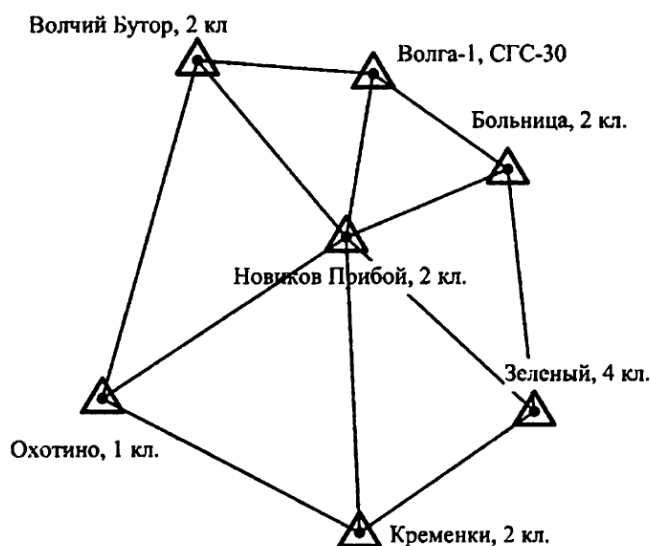


Рисунок 1.8 – Базисная каркасная сеть Нижнего Новгорода

Спутниковые измерения выполнялись с использованием 6 двухчастотных приемников с продолжительностью наблюдений одного сеанса от 1 до 6 часов в зависимости от условий видимости спутников. Уравнивание спутниковой геодезической сети Нижнего Новгорода выполнялось в два этапа: сначала уравнилась базисная каркасная сеть, затем пункты всей сети. По результатам уравнивания относительная ошибка сторон базисной каркасной сети составила от 1:2500000 до 1:4500000. Разность координат при совмещении пунктов составила от 12 до 99 мм [27].

Привязка каркасной геодезической сети Нижнего Новгорода к

ближайшим пунктам ГГС с использованием спутниковых технологий позволила повысить точность сети, обеспечить однородность структуры сети, установить параметры преобразования координат между местной и государственной системой координат СК-95 [62, 103].

Спутниковая геодезическая сеть первого класса (СГС-1)

СГС-1 занимает третий уровень в современной структуре государственной геодезической сети Российской Федерации. Общее число пунктов СГС-1 будет близко 12000-15000. Средние расстояния между пунктами в западной и южной частях сети составляет 30-40 км, на остальной территории 40-50 км.

По согласованному техническому проекту Верхневолжского АГП и ЦНИИГАиК в 1995 г. выполнены работы по созданию первой очереди СГС-1 (146 пунктов). Общая площадь составляет около 230 тыс. квадратных километров, углы между направлениями на смежные пункты составляют не менее 30° и не более 150° (рисунок 1.9). Полевые работы на второй очереди СГС-1 (104 пункт) выполнены в 1996 г., площадь - около 180 тыс. квадратных километров. Схема фрагмента СГС-1 приведена на рисунке 1.10.

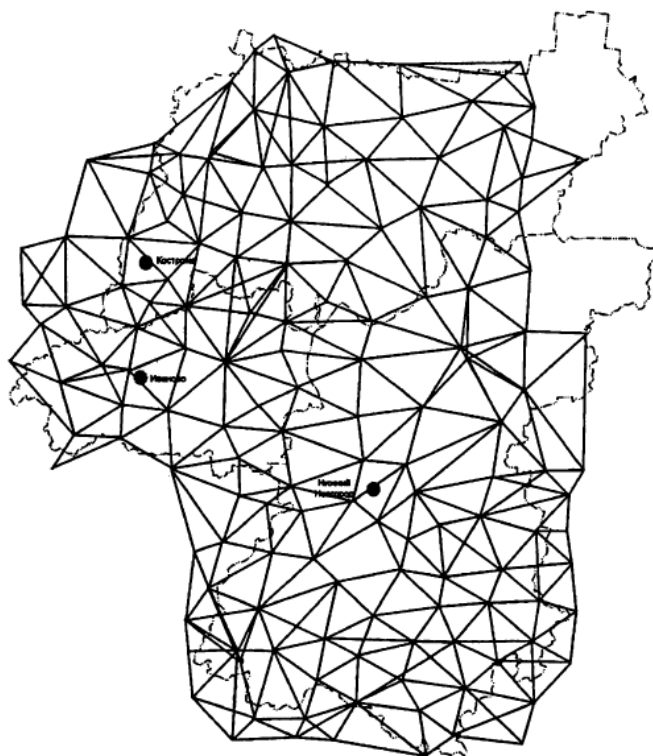


Рисунок 1.9 – Схема первой очереди СГС-1

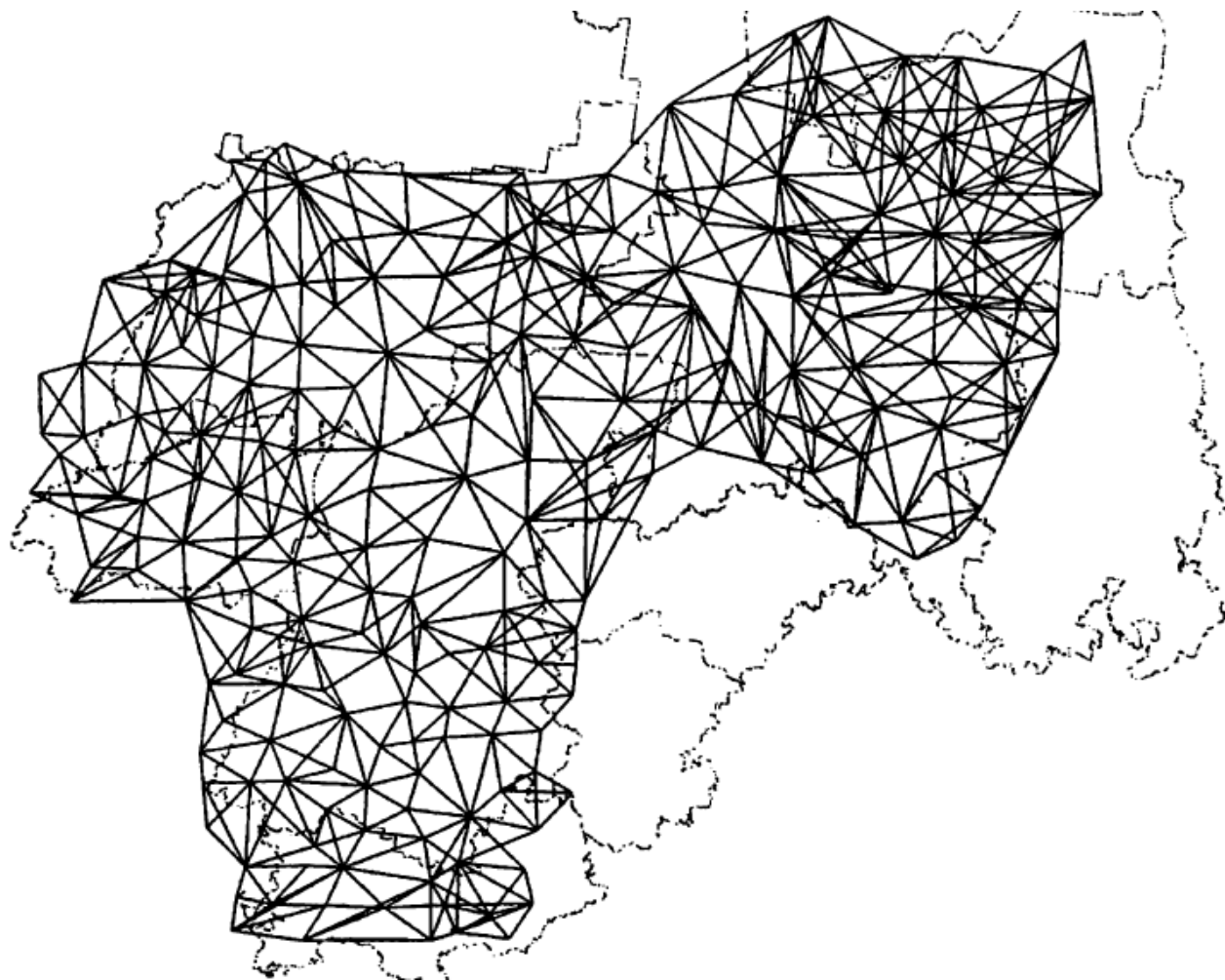


Рисунок 1.10 – Схема фрагмента СГС-1 в зоне деятельности Верхневолжского АГП

Спутниковыми наблюдениями на СГС-1 выполнялись с применением относительного метода космической геодезии, который обеспечивает средние квадратические ошибки $3\text{мм} + 1 \cdot 10^{-7} \cdot D$ по плановым координатам и $5\text{мм} + 2 \cdot 10^{-7} \cdot D$ по геодезической высоте (где D – расстояние между пунктами в км)..

Полевые работы в первой очереди СГС-1 выполнялись с использованием 6 приемников при одновременных 6 часовых наблюдениях в каждом сеансе. Количество сеансов наблюдений составило 54. Технология наблюдений включала следующий порядок. По окончании сеанса наблюдений три приемника остаются на месте, а другие три приемники переносят на другие три пункта. Таким образом, в каждом сеансе наблюдений измерялись все линии, соединяющие пункты установки приемников.

По результатам обработки спутниковых наблюдений, средняя квадратическая ошибка определения положения пунктов СГС-1 в районах с сейсмической активностью 7 баллов и более не превысила 2 см, и 3 см в остальных регионах страны [27]. Расхождение между длинами линий, исходя из изданного каталога, измеренными двумя приемниками оказалось не пропорционально их длинам. В качестве примера, покажем, что расхождение по длине линии 48 км, составляет -0,024 м, при длине линии 21,8 км – +0,015 м, и -0,002 м при длине линии 36,3 км. В то же время в северной части сети получены следующие результаты: при длине линии 44 км расхождения составили +0,15 м.

Спутниковые наблюдения на второй очереди СГС-1 выполнялись аналогично первой очереди, но с использованием девяти приемников. После окончания спутниковых измерений и предварительной их обработки, средние расхождения были сгруппированы по классам пунктов ГГС, и колебались между -0,109 м и -0,173 м.

Проанализировав российский опыт построения спутниковой геодезической сети первого класса (СГС-1) и реконструкции городских геодезических сетей городов Иваново, Кострома, Москва, Нижний Новгород, можно сделать следующие выводы.

При определении взаимного положения пунктов геодезических сетей был использован дифференциальный метод спутниковых определений (технология ГНСС, системы GPS и ГЛОНАСС). При этом необходимо планировать спутниковые наблюдения так, чтобы они выполнялись при условии хорошего GDOP и видимости не менее 4 спутников.

Наблюдения и обработка спутниковых измерений МГГС и фрагмента сети СГС-1 выполнялись по схожей методике. В МГГС средняя квадратическая ошибка взаимного положения пунктов составила 6 мм при среднем расстоянием 13 км. Такая точность достигнута вследствие равномерного распределения пунктов с короткими сторонами в 3-5 км, использования большого количества приемников (22) в каждом сеансе с продолжительностью

наблюдений по 6 часов.

По сравнению с МГГС, длины линий в СГС-1 значительно больше и составляют величины от 30 до 50 км. Количество используемых приемников увеличилось до 9, продолжительность наблюдений сеанса то же - 6 часов. СГС-1 создавалась сетевым методом, что позволило в каждом сеансе наблюдений измерять запроектированные и дополнительные линии, соединяющие любую пару приемников. Это значит, что при расстоянии между смежными пунктами 50 км, длины дополнительных линий будут составлять более 100 км и, следовательно, точность определения координат будет снижена. Это отразилось на конечных результатах. Поэтому, при обработке спутниковых наблюдений необходимо исключать дополнительные линии большой длины.

Надо также заметить, что в приведенных работах рассматривались методы преобразования геодезических координат в государственной системе, а также их преобразование в системы СК-42 и СК-95 на основе проекции Гаусса-Крюгера [62]. Для условий низких широт следует рассмотреть алгоритм перевода в систему плоских координат в проекции Меркатора.

Исходя из анализа изложенных выше работ по созданию и реконструкции государственных геодезических сетей, сделаем вывод, что российский опыт в применении спутниковых технологий на протяжении многих лет делает ее основным источником для многих стран и, в частности, для Саудовской Аравии. Наличие нормативных документов [31, 32, 33, 35, 36, 38, 50, 92], а также теоретических и прикладных работ, раскрывающих способы и методы достижения требуемой точности при применении спутниковых технологий [4, 5, 12, 13, 16, 18, 27, 29, 43, 44, 54, 74, 91, 96, 104, 105, 106] обеспечивает построение государственных опорных геодезических сетей в РФ. В то же время при анализе обозначились вопросы, требующие своего решения, применительно к низким широтам (подробнее ниже).

1.4 Опыт применения альтернативных систем плоских координат и основные требования к созданию опорной сети в низких широтах

В связи с тем, что новая геодезическая сеть будет построена на территории Саудовской Аравии, расположенной в зоне низких широт Земного шара (между 40° северной и южной широтой полушария), весьма целесообразно проанализировать опыт построения геодезических сетей и применения систем плоских координат в некоторых странах низких широт, таких как Саудовская Аравия, Ливанская Республика, Арабская Республика Египет, Йеменская Республика, Республика Бенин.

Опыт построения государственной геодезической сети в Саудовской Аравии

Первая национальная геодезическая сеть Саудовской Аравии существует с 1966 года для обеспечения топографических съемок для всей территории страны в масштабе 1:50000. Она создавалась в виде замкнутых геодезических полигонов по точности соответствующих полигонометрии 4 класса (рисунок 1.11), [114, 141].

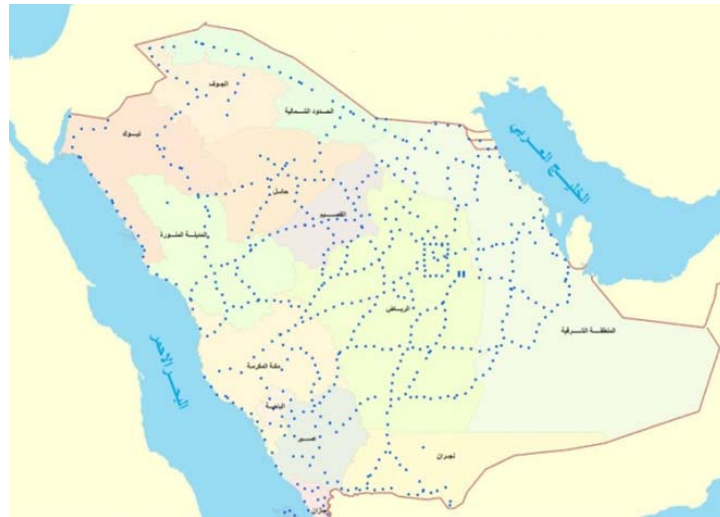


Рисунок 1.11 – Национальная геодезическая сеть Саудовской Аравии

Координаты x, y этой сети определены в системе координат Айн Эль Абд-70, в проекции на эллипсоид ХЕЙФОРД 1924 с размерами большой полуоси 6378388 м и коэффициентом сжатия ($1/f=297$) [120, 139].

Проведенная в 1991 году оценка точности национальной геодезической

сети показала, что относительная погрешность длин сторон не соответствует точности полигонометрии 4 класса (предельная невязка хода превышает $1/25000$).

Министерство Муниципальных и сельских дел приняло решение о создании новой геодезической сети с высокой точностью. За основу принята международная геоцентрическая система координат WGS-84 (большая полуось равна 6378137 м и сжатие составляет $1/f=298,257223563$). Новая геодезическая сеть (Saudi Geodetic Network – SGN) состояла из 13 геодезических фундаментальных пунктов класса *A* с точностью определения сторон $1/100000000$, расположенных по одному в каждом административном районе, и 600 пунктов класса *B* с точностью $1/100000000$ (рисунок 1.12) [114, 139, 141].



Рисунок 1.12 – Саудовская геодезическая сеть – (SGN)

Однако оказалось, что 600 пунктов класса *B* на всю территорию страны, которая имеет площадь 2149690 км^2 , очень мало и не достаточно для создания крупномасштабных топографических планов и обеспечения инженерных и технических геодезических задач. В то же время посчитано, что не выгодно создавать единую государственную геодезическую сеть на всю территорию страны, где больше двух третей ее площади занимают барханы, утесы и необитаемые пустыни. В этой связи, приказом Министерства Муниципальных и сельских дел (MOMRA) было принято решение о необходимости и для развития городов создавать геодезические сети силами муниципалитетов на своих территориях. При этом они должны быть привязаны к пунктам класса *B* с

использованием высокоточных спутниковых технологий [120, 131].

В Саудовской Аравии в технической литературе довольно редко встречаются документация и теоретические работы по развитию геодезических сетей, которые были поставлены Министерством Муниципальных и сельских дел и докладывались Мохамедом Аль Ражихи и Османом Эль Хераеф [139, 141]. Практическая методика по построению геодезических сетей с применением спутниковых технологий можно сказать отсутствует [131, 143].

Опыт построения государственной геодезической сети в Ливанской Республике

На территории Ливана французскими геодезистами с применением классических методов высшей геодезии в 1921 г. впервые была создана государственная геодезическая сеть. Эта сеть имела азимутальную невязку между двумя азимутами Лапласа, которая составляет $47,5''$. [52, 78, 124]. Оценка существующей сети проводилась с применением спутниковых измерений на восьми пунктах. Результаты показали, что существуют грубые ошибки: сеть развернута на $3-4''$ и масштаб сети существенно искажен [52, 78].

Ливанское правительство приняло решение построить новую государственную геодезическую сеть на все территории Ливана под руководством Ливанской армии и Дирекции по географическим вопросам Ливана (рисунок 1.13).

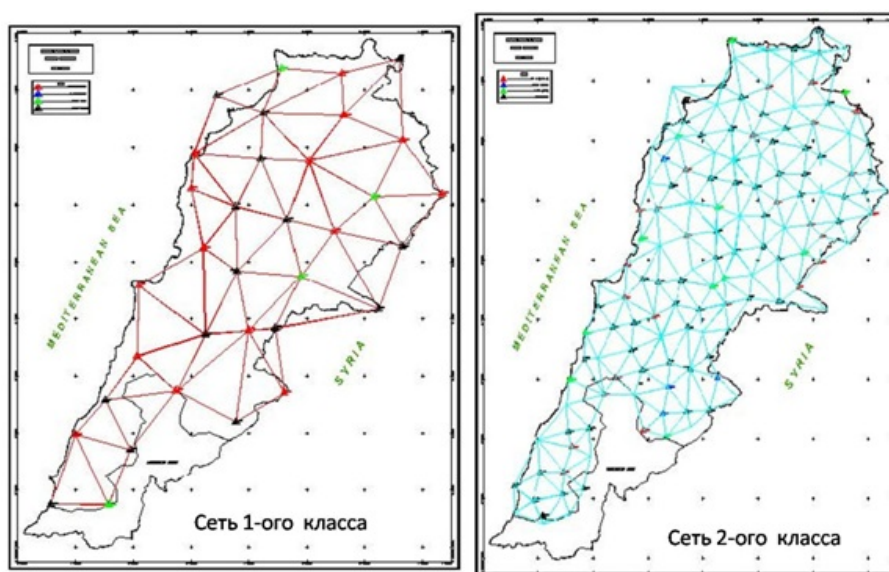


Рисунок 1.13 – Современная геодезическая сеть Ливана

Colonel Elie Kik разработал схему современной геодезической сети Ливана, которая состоит из 25 пунктов первого класса, 100 пунктов второго класса и 1400 пунктов третьего класса [124]. Он предлагает выполнять спутниковые измерения статическим методом. Плановые координаты пунктов определять в системе координат WGS-84, затем выполнять переход на эллипсоид Кларка 1880г. с применением проекции Меркатора, где начало координат помещено в городе Тедмор (Сирия) с использованием 7 параметров преобразования координат [124]. Высоты предложено определять от среднего уровня Средиземного моря в городе Бейрут (Ливан) [77, 82].

Авторы работы [52, 78] рекомендовали применение спутниковых технологий статическим методом, но по вопросу преобразования геоцентрических координат в плоские было предложено использовать проекцию Гаусса-Крюгера. Также предложено поделить Ливан на несколько зон и применять только плановые координаты, поскольку существуют грубые ошибки в определении высот пунктов.

Из-за применения нескольких методов при преобразовании координат, возникла проблема с определением границ участков городов. Поэтому, Ливанское правительство и Дирекция по географическим вопросам дали указание о необходимости применения единой системы координат на всю территорию Ливана. При этом рекомендовано применить проекцию Меркатора, соответственно выполнив преобразования координат. Высоты пунктов рекомендовано определять геометрическим нивелированием. Однако ясной методики выполнения работ с указанием спутниковой технологии измерений и точности определения плановых и высотных координат в проекте новой геодезической сети не приведено.

Опыт построения государственной геодезической сети в Арабской Республике Египет

В 1907 г. на территории Египта вдоль Нильской долины была создана методом триангуляции первая национальная геодезическая сеть. Она строилась в разных периодах времени на двух территориях, связала между собой 19

локальных сетей без учета геоидальных и гравиметрических поправок [126].

В 1985 г. была построена новая геодезическая основа Египта в глобальной геодезической системе координат WGS-84. Пересчет геодезических координат в плоские выполнялся в проекции Меркатора. В 1995 году Геодезическая Служба Египта с целью обеспечения всей территории страны геодезической основой и на основании рекомендаций Американского Федерального Комитета по геодезическому контролю (U.S. Federal Geodetic Control Committee (FGCC)) создала две национальные геодезические сети «Каркасная спутниковая сеть» и «Национальная сельскохозяйственная кадастровая сеть». Эти сети построены с использованием технологии ГНСС [126, 127, 142]. Схема новой национальной геодезической сети Египта представлена на рисунке 1.14.

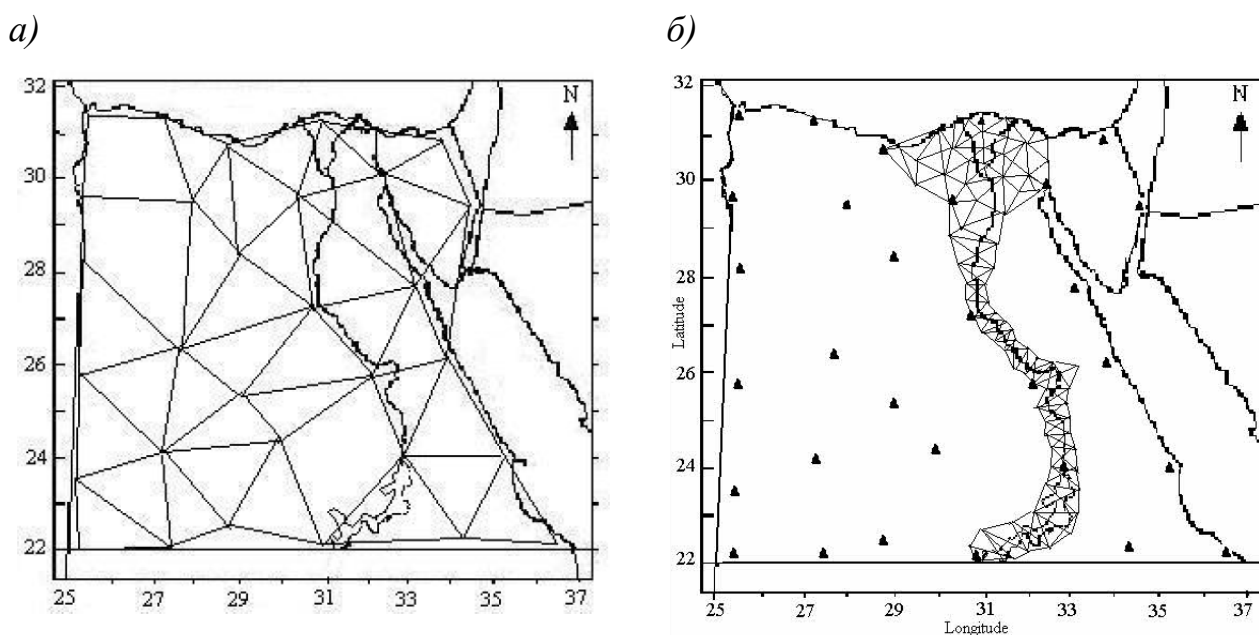


Рисунок 1.14 – Новая национальная геодезическая сеть Египта. Каркасная спутниковая сеть (а); Национальная сельскохозяйственная кадастровая сеть (б).

Каркасная спутниковая сеть покрывает всю территорию Египта и состоит из 30 пунктов с расстоянием между ними 200 км. Относительная точность измерения длин составляет 1:10000000. Национальная Сельскохозяйственная Кадастровая Сеть покрывает долину и дельту Нила. Она состоит из 112 пунктов со средним расстоянием между ними 50 км и с относительной точностью 1:1000000 [127, 128].

В новых геодезических сетях за высотную систему принята глобальная геопотенциальная модель OSU91, которая позволила переводить эллипсоидальные высоты в ортометрические. В работе Имбаби А.Х. [48] доказано, что точность модели OSU91A в Египте составляет 1,5 м. В Египте используют и другую глобальную модель геоида EGM96, которая позволяет определять аномалии высот (высоту геоида эллипсоидом на территории Египта) с точностью не хуже 0,8м [48, 128].

Анализируя выше представленные работы можно заметить, что особое внимание уделялось определению плановых координат пунктов спутниковыми методами по требованию Американского Федерального Комитета по геодезическому контролю (FGCC). Но, недостаточно внимания было уделено определению ортометрических высот пунктов, вследствие чего при построении новой сети не был использован главный метод определения высот: геометрическое нивелирование. Также, ни в одной из этих работ не была рассмотрена методика проектирования (моделирования) геодезических сетей, планирования спутниковых наблюдений и самое главное – не рассмотрена методика спутниковых определений с оценкой точности взаимного положения пунктов.

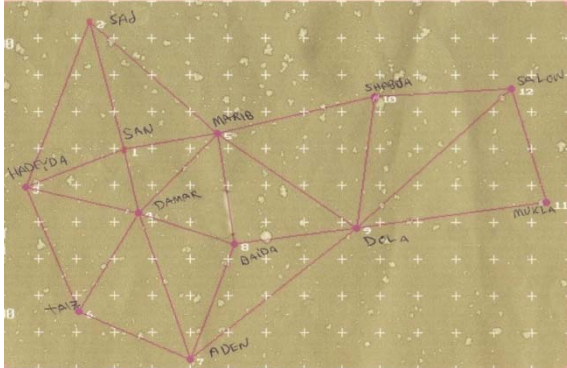
Опыт построения государственной геодезической сети в Йеменской Республике

На территории Йеменской Республики существовали две разные государственные геодезические сети. Они отличны по методам их построения и по точности определения плановых координат, построены на основе разных эллипсоидов, а высоты вычислены относительно разных уравненных поверхностей: одна от среднего уровня Красного моря, а другая от среднего уровня Аденского залива [107].

В настоящее время правительство Йеменской Республики планирует создать на территории страны единую геодезическую сеть с применением высокоточных спутниковых технологий. В работе [108] рассмотрены методы проектирования, моделирования сетей на основе спутниковых наблюдений,

сеть планировалась создать в два этапа: сначала построение высокоточной сети, затем - спутниковой геодезической сети первого класса (рисунок 1.15).

а)



б)

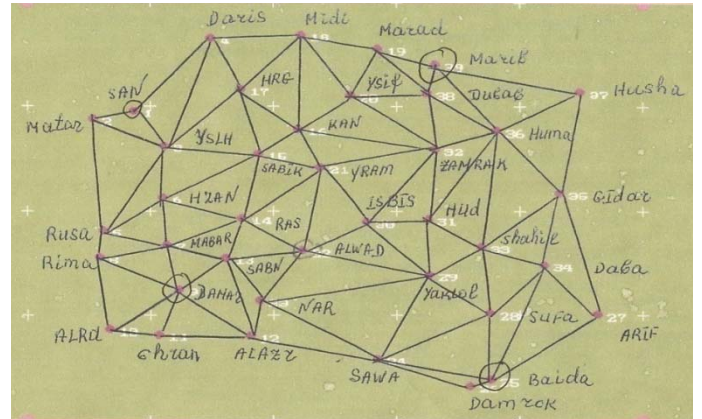


Рисунок 1.15 – Геодезическая сеть Йеменской Республики а) Высокоточная геодезическая сеть; б) спутниковая геодезической сети 1-ого класса

Хайдар Абдулракиб Мохамед в работе [108] представил методику проектирования геодезических сетей. В качестве исходных данных он использовал программу “Google Earth” для эллипсоида WGS-84. Им предложено для спутниковых наблюдений использовать относительный дифференцированный метод.

В работе не рассмотрены практические результаты работы, нет анализа методов спутниковых определений, не приводится методика и планирование наблюдений, а также нет оценки точности координат пунктов после выполнения полевых работ.

Опыт построения государственной геодезической сети в Республике Бенин

В Республике Бенин впервые национальная система координат была создана в 1958 г. Ее координаты были определены на эллипсоиде Кларка 1880 [47, 56], высоты пунктов не определялись.

Сегодня государственная геодезическая сеть Республики Бенин состоит из 169 пунктов, распределенных по всей территории страны, площадь которой составляет 112620 км². Среднее расстояние между пунктами составляет 20 км (рисунок 1.16).

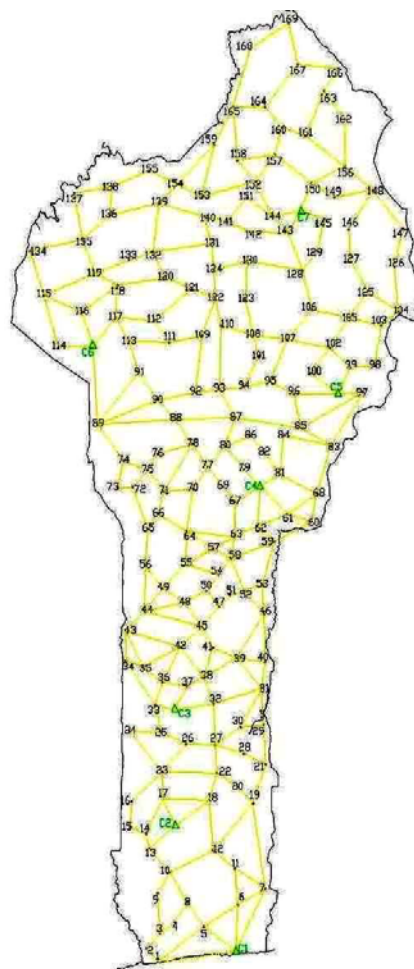


Рисунок 1.16 – Схема расположения геодезических пунктов на территории Республики Бенин

В диссертационной работе Коссугбето Б. К. Патрик (МИИГАиК - Москва-2015) [56] показывает, что проект создания геодезической сети Республики Бенина находится в начальной стадии. Автором было рассмотрено: методика проектирования геодезических сетей на основе использования топографических карт, проведен анализ с априорной оценкой точности геодезических сетей.

Рассмотрена методика построения геодезической сети с использованием ГНСС технологии на основе системы координат WGS-84. Рассмотрены методы преобразования координат с WGS-84 (Datum 58(81)) на универсальную поперечную проекцию Меркатора (UTM), однако без учета высот пунктов. В работе [47] рассмотрен теоретический подход к построению модели поверхности геоида на территорию республики Бенин на основе нивелирной сети.

1.5 Выводы по первой главе

Проведенный анализ традиционных и современных методов построения геодезических сетей показывает тенденцию их развития, направленную на широкое применение спутниковых технологий создания геодезической координатной основы. Анализ опыта использования ГНСС технологий при построении геодезических сетей в Российской Федерации и в некоторые странах низких широт позволяет сделать следующие выводы:

1. Учитывая острую необходимость создания геодезической сети в Саудовской Аравии, накопленный опыт их построения в разных странах, в том числе в Российской Федерации, проработанность многих технических вопросов по созданию спутниковой сети – актуальной задачей является работа по созданию технологии спутниковой геодезической сети для региона Саудовской Аравии.
2. Учитывая опыт создания спутниковых сетей в России, при ее создании в Саудовской Аравии необходимо последовательно выполнить работы по ее проектированию, рекогносцировке, закреплению геодезических пунктов, выполнению измерений и окончательной математической обработке результатов измерений. Для условий Саудовской Аравии фактически каждая позиция связана с проведением специальных исследований.
3. Анализ существующих разработок по созданию геодезических сетей показал необходимость решения вопроса проектирования геодезической сети, которое включает построение прообраза сети на топографических планах масштаба 1:50000 и крупнее, с возможностью вовлечения в проект существующих пунктов геодезической сети, рекогносцировочные работы с целью уточнения положения пунктов на местности, в том числе установления степени сохранности геодезических пунктов, заложенных ранее; планирование высотной основы; проведение математического моделирования с целью предрасчета точности положения пунктов геодезической сети.

4. Для создания новой геодезической сети в Саудовской Аравии с применением спутниковых технологий позиционирования целесообразно использовать российский опыт. Вместе с тем практический и теоретический интерес представляет решение вопроса о возможности уменьшения количества используемых приемников при соблюдении требований по точности. Это особенно важно для малобюджетных организаций. Эти исследования связаны с натурными (полевыми) исследованиями и с разработкой технологии спутниковых измерений.
5. Важным вопросом является обоснование пересчета геодезических координат в плоские для условий низких широт, а также вопрос определения нормальных высот пунктов геодезической сети. Предполагается использование проекции Меркатора. Существенная оптимизация объема работ по созданию высотной основы предполагается в сочетании геометрического нивелирования и спутниковых определений. Решение этих вопросов позволит составить общую методику создания геодезической сети.
6. Успешная практическая реализация разработанной методики создания геодезической сети для условий низких широт применительно к району Саудовской Аравии позволит завершить этапы ее создания и покажет эффективность ее использования и применения.

Последовательное решение перечисленных задач представлено в следующих главах.

Глава II Разработка методики построения геодезической сети для условий низких широт

В соответствии с требованиями нормативных документов [31, 40] проектируемая геодезическая сеть должна соответствовать следующим требованиям:

- Для сетей СГС-1 первого класса, расстояние между смежными пунктами должны быть (5-6 км) для территорий городов и промышленных площадок; (10-20 км) в районах с интенсивной хозяйственной деятельностью; (25-35 км) при средней плотности сети; (40-50 км) в необжитых районах, кроме сейсмически активных [40].
- Средняя квадратическая ошибка определения положения пунктов СГС-1 не должна превышать 1-2 см в районах с сейсмической активностью 7 и более баллов и 2-3 см в остальных регионах страны [31].
- Математическая обработка геодезических измерений, выполняемых при построении и модернизации геодезических сетей, включает полевые вычисления, предварительные вычисления и уравнивание сетей [40].

В соответствии с порядком создания геодезической сети [17, 40, 59, 85, 100, 102] необходимым этапом является ее проектирование с оценкой точности. В настоящее время оценка точности геодезических сетей выполняется с применением компьютерных технологий. Широкое применение в связи с хорошей программируемостью нашел параметрический способ метода наименьших квадратов [65, 66, 67, 68, 71, 72, 83]. В этой связи выбор оптимального варианта геодезической сети при ее проектировании производится путем математического моделирования. Здесь есть существенная разница в методах создания: по традиционному методу (триангуляция и трилатерация) и современному методу на основе спутниковых технологий [2, 8, 19, 20, 41, 42, 64, 65, 69, 70, 96, 98, 111, 145].

Что касается способов оценки точности геодезических сетей, построенных традиционными способами, то результатов достаточно много. Вместе с тем, описаний алгоритмов оценки точности спутниковых определений

практически нет и расчеты, как правило, представляются в готовом виде в программных комплексах, поставляемых вместе с навигационным оборудованием. Надо заметить, что сами расчеты по определению координат пунктов по спутниковому методу достаточно полно представлены в работе [4, 5, 67, 70].

Ниже рассматривается подход для оценки точности проектируемой сети. Автором диссертационной работы совместно с научным руководителем Мустафиным М.Г. [79] выполнен анализ оценки точности проектируемой геодезической сети. При этом были рассмотрены три определяемых пункта, координаты которых рассчитаны по методу триангуляции, а также по результатам кинематики реального времени спутниковых наблюдений (RTK). Для сравнения были рассмотрены три варианта сети: пункты опираются на один, два и три опорных (исходных) пункта (рисунок 2.1) [79].

Сразу отметим, поскольку минимальное количество исходных пунктов, на которых опираются сети, построенные методом триангуляция, должно быть более одного, то схема, представленная на рисунке 1а некорректна. Вместе с тем эта схема намеренно показана с целью сравнения результатов оценки точности сетей, построенных традиционным и спутниковым методами.

Координаты исходных пунктов (А, В, С) и определяемых (1, 2, 3) представлены в таблице 2.1. Дирекционные углы и длины сторон оцениваемой сети приведены в таблице 2.2.

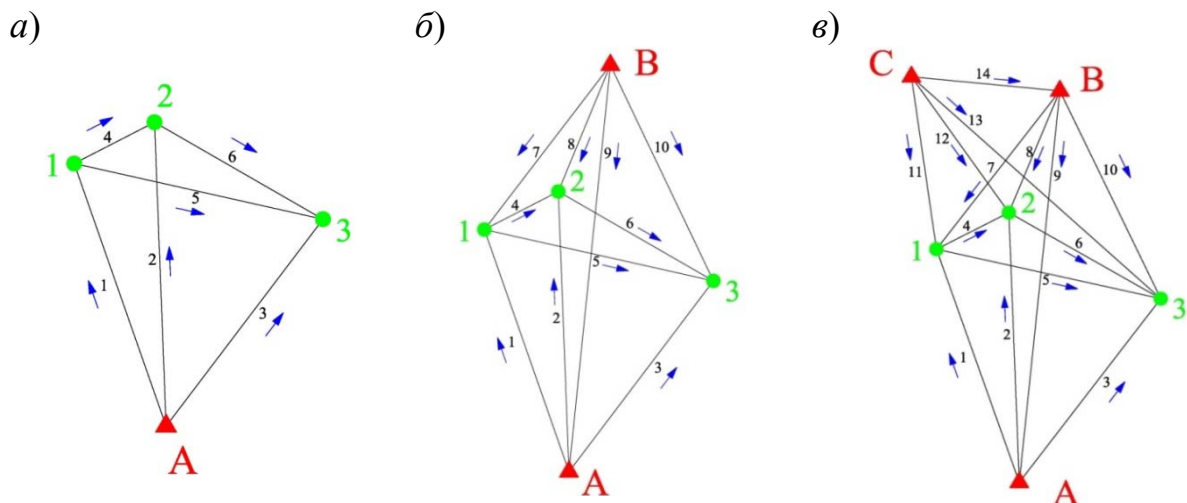


Рисунок 2.1 – Модели построения геодезических сетей. а) – сеть, опирающаяся на один опорный пункт, б) – на два опорных пункта, в) – на три пункта

Таблица 2.1 – Координаты исходных и определяемых пунктов оцениваемой сети

#	X, м	Y, м
A	186340,237	116137,221
B	187571,339	128270,883
C	183067,008	128709,672
1	183822,352	123364,623
2	186026,415	124496,854
3	190637,654	121830,789

Таблица 2.2 – Дирекционные углы и длины сторон оцениваемой сети

Сторона	Сеть (рис. 2.1 а)		Сеть (рис. 2.1 б)		Сеть (рис. 2.1 в)	
	Длина, м	α°	Длина, м	α°	Длина, м	α°
A-1	7653,436	340,79267°	7653,436	340,79267°	7653,436	340,79267°
A-2	8365,521	357,85012°	8365,521	357,85012°	8365,521	357,85012°
A-3	7133,338	37,04494°	7133,338	37,04494°	7133,338	37,04494°
1-2	2477,870	62,81036°	2477,870	62,81036°	2477,870	62,81036°
1-3	6985,770	102,68351°	6985,770	102,68351°	6985,770	102,68351°
2-3	5326,484	120,03507°	5326,484	120,03507°	5326,484	120,03507°
B-1			6174,649	217,38428°	6174,649	217,38428°
B-2			4078,000	202,26207°	4078,000	202,26207°
B-A			12195,957	185,79350°	12195,957	185,79350°
B-3			7132,818	154,53953°	7132,818	154,53953°
C-1					5398,156	171,95642°
C-2					5148,391	144,91285°
C-3					10229,062	132,25909°
C-B					4525,653	95,56391°

2.1 Моделирование и оценка точности геодезической сети

Для оценки точности плановых координат геодезической сети, построенной методом триангуляции, по методу наименьших квадратов вычисляем матрицу весовых коэффициентов определяемых пунктов [11, 23, 42, 56, 60, 61, 79, 117]:

$$Q = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \quad (2.1)$$

Где, A – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок, P – матрица весов результатов измерений.

В работах [42, 79] продемонстрированы схемы порядка выполнения оценки точности плановых координат пунктов геодезических сетей параметрическим способом. Схема оценки точности пунктов представлена на

рисунке 2.2.

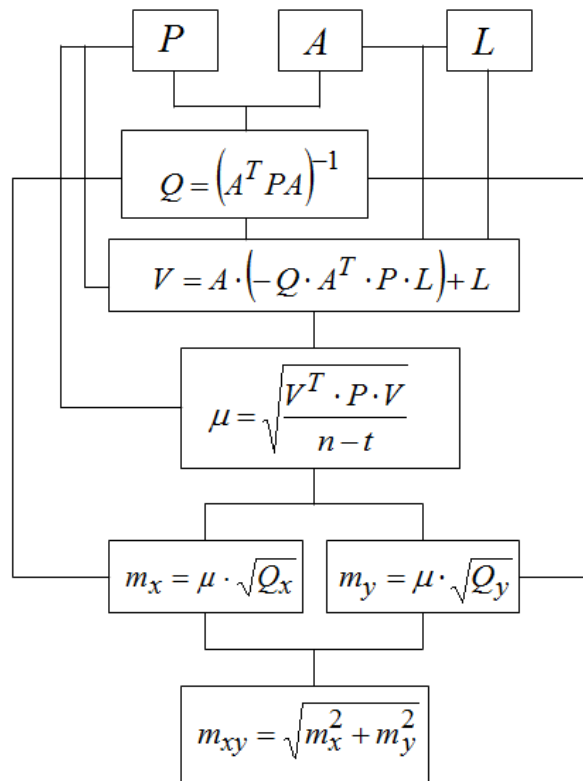


Рисунок 2.2 – Схема проведения оценки точности пунктов по способу триангуляции

Элементы матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок, вычисляются по формулам [1, 42, 79]:

Для угловых измерений:

$$\begin{aligned}
 Ax_i &= \rho \cdot \frac{\sin \alpha_{ij}}{S_{ij}}; \quad Ay_i = -\rho \cdot \frac{\cos \alpha_{ij}}{S_{ij}}; \\
 Ax_j &= -\rho \cdot \frac{\sin \alpha_{ij}}{S_{ij}}; \quad Ay_j = \rho \cdot \frac{\cos \alpha_{ij}}{S_{ij}}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Для линейных измерений:

$$\begin{aligned}
 Ax_i &= -\cos \alpha_{ij}; \quad Ay_i = -\sin \alpha_{ij} \\
 Ax_j &= \cos \alpha_{ij}; \quad Ay_j = \sin \alpha_{ij}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Где, i, j – индексы, соответствующие номерам пунктов;

α_{ij} и S_{ij} – дирекционный угол и длина линии;

ρ – количество секунд в радиане, равно 206265.

Коэффициенты угловых и линейных измерений весовой матрицы P вычисляются по формулам [1, 42, 79]:

$$P_{\beta_i} = \frac{\mu_0^2}{m_\beta^2} = 1; P_{S_i} = \frac{\mu_0^2}{m_{S_i}^2} \quad (2.4)$$

где, μ_0 – априорная средняя квадратическая ошибка (СКО) единицы веса равна 1; m_β – СКО измеренного угла, на стадии проектирования, принимаем, что $\mu_0 = m_\beta$; m_{S_i} – СКО измеренных расстояний (S) зависят от паспортной точности приборов.

По приближенным координатам определяем дирекционные углы и расстояния, разности между истинным и приближенным значением дирекционных углов (l_{α_i}) и расстояний (l_{S_i}), которые являются коэффициентам матрицы вектора свободных членов L .

Вычисляем СКО положения произвольного пункта в сети относительно исходного пункта [1, 42, 56, 79]:

$$m_{xy} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} \quad (2.5)$$

Где, $m_x = \mu \cdot \sqrt{Q_x}$, $m_y = \mu \cdot \sqrt{Q_y}$, где, Q_x и Q_y – соответствующие диагональные элементы матрицы весовых коэффициентов определяемых пунктов.

m_x и m_y – СКО координат пунктов.

μ – апостериорная СКО единица веса, определяемая из выражения [1, 42, 79]:

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T \cdot P \cdot V}{n-t}} \quad (2.6)$$

$$V = A \cdot (-Q \cdot A^T \cdot P \cdot L) + L \quad (2.7)$$

где V – поправки к вычисленным значениям;

n – число всего измерений;

t – число необходимых измерений.

Таким образом, были вычислены СКО положения пунктов геодезической сети [79] (рисунок 2.1.а), опирающейся на один опорный пункт (таблица 2.3).

Таблица 2.3 – СКО положения пунктов относительно одного исходного пункта

Номер пункта	m_x , см	m_y , см	m_{xy} , см
1	144,0	50,2	152,5
2	166,5	6,4	166,6
3	113,4	85,6	142,1

Видно, что точность определения положения пунктов, когда сеть опирается только на один исходный пункт, невысокая и ошибки достигают метра и более. Этот известный результат возникает вследствие нестабильности системы, опирающейся на один исходный пункт.

Аналогично выполнен анализа точности геодезических сетей (рисунок 2.1.б и рисунок 2.1.в) и вычислены средние квадратические ошибки пунктов в сети относительно двух и трех исходных пунктов [17, 59].

СКО положения пунктов в сети (рисунок 2.1.б) относительно двух исходных пунктов представлены в таблице 2.4

Таблица 2.4 – СКО координат и положения пунктов относительно двух исходных пунктов

Номер пункта	m_x , см	m_y , см	m_{xy} , см
1	1,2	1,0	1,5
2	1,3	0,7	1,5
3	1,3	1,0	1,6

СКО положения произвольных пунктов в сети (рисунок 2.1.в) относительно трех исходных пунктов представлены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – СКО координат и положения пунктов относительно трех исходных пунктов

Номер пункта	m_x , см	m_y , см	m_{xy} , см
1	0,8	0,6	1,0
2	0,8	0,5	0,9
3	0,9	0,8	1,2

По результатам анализа точности трех вариантов геодезических сетей построен график (рисунок 2.3) [79].

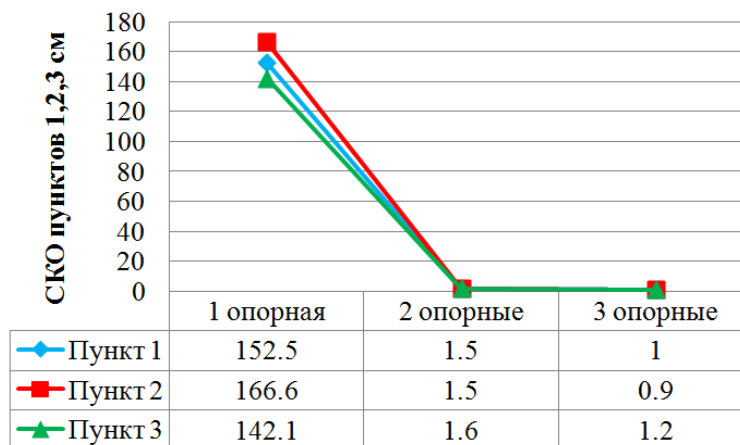


Рисунок 2.3 – График зависимости СКО пунктов, опирающихся на один, два и три исходных пункта (метод триангуляции)

Графики показывают, что точность определения положения пунктов (1, 2 и 3) выше в сетях, опирающихся на два и три исходных пункта. При этом разница между случаями, когда опорными являются одна и три точки значительна. Здесь надо заметить, что точность зависит также и от числа избыточных измерений. В тоже время разница между вариантами, когда сеть опирается на 2 и 3 точки невелика и отличается долями сантиметра [79].

Приведенный пример показан для дальнейшего принятия способа оценки точности для спутниковых сетей.

2.2 Моделирование и оценка точности построения геодезических сетей с использованием спутниковых определений

В работах автора [79], а также других авторов [41] показано, что оценка точности определяемых пунктов геодезических сетей относительно опорных пунктов, может быть выполнена по аналогии алгоритму, показанному выше. Принципиально спутниковые определения отличаются тем, что измерения выполняются по способу обратной пространственной засечки. При этом, в конечном счете, по координатам точек определяются длины всех сторон геодезической сети. Учитывая это, можно спутниковые определения соотносить с длинами сторон сети. Последние вычисляются по измеренным приращениям координат, поэтому представляют собой видоизмененные результаты измерений. Таким образом, по ним можно оценивать точность сети. При этом, как продемонстрировано выше, моделировалась сеть, опирающаяся на один два и три исходных пункта. Отличие настоящего алгоритма от представленного выше (сеть триангуляции) состоит в том, что матрица A (конфигурационная матрица коэффициентов параметрических уравнений) формируется по направляющим коэффициентам измеренных векторов (длин сторон) определяемых пунктов. Ее коэффициенты имеют значения 0, 1 или -1 в зависимости от направлений векторов (сторон) сети [79, 41]. Схема проведения оценки точности пунктов по спутниковым измерениям представлена на рисунке 2.4.

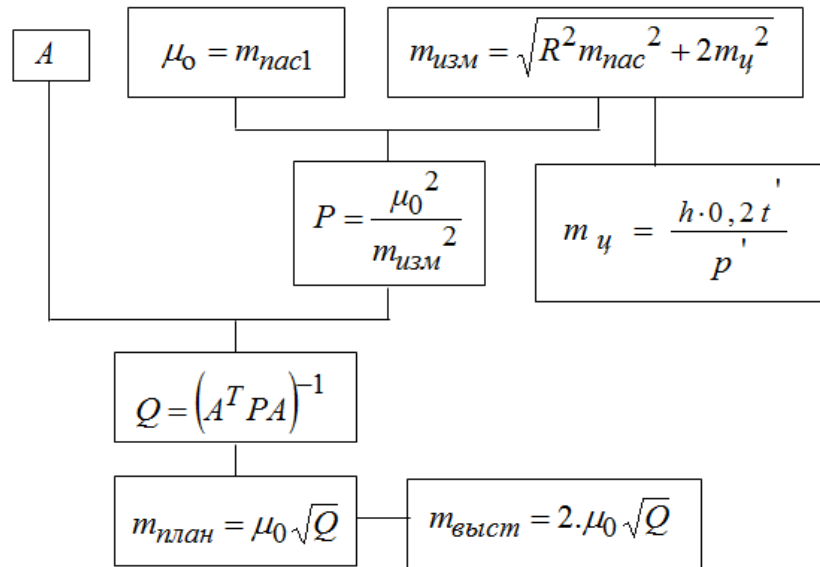


Рисунок 2.4 – Схема проведения оценки точности пунктов по спутниковым измерениям

Диагональные коэффициенты весовой матрицы P рассчитываются по формуле [79]:

$$P_i = \frac{\mu_0^2}{m_{i_{изм}}^2} \quad (2.8)$$

где μ_0 – ошибка единицы веса, в качестве которой может быть принята ошибка измерения в плане вектора длиной 1 км; $m_{i_{изм}}$ – СКО измерения вектора в плане, вычисляется по формуле [79]:

$$m_{i_{изм}} = \sqrt{R^2 \cdot m_{i_{нас}}^2 + 2 \cdot m_{i_{ц}}^2} \quad (2.9)$$

где $m_{i_{нас}}$ – паспортная точность спутниковых измерений векторов в плане, $m_{i_{ц}}$ – ошибка центрирования антенны приемников (база и ровер) на штативах, R – коэффициент радиовидимости. Для рассматриваемого случая имеем [79]:

$$m_{i_{ц}} = \frac{h \cdot 0,2 \cdot \tau'}{\rho'} \quad (2.10)$$

где h – высота установки инструмента; τ – цена деления круглого уровня оптического центрира, $\tau = 0,8'$; $\rho = 3438'$.

Если пункты геодезической сети расположены на открытых местностях, то коэффициент радиовидимости $R = 1$, в противном случае $R = 2$ [79].

Вычисление квадратной, симметричной относительно главной диагонали, матрицы обратных весовых коэффициентов Q выполняется по формуле [23,

79]:

$$Q = N^{-1} = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \quad (2.11)$$

Определяем средние квадратические ошибки определения пунктов сети в плане (горизонтальной плоскости) $m_{i\text{план}}$:

$$m_{i\text{план}} = \mu_0 \sqrt{Q_{i,i}} \quad (2.12)$$

где μ_0 – ошибка единицы веса; $Q_{i,i}$ – элемент i -го пункта главной диагонали матрицы обратных весовых коэффициентов.

Опыт использования спутниковых определений координат показал, что точность высотного положения пунктов в 1,5-2 раза ниже точности планового положения. СКП спутниковых определений пунктов по высоте вычисляются по формуле [23, 79, 93]:

$$m_{i\text{высота}} = 2 \cdot m_{i\text{план}} = 2 \cdot \mu_0 \sqrt{Q_{i,i}} \quad (2.13)$$

Расчет точности взаимного положения пунктов i и k выполняется по формуле [41]:

$$m_{ik\text{вз.полож.}} = \mu_0 \sqrt{Q_{i,i} - 2 \cdot Q_{i,k} + Q_{k,k}} \quad (2.14)$$

где μ_0 – ошибка единицы веса; $Q_{i,i}$, $Q_{i,k}$, $Q_{k,k}$ – элементы матрицы обратных весовых коэффициентов.

Результаты вычисления СКО спутниковых определений положения пунктов относительно одного исходного пункта (рисунок 2.1.а) представлены в таблице 2.6 [79].

Таблица 2.6 – СКП спутниковые определения положения пунктов относительно одного исходного пункта

Номер пункта	СКО в плане, мм	СКО по высоте, мм
1	18	36
2	18	36
3	19	38

Аналогично, выполнен анализа точности пунктов геодезической сети (рисунок 2.1.б и рисунок 2.1.в) и вычислена средняя квадратическая погрешность пунктов относительно нескольких исходных пунктов.

СКП спутниковые положения произвольных пунктов в сети (рисунок 2.1.б) относительно двух исходных пунктов представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7 – СКП спутниковые определения положения пунктов относительно двух исходных пунктов

Номер пункта	СКО в плане, мм	СКО по высоте, мм
1	12	24
2	11	22
3	14	28

СКП спутниковые положения произвольных пунктов в сети (рисунок 2.1.в) относительно трех исходных пунктов представлены в таблице 2.8.

Таблица 2.8 – СКО спутниковые определения положения пунктов относительно трех исходных пунктов

Номер пункта	СКО в плане, мм	СКО по высоте, мм
1	10	20
2	9	18
3	12	24

По результатам анализа точности трех вариантов геодезических сетей, опирающихся на один, два и три исходных пункта (рисунок 2.1), построен график анализа моделирования этих трех сетей, который показан на рисунке 2.5 [79].



Рисунок 2.5 – График изменчивости СКО координат сетей, опирающихся на один, два и три исходных пункта

Как видно из рассмотрения рисунка 2.5, точность определения положения пунктов 1, 2 и 3 в спутниковых сетях существенно выше, чем в сети, построенной по способу триангуляции. Зависимость повышения точности от

количества опорных точек соблюдается, но имеет не столь выраженный характер. По результатам приведенных выкладок можно рекомендовать при создании геодезических сетей ориентироваться как на количество опорных точек (базовых станций), так и на способ создания геодезической сети (наземный или по технологии ГНСС).

2.3 Обоснование выбора систем плоских прямоугольных координат в низких широтах и методы их преобразования

При выполнении инженерно-технических работ, как правило, используют прямоугольную плоскую систему координат. В настоящее время в связи с бурным внедрением в практику геодезических работ спутниковых определений удобно и эффективно ее применение путем перевычисления геодезических координат.

При выборе системы плоских координат автор опирался на положения нормативных документов [31, 32, 35], инструкций [33, 36, 50, 92] и анализа опыта определения плоских координат в России [4, 14, 18, 22, 27, 29, 37, 45, 54, 55, 75, 86, 95, 103] и в странах низких широт [48, 52, 56, 78, 82, 107, 124, 129, 131, 132, 143]. Следует заметить, что в России используется геоцентрическая система координат ГСК-2011 и плоская прямоугольная система координат в проекции Гаусса-Крюгера. В странах низких широт используют различные системы.

В работе [78] автор (Мустафа А.А.) рекомендует применение проекции Гаусса-Крюгера для определения плановых координат в Ливане. А в других странах [48, 52, 56, 82, 107, 124, 129, 131, 132, 143] приняли или рекомендовали к использованию мировую систему геодезических координат (WGS-84), а в качестве плоской прямоугольной системы координат – систему координат в поперечной проекции Меркатора (UTM).

В связи с этим представляется важным решение вопроса: какую из двух проекций Гаусса-Крюгера или Меркатора необходимо применять при преобразовании геодезических координат в плоские прямоугольные с учетом расположения геодезической сети в низких или высоких широтах.

В работе автора диссертационной работы [115] приведено обоснование выбора системы плоских прямоугольных координат для низких широт.

Кратко отметим отличия систем плоских прямоугольных координат в проекциях Гаусса-Крюгера и Меркатора. В проекции Гаусса-Крюгера система координат имеет ось X , направленную на север и размещается по осевому меридиану зоны, и ось Y , изображает экватор и направлена на восток. В проекции Меркатора ось X изображает экватор и направлена на восток, а ось Y - на север по осевому меридиану [14, 39]. В обеих проекциях, земная поверхность делится на трех- и шестиградусные зоны [14, 75]. В проекции Гаусса-Крюгера зоны нумеруются с запада на восток от начального – Гринвичского меридиана (0°). В проекции Меркатора, первая зона та, осевой меридиан которой имеет долготу 183° [35, 39]. Также проекция Меркатора является уменьшенной проекцией Гаусса-Крюгера в соотношении $K_0 = 0,9996$ (рисунок 2.6) [115].

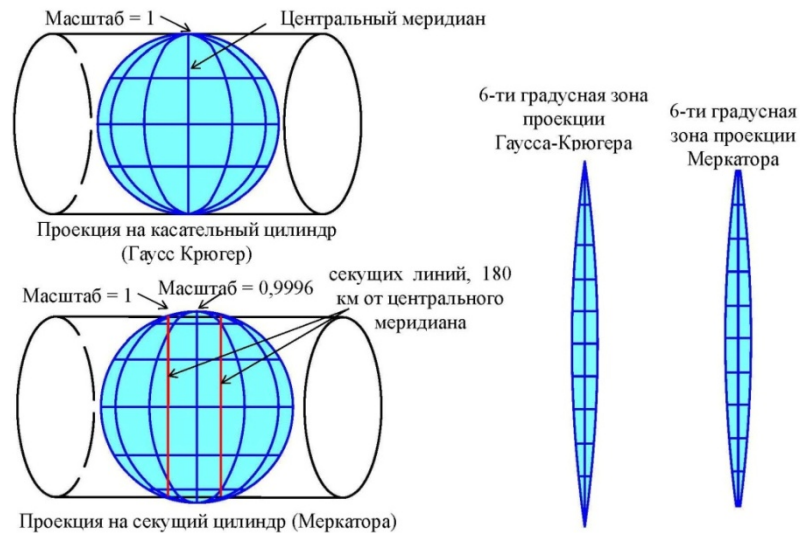


Рисунок 2.6 – Поперечные цилиндрические проекции Гаусса-Крюгера и Меркатора

Каждая из этих двух проекций имеет преимущества и недостатки. Основными критериями при использовании картографических проекций являются величина искажений и абсолютная линейная деформация.

В работе [115] определены искажения длин μ в двух проекциях Гаусса-Крюгера и Меркатора, вычисленные по формуле:

$$\mu_{UTM} = K_0 \cdot \mu_{ГК} \quad (2.15)$$

$$\mu_{ГК} = 1 + 0,5 \cdot l^2 \cdot (\cos B)^2 \cdot (1 + e_{ГК}^2 \cdot (\cos B)^2), \quad (2.16)$$

где $e_{ГК}$ – эксцентриситет эллипсоида для проекции Гаусса-Крюгера, B – широта, l – разность по долготе от осевого меридиана в каждой зоне.

Также в работе [115] было определено μ в проекциях Гаусса-Крюгера и Меркатора, результаты представлены в таблице 2.9.

Таблица 2.9 – Искажения длин в проекциях Гаусса-Крюгера и Меркатора

l°	00°	01°	02°	03°	00°	01°	02°	03°
B°	Проекция Гаусса-Крюгера (μ)				Проекция Меркатора (μ)			
00°	1,00000	1,00015	1,00061	1,00138	0,99960	0,99975	1,00021	1,00098
10°	1,00000	1,00015	1,00059	1,00134	0,99960	0,99975	1,00019	1,00094
20°	1,00000	1,00014	1,00054	1,00122	0,99960	0,99974	1,00014	1,00082
30°	1,00000	1,00011	1,00046	1,00103	0,99960	0,99971	1,00006	1,00063
40°	1,00000	1,00009	1,00036	1,00081	0,99960	0,99969	0,99996	1,00041
50°	1,00000	1,00006	1,00025	1,00057	0,99960	0,99966	0,99985	1,00017
60°	1,00000	1,00004	1,00015	1,00034	0,99960	0,99964	0,99975	0,99994
70°	1,00000	1,00002	1,00007	1,00016	0,99960	0,99962	0,99967	0,99976
80°	1,00000	1,00000	1,00002	1,00004	0,99960	0,99960	0,99962	0,99964
90°	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,99960	0,99960	0,99960	0,99960

Из таблицы 2.9 можно увидеть, что проекция UTM уменьшает искажения в низких широтах на максимальную величину искажений 0,001. В точке, имеющей координаты ($B = 0^0$ и $l = 3^0$), искажение в проекции Меркатора меньше на 0,0004, чем в проекции Гаусса-Крюгера и нет искажений на двух секущих линиях (± 180 км от осевого меридиана) [115]. Поскольку искажение за пределами секущих линий положительное - это является удобным при составлении карт для многих стран и регионов, расположенных в низких широтах.

Автором работы [115] была вычислена абсолютная линейная деформация D в каждой проекции: Гаусса-Крюгера и Меркатора по формулам:

$$D_{ГК} = \frac{L^2}{2 \cdot R^2} + \frac{L^4}{24 \cdot R^4}, [км/км] \quad (2.17)$$

$$D_{UTM} = K_0 \cdot (D_{ГК} + 1) - 1, [км/км] \quad (2.18)$$

L – расстояние между определяемой точкой и осевым меридианом, R – средняя величина радиуса Земли, K_0 – масштабный коэффициент на осевом меридиане.

По результатам вычислений была построена сравнительная диаграмма между проекциями Гаусса-Крюгера и Меркатора (рисунок 2.7).

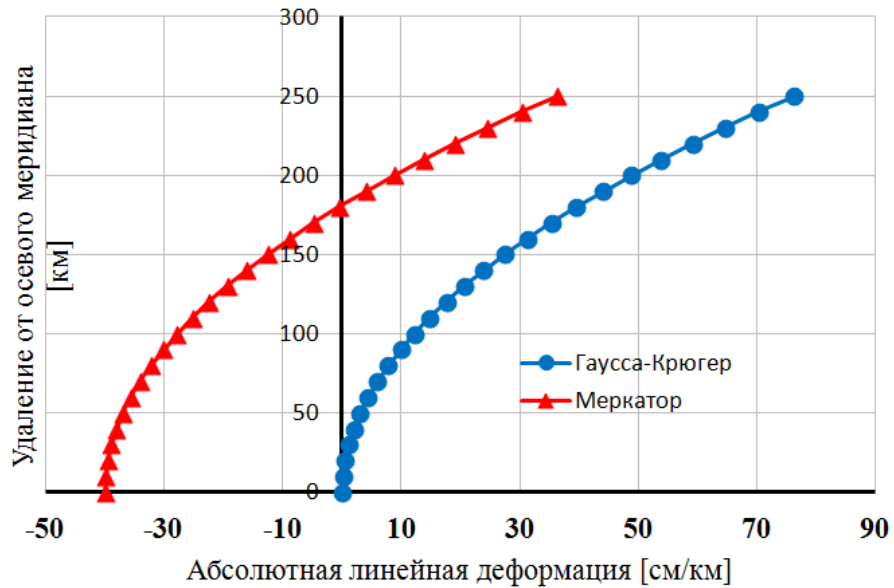


Рисунок 2.7 – Графики абсолютной линейной деформации в проекциях Гаусса-Крюгера и Меркатора

Графики на рисунке 2.7 показывают, что относительные линейные деформации в проекции Гаусса-Крюгера только положительные, а в проекции Меркатора они имеют положительные и отрицательные значения. При этом не превышают по модулю 40 см/км и более равномерно распределены по всей территории [115].

Исходя из выполненных анализов автором диссертационной работы [115] сделан вывод, что проекция Меркатора имеет меньшие искажения в низких широтах и они более равномерно распределены по зоне. Поэтому преобразование геодезических координат, полученных по спутниковой технологии, в плоские прямоугольные в низких широтах лучше выполнять на проекцию Меркатора.

Рассмотрим выкладки по преобразованию координат и связанные с этим некоторые важные нюансы.

После определения геодезических эллипсоидальных координат (B, L) с использованием глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), требуется вычислить плоские прямоугольные координаты (x, y) пунктов в

проекция Меркатора на эллипсоиде WGS-84 [9, 12, 14, 125].

В работах [9, 23, 76, 103, 125, 134] представлены формулы для преобразования геодезические координат в плоские прямоугольные.

Покажем детально этапы вычисления координат традиционным методом преобразования координат [9, 134, 136] с применением проекции Меркатора на эллипсоиде WGS-84:

Примечание: геодезические эллипсоидальные координаты (B, L), в последующих формулах вводятся в радианах (где, количество градусов в радиане равно 57,295779513°).

1- Вычисление номера зоны n по долготе рассматриваемой точки:

$$n = \text{ОТБР}\left(\frac{L + L_{30}}{6}\right) \quad (2.19)$$

где ОТБР – функция для отбрасывания дробной части числа;

L – долгота определяемой точки;

L_{30} – долгота западной границы нулевой зоны для проекции Меркатора, равна 186°.

2- Вычисляем долготы осевого меридиана L_0 данной зоны n , и затем разность долгот l в этой точке.

$$L_0 = 6 \cdot n - 183^\circ \quad (2.20)$$

$$l = L - L_0, \quad (2.21)$$

3- Вычисление эксцентриситета эллипсоида WGS-84.

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad (2.22)$$

где a – большая полуось эллипсоида WGS-84, равна 6378137 м.

где b – малая полуось эллипсоида WGS-84, равна 6356752.3142 м.

4- Вычисление радиуса кривизны первого вертикала.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot (\sin B)^2}}, \quad (2.23)$$

где B – широта определяемой точки.

5- Вычисление длины дуги осевого меридиана X от Гринвича до меридиана с широтой данной точки.

$$X = a \cdot [G_0 \cdot B - G_1 \cdot \sin(2B) + G_2 \cdot \sin(4B) - G_3 \cdot \sin(6B)] \quad (2.24)$$

где, G_0, G_1, G_2, G_3 – коэффициенты, определяемые по формулам:

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 \\ G_1 &= \frac{3}{8}e^2 + \frac{3}{32}e^4 + \frac{45}{1024}e^6 \\ G_2 &= \frac{15}{256}e^4 + \frac{45}{1024}e^6 \\ G_3 &= \frac{35}{3072}e^6 \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

6- Вычисление плоских прямоугольных координат (x, y) в проекции Меркатора.

$$x = F_e + A \cdot N \cdot K_0 \cdot \left[\begin{aligned} &1 + \frac{A^2}{6} \cdot (1 - T - C) + \\ &\frac{A^4}{120} \cdot \left(5 - 18 \cdot T + T^2 + 72 \cdot C - 58 \cdot \left(\frac{e^2}{1 - e^2} \right) \right) \end{aligned} \right] \quad (2.26)$$

$$y = K_0 \cdot \left[X + \frac{l^2 \cdot N \cdot \cos B \cdot \sin B}{2} \cdot \left[\begin{aligned} &1 + \frac{A^2}{12} \cdot (5 - T + 9 \cdot C + 4 \cdot C^2) + \\ &\frac{A^4}{360} \cdot \left(61 - 58 \cdot T + T^2 - 330 \cdot \left(\frac{e^2}{1 - e^2} \right) \right) \end{aligned} \right] \right] \quad (2.27)$$

где, F_e – восточное смещение равно 500000 м;

K_0 – масштабный коэффициент в начале координат проекции, равен 0,9996;

Коэффициенты A, C, T вычисляются по формулам:

$$\left[\begin{aligned} A &= l \cdot \cos B \\ C &= \frac{e^2 \cdot (\cos B)^2}{1 - e^2} \\ T &= (\operatorname{tg} B)^2 \end{aligned} \right] \quad (2.28)$$

Для обратного перехода от плоских прямоугольных координат (x, y) к геодезическим координатам (B, L) , нужно знать номер зоны определяемой

точки и затем вычислить геодезическую долготу во вспомогательном меридиане L_y .

$$L_y = \left[\begin{array}{l} \mu + \left(\frac{3}{2} \cdot e' - \frac{27}{32} \cdot e'^3 \right) \cdot \sin 2\mu + \left(\frac{21}{16} \cdot e'^2 - \frac{55}{32} \cdot e'^4 \right) \cdot \sin 4\mu + \\ \frac{151}{96} \cdot e'^3 \cdot \sin 6\mu + \frac{1097}{512} \cdot e'^4 \cdot \sin 8\mu \end{array} \right], \quad (2.29)$$

где e' – второй эксцентриситет эллипсоида WGS-84;

$$e' = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}} \quad (2.30)$$

$$\mu = \frac{y}{k_0 \cdot a \cdot \left(1 - \frac{1}{4} e^2 - \frac{3}{64} e^4 - \frac{5}{256} e^6 \right)} \quad (2.31)$$

Геодезическую долготу вычисляем по формуле:

$$L = L_y - \left[\begin{array}{l} \frac{N \cdot D^2 \cdot \tan L_y}{2 \cdot P} - \left(5 + 3 \cdot (\tan L_y)^2 + 10 \cdot C - 4 \cdot C^2 - 9 \frac{e^2}{1 - e^2} \right) \cdot \frac{D^4}{24} + \\ \left(61 + 90 \cdot (\tan L_y)^2 + 298 \cdot C + 45 \cdot (\tan L_y)^4 - 252 \frac{e^2}{1 - e^2} - 3 \cdot C^2 \right) \cdot \frac{D^6}{720} \end{array} \right] \quad (2.32)$$

где коэффициенты C, D, N, P вычисляются по формулам:

$$\left[\begin{array}{l} C = \frac{e^2 \cdot (\cos L_y)^2}{1 - e^2} \\ N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 (\sin L_y)^2}} \\ D = \frac{x - Fe}{N \cdot k_0} \\ P = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot (\sin L_y)^2)^{1,5}} \end{array} \right] \quad (2.33)$$

Вычисление геодезической широты осевого меридиана B_0 выполняется по формуле (2.20).

Определяем геодезическую широту:

$$B = B_0 + \frac{\left[D - \frac{D^3 \cdot (1 + 2 \cdot (\tan L_y)^2 + C)}{6} + \left(5 - 2 \cdot C + 28 \cdot (\tan L_y)^2 - 3 \cdot C^2 + 8 \left(\frac{e^2}{1 - e^2} \right) + 24 \cdot (\tan L_y)^4 \right) \cdot \frac{D^5}{120} \right]}{\cos L_y} \quad (2.34)$$

Для удобства преобразования большого количества геодезических эллипсоидальных координат (В, L) в плоские прямоугольные координаты (х, у) и обратно, автором диссертационной работы разработана программа преобразования координат в программном продукте Microsoft Excel. Пример программы показан на рисунке 2.8 (приложение-1).

Преобразование геодезических координат в плоские прямоугольные				Преобразование плоских координат в геодезические			
Проекция Меркатора (Эллипсоид WGS-84)				Проекция Меркатора (Эллипсоид WGS-84)			
Геодезические координаты				Плоские прямоугольные координаты			
№ зона	В =	24° 00'	20,86710''	№ зона	х =	433482,419 м	
37	L =	38° 20'	45,58069''	37	у =	2655022,733 м	
Плоские прямоугольные координаты				Геодезические координаты			
х =	433482,419 м			В =	24° 00'	20,86710''	
у =	2655022,733 м			L =	38° 20'	45,58069''	

Рисунок 2.8 – Схема преобразования геодезических координат (В, L) в плоские прямоугольные координаты (х, у) и обратно в проекции Меркатора (эллипсоид WGS-84)

В России авторы работы [12, 14] предложили новые, более удобные формулы преобразования геодезических координат в плоские прямоугольные на проекцию Гаусса-Крюгера для эллипсоида Красовского. Для перевода координат на проекцию Меркатора (эллипсоид WGS-84) с применением этого алгоритма [12, 14] автором диссертационной работы предложен модифицированный алгоритм для условий низких широт. Эти изменения отчетливо представлены в таблице 2.10, где приведены формулы обоих преобразований.

Таблица 2.10 – Формулы преобразований координат

Алгоритм преобразования координат в проекции Гаусса-Крюгера (эллипсоид Красовского), представленный в работах [12, 14]	Модифицированный алгоритм для преобразования координат на проекцию Меркатора (эллипсоид WGS-84)
$x = X + \Delta x$	$x = Fe + \frac{k_0 \cdot N}{\sqrt{V}} \cdot \text{arth}(\sqrt{V} \cdot \cos B \cdot \sin l)$
$y = \frac{N}{\sqrt{V}} \cdot \text{arth}(\sqrt{V} \cdot \cos B \cdot \sin l)$	$y = Y + \Delta y$
$X = \frac{R\varepsilon \cdot q}{\rho} \arctg \left[\frac{R\varepsilon \cdot \sqrt{1-e^2}}{a} \cos \left(\frac{\cos B}{6} \right) \text{tg} B \right]$	$Y = \frac{R\varepsilon \cdot k_0}{\rho} \arctg \left[\frac{R\varepsilon \cdot \sqrt{1-e^2}}{a} \cos \left(\frac{\cos B}{6} \right) \text{tg} B \right]$
$\Delta x = \frac{N}{\rho} \cdot \left[\arctg \left(\frac{\text{tg} B}{\cos l} \right) - B \right] \cdot t$	$\Delta y = \frac{N}{\rho} \cdot \left[\arctg \left(\frac{\text{tg} B}{\cos l} \right) - B \right] / t$
$R\varepsilon = \frac{3}{4}(a+b) - \frac{1}{2}\sqrt{a \cdot b}$	$R\varepsilon = \frac{3}{4}(a+b) - \frac{1}{2}\sqrt{a \cdot b}$
$q = \cos(0,003 \cdot \sin 2B)$	$q = \cos(0,003 \cdot \sin 2B)$
$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2(\sin B)^2}}$	$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2(\sin B)^2}}$
$t = 1 + 0,000014 \cdot (\cos B)^4$	$t = 1 + 0,0006 \cdot (\cos B)^4$
$V = \sqrt{1 + \left(\frac{e^2}{1-e^2} \right) \cdot (\cos B)^2}$	$V = \sqrt{1 + \left(\frac{e^2}{1-e^2} \right) \cdot (\cos B)^2}$

2.4 Выводы по второй главе

Решены важные вопросы, необходимые при создании геодезических сетей. Основными выводами, которые вытекают из этой главы, являются:

1. Разработана методика и проведен на тестовых примерах анализ точности геодезической сети. Предлагается рассматривать спутниковые определения в виде связанных с ними длин сторон сети, вычисленных по измеренным приращениям координат. Это в принципе правомерно, так как измерения выполняются в единой геометрической системе. Поэтому можно рассматривать любые элементы этой системы и анализировать. Конечно,

этот подход не позволяет анализировать все элементы и процесс спутниковых определений, но для оценки проектных решений вполне может применяться. Такой подход представляется важным, так как он обеспечивает выполнение нормативной стадии проектирования, предусматривающей предварительный анализ для построения оптимальной сети с хорошей геометрией и удобной для дальнейшего сгущения.

2. На основе моделирования трех разных схем геодезических сетей и оценки точности трех определяемых пунктов, опирающихся на один, два и три исходных пункта с применением параметрического способа метода наименьших квадратов проанализированы геодезические сети, построенные методом триангуляции и по спутниковой технологии. Результат анализа показал, что применение ГНСС технологии может обеспечить точность, требуемую для построения геодезической сети в Саудовской Аравии. При этом есть вопрос о выборе и разработке технологии спутниковых определений, а также количества опорных точек.
3. Обоснован выбор системы плоских координат в низких широтах. Выполнен сравнительный анализ между проекциями Гаусса-Крюгера и Меркатора. Вычислены величины искажений и относительные линейные деформации в каждой из этих проекций. Также, представлены методы и алгоритмы преобразования геодезических координат в плоские прямоугольные и обратно.
4. По результатам исследований, представленных в настоящей главе, были сформулированы два научных положения: 1) предварительную оценку геодезической сети при ее проектировании можно выполнять по предлагаемому алгоритму, включающему математическое моделирование по методу наименьших квадратов с имитацией спутниковых измерений длин сторон; 2) в условиях низких широт эффективно применение плоской проекции Меркатора, позволяющей уменьшение искажений по сравнению с проекцией Гаусса-Крюгера и, одновременно, за счет автоматизации алгоритма, рассматривать координаты искомых пунктов в обеих проекциях.

Глава III Разработка технологии спутниковых наблюдений

3.1 Проектирование планово-высотной сети и ее сгущения

В соответствии с инструкциями по созданию и построению государственных геодезических сетей [31, 32, 33, 35, 36, 50], сети строят исходя из принципа от общего к частному. Сначала создается сеть с высокой точностью, затем, эту сеть сгущают с меньшими расстояниями между пунктами. Такой принцип построения сетей, позволяет обеспечить территорию нужными количествами пунктами для выполнения топографических съемок и обеспечения различных инженерных работ.

Как было указано в (разделе 1.4, глава I) «Опыт построения государственной геодезической сети в Саудовской Аравии», существующая геодезическая сеть Саудовской Аравии состоит из 13 геодезических фундаментальных станций класса *A* и из 600 пунктов класса *B*.

В соответствии с приказом Министерства муниципальных и сельских дел Саудовской Аравии [114, 139] каждый муниципалитет создает своим силами на своих территориях (1200 квадратных километров) фрагмент планирующейся государственной геодезической сети. Пункты этих сетей должны иметь привязку к пунктам сети класса *B* в системе координат WGS-84 с применением проекции Меркатора для определения плоских прямоугольных координат. Фрагмент государственной геодезической сети на территории города Янбу-2 состоит из 21 пункта первого класса и 274 пунктов второго класса [114].

Одна из основных целей диссертационной работы заключается в разработке технологии спутниковых определений узлов сети с относительной точностью между ними в пределах сантиметра.

3.2 Разработка технологии спутниковых наблюдений с заданной точностью

Точность определения плановых координат пунктов геодезической сети СГС-1 можно обеспечить при одновременном позиционировании на несколько пунктов сети, как было показано в работе Генике А.А. и Побединского Г.Г.

[27]. Авторы подробно изложили методику и этапы построения спутниковой геодезической сети. Сначала спутниковые наблюдения выполнялись при одновременном позиционировании на шести пунктах с продолжительностью наблюдений 6 часов, а далее, во вторую очередь наблюдения выполнялись с применением девяти приемников с продолжительностью наблюдений 6 часов [27].

В работах автора диссертационной работы [112, 113, 116, 121, 122], разработана технология спутниковых определений, обеспечивающая точность определения плановых координат, не превышающую сантиметра. В результате тестовых спутниковых определений с различным количеством одновременно используемых приемников, был выбран вариант, технология которого предусматривает одновременное позиционирование на трех пунктах сети с последующим переходом на смежный треугольник и оставлением оборудования на пунктах смежной стороны. Параметры разработанной спутниковой технологии приводятся ниже.

3.2.1 Оценка среднего квадратического отклонения длин линий в зависимости от времени и суточного периода наблюдений

Измерения по ГНСС технологии должны иметь четкие процедуры наблюдения и обработки для обеспечения требуемой точности. Обработка линий является одной из важных задач, по результатам которой выполняется корректировка положения ровера [119, 123, 130, 133, 138, 140, 144].

В работе автора диссертационной работе [81] выполнены исследования точности определения линий между пунктами, длин которых составляли от 9 км до 33 км. Полученные СКП определения линий позволили определить время наблюдений, которое достаточно для обеспечения заданной точности (15 мм). Фрагмент геодезической сети показан на рисунке 3.1 [81].

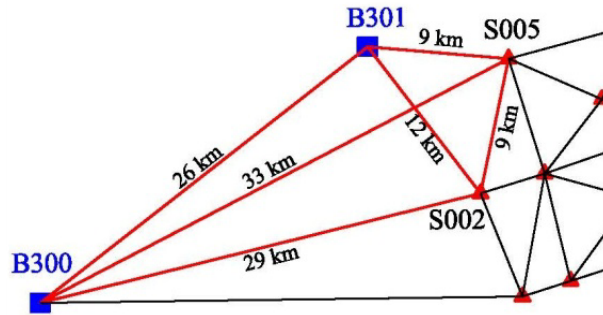


Рисунок 3.1 – Фрагмент геодезической сети первого класса

В работе [81] результаты статических спутниковых наблюдений получены с использованием двухчастотных приемников Trimble R10 с плановой точностью $3\text{мм} + 0,5\text{мм}/\text{км} \cdot D$ в режиме статики [93, 148], где D – расстояние между приемниками в километрах. Наблюдения проводились в течение двух дней в два сеанса, по 6 часов каждый, на четырех станциях (B300, B301, S02 и S05) [81].

Сеансы наблюдений выполнялись в двух разных периодах суток с учетом видимости достаточного количества спутников (не менее пяти спутников) и удовлетворительного параметра снижения точности по местоположению (GDOP) [104]. Файл-Альманах видимости спутников в течение 24 часов показан на рисунке 3.2. Список значений GDOP показан на рисунке 3.3.

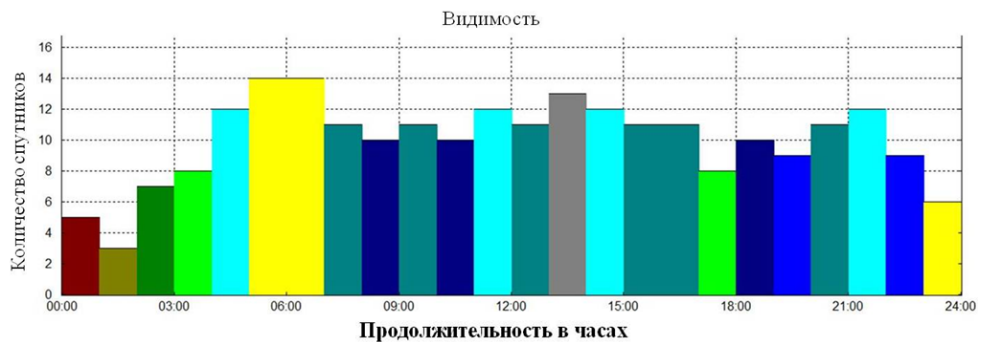


Рисунок 3.2 – График количества видимых спутников по времени суток



Рисунок 3.3 – График изменения параметра GDOP в течение суток

Известно, что чем больше доступных спутников и лучше их геометрия (малое значение GDOP), тем меньше продолжительность сеанса [7].

Все измерения были обработаны [81] программой Trimble Business Center (TBC). Первый уровень обработки длин линий (расстояний между пунктами) сети выполнялся с помощью эфемерид чтобы убедиться, что все определяемые линии имеют приемлемое решение. При положительном результате все линии будут обрабатываться ещё раз с использованием точных эфемерид для получения конечных значений, используемых в нашем эксперименте. Точные эфемериды, на основе фактических позиций спутников, определяются по результатам отслеживания нескольких станций, расположенных по всему земному шару [27, 44, 75, 106, 109].

Для достижения наилучшего результата точности измерений с меньшей длительностью наблюдения, авторы работы [81] выполнили следующие исследования. Наблюдения проводились по двум схемам (рис. 3.4). В первой использована одна базовая станция, а во второй две. Наблюдения проводились с длительностью 1 час, затем интервал наблюдений увеличивался на 1 час и так до 12 часов наблюдений. Схема наблюдений для двух указанных схем показана на рисунке 3.4 [81].

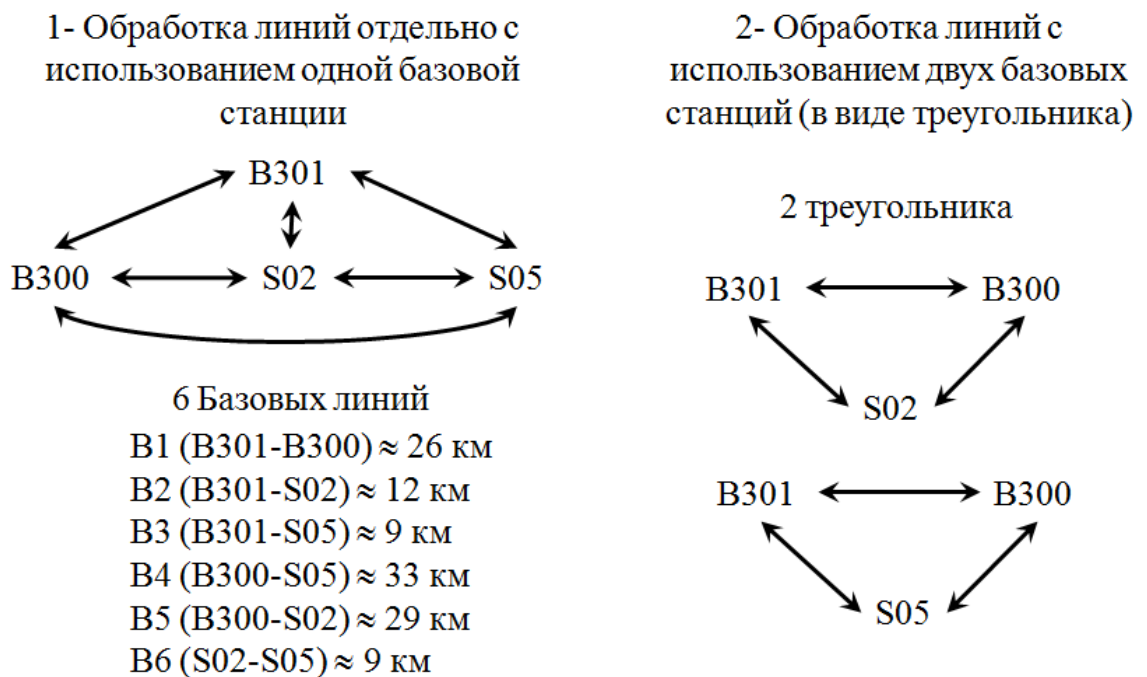


Рисунок 3.4 – Схема выполнения измерений

Результаты обработки длин линий по двум предложенным автором схемам представлены в таблице 3.1, и в таблице 3.2. Можно увидеть, что чем больше продолжительность времени наблюдений, тем средняя квадратическая погрешность (СКП) измерения линий уменьшается в независимости от длин линий. Она также зависит от количества спутников и снижения точности по местоположению (GDOP).

Таблица 3.1 – Результат определения длин линий спутниковыми методами с использованием одной базовой станции

Название базовой линии		Длина линии, м	Средняя GDOP	Средняя квадратическая погрешность (СКП) определения длин линий, м
Продолжительность наблюдений – 1 час (06:00 - 07:00)				
B1	B300-B301	26000	2,30	0,045
B2	B301-S02	11500	2,30	0,035
B3	B301-S05	9000	2,30	0,027
B4	B300-S05	33500	2,30	0,057
B5	B300-S02	28500	2,30	0,049
B6	S02-S05	8500	2,30	0,026
Продолжительность наблюдений – 2 час (06:00 - 08:00)				
B1	B300-B301	26000	2,13	0,032
B2	B301-S02	11500	2,13	0,021
B3	B301-S05	9000	2,13	0,016
B4	B300-S05	33500	2,13	0,041
B5	B300-S02	28500	2,13	0,035
B6	S02-S05	8500	2,13	0,016
Продолжительность наблюдений – 3 час (06:00 - 09:00)				
B1	B300-B301	26000	2,05	0,014
B2	B301-S02	11500	2,05	0,012
B3	B301-S05	9000	2,05	0,009
B4	B300-S05	33500	2,05	0,015
B5	B300-S02	28500	2,05	0,013
B6	S02-S05	8500	2,05	0,010
Продолжительность наблюдений – 4 час (06:00 - 10:00)				
B1	B300-B301	26000	2,04	0,010
B2	B301-S02	11500	2,04	0,011
B3	B301-S05	9000	2,04	0,008
B4	B300-S05	33500	2,04	0,013
B5	B300-S02	28500	2,04	0,011
B6	S02-S05	8500	2,04	0,008
Продолжительность наблюдений – 5 часов (06:00 - 11:00)				
B1	B300-B301	26000	1,98	0,011
B2	B301-S02	11500	1,98	0,009
B3	B301-S05	9000	1,98	0,007
B4	B300-S05	33500	1,98	0,014
B5	B300-S02	28500	1,98	0,012

Продолжение таблицы 3.1

Название базовой линии		Длина линии, м	Средняя GDOP	Средняя квадратическая погрешность (СКП) определения длин линий, м
B6	S02-S05	8500	1,98	0,007
Продолжительность наблюдений – 6 часов (06:00 - 12:00)				
B1	B300-B301	26000	1,97	0,011
B2	B301-S02	11500	1,97	0,008
B3	B301-S05	9000	1,97	0,006
B4	B300-S05	33500	1,97	0,014
B5	B300-S02	28500	1,97	0,012
B6	S02-S05	8500	1,97	0,006
Продолжительность наблюдений – 7 часов (06:00 - 13:00)				
B1	B300-B301	26000	1,93	0,009
B2	B301-S02	11500	1,93	0,009
B3	B301-S05	9000	1,93	0,007
B4	B300-S05	33500	1,93	0,011
B5	B300-S02	28500	1,93	0,010
B6	S02-S05	8500	1,93	0,007
Продолжительность наблюдений – 8 часов (06:00 - 14:00)				
B1	B300-B301	26000	2,04	0,008
B2	B301-S02	11500	2,04	0,008
B3	B301-S05	9000	2,04	0,006
B4	B300-S05	33500	2,04	0,010
B5	B300-S02	28500	2,04	0,009
B6	S02-S05	8500	2,04	0,006
Продолжительность наблюдений – 9 часов (06:00 - 15:00)				
B1	B300-B301	26000	2,03	0,009
B2	B301-S02	11500	2,03	0,010
B3	B301-S05	9000	2,03	0,008
B4	B300-S05	33500	2,03	0,011
B5	B300-S02	28500	2,03	0,010
B6	S02-S05	8500	2,03	0,007
Продолжительность наблюдений – 10 часов (06:00 - 16:00)				
B1	B300-B301	26000	2,01	0,006
B2	B301-S02	11500	2,01	0,009
B3	B301-S05	9000	2,01	0,007
B4	B300-S05	33500	2,01	0,008
B5	B300-S02	28500	2,01	0,007
B6	S02-S05	8500	2,01	0,007
Продолжительность наблюдений – 11 часов (06:00 - 17:00)				
B1	B300-B301	26000	2,14	0,005
B2	B301-S02	11500	2,14	0,009
B3	B301-S05	9000	2,14	0,007
B4	B300-S05	33500	2,14	0,006
B5	B300-S02	28500	2,14	0,005
B6	S02-S05	8500	2,14	0,007
Продолжительность наблюдений – 12 часов (06:00 - 18:00)				
B1	B300-B301	26000	2,15	0,005
B2	B301-S02	11500	2,15	0,008
B3	B301-S05	9000	2,15	0,006
B4	B300-S05	33500	2,15	0,006

Продолжение таблицы 3.1

Название базовой линии		Длина линии, м	Средняя GDOP	Средняя квадратическая погрешность (СКП) определения длин линий, м
B5	B300-S02	28500	2,15	0,005
B6	S02-S05	8500	2,15	0,006

Таблица 3.2 – Результат определения длин линий спутниковыми методами с использованием двух базовых станции

Название базовой линии		Длина линии, м	Средняя GDOP	Средняя квадратическая погрешность (СКП) определения длин линий, м
Продолжительность наблюдений – 1 час (06:00 - 07:00)				
B1	B300-B301	26000	2,30	0,028
B2	B301-S02	11500	2,30	0,025
B3	B301-S05	9000	2,30	0,019
B4	B300-S05	33500	2,30	0,037
B5	B300-S02	28500	2,30	0,030
B6	S02-S05	8500	2,30	0,016
Продолжительность наблюдений – 2 час (06:00 - 08:00)				
B1	B300-B301	26000	2,13	0,014
B2	B301-S02	11500	2,13	0,012
B3	B301-S05	9000	2,13	0,009
B4	B300-S05	33500	2,13	0,016
B5	B300-S02	28500	2,13	0,014
B6	S02-S05	8500	2,13	0,010
Продолжительность наблюдений – 3 час (06:00 - 09:00)				
B1	B300-B301	26000	2,05	0,010
B2	B301-S02	11500	2,05	0,009
B3	B301-S05	9000	2,05	0,008
B4	B300-S05	33500	2,05	0,014
B5	B300-S02	28500	2,05	0,010
B6	S02-S05	8500	2,05	0,008
Продолжительность наблюдений – 4 час (06:00 - 10:00)				
B1	B300-B301	26000	2,04	0,006
B2	B301-S02	11500	2,04	0,008
B3	B301-S05	9000	2,04	0,007
B4	B300-S05	33500	2,04	0,012
B5	B300-S02	28500	2,04	0,010
B6	S02-S05	8500	2,04	0,007
Продолжительность наблюдений – 5 часов (06:00 - 11:00)				
B1	B300-B301	26000	1,98	0,007
B2	B301-S02	11500	1,98	0,006
B3	B301-S05	9000	1,98	0,006
B4	B300-S05	33500	1,98	0,013
B5	B300-S02	28500	1,98	0,011
B6	S02-S05	8500	1,98	0,006
Продолжительность наблюдений – 6 часов (06:00 - 12:00)				
B1	B300-B301	26000	1,97	0,007
B2	B301-S02	11500	1,97	0,005
B3	B301-S05	9000	1,97	0,005

Продолжение таблицы 3.2

Название базовой линии		Длина линии, м	Средняя GDOP	Средняя квадратическая погрешность (СКП) определения длин линий, м
B4	B300-S05	33500	1,97	0,013
B5	B300-S02	28500	1,97	0,011
B6	S02-S05	8500	1,97	0,005
Продолжительность наблюдений – 7 часов (06:00 - 13:00)				
B1	B300-B301	26000	1,93	0,005
B2	B301-S02	11500	1,93	0,005
B3	B301-S05	9000	1,93	0,005
B4	B300-S05	33500	1,93	0,010
B5	B300-S02	28500	1,93	0,009
B6	S02-S05	8500	1,93	0,005
Продолжительность наблюдений – 8 часов (06:00 - 14:00)				
B1	B300-B301	26000	2,04	0,004
B2	B301-S02	11500	2,04	0,004
B3	B301-S05	9000	2,04	0,004
B4	B300-S05	33500	2,04	0,009
B5	B300-S02	28500	2,04	0,008
B6	S02-S05	8500	2,04	0,004
Продолжительность наблюдений – 9 часов (06:00 - 15:00)				
B1	B300-B301	26000	2,03	0,007
B2	B301-S02	11500	2,03	0,008
B3	B301-S05	9000	2,03	0,006
B4	B300-S05	33500	2,03	0,010
B5	B300-S02	28500	2,03	0,009
B6	S02-S05	8500	2,03	0,005
Продолжительность наблюдений – 10 часов (06:00 - 16:00)				
B1	B300-B301	26000	2,01	0,003
B2	B301-S02	11500	2,01	0,005
B3	B301-S05	9000	2,01	0,005
B4	B300-S05	33500	2,01	0,007
B5	B300-S02	28500	2,01	0,006
B6	S02-S05	8500	2,01	0,005
Продолжительность наблюдений – 11 часов (06:00 - 17:00)				
B1	B300-B301	26000	2,14	0,004
B2	B301-S02	11500	2,14	0,004
B3	B301-S05	9000	2,14	0,005
B4	B300-S05	33500	2,14	0,005
B5	B300-S02	28500	2,14	0,004
B6	S02-S05	8500	2,14	0,005
Продолжительность наблюдений – 12 часов (06:00 - 18:00)				
B1	B300-B301	26000	2,15	0,004
B2	B301-S02	11500	2,15	0,004
B3	B301-S05	9000	2,15	0,004
B4	B300-S05	33500	2,15	0,005
B5	B300-S02	28500	2,15	0,004
B6	S02-S05	8500	2,15	0,004

Таблица 3.3 и таблица 3.4 показывают зависимость средней квадратической погрешности (СКП) определения линий от их длин и от продолжительности наблюдений в каждом интервале времени [81].

Таблица 3.3 – Средняя квадратическая погрешность определения линий для разных интервалов времени наблюдений и при использовании одной базовой станции

Номер а линий	Длина линий, м	СКП определения длин линий, м											
		1 ч	2 ч	3 ч	4 ч	5 ч	6 ч	7 ч	8 ч	9 ч	10 ч	11 ч	12 ч
В6	8500	0,02 6	0,01 6	0,01	0,00 8	0,00 7	0,00 6	0,00 7	0,00 6	0,00 7	0,00 7	0,00 7	0,00 6
В3	9000	0,02 7	0,01 6	0,00 9	0,00 8	0,00 7	0,00 6	0,00 7	0,00 6	0,00 8	0,00 7	0,00 7	0,00 6
В2	11500	0,03 5	0,02 1	0,01 2	0,01 1	0,00 9	0,00 8	0,00 9	0,00 8	0,01	0,00 9	0,00 9	0,00 8
В1	26000	0,04 5	0,03 2	0,01 4	0,01	0,01 1	0,01 1	0,00 9	0,00 8	0,00 9	0,00 6	0,00 5	0,00 5
В5	28500	0,04 9	0,03 5	0,01 3	0,01 1	0,01 2	0,01 2	0,01	0,00 9	0,01	0,00 7	0,00 5	0,00 5
В4	33500	0,05 7	0,04 1	0,01 5	0,01 3	0,01 4	0,01 4	0,01 1	0,01	0,01 1	0,00 8	0,00 6	0,00 6

Таблица 3.4 – Средняя квадратическая погрешность определения линий для разных интервалов времени наблюдений и при использовании двух базовых станции

Номер а линий	Длина линий, м	СКП определения длин линий, м											
		1 ч	2 ч	3 ч	4 ч	5 ч	6 ч	7 ч	8 ч	9 ч	10 ч	11 ч	12 ч
В6	8500	0,01 6	0,01 1	0,00 8	0,00 7	0,00 6	0,00 5	0,00 5	0,00 4	0,00 5	0,00 5	0,00 5	0,00 4
В3	9000	0,01 9	0,00 9	0,00 8	0,00 7	0,00 6	0,00 5	0,00 5	0,00 4	0,00 6	0,00 5	0,00 5	0,00 4
В2	11500	0,02 5	0,01 2	0,00 9	0,00 8	0,00 6	0,00 5	0,00 5	0,00 4	0,00 8	0,00 5	0,00 4	0,00 4
В1	26000	0,02 8	0,01 4	0,01	0,00 6	0,00 7	0,00 7	0,00 5	0,00 4	0,00 7	0,00 3	0,00 4	0,00 4
В5	28500	0,03	0,01 4	0,01 1	0,01	0,01 1	0,01 1	0,00 9	0,00 8	0,00 9	0,00 6	0,00 4	0,00 4
В4	33500	0,03 7	0,01 6	0,01 3	0,01 2	0,01 3	0,01 3	0,01	0,00 9	0,01	0,00 7	0,00 5	0,00 5

Графики зависимостей средних квадратических погрешностей определения линий от продолжительности наблюдений и от их длин с применением одной базовой станций показаны на рисунках 3.5 и 3.6 [81].

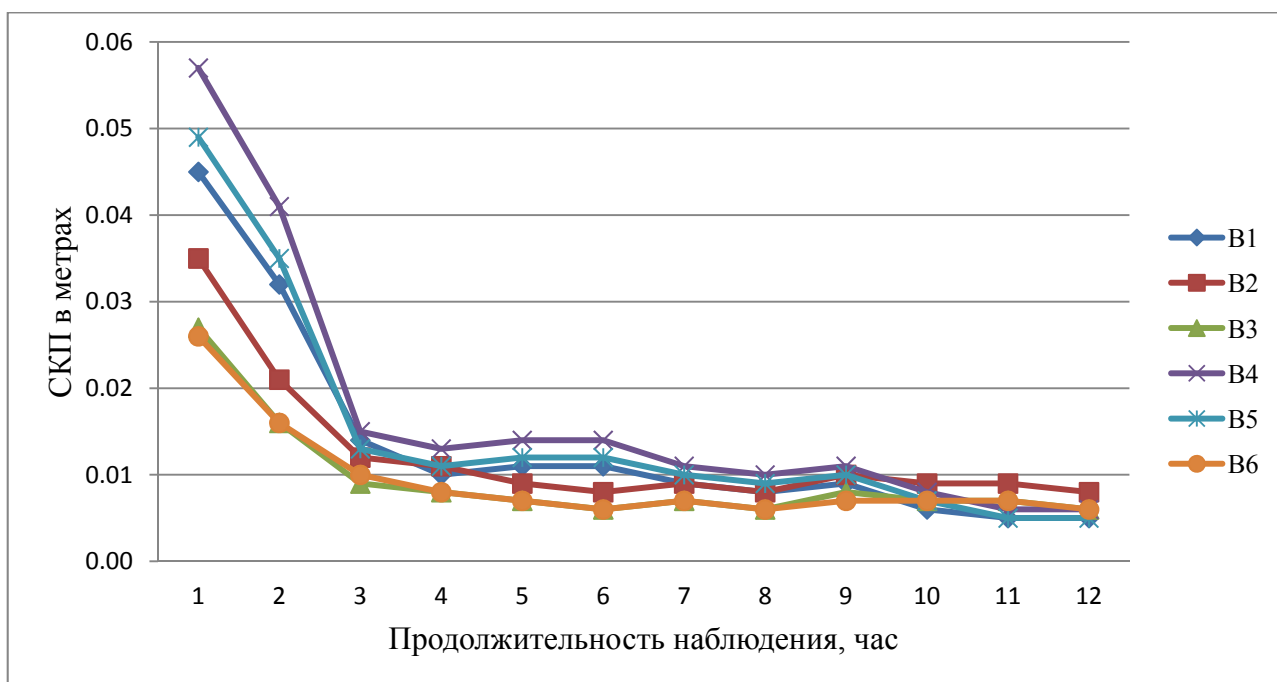


Рисунок 3.5 – График зависимости СКП определения длин линий от продолжительности наблюдений с использованием одной базовой станции

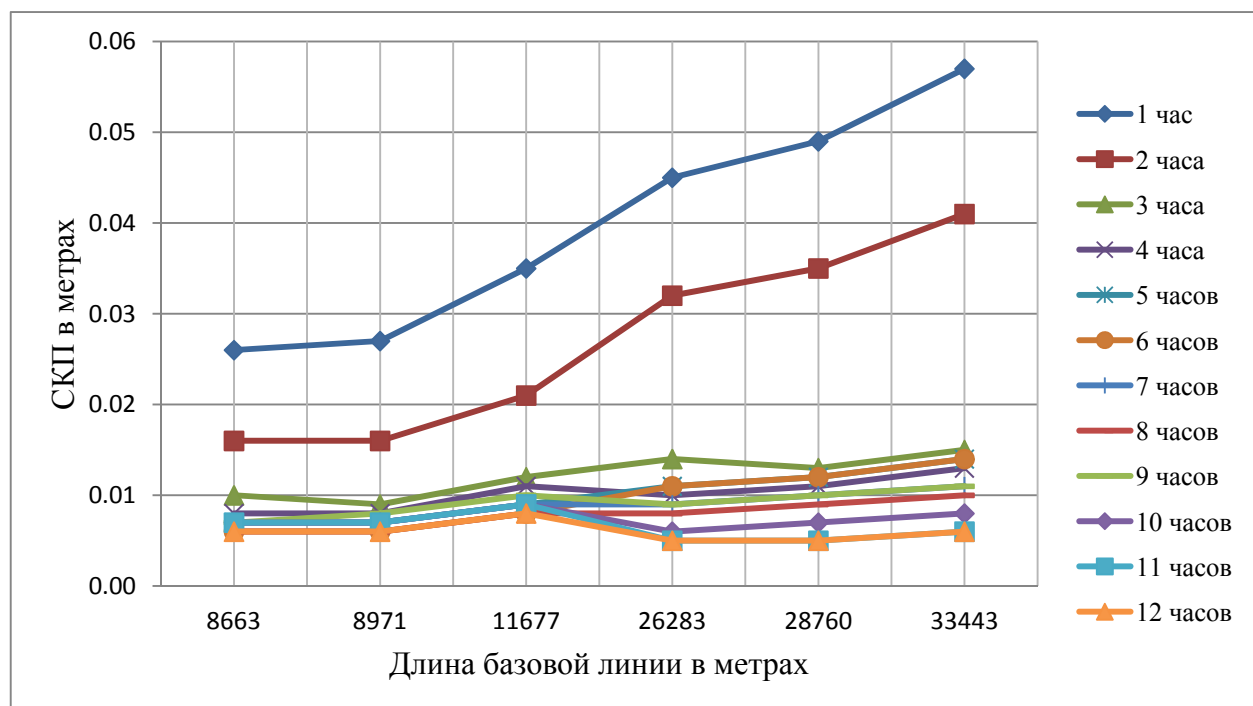


Рисунок 3.6 – График зависимости СКП определений линий от их длин с использованием одной базовой станции

Аналогично приведенному выше анализу построены графики зависимостей средних квадратических погрешностей определения линий от продолжительности наблюдений и от их длин с применением двух базовых станций (рисунки 3.7 и 3.8). [81]

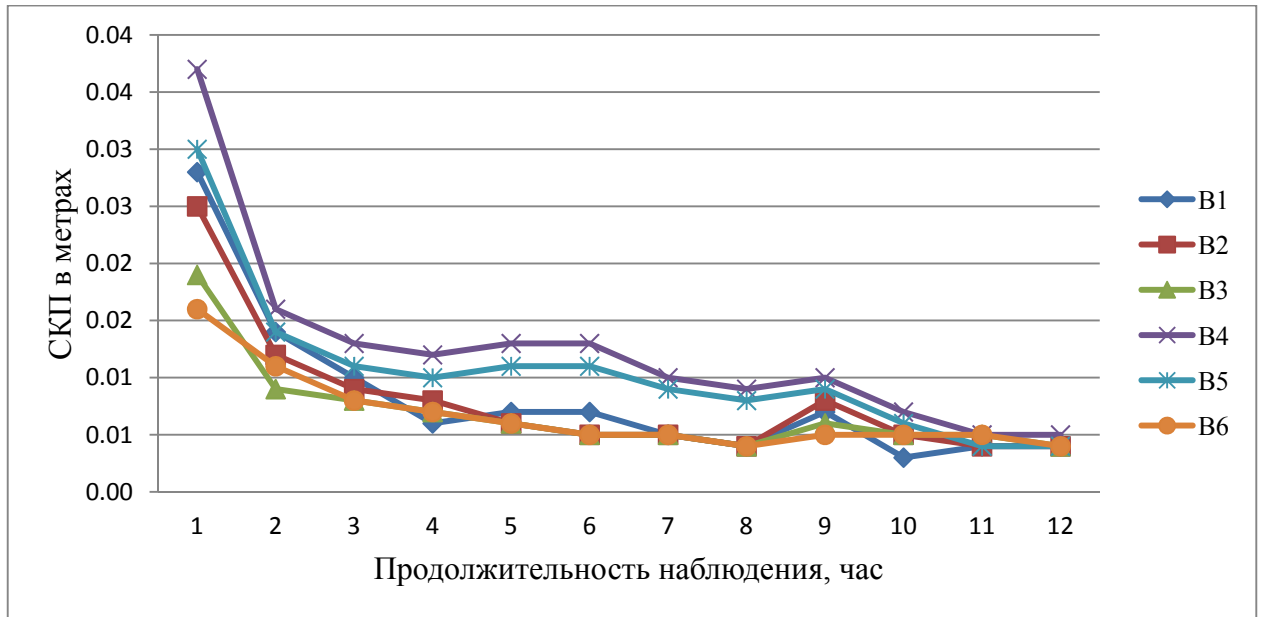


Рисунок 3.7 – График зависимости СКП определения линий от продолжительности наблюдений с использованием двух базовых станций

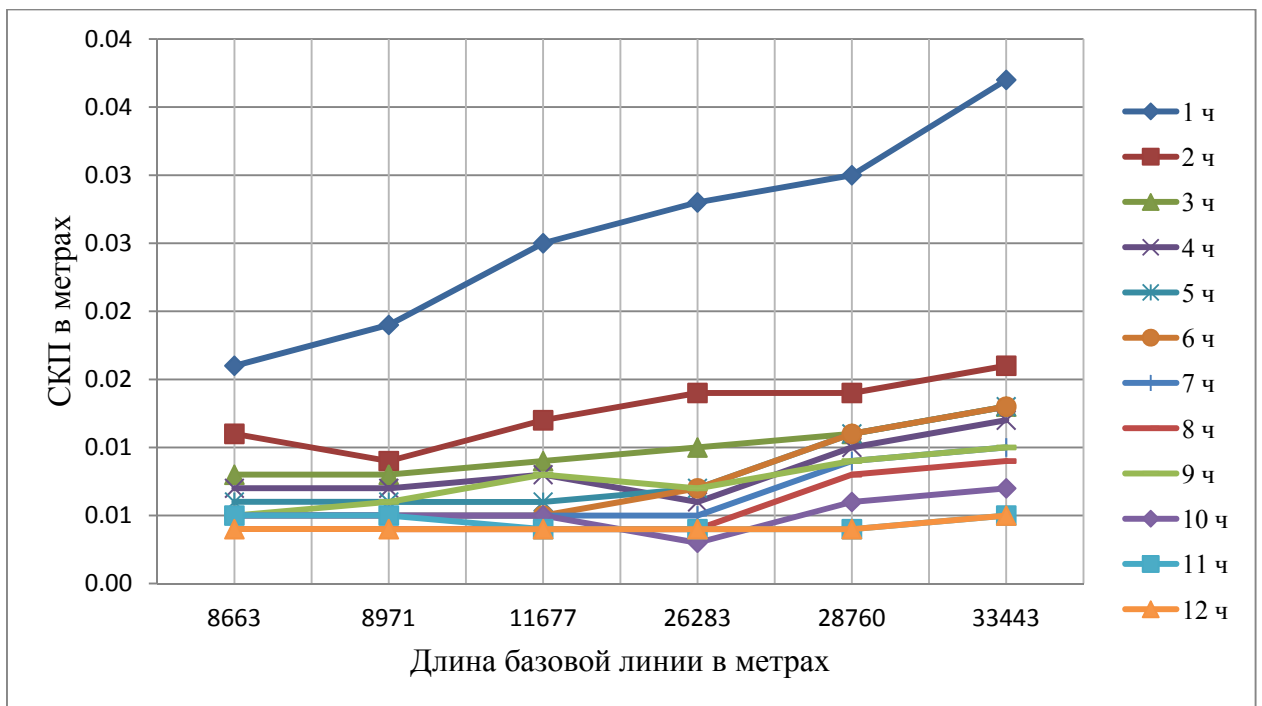


Рисунок 3.8 – График зависимости СКП определения линий от их длин с использованием двух базовых станций

Как показали результаты исследований, точность стабильно увеличивается при каждом дополнительном часе наблюдений. Для достижения требуемой точности 15 мм потребовалось 3 часа наблюдений с одной базовой станции и 2 часа с использованием двух базовых станций. Это означает, что после 2 часов статических наблюдений, проводить дополнительные наблюдения на опорных

точках не обязательно [81]. Эти исследования согласуются с требованием, изложенными в Руководстве по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых систем ГЛОНАСС/GPS. В соответствии с этим документом спутниковые наблюдения на пунктах каркасной сети выполняются для высокоточного определения взаимного положения исходных пунктов городской геодезической сети и для надежной связи городской и государственной систем координат. Спутниковые наблюдения на пунктах каркасной сети выполняются сетевым методом, с использованием статического режима и, как правило, одновременно на всех пунктах каркасной сети. Допускается выполнение наблюдений несколькими перекрывающимися зонами, на которые делится вся создаваемая каркасная сеть. Программа спутниковых наблюдений должна состоять из сдвоенных, равных по времени сеансов наблюдений продолжительностью не менее 3 часов каждый. К наблюдениям привлекается возможно большее число приемников при возможно меньшем разнообразии типов приемников и антенн.

Для достижения точности в пределах сантиметра, были выполнены исследования, которые направлены на решение вопроса о возможности использования комбинированного способа измерений, например с применением двух базовых станций и одной мобильной (ровера). Решение этого вопроса представляет интерес. Дело в том, что возможность различных сочетаний приемов измерений позволяет выработать технологические схемы измерений (наблюдений) наиболее подходящие для конкретного потребителя. Появляется возможность более гибкого варьирования имеющихся у пользователей оборудования, что представляется важным, как с практической, так и научной стороны данного вопроса. При этом возможны варианты достижения требуемой точности измерений при минимальном использовании базовых станций и, естественно, оборудования [81].

3.2.2 Разработка методики спутниковых наблюдений на проектных полигонах

На основе результатов выполненных исследований [81] получена высокая точность измерений при минимальной продолжительности наблюдений (2 часа) с использованием двух базовых станций. Возникает другой не менее важный вопрос, который заключается в разработке технологии спутниковых измерений при построении и определении положений пунктов геодезической сети первого класса (21 пункт), и затем, при ее сгущении до геодезической сети второго класса (274 пунктов) с обеспечением точности в пределах сантиметра при минимальном количестве сеансов наблюдений. Собственно речь идет о создании технологии наблюдений на искомом участке (территория города Янбу-2, Саудовская Аравия).

Для достижения этой цели, автором диссертационной работы [112, 113, 116, 121] была разработана технология определения плановых геодезических сетей методом триангуляции и оригинальным способом непосредственных измерений, названного «скачок лягушки», заключающегося в рационализации перехода спутникового приемника с одного пункта на другой. Для эксперимента разработанной технологии с применением «скачок лягушки», было выбрано четыре станции (S069, S070, S094 и S095) из проектируемой сети второго класса. Фрагмент геодезической сети второго класса представлен на рисунке 3.9.

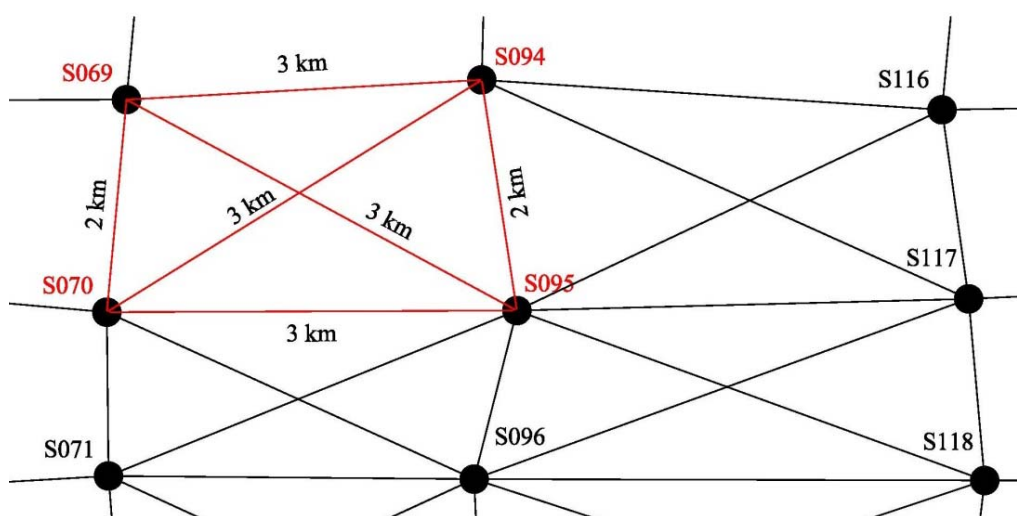


Рисунок 3.9 – Фрагмент проектируемой геодезической сети второго класса

Суть разработанной технологии состоит в том, что статические спутниковые измерения выполняются в двух сеансах в разное время суток (утренние и вечерние, при количестве спутников не менее 5 и хорошего параметра снижения точности по местоположению (GDOP). Длительность периода наблюдений 2 часа в каждом сеансе – в соответствии с результатами выполненных исследований в разделе 3.2.1. Технология спутниковых измерений заключается в одновременном позиционировании на трех пунктах сети (два базовых и один ровер) с последующим переходом на смежный треугольник, при этом оборудование остается на пунктах смежной стороны. Схема спутниковых измерений по способу «скачок лягушки» представлена на рисунке 3.10 [112, 113, 116, 121].

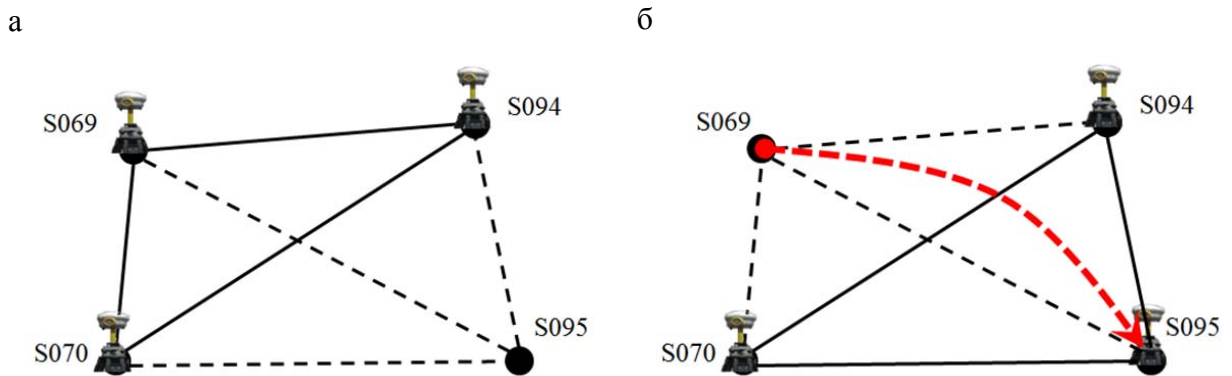


Рисунок 3.10 – Схема геодезической сети
(измерения по способу «скачок лягушки»)

Технология измерений по способу «скачок лягушки» выполнялась так, что, в каждом сеансе наблюдений, три приемника, одновременно позиционировались на трех пунктах сети триангуляции S069, S070 и S094 (рисунок 3.10, а). Затем, один приемник переносится на пункт смежного треугольника S095, при этом два оставшихся приемника остаются на пунктах смежной стороны S070 и S094 (рисунок 3.10, б).

В результате такого перехода в каждом сеансе можно обрабатывать ГНСС измерения в четырех комбинациях, как показано в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Схема наблюдений при выполнении спутниковых определений по способу «скачок лягушки»

№	Треугольник	Результат измерений в каждом сеансе
1	S069-S094-S095	Каждый пункт наблюдался 3 раза
2	S069-S094-S070	
3	S069-S070-S095	Каждая линия наблюдалась 2 раза
4	S070-S094-S095	

Таким образом, при выполнении двух сеансов наблюдений, каждая базовая линия будет измеряться четыре раза, а наблюдаемые пункты шесть раз.

Все измерения выполнялись с использованием трех двухчастотных ГНСС приемников Trimble R10 с zephyr антенной. Точность измерения в режиме статики в плане составляет $3\text{мм} + 0,5\text{мм}/\text{км} \cdot D$ [93], где D – расстояние между приемниками в километрах. Результаты сравнения средней квадратической погрешности планового местоположения пунктов, полученной при обработке измерений в одном сеансе и в совмещенных сеансах, показаны на рисунке 3.11. Из рассмотрения графиков видно, что точность положения пунктов в сети не превышает сантиметровой, что является достижением требуемых параметров.

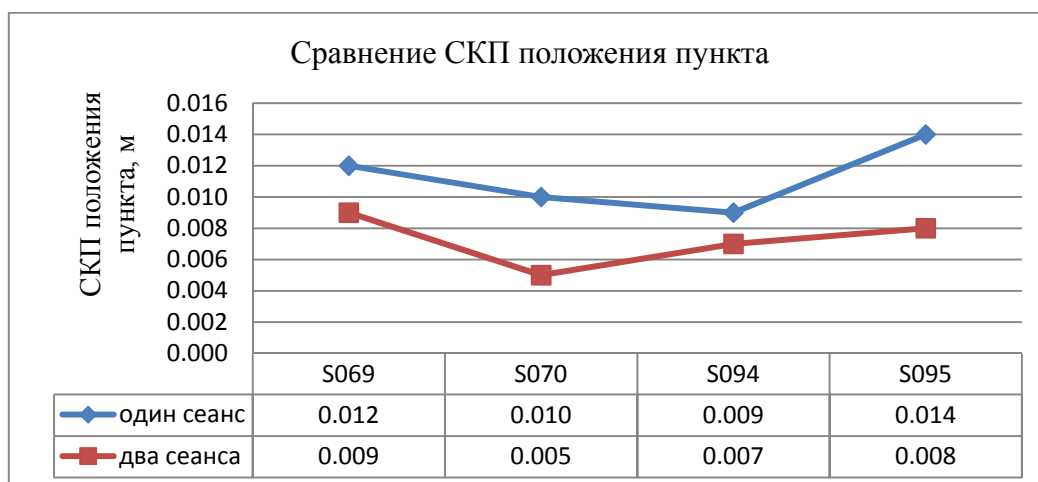


Рисунок 3.11 – Графики средней квадратической погрешности определения пунктов по способу «Скачок лягушки»

Как видно из графиков оба вида съемки дали требуемую точность, однако статические измерения, выполненные в двух сеансах и в разных временных

промежутках, оказываются точнее. Безусловно, это явилось следствием большего количества избыточных измерений, также, точности определения эфемерид, хорошего геометрического фактора, временного и т.д.

Таким образом, представленные выше результаты спутниковых определений, которые выделены как достаточные для создания высокоточной геодезической сети с точностью взаимного положения пунктов до сантиметра, позволяют сделать следующий вывод о параметрах технологии спутниковых определений. Количество приемников должно быть не менее трех. Все измерения должны проводиться в единый момент времени. Статическое измерение следует выполнять в двух сеансах. Длительность времени наблюдений зависит от количества используемых ГНСС приемников, от количества и геометрии наблюдаемых спутников в каждом сеансе (не меньше 6 спутников, GDOP не должно превышать 8). Должен проводиться контроль данных эфемерид.

3.3 Геометрическое нивелирование как метод создания высотной основы геодезических сетей

Высота является третьей координатой определения положения пунктов геодезической сети. Точность ее определения не менее важна, а в ряде случаев она является определяющей при инженерных работах. Например, при мониторинге деформаций земной поверхности, зданий и сооружений, площадей затопления при наводнениях и других, а также при проектировании линейных объектов, особенно, железных и автомобильных дорог, каналов, трубопроводов, линий электропередач (ЛЭП), линий электросвязи (ЛЭС) [137, 101, 110].

Отметки геодезических сетей могут быть выражены относительно разных поверхностей. Наиболее используемыми в настоящее время являются геодезические и нормальные высоты [34, 55, 57, 58]. Точность их определения зависит от метода и способа измерений. В настоящее время геодезические высоты определяются путем спутниковых определений, а нормальные высоты получают с применением геометрического нивелирования. Вместе с тем можно также вычислять нормальные высоты по результатам спутниковым определений,

если известно аномалии высот [34, 57, 58].

Независимо от метода измерения и от места нахождения на Земной поверхности точность определения плановых координат обычно в 2-5 выше, чем высот [92].

В работе M.C. Eckl, R.A. Snay, T.Soler, M.W. Cline, G.L.Mader [135] показаны результаты экспериментов по GPS наблюдениям на 11 линиях национальной сети. Длины линий имеют диапазон от 26 до 300 км. Время наблюдений варьировали от 4 до 24 часов. В результате обработки GPS наблюдений, получено, что точность мало зависит от расстояний, более того, автор составил соотношение, чтобы оценивать точность позиционирования в зависимости от продолжительности наблюдений [135].

$$S_n = 9,5/T^{0,5}; S_e = 9,9/T^{0,5}; S_u = 36,5/T^{0,5}, \quad (3.1)$$

где, S_n , S_e , S_u – оценки точности соответственно широтная, долготная и высотная в миллиметрах; T – продолжительность наблюдений, в часах [135].

На основании приведенных результатов можно сделать вывод, что величины ошибок позиционирования в горизонтальных направлениях почти одинаковые, а ошибка по высоте почти в 4 раза больше любой из горизонтальных ошибок.

Опираясь на фактические и нормативные данные, доказывающие, что точность определения планового положения точки по ГНСС наблюдениям существенно выше высотного, было принято решение о построении данной геодезической сети в два этапа:

- Определение плановых координат сети путем спутниковых определений;
- Определение нормальных высот путем геометрического нивелирования.

Поскольку на территории нового города, где будет построен фрагмент государственной геодезической сети, существуют труднодоступные места (солончаки, барханы, утесы и т.д.), возникает вопрос, можно ли определять нормальные высоты путем вычисления аномалий высот и их увязки с параметрами модели Земли EGM-2008.

Ориентировочные выкладки дают положительный ответ на поставленный вопрос, так как точность определения высот не превысит 10-15 см, что является для задач проектирования вполне достаточной величиной.

В районе построения геодезической сети имеются геодезические пункты, высоты которых определены по спутниковой технологии – это геодезические высоты. В морском порту Красного моря есть один мареограф (футшток), который находится в 10-15 км от проектируемой.

Эти данные позволяют установить связь между нормальными высотами, которые можно получить путем геометрического нивелирования (проложением хода) от ближайшего мареографа [15, 57, 132] до проектируемой сети и геодезическими (эллипсоидальными) высотами. Для этого следует вычислить аномалии высот с использованием модели геоида Земли EGM 2008.

Вопрос определения нормальных высот для пунктов геодезической сети рассматривается подробно в четвертом главе.

Алгоритм вычисления нормальных высот состоит в следующем. Рассматриваемая территория имеет площадь около 276 квадратных километров. Схема территории с пояснением алгоритма нормальных высот показана на рисунке 3.12.

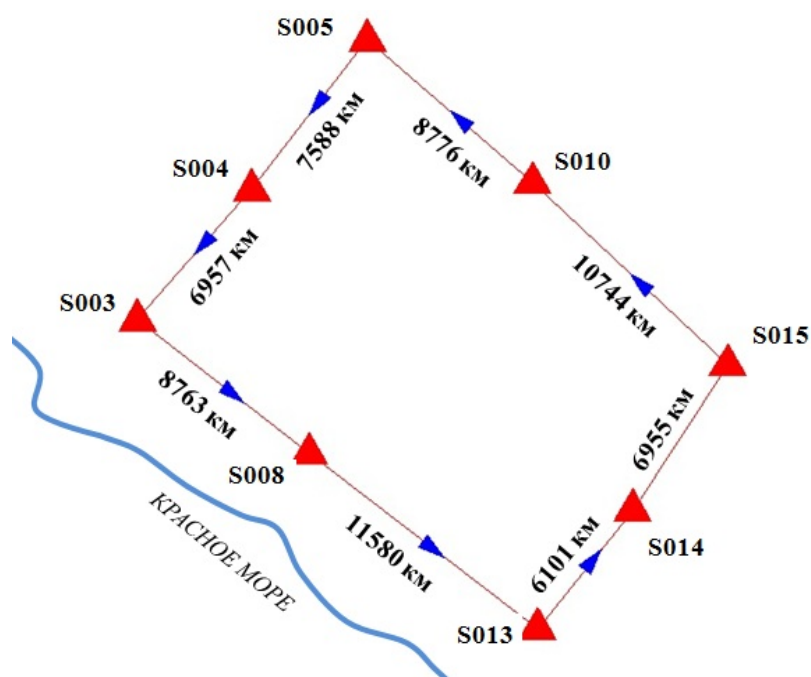


Рисунок 3.12 – Схема к пояснению определения нормальных высот

После проведения с участием автора диссертации нивелирных работ – геометрическое нивелирование I класса, и спутниковых определений, а также получения данных по модели Геоида Земли EGM 2008, каждый пункт геодезической сети имеет три высотные отметки. Геодезические, нормальные и высоты по модели геоида Земли EGM 2008, а также разности высот между ними представлены в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Отметки пунктов геодезической сети

№ Пунктов	Геодезическая Высота H_z , м	Нормальная высота H_γ , м	EGM-2008 H_{egm} , м	Разность высот		
				$H_z - H_\gamma$, м	$H_z - H_{egm}$, м	$H_\gamma - H_{egm}$, м
S003	10,598	2,368	2,818	8,230	7,780	-0,450
S008	9,862	1,740	2,224	8,122	7,638	-0,484
S013	12,470	4,483	4,998	7,987	7,472	-0,515
S014	8,552	0,497	0,897	8,055	7,655	-0,400
S015	37,329	29,155	29,474	8,174	7,855	-0,319
S010	43,796	35,514	35,832	8,282	7,964	-0,318
S005	37,727	29,309	29,613	8,418	8,114	-0,304
S004	18,273	9,990	10,357	8,283	7,916	-0,367

По данным таблицы 3.6 можно вычислять разность высот между эллипсоидом, квазигеоидом и геоидом модели EGM-2008 по формуле [58]:

$$\zeta_i = H_{2i} - H_{1i} \quad (3.2)$$

В программе Trimble Business Centre, было выполнено интерполирование разности высот для каждой двух высотных систем отдельно, затем был вычислен коэффициент, отражающий разность высот для перехода из одной высотной системы в другую. В результате получено:

- Разность высот между нормальными (из геометрического нивелирования) и геодезическими высотами $\zeta_{(\gamma-z)} = 8,205 м$;
- Разность высот между геодезическими и высотами EGM-2008 $\zeta_{(z-egm)} = 7,793 м$;
- Разность высот между нормальными (из геометрического нивелирования) и высотами EGM-2008 $\zeta_{(\gamma-egm)} = -0,41 м$.

С использованием переходных коэффициентов, можно вычислить

нормальные высоты по EGM-2008 и по геодезическим высотам.

Нормальные высоты по EGM-2008 H_{egm}^γ :

$$H_{egm}^\gamma = H_{egm} + \zeta_{(\gamma-egm)} \quad (3.3)$$

Нормальные высоты по геодезическим высотам H_2^γ :

$$H_2^\gamma = H_2 + \zeta_{(2-\gamma)} \quad (3.4)$$

Результаты вычисления нормальной высоты представлены в таблице 3.7 и на рисунке 3.13.

Таблица 3.7 – К определению нормальных высот.

№ Пунктов	Нормальные высоты по EGM-2008		Нормальные высоты по геодезическим высотам	
	H_{egm}^γ , м	$H_\gamma - H_{egm}^\gamma$, м	H_2^γ , м	$H_\gamma - H_2^\gamma$, м
S003	2,408	-0,040	2,393	-0,025
S008	1,814	-0,074	1,657	0,083
S013	4,588	-0,105	4,265	0,218
S014	0,487	0,010	0,347	0,150
S015	29,064	0,091	29,124	0,031
S010	35,422	0,092	35,591	-0,077
S005	29,203	0,106	29,522	-0,213
S004	9,947	0,043	10,068	-0,078

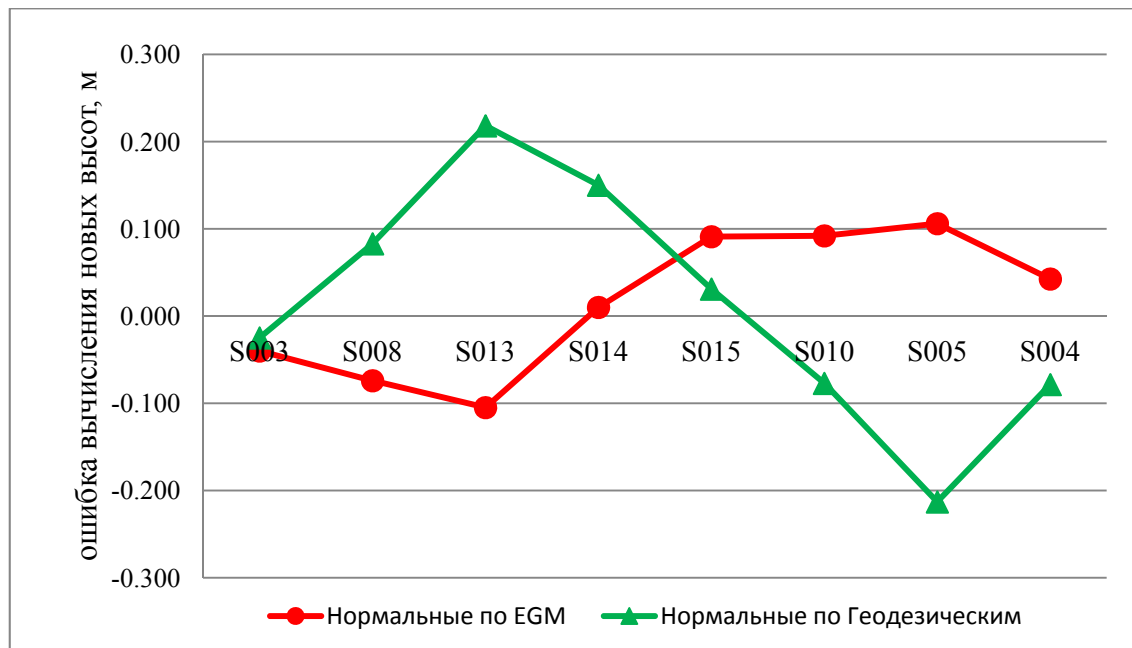


Рисунок 3.13 – Графики нормальных высот (вычисленные по данным модели Земли EGM-2008 и по геодезическим высотам)

Из графика видно, что вычисление нормальной высоты по данным модели Земли EGM-2008 отличаются в пределах ± 10 см от нормальных высот, полученных по геометрическому нивелированию I класса, а от геодезических высот в пределах ± 20 см.

По результатам исследований можно сделать вывод о возможности использования вышеприведенного алгоритма для вычисления нормальных высот на основе использования модели Земли EGM2008 на стадии проектирования для недоступных мест (солончаки, пески, утесы и т.п.) [82, 139, 143].

3.4 Общая схема и методика проведения геодезических работ

Проведенные исследования позволяют составить схему проведения геодезических работ при построении геодезических сетей на основе спутниковой технологии. Структурная схема с методическими указаниями проведения геодезических работ представлена на рисунке 3.14.

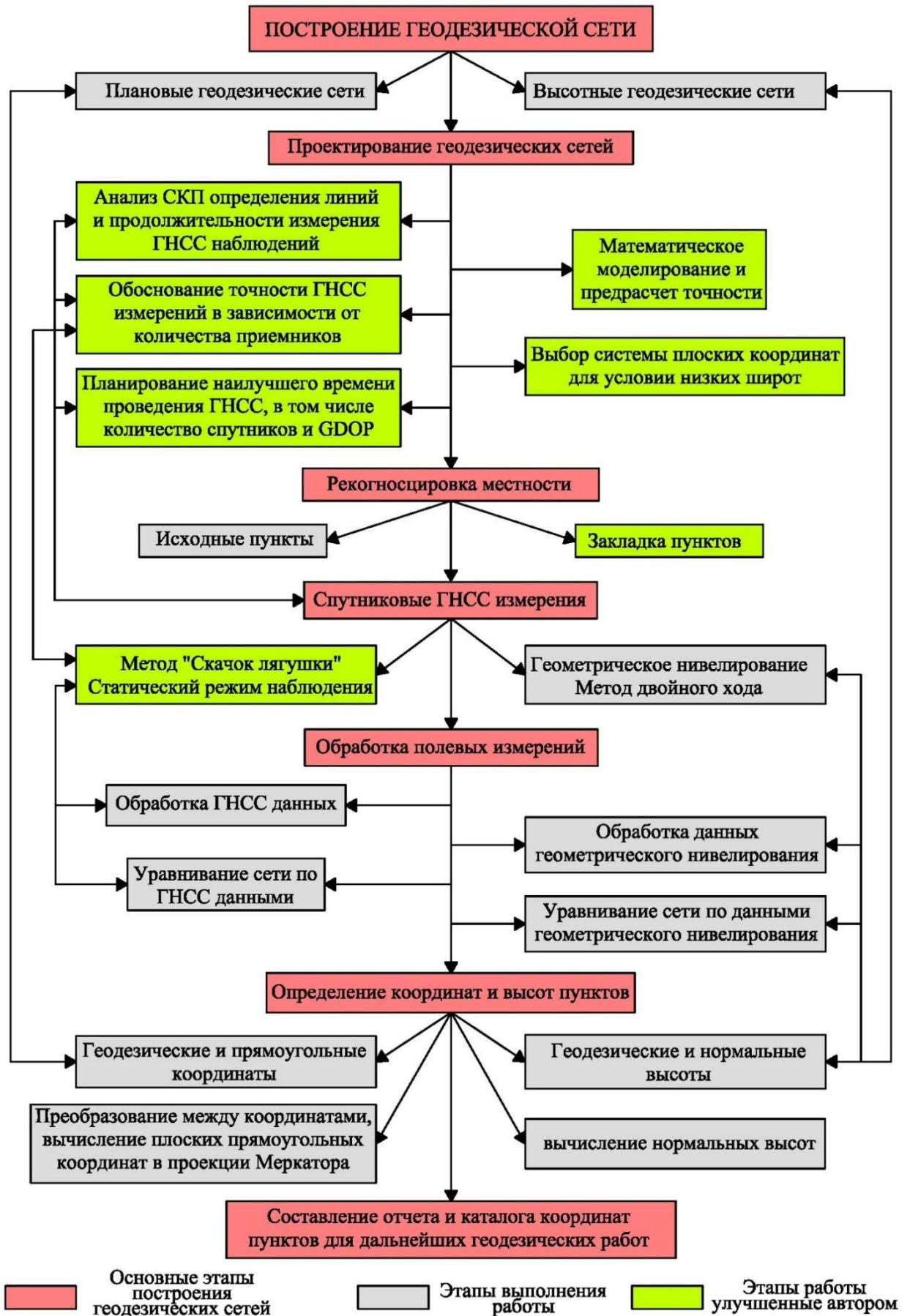


Рисунок 3.14 – Общая структурная схема проведения геодезических работ

3.5 Выводы по третьей главе

В настоящей главе обоснованы важные элементы создания геодезической сети спутниковым методом, такие как технология спутниковых наблюдений и алгоритм вычисления нормальных высот. Основные выводы:

1. Проведена оценка точности определяемых в сети линий, а также определена минимальная продолжительность ГНСС наблюдений. Исследование показало, что требуемая точность определения плановых координат 15 мм достигается при наблюдениях, продолжительностью не менее 2 часов с использованием двух базовых станций.
2. Разработана технология ГНСС спутниковых наблюдений геодезических сетей, названная для сокращенного обозначения «скачок лягушки», которая предусматривает одновременное позиционирование на трех пунктах с последующим переходом на смежный треугольник и оставлением оборудования на пунктах смежной стороны. Результаты фактических измерений показали, что с применением этой технологии можно достигать точности определения плановых координат в пределах сантиметра.
3. Высоты пунктов геодезической сети предложено определять методом геометрического нивелирования по программе нивелирования первого класса. При этом исходный уровень высотной системы принимается по отметке Красного моря. Пункты геодезической сети получают отметки путем проведения хода геометрического нивелирования от мареографа Красного моря. Приведено обоснование определения нормальных высот на основе гравитационной модели Земли EGM2008. При этом возможно достижение точности в пределах 10 см, что является достаточной величиной для стадий проектирования.

Глава IV Практическая реализация результатов исследований

4.1 Описание объекта практической реализации разработанной методики

В западной части Саудовской Аравии на побережье Красного моря недалеко от города Янбу планируется строительство нового города. Принятые координаты города: широта $V=24^\circ$ и долгота $L=38^\circ$. До административной столицы Саудовской Аравии - города Джидда расстояние составляет 350 километров. Город будет иметь промышленное значение, в нем будут построены крупные заводы, предприятия, поскольку в городе Янбу находится крупнейший нефтеналивной порт (второй после порта Джидды, рисунок 4.1).

Климат региона - тропический. Летнюю жару здесь смягчают легкие морские ветры.

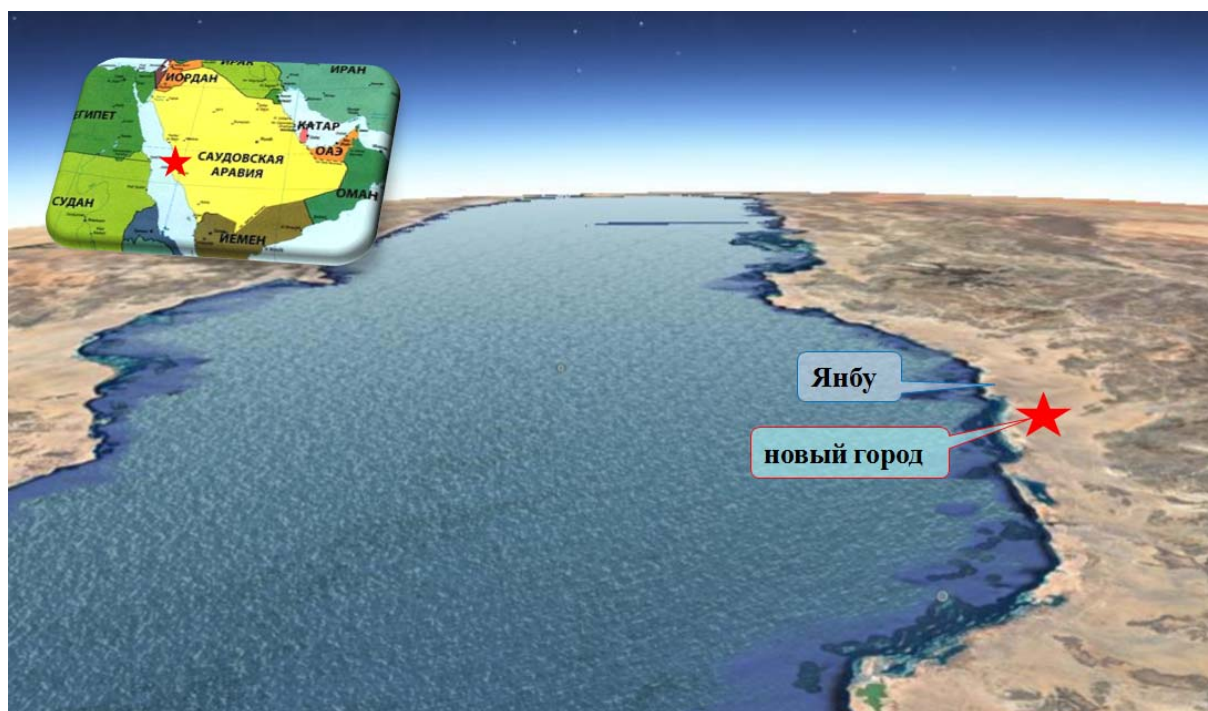


Рисунок 4.1 – Картина территории, где создается геодезическая сеть
для нового города

На территории города Янбу в 1975 г. создана базовая линия длиной 2660 м. Она служила основой для геодезических работ. Ее координаты определены в местной системе координат в проекции UTM с использованием мировой геодезической системы WGS72. В настоящее время пункты базовой линии в большинстве своем разрушены.

В работах Юнес Ж. [114] и Muhmad Al Rajhi [139] использован

мареограф, расположенный в промышленном порту г. Янбу. Мареограф использовался для составления гидрографических карт, измерения отметок прилива и отлива, а также определения среднего уровня Красного моря.

В соответствии с приказом муниципалитета города были согласованы параметры геодезической сети, разработанные по методике и технологии спутниковых измерений, изложенных в предыдущих главах, а также и работы по ее созданию:

1. Требовалось установить 21 пункт первого класса и 274 пунктов второго класса;
2. Определение плановых координат и высот пунктов геодезической сети;
3. Установить связь геодезических (B, L) и плоских прямоугольных координат (x, y) с применением проекции Меркатора (WGS-84).

В соответствии с предоставленными спецификациями муниципалитета города требуемая точность определения координат пунктов является:

- Точность определения плановых координат первого и второго класса: $\pm 0,015$ м
- Точность определения геодезических высот: $\pm 0,020$ м
- Точность определения нормальных высот: $\pm 0,003 \text{ м} \cdot \sqrt{K}$, где, K – длина нивелирного хода в км между пунктами геодезической сети.

Для достижения требуемой точности на основе представленных разработок (предыдущие главы) было принято решение об использовании ГНСС наблюдений для определения плановых координат и выполнении геометрическое нивелирования для определения нормальных высот. Геодезические высоты получены по ГНСС измерениям будут использованы в дальнейшем для создания новой локальной поверхности геоида для данной территории. Построение такой поверхности было показано в главе 3, раздел 3.3.

Создание сети осуществлялось поэтапно по разработанной структурной схеме и методике проведения геодезических работ (глава 3, раздел 3.4). Эти этапы включают в себя планирование и проектирование сетей, закладку пунктов, полевые измерения по технологии ГНСС, определение высот пунктов

методом геометрического нивелирования, обработку и уравнивание полевых данных, преобразование координат и составление итогового отчета для дальнейшего его использования.

4.2 Проектирование геодезической сети

Координаты построенной геодезической сети должны быть привязаны к пунктам сети высшего класса В. Местоположение четырех опорных пунктов класса В показано на рисунке 4.2.

По картам масштаба 1:100000 проведена рекогносцировка местности, осуществлен выезд на место закладки пунктов геодезической сети, что позволило построить план сети. Геодезическая сеть охватывает всю область планируемого города. Муниципалитетом города геодезическая сеть отнесена к первому классу (местная классификация).

После рекогносцировки места закладки и типов пунктов были согласованы с муниципалитетом города для обеспечения их неприкосновенности.

Далее был выполнен анализ точности запроектированной геодезической сети, состоящей из 21 пункта. На основе моделирования оценки точности определения координат (методика рассмотрена во второй главе), получены результаты, представленные в таблице 4.1 (для традиционного подхода, в предположении, что выполнялись наземные измерения) (приложение-2).

Результаты оценки точности определения координат геодезической сети с применением технологии спутниковых ГНСС наблюдений показаны в таблице 4.2. (приложение-3).

Таблица 4.1 – Результаты оценки точности координат пунктов геодезической сети, построенной методом триангуляции (традиционный подход)

Номер пункта	m_x , М	m_y , М	m_{xy} , М
S001	0,021	0,015	0,026
S002	0,021	0,012	0,024
S003	0,023	0,016	0,027
S004	0,021	0,013	0,025
S005	0,022	0,016	0,027

Продолжение таблицы 4.1

Номер пункта	m_x , М	m_y , М	m_{xy} , М
S006	0,023	0,015	0,027
S007	0,022	0,017	0,028
S008	0,025	0,016	0,029
S009	0,023	0,018	0,029
S010	0,022	0,02	0,03
S011	0,025	0,019	0,031
S012	0,023	0,022	0,032
S013	0,027	0,02	0,034
S014	0,025	0,022	0,033
S015	0,024	0,024	0,034
S016	0,027	0,024	0,036
S017	0,024	0,022	0,032
S018	0,025	0,021	0,033
S019	0,021	0,02	0,029
S020	0,022	0,017	0,028
S021	0,018	0,019	0,026

Таблица 4.2 – Оценка точности положения пунктов относительно исходных пунктов на стадии проектирования геодезической сети с использованием технологии спутниковых определений (предлагаемый алгоритм оценки точности координат)

Номер пункта	m_{xy} , М
S001	0.012
S002	0.011
S003	0.011
S004	0.01
S005	0.012
S006	0.011
S007	0.011
S008	0.01
S009	0.009
S010	0.011
S011	0.009
S012	0.01
S013	0.01
S014	0.009
S015	0.011

Продолжение таблицы 4.2

Номер пункта	$m_{xy}, \text{М}$
S016	0.011
S017	0.013
S018	0.013
S019	0.013
S020	0.013
S021	0.012

Схема геодезической сети первого класса, привязанная к пунктам класса В, представлена на (рисунке 4.2).

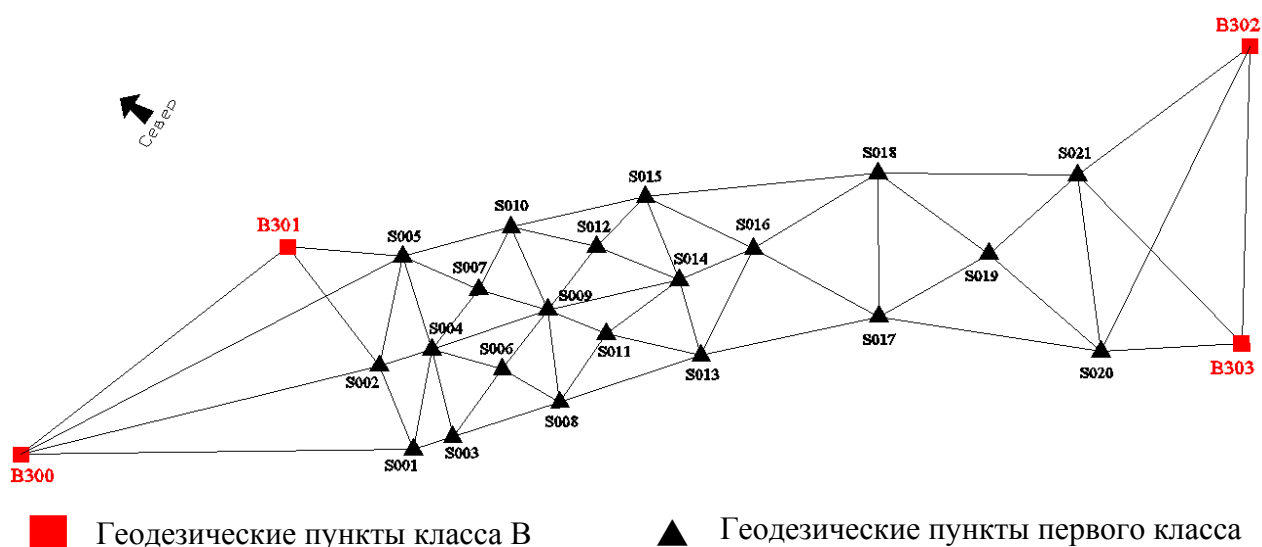
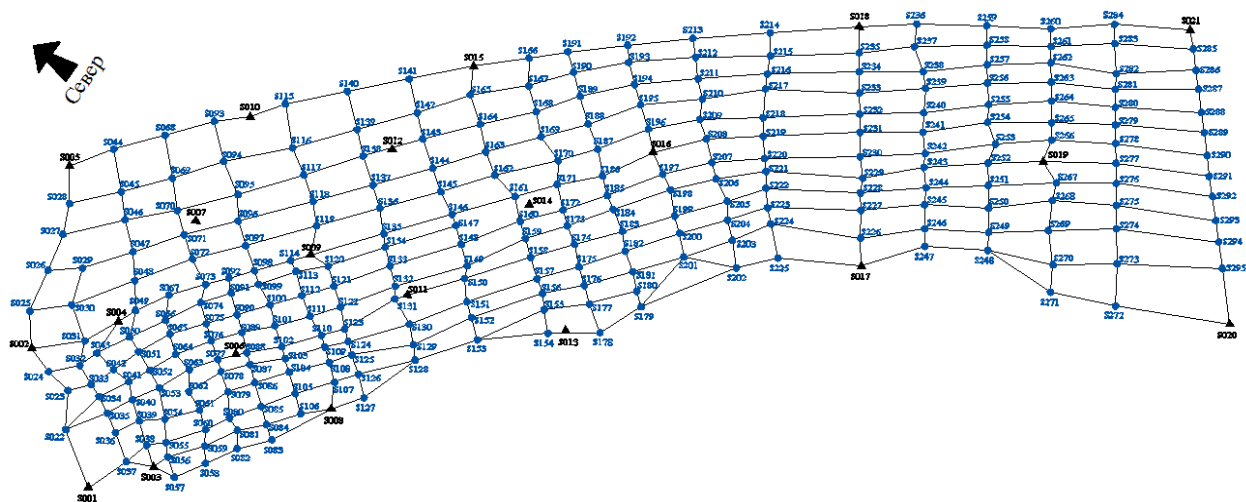


Рисунок 4.2 – Геодезическая сеть первого класса и опорные пункты класса В

Геодезическая сеть второго класса (местная классификация) представляет собой сеть сгущения первого класса. По классификации, принятой в РФ ее можно отнести к сетям специального назначения. Она состоит из 274 пунктов, имеет равномерное их распределение с расстоянием между ними 2-3 км. Она создается для решения инженерных задач с применением различных наземных геодезических приборов.

Работы по построению геодезической сети второго класса были довольно трудоемкими, особенно при закладке пунктов. На территории находились частные земельные участки. Это потребовало согласования с каждым из собственников с привлечением служб муниципалитета. В конечном итоге пункты второго класса были установлены так, что никаких претензий от

собственников участков не было, а сеть сохранила правильную геометрию. Геодезическая сеть второго класса представлена на рисунке 4.3.



▲ Геодезические пункты первого класса ● Геодезические пункты второго класса

Рисунок 4.3 – Геодезическая сеть второго класса

4.3 Рекогносцировка местности и закладка пунктов геодезической сети

В соответствии с инструкциями и нормативными документами России и стран, расположенных в низких широтах [31, 32, 33, 35, 36, 50, 131, 143] проведена рекогносцировка местности. Рекогносцировка местности состоит из выбора исходных пунктов, закладки и маркировки новых пунктов, расчета времени и планирования выполнения работ. Тщательная рекогносцировка может сэкономить много экономических и трудовых затрат, а также сделать полевые и камеральные работы более эффективно.

Автор участвовал на всех стадиях проводимых работ. Выдавал инструкции бригадам, которые выполняли рекогносцировку. Суть инструкций:

- Выбор участков земной поверхности для закладки пунктов производился без признаков солончака и по возможности с меньшей толщиной песков;
- Вблизи участков частной собственности отмечать места закладки, оговоренные с собственником;
- Выбор местоположения пунктов с открытым небосводом для обеспечения максимальной видимости спутников;
- Выбор местоположения пункта с минимальным эффектом многопутности.

Также все бригады были обязаны выполнять следующие процедуры при рекогносцировке:

- Опорные пункты были нанесены на картах и отмечены знаками, которые помогают бригаде легко добраться до места его закладки;
- До начала наблюдений необходимо перепроверить состояния установленного пункта;
- Получить разрешение от владельцев участков на вход на территорию;
- Проверка местоположения новых геодезических пунктов относительно наличия поблизости источников питания, микроволновых или телевизионных передатчиков, светоотражающих средств (энергетические источники весьма сильно влияют на качество наблюдений, поэтому геодезические пункты надо располагать подальше от энергетических источников);
- Если предполагаемое место закладки нового пункта занято, необходимо выбрать поблизости новое место;
- Определить маршрут передвижения до пунктов, поскольку график выполнения работ строго регламентируется;
- Иметь подробные схемы и эскизы, которые помогают наблюдателям добраться до пунктов;
- Иметь информацию о владельцах участков (на случай форс-мажорных обстоятельств).

Поскольку на территории построения геодезической сети встречаются солончаки (районы, расположенные ближе к морю), а также территории покрытые песками, необходимо было решение вопроса о глубине закладки пунктов для обеспечения их устойчивости [88].

В соответствии с Правилами закрепления центров пунктов спутниковой геодезической сети (МОСКВА, ЦНИИГАиК, 2001г.) [88] для районов подвижных песков в качестве центров и реперов закладывают оцинкованные трубы, к которым привариваются винтовые якоря (змеевики) диаметром 20 см и заворачиваются в грунт на глубину не менее 400 см (рис. 4.4 ,тип 15). Верхний

конец трубы с маркой располагают на 80 см выше поверхности земли, он же служит опознавательным знаком. Охранная пластина крепится к трубе. Выступающая на поверхность часть трубы окрашивается масляной краской ярких тонов (красной, оранжевой, желтой). Вокруг центра в радиусе 25 м песок закрепляют химическими реактивами или камышовыми матами. В районах подвижных песков и заболоченных территорий закладываются фундаментальные реперы, предназначенные для области сезонного промерзания.

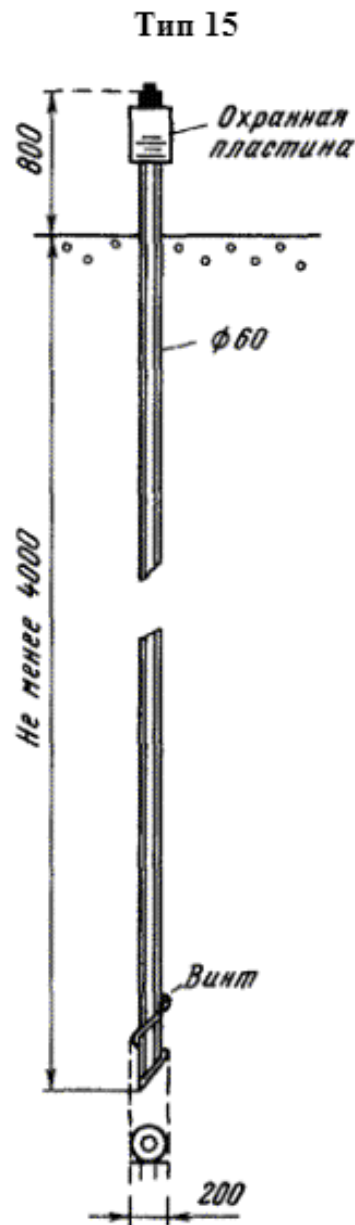


Рисунок 4.4 – Центр пункта геодезической сети 1 - 4 классов и грунтовый репер I - IV классов для районов подвижных песков.

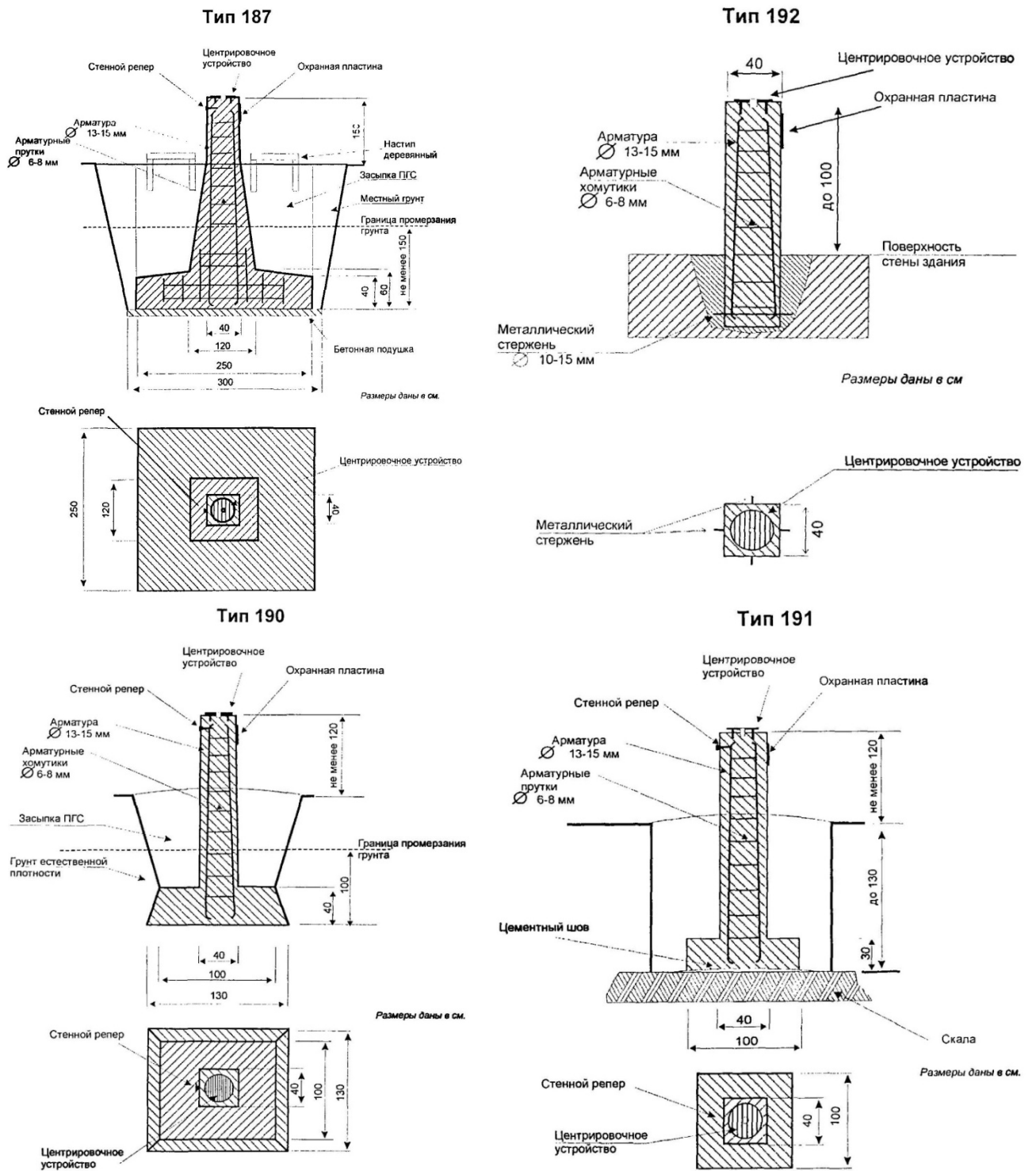


Рисунок 4.5 – ТИП 187 – основной центр пункт ФАГС; ТИП 192 – рабочий центр пункта ФАГС; ТИП 191 – центр пункта спутниковой геодезической сети; ТИП 190 – рабочий центр пункта ВГС.

Геодезический центр № 15, также и другие геодезические центры, как ТИП 187, 190, 191 и 192 (рис. 4.5) не были одобрены муниципальными службами города и в этой связи, автором диссертации предложены два типа пунктов. Один для мест, где толщина песчаного грунта меньше или равно 1 м.

Второй – для участков, где мощность песчаной толщи более 1 м. Для мест, где песчаный грунт более одного метра, пункты закладывались с использованием буронабивных свай до 8 метров глубиной, в зависимости от мощности песков. Типы геодезических пунктов, разработанные автором диссертационной работы, были согласованы и одобрены муниципалитетом города и министерством муниципальных и сельских дел. Схемы новых типов пунктов представлены на рисунке 4.6.

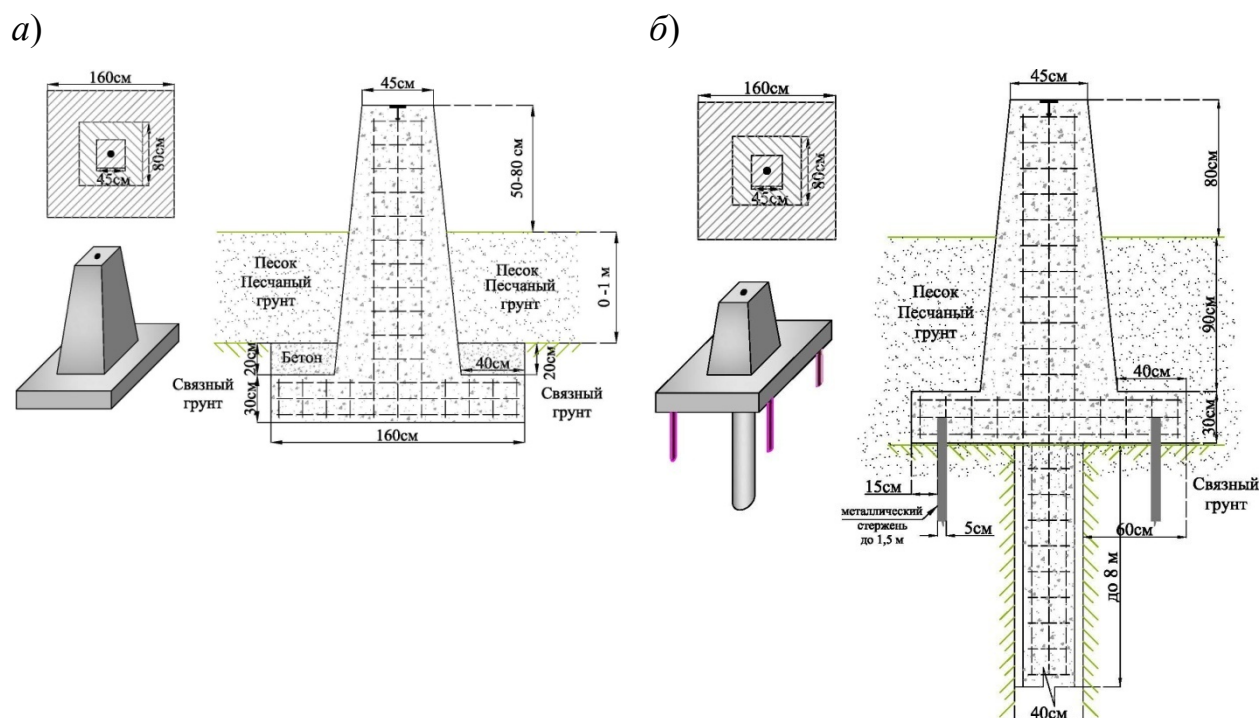


Рисунок 4.6 – Геодезические пункты с центрами: *а*- тип пункта для мощности песчаного грунта до или равной 100 см; *б* - тип пункта для мест с песчаным грунтом более 100 см.

4.4 Производство спутниковых определений

Наблюдения проводились по следующим рекомендациям:

1- Доступность ГНСС спутников

- а) Количество наблюдаемых спутников должно быть не меньше 5;
- б) GDOP (Geometric Dilution of Precision) на все время наблюдений не должно превышать 8;
- с) PDOP (Position Dilution of Precision) на все время наблюдений не должно превышать 4.

2- Настройка GPS-наблюдения

- a) Маска возвышения равна 15 градусов;
- b) Интервал наблюдений – 15 секунд.

3- Процедуры сеансов ГНСС наблюдений

Для определения координат каждого опорного пункта необходимо, чтобы ГНСС измерения проводились не менее чем в двух независимых сеансах наблюдений. Все замечания записываются в полевом журнале для каждого отдельного наблюдаемого пункта. Перед тем как начинать ГНСС наблюдения, каждый бригадир должен соблюдать следующую инструкцию:

- Убедиться в устойчивости штатива;
- Проверить положение антенны;
- Проверить сигналы от спутников до приемника;
- Проверить место наблюдений на предмет наличия отражающих объектов (Все машины необходимо припарковать на расстоянии не менее 100 метров);
- Высота антенны определяется строго по рекомендации производителя;
- В каждом сеансе высота антенны измеряется два раза - перед ГНСС наблюдениями и после завершения сеанса;
- Манипуляции на панели управления только по инструкции производителя;
- Проверять работу приемника и антенны во время наблюдений (потери мощности, движение штатива и т.д.);
- Записывать данные о погоде и ее изменении в течение сеанса наблюдений;
- Все данные и замечания необходимо записывать в отдельных журналах для каждого пункта.

4- Спутниковые наблюдения сети первого и второго класса

ГНСС наблюдения сети первого класса проводились по разработанной технологии способа «скачок лягушки» с применением двух базовых станций и одной мобильной (ровера, см. предыдущую главу). На трех пунктах сети выполнялось одновременное позиционирование в двух сеансах, каждый продолжительностью 2 часа. Затем один из трех приемников переносили на смежный треугольник с оставлением оборудования на пунктах смежной

стороны. Нужно отметить, что перед каждым сеансом наблюдений, все приемники и штативы необходимо заново установить, чтобы обеспечить проверку установки приемника и начать с новыми параметрами следующий сеанс.

ГНСС наблюдения проводились на 33 треугольниках геодезической сети первого класса (напомним, что каждый из этих треугольников наблюдался в двух сеансах). Благодаря разработанной технологии, каждая линия сети наблюдалась как минимум в два раза. Полевым бригадам был дан график, выполнения ГНСС измерений на каждый день. Основные данные, которые передавались бригадам, представлены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Данные для бригад

Дата	Время начала	Время окончания	№ сеанса	Базовые станции	Станция Ровер	Имя бригадира
------	--------------	-----------------	----------	-----------------	---------------	---------------

Схема ГНСС наблюдений на 33 треугольниках представлена на рисунке 4.7.

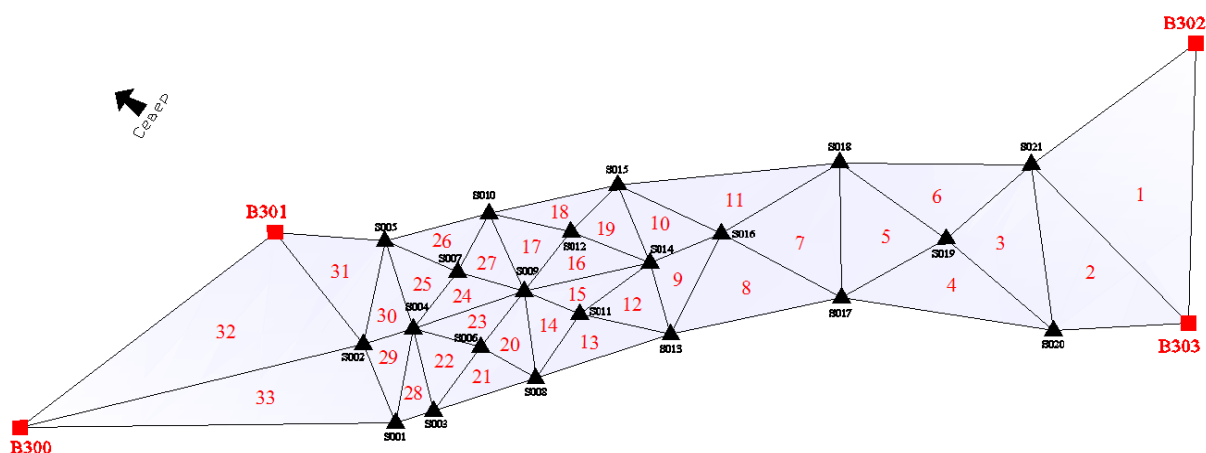


Рисунок 4.7 – Схема выполнения ГНСС наблюдений сети первого класса

После закладки всех пунктов сети второго класса ГНСС наблюдения на этих пунктах начались с применением разработанной технологии «скачок лягушки», но с использованием четырех спутниковых приемников (два приемника были базовыми станциями и два мобильных приемника). Затем, два из этих приемников переходили на смежный четырехугольник, с оставлением оборудования на пунктах смежной стороны. Все ГНСС наблюдения выполнялись в двух сеансах с продолжительностью 2 часа.

Достоинством ГНСС наблюдений, проводимых при одновременном позиционировании на четырех станциях, заключается в том, что количество измеренных линий при этом увеличивается. С использованием трех приемников в каждом сеансе измеряется только один треугольник, но с четырех приемников измеряется одновременно четыре треугольника в каждом сеансе наблюдений. Сравнительная схема между ГНСС измерениями с трех и четырех приемников представлена на рисунке 4.8.

а) На первой установке приемников один треугольник $\Delta(\text{П1-П2-П4})$ был измерен за 2 часа наблюдений в каждом сеансе. Затем один приемник переходил от пункта П1 на пункт П3 и за дополнительные 2 часа наблюдений еще один треугольник $\Delta(\text{П2-П4-П3})$ был измерен. В итоге, за 4 часа были измерены только 2 треугольника.

б) При одновременном наблюдении на четырех пунктах, за 2 часа наблюдений в каждом сеансе, одновременно были измерены 4 треугольника $\Delta(\text{П1-П2-П4})$, $\Delta(\text{П1-П2-П3})$, $\Delta(\text{П1-П4-П3})$, $\Delta(\text{П2-П4-П3})$.

Рисунок 4.8 – Схема для сравнения ГНСС измерений, а- с применением трех приемников; б - с применением четырех приемников.

Фрагмент схемы выполнения ГНСС наблюдений на пунктах сети второго класса представлен на рисунке 4.9.

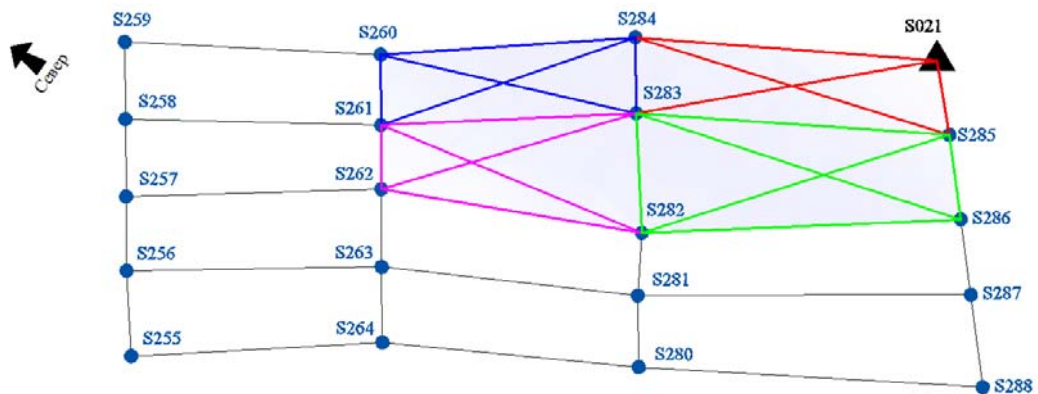


Рисунок 4.9 – Фрагмент схемы выполнения ГНСС наблюдения на пунктах сети второго класса

Между бригадами всегда поддерживалась связь, чтобы убедиться, что все приемники включались одновременно, в указанное время, оптимальное значение DOP для проведения ГНСС наблюдений. Ежедневно, после окончания полевых работ, результаты ГНСС измерений проверялись и хранились в отдельных папках в соответствии с классификацией сети. Отмечалась дата наблюдения и имя бригадира.

5- Обработка полевых данных

Все ГНСС измерения были обработаны с применением программного обеспечения Trimble Business Center (ТВС), которое представляет результаты измерений в требуемых стандартах точности. Оно также способно производить трехмерное уравнивание сетей, имеется ввиду уравнивание планово-высотных геодезических измерений.

Обработки ГНСС наблюдений проводилась по следующим этапам:

- Настройка параметров обработки и корректировки ГНСС измерений в проекте ТВС;
- Проверка ГНСС исходных данных (номер пункта, измеренная высота антенны, продолжительность наблюдений);
- Определения линий с точными эфемеридами;
- Анализ повторных измеренных линий для проверки на существование грубых ошибок;
- Выполнения свободного уравнивания плановой сети с применением одного исходного пункта, с целью проверки внутренней взаимосвязи сети.
- Выполнения окончательного уравнивания сети с применением четырех исходных пунктов.

Поэтапная процедура обработки и корректировки ГНСС наблюдений описана ниже:

Все ГНСС наблюдения обрабатывались, затем преобразовались в плоские прямоугольные координаты в системе координат UTM в зоне 37 север на эллипсоиде WGS-84 с применением проекции Меркатора.

После того, как все необходимые данные занесены в программу (номера

пунктов, высоты, типы антенн) все ГНСС наблюдения автоматически отображаются. Затем проверялись измерения каждой линии. При этом точные эфемериды импортировались из IGS сайта.

Для повышения точности обработанных линий, с помощью функции редактора сессии выделялись и удалялись короткие промежутки ГНСС измерений, которые, как правило, содержали ошибки.

Технологический процесс обработки линий ГНСС наблюдений для определения линий приведен на рисунке 4.10.

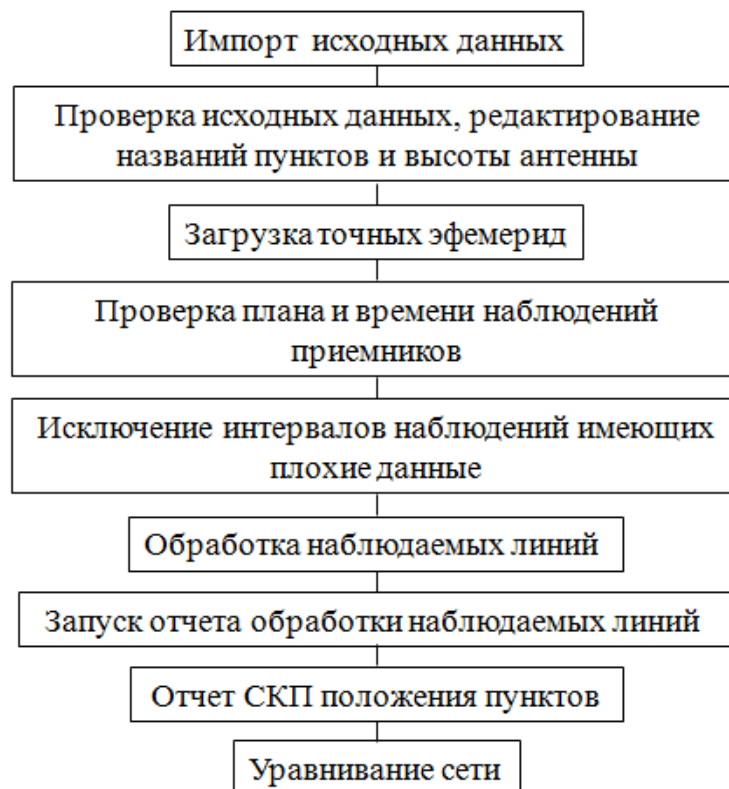


Рисунок 4.10 – Схема процесса обработки линий ГНСС наблюдений

Следующим этапом после предварительной обработки линий является уравнивание сети методом наименьших квадратов. В процессе уравнивания решаются следующие задачи:

- Оценка и устранение случайных ошибок;
- Обеспечение единого решения по избыточным измерениям;
- Уменьшение поправок;
- Оценка точности выполненных измерений.

Последовательность выполнения уравнивания сети приведена на рисунке

4.11.

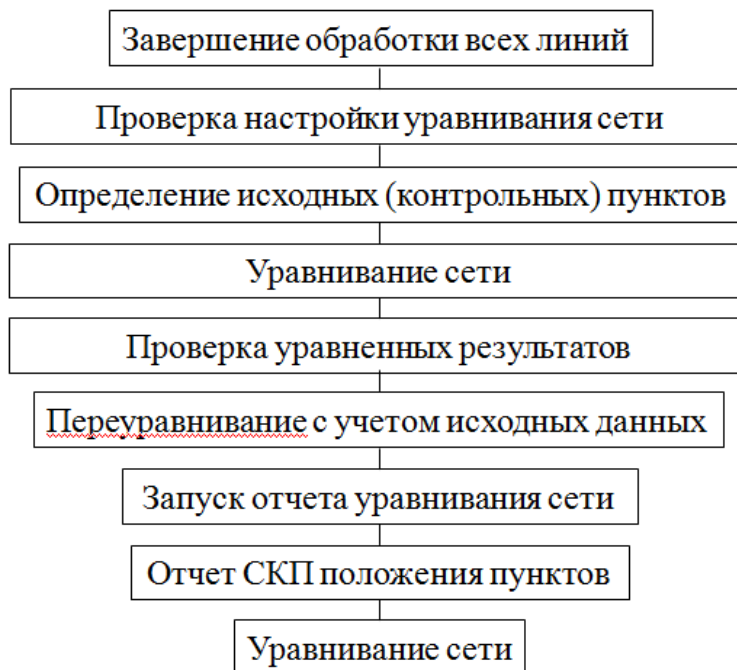


Рисунок 4.11 – Схема процесса уравнивания геодезической сети

Результаты уравнивания геодезической сети, построенной по ГНСС наблюдениям, представлены в таблице 4.4, где, m_x и m_y – СКО плановых координат пунктов, а m_{H_2} – СКО геодезических высот пунктов.

4.5 Создание высотной основы

Высоты пунктов новой построенной геодезической сети были определены на основе ГНСС наблюдений (геодезические высоты), также, на основе геометрического нивелирования (нормальные высоты) от среднего уровня Красного моря.

Геодезические высоты были определены по результатам уравнивания ГНСС измерений.

Поскольку геометрическое нивелирование является основным способом определения превышений для вычисления нормальных высот, основное требование заключалось в их определении для геодезической сети первого и второго класса с точностью $\pm 3\text{мм} \cdot \sqrt{K}$, где K – длина нивелирного хода между пунктами в км, что соответствует точность нивелирования I класса.

Все работы выполнялись и использованием цифровых нивелиров Trimble

DINI с точностью 0,3 мм и штрих-кодовых реек. Поверки нивелиров выполнялись, по крайней мере, один раз в день в соответствии с требованиями [146, 147].

Высоты пунктов определялись по методике нивелирования I класса путем проведения двойного хода нивелирования. Каждая линия между двумя пунктами измерялась дважды. Расстояние между нивелиром и рейкой не превышало 50 м. Последовательность нивелирования всех линий сети соблюдалась строго по принципу нивелирования из середины (Задняя – Передняя – Передняя – Задняя).

Программное обеспечение Trimble Geomatics Office (TGO) использовалось и для обработки нивелирных данных и их уравнивания.

Нормальные высоты определялись дважды. На первом этапе, ход от мареографа, который находится в морском порту Ямбу-эль-Бахр, проложены три отдельных нивелирных хода до трех пунктов новой геодезической сети.

- Ход (Мареограф – S001) с длиной 11,6 км выполнялся с невязкой 0,007 м;
- Ход (Мареограф – S002) с длиной 14 км выполнялся с невязкой 0,009 м;
- Ход (Мареограф – S022) с длиной 11,3 км выполнялся с невязкой 0,007 м.

Схема геометрического нивелирования между мареографом и тремя пунктам геодезической сети представлена на рисунке 4.12

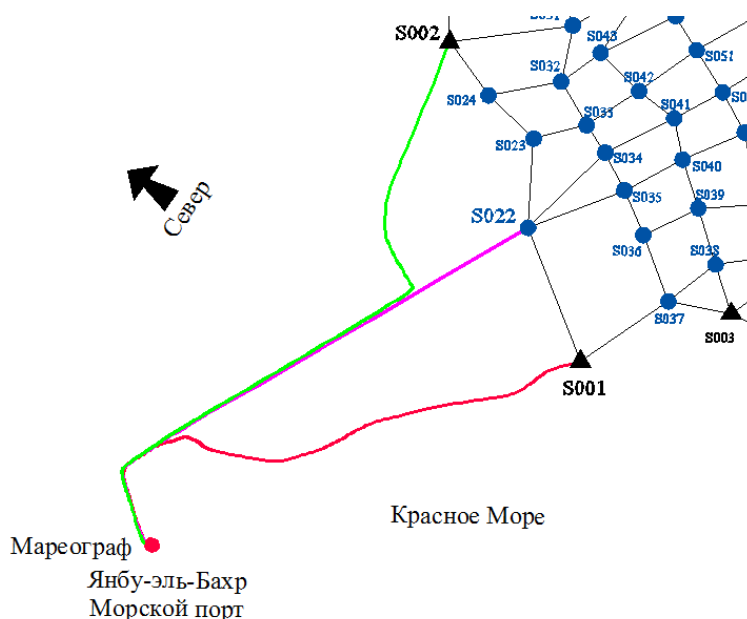


Рисунок 4.12 – Схема передачи отметки мареографа на три пункта геодезической сети

На втором этапе выполнялось геометрическое нивелирование пунктов первого и второго класса по программе нивелирования первого класса. Ошибка нивелирного хода не превысила требуемой точности. В результате нормальные высоты уровня Красного моря переданы на все пункты геодезической сети.

Результаты уравнивания геодезической сети по данным геометрического нивелирования представлены в таблице 4.4, где, $m_{H\gamma}$ – СКО нормальных высот пунктов.

Таблица 4.4 – Результаты уравнивания геодезической сети по ГНСС измерениям и по данным геометрического нивелирования.

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	m_x , м	m_y , м	m_{H_z} , м	$m_{H\gamma}$, м	a	b	α
S001	0,002	0,001	0,010	0,003	0,002	0,002	75°
S002	0,002	0,001	0,010	0,003	0,002	0,002	71°
S003	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,002	72°
S004	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,002	72°
S005	0,002	0,002	0,010	0,003	0,002	0,002	70°
S006	0,002	0,002	0,012	0,002	0,003	0,003	91°
S007	0,002	0,002	0,012	0,003	0,003	0,003	72°
S008	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,002	75°
S009	0,002	0,002	0,010	0,002	0,002	0,002	73°
S010	0,002	0,002	0,012	0,003	0,003	0,003	66°
S011	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,002	73°
S012	0,002	0,002	0,013	0,003	0,003	0,003	65°
S013	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	71°
S014	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	71°
S015	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	68°
S016	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	75°
S017	0,003	0,002	0,012	0,006	0,003	0,003	90°
S018	0,003	0,002	0,012	0,006	0,003	0,003	73°
S019	0,002	0,002	0,011	0,007	0,003	0,003	73°
S020	0,003	0,003	0,014	0,008	0,003	0,003	64°
S021	0,003	0,002	0,013	0,008	0,003	0,003	69°
S022	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	80°
S023	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	75°
S024	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	73°
S025	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	48°
S026	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	33°
S027	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	74°
S028	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	75°
S029	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	62°
S030	0,002	0,002	0,010	0,003	0,003	0,003	66°
S031	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	69°

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	$m_x, \text{ м}$	$m_y, \text{ м}$	$m_{H_z}, \text{ м}$	$m_{H_\gamma}, \text{ м}$	a	b	α
S032	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	70°
S033	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,002	74°
S034	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,002	78°
S035	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	78°
S036	0,002	0,002	0,010	0,003	0,003	0,003	72°
S037	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	67°
S038	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	61°
S039	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	67°
S040	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	80°
S041	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	82°
S042	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	74°
S043	0,002	0,002	0,011	0,001	0,003	0,003	65°
S044	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	52°
S045	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	72°
S046	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	71°
S047	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	64°
S048	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	57°
S049	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	58°
S050	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	70°
S051	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	77°
S052	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	82°
S053	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	77°
S054	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	73°
S055	0,002	0,002	0,010	0,001	0,003	0,003	69°
S056	0,002	0,002	0,011	0,001	0,003	0,003	69°
S057	0,002	0,002	0,011	0,001	0,003	0,003	67°
S058	0,003	0,003	0,011	0,002	0,003	0,003	76°
S059	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	76°
S060	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	79°
S061	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	79°
S062	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	81°
S063	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	77°
S064	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	78°
S065	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	88°
S066	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	71°
S067	0,003	0,004	0,012	0,002	0,005	0,004	25°
S068	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,004	175°
S069	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	12°
S070	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	34°
S071	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	43°
S072	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	41°
S073	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	61°
S074	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	77°
S075	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	85°
S076	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	95°
S077	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	75°

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	$m_x, \text{ м}$	$m_y, \text{ м}$	$m_{H_z}, \text{ м}$	$m_{H_\gamma}, \text{ м}$	a	b	α
S078	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	75°
S079	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	76°
S080	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	73°
S081	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	75°
S082	0,003	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	81°
S083	0,003	0,003	0,011	0,002	0,003	0,003	89°
S084	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	77°
S085	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	68°
S086	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	77°
S087	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	76°
S088	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	69°
S089	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	78°
S090	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	94°
S091	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	92°
S092	0,003	0,003	0,011	0,002	0,003	0,003	88°
S093	0,003	0,003	0,012	0,003	0,004	0,004	8°
S094	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,003	13°
S095	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	15°
S096	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	60°
S097	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	58°
S098	0,002	0,002	0,010	0,001	0,003	0,003	73°
S099	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	84°
S100	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	74°
S101	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	72°
S102	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	71°
S103	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	72°
S104	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	75°
S105	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	70°
S106	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	73°
S107	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	72°
S108	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	72°
S109	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	69°
S110	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	70°
S111	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	67°
S112	0,003	0,003	0,011	0,002	0,003	0,003	37°
S113	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	85°
S114	0,003	0,003	0,011	0,001	0,003	0,003	94°
S115	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,004	9°
S116	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	62°
S117	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	69°
S118	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	71°
S119	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	58°
S120	0,002	0,002	0,010	0,002	0,003	0,003	78°
S121	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	65°
S122	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	64°
S123	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	72°

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	$m_x, \text{ м}$	$m_y, \text{ м}$	$m_{H_z}, \text{ м}$	$m_{H_\gamma}, \text{ м}$	a	b	α
S124	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	70°
S125	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	69°
S126	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	76°
S127	0,003	0,003	0,011	0,002	0,003	0,003	81°
S128	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	79°
S129	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,003	72°
S130	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	65°
S131	0,002	0,002	0,004	0,002	0,003	0,003	70°
S132	0,002	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	75°
S133	0,003	0,002	0,011	0,001	0,003	0,003	68°
S134	0,003	0,002	0,011	0,001	0,003	0,003	85°
S135	0,003	0,002	0,011	0,001	0,003	0,003	82°
S136	0,003	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	58°
S137	0,003	0,002	0,011	0,002	0,003	0,003	62°
S138	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	70°
S139	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	60°
S140	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,004	10°
S141	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,004	25°
S142	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	45°
S143	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	46°
S144	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	44°
S145	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	66°
S146	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	78°
S147	0,003	0,003	0,011	0,003	0,003	0,003	89°
S148	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	81°
S149	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	70°
S150	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	68°
S151	0,002	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	67°
S152	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	76°
S153	0,003	0,003	0,011	0,003	0,004	0,003	86°
S154	0,002	0,003	0,011	0,004	0,003	0,003	71°
S155	0,003	0,003	0,011	0,004	0,003	0,003	75°
S156	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	73°
S157	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	70°
S158	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	67°
S159	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	63°
S160	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	80°
S161	0,003	0,002	0,011	0,003	0,003	0,003	77°
S162	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	72°
S163	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	68°
S164	0,003	0,003	0,011	0,004	0,003	0,003	44°
S165	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	62°
S166	0,003	0,003	0,011	0,004	0,004	0,003	78°
S167	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	69°
S168	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	68°
S169	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	72°

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	$m_x, \text{ м}$	$m_y, \text{ м}$	$m_{H_z}, \text{ м}$	$m_{H_\gamma}, \text{ м}$	a	b	α
S170	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	71°
S171	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	70°
S172	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	75°
S173	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	66°
S174	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	65°
S175	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	78°
S176	0,003	0,002	0,012	0,004	0,003	0,003	82°
S177	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	74°
S178	0,003	0,002	0,012	0,004	0,003	0,003	63°
S179	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	45°
S180	0,003	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	55°
S181	0,003	0,002	0,012	0,004	0,003	0,003	62°
S182	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	105°
S183	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	67°
S184	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	66°
S185	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	72°
S186	0,002	0,002	0,011	0,004	0,003	0,003	71°
S187	0,003	0,003	0,011	0,005	0,003	0,003	50°
S188	0,003	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	70°
S189	0,003	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	70°
S190	0,003	0,003	0,011	0,005	0,003	0,003	48°
S191	0,003	0,003	0,011	0,004	0,004	0,004	22°
S192	0,003	0,003	0,012	0,005	0,004	0,004	22°
S193	0,003	0,003	0,011	0,005	0,003	0,003	31°
S194	0,003	0,003	0,011	0,005	0,003	0,003	53°
S195	0,003	0,003	0,011	0,005	0,003	0,003	62°
S196	0,003	0,003	0,011	0,005	0,003	0,003	45°
S197	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	70°
S198	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	67°
S199	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	72°
S200	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	67°
S201	0,002	0,002	0,011	0,005	0,003	0,003	60°
S202	0,003	0,003	0,011	0,006	0,004	0,003	78°
S203	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	56°
S204	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	55°
S205	0,003	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	68°
S206	0,002	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	60°
S207	0,002	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	58°
S208	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	41°
S209	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	48°
S210	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	62°
S211	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	53°
S212	0,003	0,003	0,011	0,006	0,004	0,003	34°
S213	0,003	0,003	0,012	0,005	0,004	0,004	15°
S214	0,003	0,003	0,012	0,006	0,004	0,004	26°
S215	0,003	0,003	0,011	0,006	0,004	0,003	43°

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	$m_x, \text{ м}$	$m_y, \text{ м}$	$m_{H_z}, \text{ м}$	$m_{H_\gamma}, \text{ м}$	a	b	α
S216	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	43°
S217	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	48°
S218	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	42°
S219	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	44°
S220	0,003	0,003	0,011	0,006	0,003	0,003	48°
S221	0,003	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	50°
S222	0,002	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	64°
S223	0,002	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	57°
S224	0,003	0,002	0,011	0,006	0,003	0,003	61°
S225	0,003	0,003	0,012	0,006	0,003	0,003	85°
S226	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	71°
S227	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	51°
S228	0,003	0,002	0,011	0,007	0,003	0,003	71°
S229	0,003	0,002	0,011	0,007	0,003	0,003	63°
S230	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	30°
S231	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	38°
S232	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	32°
S233	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	28°
S234	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	33°
S235	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	48°
S236	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	22°
S237	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	24°
S238	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	36°
S239	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	47°
S240	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	41°
S241	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	19°
S242	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,003	13°
S243	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	70°
S244	0,003	0,002	0,011	0,007	0,003	0,003	72°
S245	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	58°
S246	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	72°
S247	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,003	87°
S248	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	108°
S249	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	67°
S250	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	64°
S251	0,003	0,002	0,011	0,007	0,003	0,003	73°
S252	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	74°
S253	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	57°
S254	0,003	0,003	0,011	0,007	0,003	0,003	36°
S255	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	36°
S256	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,003	47°
S257	0,003	0,003	0,011	0,007	0,004	0,004	45°
S258	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	30°
S259	0,003	0,004	0,012	0,007	0,004	0,004	161°
S260	0,003	0,004	0,012	0,007	0,005	0,004	159°
S261	0,003	0,003	0,012	0,007	0,004	0,004	57°

Продолжение таблицы 4.4

№ пунктов	СКО плановых координат		СКО высот		Эллипс ошибок		
	$m_x, \text{ м}$	$m_y, \text{ м}$	$m_{H_z}, \text{ м}$	$m_{H_\gamma}, \text{ м}$	a	b	α
S262	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,004	60°
S263	0,003	0,003	0,011	0,008	0,004	0,004	53°
S264	0,003	0,003	0,011	0,008	0,004	0,004	19°
S265	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	55°
S266	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	69°
S267	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	69°
S268	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	63°
S269	0,003	0,003	0,011	0,008	0,004	0,003	53°
S270	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,004	62°
S271	0,003	0,003	0,013	0,007	0,004	0,004	70°
S272	0,003	0,003	0,012	0,008	0,005	0,006	84°
S273	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,004	67°
S274	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,003	71°
S275	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	72°
S276	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	72°
S277	0,003	0,003	0,011	0,008	0,003	0,003	77°
S278	0,003	0,003	0,011	0,008	0,004	0,003	68°
S279	0,003	0,003	0,011	0,008	0,004	0,003	61°
S280	0,003	0,003	0,011	0,008	0,004	0,004	55°
S281	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,004	59°
S282	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,004	50°
S283	0,003	0,003	0,012	0,008	0,004	0,004	9°
S284	0,004	0,004	0,012	0,008	0,005	0,004	3°
S285	0,004	0,004	0,013	0,008	0,005	0,005	1°
S286	0,003	0,004	0,012	0,009	0,004	0,004	31°
S287	0,004	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	67°
S288	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	67°
S289	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	57°
S290	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	55°
S291	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	74°
S292	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	85°
S293	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	102°
S294	0,003	0,003	0,012	0,009	0,004	0,004	52°
S295	0,003	0,003	0,013	0,009	0,004	0,004	58°

После завершения камеральных работ были определены геодезические и прямоугольные координаты пунктов в системе координат WGS-84 с применением проекции Меркатора, а также геодезические и нормальные высоты от уровня Красного моря.

4.6 Вывод по четвертой главе

Выполнена практическая реализация результатов диссертационных исследований. Проведены и отражены все работы по созданию геодезической сети. Начиная от изучения местности, существующих исходных пунктов плановой и высотной основы, рекогносцировки, выбора оптимального варианта проектирования сети, нужных типов пунктов, обеспечивающих долговременную сохранность, до уравнивания сети и определения плановых координат и высот с требуемой точностью.

Основные результаты и особенности практической реализации разработанной методики:

- 1- На основе разработанного алгоритма оценки точности, проведено моделирование геодезических сетей, проведено проектирование геодезической сети первого класса, и был выбран ее оптимальный вариант с учетом результатов рекогносцировки и согласования мест закладки пунктов с владельцами земельных участков.
- 2- Выполнен анализ результатов рекогносцировки, на основе которого проведено зонирование территории геодезической сети по типу грунтов. Были предложены и одобрены муниципальными службами разработанные автором два типа геодезических центров по аналогии с типами центров, используемых в России.
- 3- Проведены спутниковые определения по разработанной автором технологии, названной «Скачок лягушки».
- 4- С применением программного обеспечения Trimble Business centre обработаны линии геодезической сети с точными эфемеридами и на основе уравнивания ГНСС измерений вычислены геодезические координаты пунктов сети и геодезические высоты. Далее, с применением проекции Меркатора, выполнены преобразования в прямоугольную систему координат.
- 5- Проведено геометрическое нивелирование от Мареографа до трех пунктов геодезической сети, также между пунктами геодезической сети первого и

второго класса (295 пунктов). Определены нормальные высоты пунктов геодезической сети.

После окончания полевых и камеральных работ был составлен подробный отчет, который был представлен муниципалитету города. Работы по созданию геодезической сети, в которых активное участие принял автор диссертации, получили одобрение. Автор удостоен почетным знаком «Щит».

Заключение

В диссертационной работе представлены результаты исследований на актуальную тему создания геодезических сетей с применением спутниковых технологий для условий низких широт.

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. На основе теоретических и экспериментальных исследований с непосредственным участием автора диссертации разработана технология создания спутниковой геодезической сети для условий низких широт.
2. Для обеспечения нормативных требований проектирования разработана методика оценки точности спутниковой геодезической сети на основе рассмотрения длин сторон с использованием метода наименьших квадратов.
3. Обоснован выбор системы плоских координат в низких широтах. Выполнен сравнительный анализ между проекциями Гаусса-Крюгера и Меркатора. Вычислены величины искажений и абсолютные линейные деформации в каждой из этих проекции, модифицирован алгоритм преобразования геодезических координат в плоские прямоугольные и обратно.
4. Показано, что для условий низких широт эффективно применение проекции Меркатора, позволяющее уменьшить искажения по сравнению с системой Гаусса-Крюгера, а за счет автоматизации модифицированного алгоритма оперативно переводить координаты с одной системы в другую.
5. Определены зависимости точности спутниковых определений от продолжительности статических наблюдений и длин линий.
6. Разработана технология ГНСС наблюдений на пунктах геодезической сети, названная для сокращенного обозначения «скачок лягушки», которая предусматривает одновременное позиционирование на трех пунктах с последующим переходом на смежный треугольник и оставлением оборудования на пунктах смежной стороны. Результаты фактических

измерений показали, что с применением этой технологии можно достичь точности определения плановых координат в пределах сантиметра.

7. Высоты пунктов геодезической сети предложено определять методом геометрического нивелирования. При этом исходный уровень высотной системы принимается по отметке Красного моря. Пункты геодезической сети получают отметки путем проведения хода геометрического нивелирования от мареографа Красного моря. Приведено обоснование определения нормальных высот на основе гравитационной модели Земли EGM2008. При этом возможно достижение точности в пределах 10 см, что достаточно для стадий проектирования.
8. Разработанные теоретические и практические рекомендации получили практическую реализацию в виде построения геодезической сети на территории строительства нового города в Саудовской Аравии. В настоящее время, координаты пунктов геодезической сети используются муниципалитетом города Янбу для различных видов инженерных и строительных работ.

Список сокращений

АГП	–	Аэрогеодезическое предприятие
ВАГП	–	Верхневолжское Аэрогеодезическое предприятие
ВГС	–	Высокоточная геодезическая сеть
ГГС	–	Государственная геодезическая сеть
ГИС	–	Географическая Информационная Система
ГЛОНАСС	–	Глобальная Навигационная Спутниковая Система
ГНСС	–	Глобальная Навигационная Спутниковая Система
ЛЭП	–	Линия электропередач
ЛЭС	–	Линия электросвязи
МГГС	–	Московская городская геодезическая сеть
МИИГАиК	–	Московский государственный университет геодезии и картографии
ОТБР	–	функция для отбрасывания дробной части числа, используется в Excel
РФ	–	Российская Федерация
СГС-1	–	Спутниковая Геодезическая Сеть первого класса
СК-42	–	Система координат 1942 года
СК-95	–	Система координат 1995 года
СКО	–	Средняя квадратическая Ошибка
СКП	–	Средняя квадратическая Погрешность
ЦНИИГАиК	–	Центральный научно-исследовательский институт геодезии, аэросъемки и картографии
DOP	–	Dilution of Precision. Снижение точности
EGM2008	–	Earth Gravitational Model 2008. Гравитационная модель Земли 2008
EGM96	–	Earth Gravitational Model 1996. Гравитационная модель Земли 1996
FGCC	–	Federal Geodetic Control Committee. Федеральный комитет по геодезическому контролю.
GDOP	–	Geometric Dilution of Precision. Геометрическое снижение точности
GNSS	–	Global Navigation Satellite Systems. Глобальная навигационная спутниковая система
GPS	–	Global Positioning System. система глобального позиционирования
IGS	–	International GNSS Service. Международная служба ГНСС
МОНРА	–	Ministry of municipal and rural affairs. Министерство Муниципальных и сельских дел

OSU91	– Global geopotential model Ohio State University. Глобальная геопотенциальная модель Университета штата Огайо
PDOP	Position Dilution of Precision. Снижение точности по местоположению
RTK	– Real Time Kinematic. Кинематика реального времени
SGN	– Saudi Geodetic Network. Саудовская геодезическая сеть.
TBC	– Trimble Business Center. Программное обеспечение
TGG-2017	– Transport Geotechnics and Geocology 2017. Транспортная геотехника и геоэкология.
TGO	– Trimble Geomatics Office. Программное обеспечение
UTM	– Universal Transverse Mercator. Универсальный поперечный Меркатор
WGS72	– World Geodetic System 1972. Всемирная геодезическая система 1972
WGS84	– World Geodetic System 1984. Всемирная геодезическая система 1984

Список литературы

1. Аврунев Е.И., Гиниятов, И.А. Основы земельного кадастра и мониторинга земель: методические указания / Е.И. Аврунев, И.А. Гиниятов. – Новосибирск : СГГА, 2002. – 21с.
2. Аврунев, Е. И., Метелева, М. В. Результат оптимизации построения опорной геодезической сети на территорию города новосибирска / Е. И. Аврунев, М. В. Метелева // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2014. – Т.3. – №2. – С. 120-125.
3. Азаров, Б.Ф. Современные методы геодезических наблюдений за деформациями инженерных сооружений / Б.Ф. Азаров // Алтайский государственный технический университет. – 2011. – № 1. – С. 19-29.
4. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии / К.М. Антонович // – М. : ФГУП «Картгеоцентр», 2005. – Т.1. – 334 с.
5. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии / К.М. Антонович // – М. : ФГУП «Картгеоцентр», 2006. – Т.2. – 360 с.
6. Антонович, К.М. Пути развития ГНСС технологий в геодезии / К.М. Антонович // Новосибирск : СГГА. – 2006. – №11. – С. 52-57.
7. Антонович, К.М., Долганов, И.М. О влиянии продолжительности сеанса наблюдений на точность определения компонент базовой линии / К.М. Антонович, И.М. Долганов // Новосибирск : СГГА. – 2003. – № 8. – С. 14-18.
8. Антонович, К.М., Яхман, В.В. Выбор стохастической модели при уравнивании спутниковых геодезических сетей / К.М. Антонович, В.В. Яхман // Новосибирск : СГГА. – 2006. – №11. – С. 58-64.
9. Афонин, К.Ф. Высшая геодезия. Системы координат и преобразования между ними: учебно-методическое пособие / К.Ф. Афонин. – Новосибирск : СГГА, 2011. – 56 с.
10. Афонин, К.Ф. Технологии геодезических и картографических работ: учеб. пособие / К.Ф. Афонин. – Новосибирск : СГГА, 2007. – 100 с.

- 11.Афонин, К.Ф., Мазуров, Б.Т. Основные геодезические работы. Уравнивание линейно-угловых геодезических сетей параметрическим способом: методические указания / К.Ф. Афонин, Б.Т. Мазуров. – Новосибирск : СГГА, 1999. – 27 с.
- 12.Баландин, В.Н., Брынь, М.Я., Меньшиков, И.В., Фирсов, Ю.Г. Алгоритм вычисления плоских прямоугольных координат, сближения меридианов и масштаба проекции Гаусса в 6-градусной зоне по геодезическим координатам / В.Н. Баландин, М.Я. Брынь, И.В. Меньшиков, Ю.Г. Фирсов // Записки Горного института. – Санкт-Петербург. – 2013. – Т.204. – С.24-26.
- 13.Баландин, В.Н., Брынь, М.Я., Хабаров, В.Ф., Юськевич, А.В. Спутниковые и традиционные геодезические измерения / В.Н. Баландин, М.Я. Брынь, В.Ф. Хабаров, А.В. Юськевич. – СПб : ФГУП «Аэрогеодезия», 2003. – 112 с.
- 14.Баландин, В.Н., Меньшиков, И.В., Фирсов, Ю.Г. Преобразование координат из одной системы в другую / В.Н. Баландин, И.В. Меньшиков, Ю.Г. Фирсов. – СПб : «Сборка», 2016. – 90 с.
- 15.Баландин В.Н., Меньшиков И.В., Фирсов Ю.Г., Ефанов А.И., Определение аномалий высот спутниковым методом / В.Н. Баландин, И.В. Меньшиков, Ю.Г. Фирсов, А.И. Ефанов // Геодезия и картография. – Москва. – 2016. – № 2. – С. 11–16.
- 16.Балжинням, Т., Мягмаржав, И. Реконструкция опорной геодезической сети с помощью GPS технологии / Т. Балжинням, И. Мягмаржав // Интерэкспо гео-сибирь. – Новосибирск: СГГА. – 2007. – Т.2. – С.68-74.
- 17.Батраков, Ю.Г., Геодезические сети сгущения / Ю.Г. Батраков. – М.: Недра, 1987. – 255 с.
- 18.Бойко, Е. Г., Кленицкий, Б. М., Ландис, И. М., Устинов, Г. А. Использование искусственных спутников Земли для построения геодезических сетей / Е. Г. Бойко, Б. М. Кленицкий, И. М. Ландис, Г. А. Устинов. – М. : Недра, 1977. – 376 с.

- 19.Бойко, Е.Г., Зимин, В.М. Совместное уравнивание спутниковых и наземных геодезических сетей / Е.Г. Бойко, В.М. Зимин // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 1999. – №4. – С.3-8.
- 20.Бойко, Е.Г., Зимин, В.М., Мельников, С.А. Исследование некоторых алгоритмов совместной обработки спутниковых и наземных геодезических сетей / Е.Г. Бойко, В.М. Зимин, С.А. Мельников // Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 1999. – №5. – С.3-12.
- 21.Бойков, В.В., Пересадько, Е.С. Опыта эксплуатации Спутниковой системы межевания земель (проект «Москва») / В.В. Бойков, Е.С. Пересадько // Геопрофи. – Москва. – 2005. – №6. – С.58-61.
- 22.Большаков, В.Д., Левчука, Г.П. Справочник геодезиста: В 2-х книгах. Кн. 1 / Под ред. В. Д. Большакова и Г. П. Левчука. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Недра, 1985. – 455 с.
- 23.Большаков, В.Д., Маркузе, Ю И., Голубев, В.В. Уравнивание геодезических построений: справочное пособие / В.Д. Большаков, Ю И. Маркузе, В.В. Голубев. – М. : Недра, 1989. – 413 с.
- 24.Бузук, Р.В. Маркшейдерские опорные геодезические сети: учеб. Пособие / Р.В. Бузук. – 2-е изд., испр. и доп. – Кемерово, 2004. – 287 с.
- 25.Буров, С.А., Урличич, Ю.М., Улисков, Е.А., Гвоздев, В.В. Опыт внедрения технологий высокоточного спутникового позиционирования / С.А. Буров, Ю.М. Урличич, Е.А. Улисков, В.В. Гвоздев // Геопрофи. – Москва. – 2004. – №4. – С.6-9.
- 26.Виноградов, А.В., Войтенко, А.В., Жигулин, А.Ю. Оценка точности метода Precise Point Positioning и возможности его применения при кадастровых работах / А.В. Виноградов, А.В. Войтенко, А.Ю. Жигулин. // Геопрофи. – Москва. – 2010. – № 2. – С.27-30.
- 27.Генике, А.А., Побединский, Г.Г. Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии / А.А. Генике, Г.Г. Побединский. – 2-е Изд., перераб. и доп. – М. : Картгеоцентр, 2004. – 355 с.

28. Геодезия в России в XIX в. [электронный ресурс]. – Раменское : ООО «ГеоПлюс». – Режим доступв: http://www.ramgeo.ru/history/info/geo_history/chapter_2
29. Герасимов, А. П. Спутниковые геодезические сети / А. П. Герасимов. – М. : ООО Издательство «Проспект», 2012. – 176 с.
30. Герасимов, А.П. Проблемы государственной геодезической сети (в порядке дискуссии) / А.П. Герасимов // Геопрофи. – Москва. – 2010. – №1 – С.55-56.
31. ГКИНП 01.006.03–2004 Основные положения о государственной геодезической сети РФ. – М. : ЦНИИГАиК, 2004. – 14 с.
32. ГКИНП 01.271.03–2003 Руководство по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых систем ГЛОНАСС/GPS. – М. : ЦНИИГАиК, 2003. – 66 с.
33. ГКИНП 02.262.02–2002 Инструкция по развитию съёмочного обоснования с применением ГЛОНАСС и GPS. – М. : ЦНИИГАиК, 2002. – 56 с.
34. ГКИНП 03.010.03–2004 Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. – М. : ЦНИИГАиК, 2004. – 231 с.
35. ГКИНП 06.278.04–2004 Руководство пользователя по выполнению работ в системе координат 1995 года (СК-95). – М. : ЦНИИГАиК, 2004. – 89 с.
36. ГКИНП 16.2000–2000 Инструкция по составлению проектно-сметной документации. – М. : ЦНИИГАиК, 2000. – 61 с.
37. Глушков, В. В., Насретдинов, К. К., Шаравин, А. А. Космическая геодезия: методы и перспективы развития / В. В. Глушков, К. К. Насретдинов, А. А. Шаравин. – М. : Институт политического и военного анализа, 2002. – 448 с.
38. ГОСТ Р 51794.2008–2009 Глобальные навигационные спутниковые системы. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. – М. : Стандартинформ, 2009. – 19 с.
39. ГОСТ Р 51794–2001. Системы координат. Методы преобразования координат. – М: Госстандарт России. – 2001
40. ГОСТ Р 55024.2012–2014 Сети геодезические. Классификация. Общие технические требования. – М. : Стандартинформ, 2014. – 11 с.

41. Гришко, С.В. Уравнивание спутниковых сетей. Предварительная оценка точности проектов спутниковых измерений: учебно-метод. пособие / С.В. Гришко. – Пермь : Издательство Пермского государственного технического университета, 2010. – 20 с.
42. Гудков, В. М., Хлебников, А. В. Математическая обработка маркшейдерско-геодезических измерений: учебник для вузов / В. М. Гудков, А.В. Хлебников. – М. : Недра, 1990. – 335 с.
43. Евстафьев, О.В. Наземная инфраструктура ГНСС для точного позиционирования / О.В. Евстафьев под ред. В.В. Грошева. – М. : ООО «Издательство «Проспект», 2009. – 48 с.
44. Загретдинов, Р.В. Создание опорных геодезических сетей с помощью ГНСС: учебно-методическое пособие / Р.В. Загретдинов. – Казань : Казанский федеральный университет, 2013. – 26 с.
45. Загретдинов, Р.В. Спутниковые системы позиционирования. Конспект лекций / Р.В. Загретдинов. – Казань : Казанский федеральный университет, 2014. – 148 с.
46. Закатов, П. С. Курс высшей геодезии / П. С. Закатов. изд. 4, перераб. и доп. – М. : Недра, 1976. – 511 с.
47. Йессуф М. Ж. Установление связи национальной системы координат республики Бенин с международными общеземными системами координат : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 25.00.32 / Йессуф Мукадам Жослин. – М., 2016. – 148 с.
48. Имбаби, А.Х. Об истории развития опорной геодезической сети Египта / А.Х. Имбаби // Бакинский Университет. – Азербайджан. – 2010. – №2. – С.166-170.
49. Инструкция по полигонометрии и трилатерации. – М. : Недра, 1976. – 104 с.
50. Инструкция по построению государственной геодезической сети СССР. – М. : Недра, 1966. – 349 с.
51. Карпик, А.П., Чешева, И.Н. Исследование и анализ точности специальных инженерно-геодезических сетей методом математического моделирования:

- методические указания / А.П. Карпик, И.Н. Чешева. – Новосибирск : СГГА, 2009. – 32 с.
- 52.Кассир, А. А. Современное состояние геодезической сети на территории Ливанской республики / А. А. Кассир // Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 2012. – №3. – С.30-34.
- 53.Клюшин, А.О., Куприянов, А.О., Шлапак, В.В. Спутниковые методы измерений в геодезии : учебное пособие / А.О. Клюшин, А.О. Куприянов, В.В. Шлапак. – М. : МИИГАиК, 2006. – 60 с.
- 54.Клюшин, Е. Б., Киселев, М. И., Михелев, Д.Ш., Фельдман, В.Д. Инженерная геодезия / Е. Б. Клюшин, М. И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман. 4-е изд. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 480 с.
- 55.Корнилов, Ю.Н. Геодезия. Топографические съемки : учебное пособие / Ю.Н. Корнилов. – СПб. : Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет), 2008. – 145 с.
- 56.Коссугбето, Б. К. Патрик Совершенствование координатной основы на территории республики Бенин : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 25.00.32 / Коссугбето, Б. К. Патрик – М., 2015. – 122 с.
- 57.Кравчук, И. М. Особенности вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений / И. М. Кравчук // Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 2010. – № 4. – С.35-40.
- 58.Куприянов, А.О., Кузнецов, С.П. Локальные преобразования систем координат, реализованные в программных пакетах по обработке спутниковых измерений / А.О. Куприянов, С.П. Кузнецов // Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 2012. – №3. – С.3-8.
- 59.Лебедев, Н.Н. Инженерная геодезия / Н.Н. Лебедев. – М.: Недра, 1974. – 360 с.
- 60.Макаров, Г. В. Оpozнание грубо ошибочных измерений в геодезических сетях: от классических условных уравнений к уравнениям универсальным / Г. В. Макаров // Политехника. – СПб. – 2015. – С.110-114.

- 61.Макаров, Г. В. Отбраковка грубых ошибок измерений. Возрождение условных уравнений / Г. В. Макаров // Изыскательский вестник. – СПб. – 2011. – №2 (12). – С.10-14.
- 62.Максимова, М.В. Преобразования координат при инженерно-геодезических изысканиях / М.В. Максимова // Инженерные изыскания – Москва. – 2013. – №2. – С.18-21.
- 63.Мазуров, Б.Т. Высшая геодезия : учебник / Б.Т. Мазуров. – Новосибирск, СГУГиТ, 2016, – 203 с
- 64.Мазуров Б.Т. Математическое моделирование по геодезическим данным : учебное пособие / Б.Т. Мазуров. – Новосибирск, СГГА, 2013, 127 с
- 65.Маркузе, Ю. И. Теория математической обработки геодезических измерений. Основы метода наименьших квадратов и уравнительных вычислений : учебное пособие / Ю. И. Маркузе. Книга 2. – М. : МИИГАиК, 2005. – 280 с.
- 66.Маркузе, Ю.И. Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1989. – 248 с.
- 67.Маркузе, Ю.И. Основы уравнительных вычислений / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1990. – 240 с.
- 68.Маркузе, Ю.И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1982. – 191 с.
- 69.Маркузе, Ю.И. Уравнивание свободных сетей / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1988. – 219 с.
- 70.Маркузе, Ю.И., Хоанг Нгок Ха. Уравнивание пространственных наземных и спутниковых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе, Хоанг Нгок Ха. – М.: Недра, 1991. – 275 с.
- 71.Машимов, М. М. Геодезия. Теоретическая геодезия : справочное пособие / М.М. Машимов. под ред. В. П. Савиных, В. Р. Яценко. – М. : Недра, 1991. – 268 с.
- 72.Машимов, М.М. Уравнивание геодезических сетей / М.М. Машимов. – М.: Недра, 1979. – 376 с.

73. Методические указания по проведению работ на земной поверхности (создание планово-высотных опорных геодезических сетей, съемочных сетей, разбивочные работы) по проведению подземных работ (создание подземных планово-высотных опорных сетей, съемочных сетей и пр., разбивочные работы) : проект. – Москва : Союз маркшейдеров России, 2012. – 67с.
74. Мирмахмудов, Э.Р., Фазилова, Д.Ш. Вопросы использования данных спутниковых навигационных систем для построения геодезической сети узбекистана / Э.Р. Мирмахмудов, Д.Ш. Фазилова // Интерэкспо гео-Сибирь. – Новосибирск. – 2012. – Т.1. – С.260-262.
75. Михаленко, Е.Б., Загрядская, Н.Н., Беляев, Н.Д., Вилькевич, В.В., Петров, В.В., Смирнов, А.А. Инженерная геодезия. Современные методы геодезических измерений с использованием искусственных спутников Земли : учебн. пособие / Е.Б. Михаленко, Н.Н. Загрядская, Н.Д. Беляев, В.В. Вилькевич, В.В. Петров, А.А. Смирнов. – СПб. : Издательство Политехнического университета, 2009. – 80 с.
76. Морозов, В.П. Курс сфероидической геодезии / В.П. Морозов. – М. : Недра, 1979. – 296 с.
77. Мохамед, А., Юнес, Ж. Разработка методов геодезического обеспечения строительства гидротехнических сооружений на основе спутниковых технологий / Мохамед Аббуд, Юнес Жад // Записки Горного института. – СПб. – 2003. – Т.155 (1). – С.118-121.
78. Мустафа, А.А. Совершенствование национальной геодезической сети Ливана с использованием результатов спутниковых наблюдений : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : 25.00.32 / Мустафа Ассад Али. – Москва., 2004. – 24 с.
79. Мустафин, М.Г., Грищенкова, Е.Н., Юнес, Ж.А., Худяков, Г.И. Современное маркшейдерско-геодезическое обеспечение эксплуатации горных предприятий / М.Г. Мустафин, Грищенкова Е.Н., Ж.А. Юнес, Г.И. Худяков //

- Известия Тульского государственного университета. – Тула. – 2017. – С.190-203
80. Мустафин, М.Г., Казанцев, А.И. Космическая геодезия и геодинамика. Методы и технология выполнения геодезических работ / М.Г. Мустафин, А.И. Казанцев. – СПб. : Санкт-Петербургский Горный университет, 2017. – 23 с.
81. Мустафин, М.Г., Юнес, Ж.А. Оценка результатов спутниковых определений пунктов геодезической сети с различными сеансами наблюдений / М.Г. Мустафин, Ж.А. Юнес // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – Москва. – 2018. – Т.62. – №1. – С.23-26
82. Мухамед Аббуд. Разработка методов геодезического обеспечения строительства гидротехнических сооружений на основе спутниковых технологий : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : 25.00.32 / Мухамед Аббуд. – Санкт-Петербургск., 2003. – 26 с.
83. Нефедова, Г.А., Ащеулов, В.А. Теория математической обработки геодезических измерений в конспективном изложении : учеб. пособие / Г.А. Нефедова, В.А. Ащеулов. – Новосибирск : СГГА, 2009. – 140 с.
84. Огородова, Л. В. Высшая геодезия. Теоретическая геодезия: учебник для вузов / Л. В. Огородова. – М. : Геодезкартиздат, 2006. Ч.III. – 384 с.
85. Основные положения о государственной геодезической сети РФ. – М.: ЦНИИГАиК, 2004. – 28 с
86. Петушков, А.В., Тарелкин, Е.П. Спутниковые системы и технологии позиционирования: учебное пособие / А.В. Петушков, Е.П. Тарелкин. – Санкт-Петербург : НОИР, 2015. – 88 с.
87. Попов, В.Н., Чекалин, С.И. Геодезия : учебник для вузов / В.Н. Попов, С.И. Чекалин. – Москва : Горная книга, 2007. – 703 с.
88. Правила закрепления центров пунктов спутниковой геодезической сети. – М. : ЦНИИГАиК, 2001. – 52 с.

- 89.РД 07.226.98. Инструкция по производству геодезическо-маркшейдерских работ при строительстве коммунальных тоннелей и инженерных коммуникаций подземным способом. Утверждена постановлением Госгортехнадзора России от 27.06.2002, N 39. – 47 с.
- 90.РД 07.603.03. Инструкции по производству маркшейдерских работ». Утверждена постановлением Госгортехнадзора России от 06.06.2003, N 73. – 92 с.
- 91.Романкевич, А.П. Создание спутниковой геодезической сети учебного полигона географической станции БГУ «Западная Березина» / А.П. Романкевич // Земля Беларуси. – Беларусь. – 2010. – №1. – С.28-31.
- 92.РТМ В-01-95. Применение приемников спутниковой геодезической системы WILD GPS System 200 фирмы Лейка (Швейцария) при создании и реконструкции городских геодезических сетей. – Нижний Новгород : ВАГП, 1995. – 52 с.
- 93.Руководство пользователя спутниковый геодезический приемник Trimble R10. – USA : Trimble Navigation Limited, 2012. – 80 с.
- 94.Савиных, В.П., Ямбаев, Х.К., Карпушин, Ю.Г., Генике, А.А., Лобазов, В.Я. Московская городская опорная геодезическая сеть / В.П. Савиных, Х.К. Ямбаев, Ю.Г. Карпушин, А.А. Генике, В.Я. Лобазов // Информационный бюллетень ГИС-Ассоциации. – Москва. – 1997. – №1 (8). – С.59-60.
- 95.Серапинас, Б.Б. Глобальные системы позиционирования : учеб. изд. / Б.Б. Серапинас. – М. : ИКФ «Каталог», 2002. – 106 с.
- 96.Серебрякова, Л.И., Горобец, В.П., Козлова, Л.Ю., Сермягин, Р.А. К вопросу оценки точности спутниковых определений, выполняемых на геодинамических полигонах / Л.И. Серебрякова, В.П. Горобец, Л.Ю. Козлова, Р.А. Сермягин // Геодезия и картография. – Москва. – 2006. – №6. – С.34-39.
- 97.СП 11.104.97. Инженерно-геодезические изыскания для строительства. – Москва, 2005. – 34 с.

98. Спиридонов, Ю.В. Опыт моделирования и обработки измерений при реконструкции опорной геодезической сети виллюйской ГЭС-3 / Ю.В. Спиридонов // Гидротехническое строительство. – Москва. – 2004. №1. – С.17-19.
99. Спутниковая технология геодезических работ. Термины и определения. РТМ 68-14-01. – М. : ЦНИИГАиК, – 2001. – 23 с.
100. Судаков, С.Г. Основные геодезические сети: учебник для вузов / С.Г. Судаков. – М.: Недра, 1975. – 368 с.
101. Табаков, С.В., Постовалова, А.А. Инженерная геодезия / С.В. Табаков, А.А. Постовалова. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2009. – 510 С.
102. Тамутис, З.П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей / З.П. Тамутис. – М.: Недра, 1979. – 128 с.
103. Телеганов, Н.А., Тетерин, Г.Н. Метод и системы координат в геодезии : учеб. пособие / Н.А. Телеганов, Г.Н. Тетерин. – Новосибирск : СГГА. – 2008. – 143 с.
104. Удовиченко, Н.М., Гришко, Н.М. Анализ влияния продолжительности спутниковых наблюдений на определение координат пунктов / Н.М. Удовиченко, Н.М. Гришко // Вестник ПНИПУ. – Пермь. – 2007. – Т.6. – №2. – С.66-71.
105. Фазилова, Д. Ш., Фазилов, А. Ш. К вопросу создания геодезической основы для современной ГНСС-сети республики Узбекистан / Д. Ш. Фазилова, А. Ш. Фазилов // Интерэкспо гео-Сибирь. – Новосибирск. – 2015. – Т1. – С. 93-97.
106. Федянин, М.Р., Лазарев, В.М. Повышение точности определения геодезических координат пунктов опорных геодезических сетей спутниковыми методами на основе модели трехосного атмосферного эллипсоида / М.Р. Федянин, В.М. Лазарев // Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 2012. – № 3. – С.11-20.
107. Хайдар Абдулракиб Мохамед. Разработка проекта построения современной государственной геодезической сети Йемена : автореферат

- диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : 25.00.32 / Хайдар Абдулракиб Мохамед. – Москва, 2009. – 24 с.
108. Хайдар Абдулракиб Мохамед. Разработка проекта построения современной государственной геодезической сети Йемена : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 25.00.32 / Хайдар Абдулракиб Мохамед. – Москва, 2009. – 143 с.
109. Харисова, В.Н., Перова, А.И., Болдина, В.А. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / В.Н. Харисова, А.И. Перова, В.А. Болдина. – М. : ИПРЖР, 1998. – 400 с.
110. Чымыров, А.У., Родионова, Е.Г., Ногойбаева, К.Б. Проблемы и перспективы внедрения спутниковых технологий позиционирования в дорожном строительстве в условиях Кыргызстана / А.У. Чымыров, Е.Г. Родионова, К.Б. Ногойбаева // вестник КГУСТА. – Бишкек. – 2016. – №1. – Т.51. – С.146-151.
111. Шануров, Г.А., Остроумов, В.З. Влияние геометрии спутниковых наблюдений на точность определения геодезических высот уровненных постов / Г.А. Шануров, В.З. Остроумов // Геодезия и аэрофотосъемка. – Москва. – 2004. – №1. – С.3-12.
112. Юнес, Ж.А. К вопросу повышения точности геодезических сетей спутниковыми наблюдениями / Ж.А. Юнес // Санкт-Петербургский горный университет. – СПб. – 2016. – С.73-74.
113. Юнес, Ж.А. Применение спутниковой технологии позиционирования при инженерно-геодезических изысканиях / Ж.А. Юнес // ООО «Геомаркетинг». – Москва. – 2016. – С.98-100.
114. Юнес, Ж.А. Развитие государственной геодезической сети Саудовской Аравии / Ж.А. Юнес // Научно-информационный центр «Знание». – Харьков. 2016. – С.119-122.
115. Юнес, Ж.А., Мустафин, М.Г. Особенности использования системы прямоугольных координат для разных широт / Ж.А. Юнес, М.Г. Мустафин // Естественные и технические науки. – Москва. – 2016. – №10 (100). – С.89-92.

116. Юнес, Ж.А., Мустафин, М.Г., Морозова, В.Д. Создание опорной маркшейдерской сети с использованием технологии спутникового позиционирования / Ж.А. Юнес, М.Г. Мустафин, В.Д. Морозова // Маркшейдерский вестник. – Москва. – 2017. – № 2 (117). – С.25-28.
117. Яковлев, Н. В. Высшая геодезия : учебник для вузов / Н. В. Яковлев. – М. : Недра, 1989. – 445 с.
118. Яхман, В.В. Спутниковые технологии для геодезического обеспечения кадастра застроенных территорий : конспект лекций /В.В. Яхман. – Новосибирск : СГГА, 2011. – 284 с.
119. Abukari Osman Mohammed, Acheampong, A. A., Fosu, C. Analysis and improvement of GNSS baseline solutions in Ghana [electronic resource]. Research article. – Access mode :
http://www.academia.edu/29007296/Analysis_and_Improvement_of_GNSS_Baseline_Solutions_in_Ghana
120. Ali Alomar, Ramazan Yanar, Sami Al Balawi. GNSS and the intersection of geodesy and the cadastre in Kingdom of Saudi Arabia. // The world cadastre summit, Congress & Exhibition. – Istanbul, 2015. – pp. 37-44.
121. Beregovoi, D. V., Younes, J. A., Mustafin, M. G. Monitoring of quarry slope deformations with the use of satellite positioning technology and unmanned aerial vehicles // Procedia engineering, 2017 (189). – pp. 737-743.
122. Beregovoi, D. V., Younes, J. A., Mustafin, M. G. Monitoring of quarry slope deformations with the use of satellite positioning technology and unmanned aerial vehicles // Emperor Alexander I St. Petersburg state transport university. – St. Petersburg, 2017. – pp.106
123. Chika Okorocho, Oluropo Olajugba. Comparative analysis of short, medium and long baseline processing in the precision of GNSS positioning [electronic resource]. paper 7005. – FIG congress 2014, Kuala Lumpur, Malaysia, 16-21 June 2014. – Access mode :
http://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2014/papers/ts09b/T_S09B_okorocho_olajugba_7005.pdf

124. Colonel Elie Kik. Le réseau géodésique existant et l'impact des stations GPS permanents [electronic resource]. – Beirut. Direction des Affaires Géographiques. Presentation. – Access mode :
<https://www.lebarmy.gov.lb/en/content/directorate-geographic-affairs-0>
125. Coordinate Conversions and Transformations including Formulas [electronic resource]. Guidance Note Number 7. – European Petroleum Survey Group, 2012. – 134 p. – Access mode :
https://ge0mlib.ru/papers/Guide/IOGP/373-07-2_2012.pdf
126. Dawod ,G., Abdel-Aziz, T. Establishment of precise geodetic control networks for updating the river Nile maps [electronic resource]. paper. – Proceedings of Al-Azhar Engineering 7th International Conference,Cairo, April 7-10, 2003. Access mode :
http://www.academia.edu/797430/establishment_of_a_precise_geodetic_control_network_for Updating_the_river_nile_maps
127. Dawod, G. Proposed standards and specifications for GPS geodetic surveys in Egypt // Water Science Magazine. – Cairo, 2003. – pp. 33-39
128. Dawod, G., Ismail, S. Enhancing the Integrity of the National Geodetic Data Bases in Egypt, [electronic resource]. paper . – Proceedings of the FIG working week and GSDI-8 International Conference, Cairo, Egypt, 16-21 April 2005. Access mode :
http://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/cairo/papers/ts_13/ts13_06_dawod_ismail.pdf
129. Dawod, G.M. An introduction to the Global Positioning System: GPS / G.M. Dawod. – Holly Makkah. – Saudi Arabia, 2010. – 242 p.
130. Gezgin, C., Acar, M. Investigation of effect of GNSS observation time to baseline Solution [electronic resource]. paper. – International scientific conference on applied sciences, Antalya, Turkey, 27-30 September 2016. Access mode :
http://www.academia.edu/33869202/investigation_of_effect_of_gnss_observation_time_to_baseline_solution

131. Global Positioning System guide. – Saudi Arabi : Ministry of Municipal and Rural Affairs, 2005. – 67 p.
132. Guideline for Control Surveys by GNSS Version 2.1. – Australia : Permanent Committee on Geodesy, 2014. – 24 p.
133. John, E. B., Ferguson, C.R. Effective use of the ConnDOT GPS base station. Report №2. JHR 03-289, project 94-4 / E. B. John, C.R. Ferguson. – USA : University of Connecticut, 2003. – 59 p.
134. Krakiwsky E.J., Wells D.E. Coordinates systems in geodesy / E.J. Krakiwsky, D.E. Wells. – Canada : University of new Brunswick, 1971. – 126 p.
135. M.C. Eckl, R.A. Snay, M.W. Cline, G.L.Mader. Accuracy of GPS derived relative positions as a function of inter station distances and observing – session duration // Journal of geodesy, T.75. – USA, 2001. – pp. 633-640.
136. Manchuk, J. G., Deutsch, C. V. Conversion of Latitude and Longitude to UTM Coordinates [electronic resource]. report 11. – Centre for Computational Geostatistics, University of Alberta, Canada, 2009. – Access mode: <http://www.ccgaberta.com/resources/reports/>
137. Michael J. Stanoikovich. Establishing a geodetic control network to serve as photogrammetric control for a countywide GIS // Woolpert GIS. PLSO Conference. – USA, 1992. – pp. 61-67.
138. Mohamed A. Yousef, Mustafa K. Ragheb. Effect of recording interval on GPS accuracy // Journal of Engineering Sciences. Vol 42. №.5. – Egypt, 2014. – pp. 1215-1231.
139. Muhamad Al Rajhi. Geoinformation activities in the Kingdom of Saudi Arabia / Al Rajhi Muhamad. – Ministry of Municipal and Rural affairs. – Saudi Arabia, 2005. – 43 p.
140. Musyoka. Determination of optimal GNSS baseline observation time [electronic resource]. Presentation. – Department of Geospatial and Space Technology, University of Nairobi, Kenya, 2009. – 25 p. – Access mode: <http://geospatial.uonbi.ac.ke/sites/default/files/cae/engineering/geospacial/Maingi%20boniface%20%20presentation.pdf>

141. Othman Al-kherayef, Abdulwasiu Salawu, Abdullah Al-Qahtani, Uthman Al-Rubaia. Re-Establishment of Geodetic Networks at General Commission for Survey Riyadh [electronic resource]. Paper. – FIG Working Week 2015, Sofia, Bulgaria, 17-21 May 2015. – Access mode : https://www.fig.net/resources/.../TS06G_al-kherayef_salawu_et_al_7626_abs.pdf
142. Saad A.A., El-Sayed M.S. Simple model for improving the accuracy of the egyptian geodetic triangulation network [electronic resource]. Paper. – FIG Working Week 2007, Hong Kong SAR 13-17 May 2007. – Access mode : http://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2007/papers/ts_1b/ts_01b_03_saad_saad_1226.pdf
143. Saudi Arabia Standards on Terrestrial mapping. – Saudi Arabi : Ministry of municipal and rural affairs, General directorate of surveying and mapping, 2005. – 121 p.
144. Static baseline accuracies as a function of baseline length, observation time and the effect of using the precise ephemeris [electronic resource]. Waypoint Consulting Inc., 2005. – Access mode : http://www.novatel.com/assets/Documents/Waypoint/Reports/Static_Accuracies.pdf
145. Sylvia Gasincova, Juraj Hashinec. Adjustment of positional geodetic networks by unconventional estimations // Acta Montanistica Slovaca Volume 15 №1. – Slovaca, 2010. – pp. 71-85.
146. Trimble DiNi digital level [electronic resource]. Datasheet. – Trimble Navigation Limited, USA. – Access mode: https://www.prin.ru/images/documents/datasheet/trimble/trimble_dini.pdf.
147. Trimble DiNi digital level. User guide, version 2. – USA : Trimble Navigation Limited, 2007. – 160 p.
148. Trimble R10 GNCC system datasheet [electronic resource]. – Access mode : <http://www.trimble.com/survey/trimbler10.aspx/> Trimble R10 datasheet / Copyright 2017, Trimble Inc.

Преобразование геодезических координат в плоские прямоугольные координаты

Формулы с применением программа MS Excel

В	Имя ячейка в Экселе
B°	Дано
L°	Дано
a	Дано
b	Дано
$\rho =$	180/ПИ()
$Fe =$	Дано
$Fn =$	Дано
$M0 =$	Дано
$K0 =$	Дано
$e^2 =$	$1 - (B6^2/B5^2)$
$G0 =$	$1 - (B12/4) - (3*B12^2/64) - (5*B12^3/256)$
$G1 =$	$(3/8)*B12 + (3/32)*B12^2 + (45/1024)*B12^3$
$G2 =$	$(15/256)*B12^2 + (45/1024)*B12^3$
$G3 =$	$(35/3072)*B12^3$
$n =$	ОТБР(((B4+180)/6)+1)
$l =$	$(B4 - (6*B17 - 183))$
$X =$	$B5*(B13*(B3/B7) - B14*\text{SIN}(2*B3/B7) + B15*\text{SIN}(4*B3/B7) - B16*\text{SIN}(6*B3/B7))$
$x =$	$B8 + (((B18/B7)*\text{COS}(B3/B7))*B5/(\text{КОРЕНЬ}(1 - B12*(\text{SIN}(B3/B7))^2)))*B11*(1 + (((B18/B7)*\text{COS}(B3/B7))^2*(1 - ((\text{TAN}(B3/B7))^2 + (B12*(\text{COS}(B3/B7))^2)/(1 - B12))))/6 + (((B18/B7)*\text{COS}(B3/B7))^4*(5 - 18*((\text{TAN}(B3/B7))^2) + ((\text{TAN}(B3/B7))^2)^2 + 72*(B12*(\text{COS}(B3/B7))^2)/(1 - B12)) - (58*B12/(1 - B12)))/120))$
$y =$	$B11*(B19 + ((1/2)*(B18/B7)^2*(B5/(\text{КОРЕНЬ}(1 - B12*(\text{SIN}(B3/B7))^2))*\text{COS}(B3/B7)*\text{SIN}(B3/B7)*(1 + (1/12)*((B18/B7)*\text{COS}(B3/B7))^2*(5 - ((\text{TAN}(B3/B7))^2) + 9*((B12*(\text{COS}(B3/B7))^2)/(1 - B12)) + 4*((B12*(\text{COS}(B3/B7))^2)/(1 - B12))^2) + (1/360)*((B18/B7)*\text{COS}(B3/B7))^4*(61 - 58*((\text{TAN}(B3/B7))^2) + ((\text{TAN}(B3/B7))^2)^2 - 330*B12/(1 - B12))))))$

Преобразование геодезических координат в плоские прямоугольные координаты

Формулы с применением программа MathCAD

$$\begin{aligned}
 a &\leftarrow 6378137 \\
 b &\leftarrow 6356752.3142 \\
 \rho &\leftarrow 57.295779513 \\
 Fe &\leftarrow 500000 \\
 k0 &\leftarrow 0.9996 \\
 n &\leftarrow \text{trunc}\left(\frac{\lambda + 186}{6}\right) \\
 \lambda0 &\leftarrow 6 \cdot n - 183 \\
 l &\leftarrow \lambda - \lambda0 \\
 e &\leftarrow \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \\
 N &\leftarrow \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\phi}{\rho}\right)}} \\
 C &\leftarrow \frac{e^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\phi}{\rho}\right)}{1 - e^2} \\
 T &\leftarrow \tan^2\left(\frac{\phi}{\rho}\right) \\
 A &\leftarrow \frac{l}{\rho} \cdot \cos\left(\frac{\phi}{\rho}\right) \\
 G0 &\leftarrow 1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3}{64} \cdot e^4 - \frac{5}{256} \cdot e^6 \\
 G1 &\leftarrow \frac{3}{8} \cdot e^2 + \frac{3}{32} \cdot e^4 + \frac{45}{1024} \cdot e^6 \\
 G2 &\leftarrow \frac{15}{256} \cdot e^4 + \frac{45}{1024} \cdot e^6 \\
 G3 &\leftarrow \frac{35}{3072} \cdot e^6 \\
 X &\leftarrow a \cdot \left(G0 \cdot \frac{\phi}{\rho} - G1 \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\phi}{\rho}\right) + G2 \cdot \sin\left(4 \cdot \frac{\phi}{\rho}\right) - G3 \cdot \sin\left(6 \cdot \frac{\phi}{\rho}\right) \right) \\
 x &\leftarrow Fe + A \cdot N \cdot k0 \cdot \left[1 + \frac{A^2}{6} \cdot (1 - T + C) + \frac{A^4}{120} \cdot \left(5 - 18T + T^2 + 72C - 58 \cdot \frac{e^2}{1 - e^2} \right) \right] \\
 y &\leftarrow k0 \cdot \left[X + \frac{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2 \cdot N \cdot \cos\left(\frac{\phi}{\rho}\right) \cdot \sin\left(\frac{\phi}{\rho}\right)}{2} \cdot \left[1 + \frac{A^2}{12} \cdot (5 - T + 9C + 4C^2) + \frac{A^4}{360} \cdot \left(61 - 58T + T^2 - 330 \cdot \frac{e^2}{1 - e^2} \right) \right] \right] \\
 \begin{pmatrix} X \\ x \\ y \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Преобразование плоских прямоугольных координат в геодезические координаты

Формулы с применением программа MS Excel

В	Имя ячейка в Экселе
$x=$	Дано
$y=$	Дано
a	Дано
b	Дано
$r=$	180/ПИ()
$Fe=$	Дано
$Fn=$	Дано
$M0=$	Дано
$K0=$	Дано
$e^2=$	$1-(B6^2/B5^2)$
$n=$	Дано
$e'=$	$(1-(1-B12)^{0.5})/(1+(1-B12)^{0.5})$
$m=$	$B4/(B11*B5*(1-B12/4-3*(B12)^2/64-5*(B12)^3/256))$
$Ly=$	$B15+(3*(B14)/2-27*(B14^3)/32)*\text{SIN}(2*B15)+(21*(B14^2)/16-55*(B14^4)/32)*\text{SIN}(4*B15)+(151*(B14^3)/96)*\text{SIN}(6*B15)+(1097*(B14^4)/512)*\text{SIN}(8*B15)$
$C=$	$(B12*(\text{COS}(B16))^2)/(1-B12)$
$N=$	$B5/(\text{КОРЕНЬ}(1-B12*(\text{SIN}(B16))^2))$
$D=$	$(B3-B8)/(B18*B11)$
$P=$	$(B5*(1-B12))/(1-B12*(\text{SIN}(B16))^2)^{1.5}$
L°	$(B16-(B18*B19^2*\text{TAN}(B16))/(2*B20)-(5+3*(\text{TAN}(B16))^2+10*B17-4*B17^2-9*(B12/(1-B12)))*(B19^4)/24+(61+90*(\text{TAN}(B16))^2+298*B17+45*(\text{TAN}(B16))^4-252*(B12/(1-B12))-3*B17^2)*(B19^6)/720)*180/\text{ПИ}()$
$B0^\circ$	$(B13*6+(-183))*(\text{ПИ}()/180)$
B°	$(B22+((B19-((1+2*(\text{TAN}(B16))^2+B17)*(B19^3))/6+((5-2*B17+28*(\text{TAN}(B16))^2-3*B17^2+8*(B12/(1-B12))+24*(\text{TAN}(B16))^4)*(B19^5)/120)))/\text{COS}(B16))*180/\text{ПИ}()$

Преобразование плоских прямоугольных координат в геодезические координаты

Формулы с применением программа MathCAD

$$\begin{aligned}
 a &\leftarrow 6378137 \\
 b &\leftarrow 6356752.3142 \\
 \rho &\leftarrow 57.295779513 \\
 Fe &\leftarrow 500000 \\
 k0 &\leftarrow 0.9996 \\
 n &\leftarrow 37 \\
 e &\leftarrow \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \\
 e1 &\leftarrow \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}} \\
 \mu &\leftarrow \frac{y}{k0 \cdot a \cdot \left(1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3 \cdot e^4}{64} - \frac{5 \cdot e^6}{256}\right)} \\
 Ly &\leftarrow \left[\mu + \left(\frac{3 \cdot e1}{2} - \frac{27 \cdot e1^3}{32} \right) \cdot \sin(2 \cdot \mu) + \left(\frac{21 \cdot e1^2}{16} - \frac{55 \cdot e1^4}{32} \right) \cdot \sin(4 \cdot \mu) + \frac{151 \cdot e1^3}{96} \cdot \sin(6 \cdot \mu) + \frac{1097 \cdot e1^4}{512} \cdot \sin(8 \cdot \mu) \right] \\
 N &\leftarrow \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot (\sin(Ly))^2}} \\
 C &\leftarrow \frac{e^2 \cdot (\cos(Ly))^2}{1 - e^2} \\
 D &\leftarrow \frac{x - Fe}{N \cdot k0} \\
 P &\leftarrow \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left[1 - e^2 \cdot (\sin(Ly))^2\right]^{1.5}} \\
 L &\leftarrow \left[Ly - \left[\frac{N \cdot D^2 \cdot \tan(Ly)}{2 \cdot P} - \left[5 + 3 \cdot (\tan(Ly))^2 + 10 \cdot C - 4 \cdot C^2 - \frac{9 \cdot e^2}{1 - e^2} \right] \cdot \frac{D^4}{24} + \left[61 + 90 \cdot (\tan(Ly))^2 + 298 \cdot C + 45 \cdot (\tan(Ly))^4 - 3 \cdot C^2 - \frac{252 \cdot e^2}{1 - e^2} \right] \cdot \frac{D^6}{720} \right] \right] \cdot \rho \\
 BO &\leftarrow 6 \cdot n - 183 \\
 B &\leftarrow BO + \frac{\left[D - \frac{D^3 \cdot [1 + 2 \cdot (\tan(Ly))^2 + C]}{6} + \left[5 - 2 \cdot C + 28 \cdot (\tan(Ly))^2 - 3 \cdot C^2 + \frac{8 \cdot e^2}{1 - e^2} + 24 \cdot (\tan(Ly))^4 \right] \cdot \frac{D^5}{120} \right] \cdot \rho}{\cos(Ly)} \\
 \begin{pmatrix} L \\ R \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**Моделирование и оценка точности плановой геодезической сети,
построенной методом триангуляции по методу наименьших квадратов**

$$S\alpha(x_1, y_1, x_2, y_2) := \left(\begin{array}{l} S \leftarrow \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \alpha \leftarrow \text{angle}(y_2 - y_1, x_2 - x_1) \\ Y_{rx_i} \leftarrow \rho \cdot \frac{\sin(\alpha)}{S} \\ Y_{ry_i} \leftarrow -\rho \cdot \frac{\cos(\alpha)}{S} \\ Y_{rx_j} \leftarrow -\rho \cdot \frac{\sin(\alpha)}{S} \\ Y_{ry_j} \leftarrow \rho \cdot \frac{\cos(\alpha)}{S} \\ R_{x_i} \leftarrow -\cos(\alpha) \\ R_{y_i} \leftarrow -\sin(\alpha) \\ R_{x_j} \leftarrow \cos(\alpha) \\ R_{y_j} \leftarrow \sin(\alpha) \\ p_\alpha \leftarrow 1 \\ m_S \leftarrow 8 + 1 \cdot 10^{-6} \cdot S \cdot 10^3 \\ \mu_0^2 \\ P_S \leftarrow \frac{\mu_0^2}{m_S^2} \\ \left(\begin{array}{c} S \\ \alpha \\ Y_{rx_i} \\ Y_{ry_i} \\ Y_{rx_j} \\ Y_{ry_j} \\ R_{x_i} \\ R_{y_i} \\ R_{x_j} \\ R_{y_j} \\ p_\alpha \\ P_S \end{array} \right) \end{array} \right.$$

Составление элементов матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок и коэффициенты угловых и линейных измерений весовой матрицы

$$\begin{aligned}
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{1,2}, \text{PRxy}_{1,3}, \text{PRxy}_{2,2}, \text{PRxy}_{2,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{1,2}, \text{Mxy}_{1,3}, \text{Mxy}_{2,2}, \text{Mxy}_{2,3}) \\
 &S_{b300b301} := as_1 \quad \alpha_{b300b301} := as_2 \quad P_{1,1} := as_{11} \quad P_{57,57} := as_{12} \\
 &S1_{b300b301} := as1_1 \quad \alpha1_{b300b301} := as1_2 \quad L_{57,1} := \alpha_{b300b301} - \alpha1_{b300b301} \\
 &L_{\text{ww},1} := S_{b300b301} - S1_{b300b301} \\
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{1,2}, \text{PRxy}_{1,3}, \text{PRxy}_{5,2}, \text{PRxy}_{5,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{1,2}, \text{Mxy}_{1,3}, \text{Mxy}_{5,2}, \text{Mxy}_{5,3}) \\
 &S_{b300s001} := as_1 \quad \alpha_{b300s001} := as_2 \quad A_{\text{ww},1} := as_5 \quad A_{2,2} := as_6 \quad A_{58,1} := as_9 \\
 &S1_{b300s001} := as1_1 \quad \alpha1_{b300s001} := as1_2 \quad A_{58,2} := as_{10} \quad P_{2,2} := as_{11} \quad P_{58,58} := as_{12} \\
 &L_{2,1} := S_{b300s001} - S1_{b300s001} \quad L_{58,1} := \alpha_{b300s001} - \alpha1_{b300s001} \\
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{1,2}, \text{PRxy}_{1,3}, \text{PRxy}_{6,2}, \text{PRxy}_{6,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{1,2}, \text{Mxy}_{1,3}, \text{Mxy}_{6,2}, \text{Mxy}_{6,3}) \\
 &S_{b300s002} := as_1 \quad \alpha_{b300s002} := as_2 \quad A_{3,3} := as_5 \quad A_{3,4} := as_6 \quad A_{59,3} := as_9 \\
 &S1_{b300s002} := as1_1 \quad \alpha1_{b300s002} := as1_2 \quad A_{59,4} := as_{10} \quad P_{3,3} := as_{11} \quad P_{59,59} := as_{12} \\
 &L_{3,1} := S_{b300s002} - S1_{b300s002} \quad L_{59,1} := \alpha_{b300s002} - \alpha1_{b300s002} \\
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{5,2}, \text{PRxy}_{5,3}, \text{PRxy}_{6,2}, \text{PRxy}_{6,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{5,2}, \text{Mxy}_{5,3}, \text{Mxy}_{6,2}, \text{Mxy}_{6,3}) \\
 &S_{s001s002} := as_1 \quad \alpha_{s001s002} := as_2 \quad A_{4,1} := as_3 \quad A_{4,2} := as_4 \quad A_{4,3} := as_5 \quad A_{4,4} := as_6 \\
 &S1_{s001s002} := as1_1 \quad \alpha1_{s001s002} := as1_2 \quad A_{60,1} := as_7 \quad A_{60,2} := as_8 \quad A_{60,3} := as_9 \quad A_{60,4} := as_{10} \\
 &L_{4,1} := S_{s001s002} - S1_{s001s002} \quad L_{60,1} := \alpha_{s001s002} - \alpha1_{s001s002} \quad P_{4,4} := as_{11} \quad P_{60,60} := as_{12} \\
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{5,2}, \text{PRxy}_{5,3}, \text{PRxy}_{7,2}, \text{PRxy}_{7,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{5,2}, \text{Mxy}_{5,3}, \text{Mxy}_{7,2}, \text{Mxy}_{7,3}) \\
 &S_{s001s003} := as_1 \quad \alpha_{s001s003} := as_2 \quad A_{5,1} := as_3 \quad A_{5,2} := as_4 \quad A_{5,5} := as_5 \quad A_{5,6} := as_6 \\
 &S1_{s001s003} := as1_1 \quad \alpha1_{s001s003} := as1_2 \quad A_{61,1} := as_7 \quad A_{61,2} := as_8 \quad A_{61,5} := as_9 \quad A_{61,6} := as_{10} \\
 &L_{5,1} := S_{s001s003} - S1_{s001s003} \quad L_{61,1} := \alpha_{s001s003} - \alpha1_{s001s003} \quad P_{5,5} := as_{11} \quad P_{61,61} := as_{12} \\
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{5,2}, \text{PRxy}_{5,3}, \text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{5,2}, \text{Mxy}_{5,3}, \text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}) \\
 &S_{s001s004} := as_1 \quad \alpha_{s001s004} := as_2 \quad A_{6,1} := as_3 \quad A_{6,2} := as_4 \quad A_{6,7} := as_5 \quad A_{6,8} := as_6 \\
 &S1_{s001s004} := as1_1 \quad \alpha1_{s001s004} := as1_2 \quad A_{62,1} := as_7 \quad A_{62,2} := as_8 \quad A_{62,7} := as_9 \quad A_{62,8} := as_{10} \\
 &L_{6,1} := S_{s001s004} - S1_{s001s004} \quad L_{62,1} := \alpha_{s001s004} - \alpha1_{s001s004} \quad P_{6,6} := as_{11} \quad P_{62,62} := as_{12} \\
 &as := \text{So}(\text{PRxy}_{6,2}, \text{PRxy}_{6,3}, \text{PRxy}_{2,2}, \text{PRxy}_{2,3}) \quad as1 := \text{Sl}\alpha1(\text{Mxy}_{6,2}, \text{Mxy}_{6,3}, \text{Mxy}_{2,2}, \text{Mxy}_{2,3}) \\
 &S_{s002b301} := as_1 \quad \alpha_{s002b301} := as_2 \quad A_{7,3} := as_3 \quad A_{7,4} := as_4 \quad A_{63,3} := as_7 \\
 &S1_{s002b301} := as1_1 \quad \alpha1_{s002b301} := as1_2 \quad A_{63,4} := as_8 \quad P_{7,7} := as_{11} \quad P_{63,63} := as_{12} \\
 &L_{7,1} := S_{s002b301} - S1_{s002b301} \quad L_{63,1} := \alpha_{s002b301} - \alpha1_{s002b301}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{6,2}, \text{PRxy}_{6,3}, \text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}) & as1 &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{6,2}, \text{Mxy}_{6,3}, \text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}) \\
S_{s002s004} &:= as_1 & \alpha_{s002s004} &:= as_2 & A_{8,3} &:= as_3 & A_{8,4} &:= as_4 & A_{8,7} &:= as_5 & A_{8,8} &:= as_6 \\
S1_{s002s004} &:= as1_1 & \alpha1_{s002s004} &:= as1_2 & A_{64,4} &:= as_8 & A_{64,7} &:= as_9 & A_{64,8} &:= as_{10} & A_{64,3} &:= as_7 \\
L_{8,1} &:= S_{s002s004} - S1_{s002s004} & L_{64,1} &:= \alpha_{s002s004} - \alpha1_{s002s004} & P_{8,8} &:= as_{11} & P_{64,64} &:= as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{6,2}, \text{PRxy}_{6,3}, \text{PRxy}_{9,2}, \text{PRxy}_{9,3}) & as1 &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{6,2}, \text{Mxy}_{6,3}, \text{Mxy}_{9,2}, \text{Mxy}_{9,3}) \\
S_{s002s005} &:= as_1 & \alpha_{s002s005} &:= as_2 & A_{9,3} &:= as_3 & A_{9,4} &:= as_4 & A_{9,9} &:= as_5 & A_{9,10} &:= as_6 \\
S1_{s002s005} &:= as1_1 & \alpha1_{s002s005} &:= as1_2 & A_{65,4} &:= as_8 & A_{65,9} &:= as_9 & A_{65,10} &:= as_{10} & A_{65,3} &:= as_7 \\
L_{9,1} &:= S_{s002s005} - S1_{s002s005} & L_{65,1} &:= \alpha_{s002s005} - \alpha1_{s002s005} & P_{9,9} &:= as_{11} & P_{65,65} &:= as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{7,2}, \text{PRxy}_{7,3}, \text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}) & as1 &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{7,2}, \text{Mxy}_{7,3}, \text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}) \\
S_{s003s004} &:= as_1 & \alpha_{s003s004} &:= as_2 & A_{10,5} &:= as_3 & A_{10,6} &:= as_4 & A_{10,7} &:= as_5 & A_{10,8} &:= as_6 \\
S1_{s003s004} &:= as1_1 & \alpha1_{s003s004} &:= as1_2 & A_{66,7} &:= as_9 & A_{66,8} &:= as_{10} & A_{66,5} &:= as_7 & A_{66,6} &:= as_8 \\
L_{10,1} &:= S_{s003s004} - S1_{s003s004} & L_{66,1} &:= \alpha_{s003s004} - \alpha1_{s003s004} & P_{10,10} &:= as_{11} & P_{66,66} &:= as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{7,2}, \text{PRxy}_{7,3}, \text{PRxy}_{10,2}, \text{PRxy}_{10,3}) & as1 &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{7,2}, \text{Mxy}_{7,3}, \text{Mxy}_{10,2}, \text{Mxy}_{10,3}) \\
S_{s003s006} &:= as_1 & \alpha_{s003s006} &:= as_2 & A_{11,5} &:= as_3 & A_{11,6} &:= as_4 & A_{11,11} &:= as_5 & A_{11,12} &:= as_6 \\
S1_{s003s006} &:= as1_1 & \alpha1_{s003s006} &:= as1_2 & A_{67,11} &:= as_9 & A_{67,12} &:= as_{10} & A_{67,5} &:= as_7 & A_{67,6} &:= as_8 \\
L_{11,1} &:= S_{s003s006} - S1_{s003s006} & L_{67,1} &:= \alpha_{s003s006} - \alpha1_{s003s006} & P_{11,11} &:= as_{11} & P_{67,67} &:= as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{7,2}, \text{PRxy}_{7,3}, \text{PRxy}_{12,2}, \text{PRxy}_{12,3}) & as1 &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{7,2}, \text{Mxy}_{7,3}, \text{Mxy}_{12,2}, \text{Mxy}_{12,3}) \\
S_{s003s008} &:= as_1 & \alpha_{s003s008} &:= as_2 & A_{12,5} &:= as_3 & A_{12,6} &:= as_4 & A_{12,15} &:= as_5 & A_{12,16} &:= as_6 \\
S1_{s003s008} &:= as1_1 & \alpha1_{s003s008} &:= as1_2 & A_{68,15} &:= as_9 & A_{68,16} &:= as_{10} & A_{68,5} &:= as_7 & A_{68,6} &:= as_8 \\
L_{12,1} &:= S_{s003s008} - S1_{s003s008} & L_{68,1} &:= \alpha_{s003s008} - \alpha1_{s003s008} & P_{12,12} &:= as_{11} & P_{68,68} &:= as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}, \text{PRxy}_{9,2}, \text{PRxy}_{9,3}) & as1 &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}, \text{Mxy}_{9,2}, \text{Mxy}_{9,3}) \\
S_{s004s005} &:= as_1 & \alpha_{s004s005} &:= as_2 & A_{13,7} &:= as_3 & A_{13,8} &:= as_4 & A_{13,9} &:= as_5 & A_{13,10} &:= as_6 \\
S1_{s004s005} &:= as1_1 & \alpha1_{s004s005} &:= as1_2 & A_{69,9} &:= as_9 & A_{69,10} &:= as_{10} & A_{69,7} &:= as_7 & A_{69,8} &:= as_8 \\
L_{13,1} &:= S_{s004s005} - S1_{s004s005} & L_{69,1} &:= \alpha_{s004s005} - \alpha1_{s004s005} & P_{13,13} &:= as_{11} & P_{69,69} &:= as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}, \text{PRxy}_{10,2}, \text{PRxy}_{10,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}, \text{Mxy}_{10,2}, \text{Mxy}_{10,3}) \\
S_{s004s006} &:= as_1 \quad \alpha_{s004s006} := as_2 \quad A_{14,7} := as_3 \quad A_{14,8} := as_4 \quad A_{14,11} := as_5 \quad A_{14,12} := as_6 \\
S1_{s004s006} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s004s006} := as1_2 \quad A_{70,8} := as_8 \quad A_{70,11} := as_9 \quad A_{70,12} := as_{10} \quad A_{70,7} := as_7 \\
L_{14,1} &:= S_{s004s006} - S1_{s004s006} \quad L_{70,1} := \alpha_{s004s006} - \alpha1_{s004s006} \quad P_{14,14} := as_{11} \quad P_{70,70} := as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}, \text{PRxy}_{11,2}, \text{PRxy}_{11,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}, \text{Mxy}_{11,2}, \text{Mxy}_{11,3}) \\
S_{s004s007} &:= as_1 \quad \alpha_{s004s007} := as_2 \quad A_{15,7} := as_3 \quad A_{15,8} := as_4 \quad A_{15,13} := as_5 \quad A_{15,14} := as_6 \\
S1_{s004s007} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s004s007} := as1_2 \quad A_{71,8} := as_8 \quad A_{71,13} := as_9 \quad A_{71,14} := as_{10} \quad A_{71,7} := as_7 \\
L_{15,1} &:= S_{s004s007} - S1_{s004s007} \quad L_{71,1} := \alpha_{s004s007} - \alpha1_{s004s007} \quad P_{15,15} := as_{11} \quad P_{71,71} := as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{8,2}, \text{PRxy}_{8,3}, \text{PRxy}_{13,2}, \text{PRxy}_{13,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{8,2}, \text{Mxy}_{8,3}, \text{Mxy}_{13,2}, \text{Mxy}_{13,3}) \\
S_{s004s009} &:= as_1 \quad \alpha_{s004s009} := as_2 \quad A_{16,7} := as_3 \quad A_{16,8} := as_4 \quad A_{16,17} := as_5 \quad A_{16,18} := as_6 \\
S1_{s004s009} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s004s009} := as1_2 \quad A_{72,8} := as_8 \quad A_{72,17} := as_9 \quad A_{72,18} := as_{10} \quad A_{72,7} := as_7 \\
L_{16,1} &:= S_{s004s009} - S1_{s004s009} \quad L_{72,1} := \alpha_{s004s009} - \alpha1_{s004s009} \quad P_{16,16} := as_{11} \quad P_{72,72} := as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{9,2}, \text{PRxy}_{9,3}, \text{PRxy}_{11,2}, \text{PRxy}_{11,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{9,2}, \text{Mxy}_{9,3}, \text{Mxy}_{11,2}, \text{Mxy}_{11,3}) \\
S_{s005s007} &:= as_1 \quad \alpha_{s005s007} := as_2 \quad A_{17,9} := as_3 \quad A_{17,10} := as_4 \quad A_{17,13} := as_5 \quad A_{17,14} := as_6 \\
S1_{s005s007} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s005s007} := as1_2 \quad A_{73,10} := as_8 \quad A_{73,13} := as_9 \quad A_{73,14} := as_{10} \quad A_{73,9} := as_7 \\
L_{17,1} &:= S_{s005s007} - S1_{s005s007} \quad L_{73,1} := \alpha_{s005s007} - \alpha1_{s005s007} \quad P_{17,17} := as_{11} \quad P_{73,73} := as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{9,2}, \text{PRxy}_{9,3}, \text{PRxy}_{14,2}, \text{PRxy}_{14,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{9,2}, \text{Mxy}_{9,3}, \text{Mxy}_{14,2}, \text{Mxy}_{14,3}) \\
S_{s005s010} &:= as_1 \quad \alpha_{s005s010} := as_2 \quad A_{18,9} := as_3 \quad A_{18,10} := as_4 \quad A_{18,19} := as_5 \quad A_{18,20} := as_6 \\
S1_{s005s010} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s005s010} := as1_2 \quad A_{74,10} := as_8 \quad A_{74,19} := as_9 \quad A_{74,20} := as_{10} \quad A_{74,9} := as_7 \\
L_{18,1} &:= S_{s005s010} - S1_{s005s010} \quad L_{74,1} := \alpha_{s005s010} - \alpha1_{s005s010} \quad P_{18,18} := as_{11} \quad P_{74,74} := as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{10,2}, \text{PRxy}_{10,3}, \text{PRxy}_{12,2}, \text{PRxy}_{12,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{10,2}, \text{Mxy}_{10,3}, \text{Mxy}_{12,2}, \text{Mxy}_{12,3}) \\
S_{s006s008} &:= as_1 \quad \alpha_{s006s008} := as_2 \quad A_{19,11} := as_3 \quad A_{19,12} := as_4 \quad A_{19,15} := as_5 \quad A_{19,16} := as_6 \\
S1_{s006s008} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s006s008} := as1_2 \quad A_{75,12} := as_8 \quad A_{75,15} := as_9 \quad A_{75,16} := as_{10} \quad A_{75,11} := as_7 \\
L_{19,1} &:= S_{s006s008} - S1_{s006s008} \quad L_{75,1} := \alpha_{s006s008} - \alpha1_{s006s008} \quad P_{19,19} := as_{11} \quad P_{75,75} := as_{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{10,2}, \text{PRxy}_{10,3}, \text{PRxy}_{13,2}, \text{PRxy}_{13,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{10,2}, \text{Mxy}_{10,3}, \text{Mxy}_{13,2}, \text{Mxy}_{13,3}) \\
S_{s006s009} &:= as_1 \quad \alpha_{s006s009} := as_2 \quad A_{20,11} := as_3 \quad A_{20,12} := as_4 \quad A_{20,17} := as_5 \quad A_{20,18} := as_6 \\
S1_{s006s009} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s006s009} := as1_2 \quad A_{76,12} := as_8 \quad A_{76,17} := as_9 \quad A_{76,18} := as_{10} \quad A_{76,11} := as_7 \\
L_{20,1} &:= S_{s006s009} - S1_{s006s009} \quad L_{76,1} := \alpha_{s006s009} - \alpha1_{s006s009} \quad P_{20,20} := as_{11} \quad P_{76,76} := as_{12} \\
\\
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{11,2}, \text{PRxy}_{11,3}, \text{PRxy}_{13,2}, \text{PRxy}_{13,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{11,2}, \text{Mxy}_{11,3}, \text{Mxy}_{13,2}, \text{Mxy}_{13,3}) \\
S_{s007s009} &:= as_1 \quad \alpha_{s007s009} := as_2 \quad A_{21,13} := as_3 \quad A_{21,14} := as_4 \quad A_{21,17} := as_5 \quad A_{21,18} := as_6 \\
S1_{s007s009} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s007s009} := as1_2 \quad A_{77,14} := as_8 \quad A_{77,17} := as_9 \quad A_{77,18} := as_{10} \quad A_{77,13} := as_7 \\
L_{21,1} &:= S_{s007s009} - S1_{s007s009} \quad L_{77,1} := \alpha_{s007s009} - \alpha1_{s007s009} \quad P_{21,21} := as_{11} \quad P_{77,77} := as_{12} \\
\\
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{11,2}, \text{PRxy}_{11,3}, \text{PRxy}_{14,2}, \text{PRxy}_{14,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{11,2}, \text{Mxy}_{11,3}, \text{Mxy}_{14,2}, \text{Mxy}_{14,3}) \\
S_{s007s010} &:= as_1 \quad \alpha_{s007s010} := as_2 \quad A_{22,13} := as_3 \quad A_{22,14} := as_4 \quad A_{22,19} := as_5 \quad A_{22,20} := as_6 \\
S1_{s007s010} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s007s010} := as1_2 \quad A_{78,14} := as_8 \quad A_{78,19} := as_9 \quad A_{78,20} := as_{10} \quad A_{78,13} := as_7 \\
L_{22,1} &:= S_{s007s010} - S1_{s007s010} \quad L_{78,1} := \alpha_{s007s010} - \alpha1_{s007s010} \quad P_{22,22} := as_{11} \quad P_{78,78} := as_{12} \\
\\
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{12,2}, \text{PRxy}_{12,3}, \text{PRxy}_{13,2}, \text{PRxy}_{13,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{12,2}, \text{Mxy}_{12,3}, \text{Mxy}_{13,2}, \text{Mxy}_{13,3}) \\
S_{s008s009} &:= as_1 \quad \alpha_{s008s009} := as_2 \quad A_{23,15} := as_3 \quad A_{23,16} := as_4 \quad A_{23,17} := as_5 \quad A_{23,18} := as_6 \\
S1_{s008s009} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s008s009} := as1_2 \quad A_{79,16} := as_8 \quad A_{79,17} := as_9 \quad A_{79,18} := as_{10} \quad A_{79,15} := as_7 \\
L_{23,1} &:= S_{s008s009} - S1_{s008s009} \quad L_{79,1} := \alpha_{s008s009} - \alpha1_{s008s009} \quad P_{23,23} := as_{11} \quad P_{79,79} := as_{12} \\
\\
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{12,2}, \text{PRxy}_{12,3}, \text{PRxy}_{15,2}, \text{PRxy}_{15,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{12,2}, \text{Mxy}_{12,3}, \text{Mxy}_{15,2}, \text{Mxy}_{15,3}) \\
S_{s008s011} &:= as_1 \quad \alpha_{s008s011} := as_2 \quad A_{24,15} := as_3 \quad A_{24,16} := as_4 \quad A_{24,21} := as_5 \quad A_{24,22} := as_6 \\
S1_{s008s011} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s008s011} := as1_2 \quad A_{80,16} := as_8 \quad A_{80,21} := as_9 \quad A_{80,22} := as_{10} \quad A_{80,15} := as_7 \\
L_{24,1} &:= S_{s008s011} - S1_{s008s011} \quad L_{80,1} := \alpha_{s008s011} - \alpha1_{s008s011} \quad P_{24,24} := as_{11} \quad P_{80,80} := as_{12} \\
\\
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{12,2}, \text{PRxy}_{12,3}, \text{PRxy}_{17,2}, \text{PRxy}_{17,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{12,2}, \text{Mxy}_{12,3}, \text{Mxy}_{17,2}, \text{Mxy}_{17,3}) \\
S_{s008s013} &:= as_1 \quad \alpha_{s008s013} := as_2 \quad A_{25,15} := as_3 \quad A_{25,16} := as_4 \quad A_{25,25} := as_5 \quad A_{25,26} := as_6 \\
S1_{s008s013} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s008s013} := as1_2 \quad A_{81,16} := as_8 \quad A_{81,25} := as_9 \quad A_{81,26} := as_{10} \quad A_{81,15} := as_7 \\
L_{25,1} &:= S_{s008s013} - S1_{s008s013} \quad L_{81,1} := \alpha_{s008s013} - \alpha1_{s008s013} \quad P_{25,25} := as_{11} \quad P_{81,81} := as_{12} \\
\\
as &:= S\alpha(\text{PRxy}_{13,2}, \text{PRxy}_{13,3}, \text{PRxy}_{14,2}, \text{PRxy}_{14,3}) \quad as1 := S1\alpha1(\text{Mxy}_{13,2}, \text{Mxy}_{13,3}, \text{Mxy}_{14,2}, \text{Mxy}_{14,3}) \\
S_{s009s010} &:= as_1 \quad \alpha_{s009s010} := as_2 \quad A_{26,17} := as_3 \quad A_{26,18} := as_4 \quad A_{26,19} := as_5 \quad A_{26,20} := as_6 \\
S1_{s009s010} &:= as1_1 \quad \alpha1_{s009s010} := as1_2 \quad A_{82,18} := as_8 \quad A_{82,19} := as_9 \quad A_{82,20} := as_{10} \quad A_{82,17} := as_7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{26,1} &:= S_{s009s010} - S_{l_{s009s010}} & L_{82,1} &:= \alpha_{s009s010} - \alpha_{l_{s009s010}} & P_{26,26} &:= as_{11} & P_{82,82} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{13,2}, PRxy_{13,3}, PRxy_{15,2}, PRxy_{15,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{13,2}, Mxy_{13,3}, Mxy_{15,2}, Mxy_{15,3}) \\
S_{s009s011} &:= as_1 & \alpha_{s009s011} &:= as_2 & A_{27,17} &:= as_3 & A_{27,18} &:= as_4 & A_{27,21} &:= as_5 & A_{27,22} &:= as_6 \\
S_{l_{s009s011}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s009s011}} &:= as1_2 & A_{83,18} &:= as_8 & A_{83,21} &:= as_9 & A_{83,22} &:= as_{10} & A_{83,17} &:= as_7 \\
L_{27,1} &:= S_{s009s011} - S_{l_{s009s011}} & L_{83,1} &:= \alpha_{s009s011} - \alpha_{l_{s009s011}} & P_{27,27} &:= as_{11} & P_{83,83} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{13,2}, PRxy_{13,3}, PRxy_{16,2}, PRxy_{16,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{13,2}, Mxy_{13,3}, Mxy_{16,2}, Mxy_{16,3}) \\
S_{s009s012} &:= as_1 & \alpha_{s009s012} &:= as_2 & A_{28,17} &:= as_3 & A_{28,18} &:= as_4 & A_{28,23} &:= as_5 & A_{28,24} &:= as_6 \\
S_{l_{s009s012}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s009s012}} &:= as1_2 & A_{84,18} &:= as_8 & A_{84,23} &:= as_9 & A_{84,24} &:= as_{10} & A_{84,17} &:= as_7 \\
L_{28,1} &:= S_{s009s012} - S_{l_{s009s012}} & L_{84,1} &:= \alpha_{s009s012} - \alpha_{l_{s009s012}} & P_{28,28} &:= as_{11} & P_{84,84} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{13,2}, PRxy_{13,3}, PRxy_{18,2}, PRxy_{18,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{13,2}, Mxy_{13,3}, Mxy_{18,2}, Mxy_{18,3}) \\
S_{s009s014} &:= as_1 & \alpha_{s009s014} &:= as_2 & A_{29,17} &:= as_3 & A_{29,18} &:= as_4 & A_{29,27} &:= as_5 & A_{29,28} &:= as_6 \\
S_{l_{s009s014}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s009s014}} &:= as1_2 & A_{85,18} &:= as_8 & A_{85,27} &:= as_9 & A_{85,28} &:= as_{10} & A_{85,17} &:= as_7 \\
L_{29,1} &:= S_{s009s014} - S_{l_{s009s014}} & L_{85,1} &:= \alpha_{s009s014} - \alpha_{l_{s009s014}} & P_{29,29} &:= as_{11} & P_{85,85} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{14,2}, PRxy_{14,3}, PRxy_{16,2}, PRxy_{16,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{14,2}, Mxy_{14,3}, Mxy_{16,2}, Mxy_{16,3}) \\
S_{s010s012} &:= as_1 & \alpha_{s010s012} &:= as_2 & A_{30,19} &:= as_3 & A_{30,20} &:= as_4 & A_{30,23} &:= as_5 & A_{30,24} &:= as_6 \\
S_{l_{s010s012}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s010s012}} &:= as1_2 & A_{86,20} &:= as_8 & A_{86,23} &:= as_9 & A_{86,24} &:= as_{10} & A_{86,19} &:= as_7 \\
L_{30,1} &:= S_{s010s012} - S_{l_{s010s012}} & L_{86,1} &:= \alpha_{s010s012} - \alpha_{l_{s010s012}} & P_{30,30} &:= as_{11} & P_{86,86} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{14,2}, PRxy_{14,3}, PRxy_{19,2}, PRxy_{19,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{14,2}, Mxy_{14,3}, Mxy_{19,2}, Mxy_{19,3}) \\
S_{s010s015} &:= as_1 & \alpha_{s010s015} &:= as_2 & A_{31,19} &:= as_3 & A_{31,20} &:= as_4 & A_{31,29} &:= as_5 & A_{31,30} &:= as_6 \\
S_{l_{s010s015}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s010s015}} &:= as1_2 & A_{87,20} &:= as_8 & A_{87,29} &:= as_9 & A_{87,30} &:= as_{10} & A_{87,19} &:= as_7 \\
L_{31,1} &:= S_{s010s015} - S_{l_{s010s015}} & L_{87,1} &:= \alpha_{s010s015} - \alpha_{l_{s010s015}} & P_{31,31} &:= as_{11} & P_{87,87} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{15,2}, PRxy_{15,3}, PRxy_{17,2}, PRxy_{17,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{15,2}, Mxy_{15,3}, Mxy_{17,2}, Mxy_{17,3}) \\
S_{s011s013} &:= as_1 & \alpha_{s011s013} &:= as_2 & A_{32,21} &:= as_3 & A_{32,22} &:= as_4 & A_{32,25} &:= as_5 & A_{32,26} &:= as_6 \\
S_{l_{s011s013}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s011s013}} &:= as1_2 & A_{88,22} &:= as_8 & A_{88,25} &:= as_9 & A_{88,26} &:= as_{10} & A_{88,21} &:= as_7 \\
L_{32,1} &:= S_{s011s013} - S_{l_{s011s013}} & L_{88,1} &:= \alpha_{s011s013} - \alpha_{l_{s011s013}} & P_{32,32} &:= as_{11} & P_{88,88} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{15,2}, PRxy_{15,3}, PRxy_{18,2}, PRxy_{18,3}) & as1 &:= S1\alpha1(Mxy_{15,2}, Mxy_{15,3}, Mxy_{18,2}, Mxy_{18,3}) \\
S_{s011s014} &:= as_1 & \alpha_{s011s014} &:= as_2 & A_{33,21} &:= as_3 & A_{33,22} &:= as_4 & A_{33,27} &:= as_5 & A_{33,28} &:= as_6 \\
S_{l_{s011s014}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s011s014}} &:= as1_2 & A_{89,22} &:= as_8 & A_{89,27} &:= as_9 & A_{89,28} &:= as_{10} & A_{89,21} &:= as_7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{33,1} &:= S_{s011s014} - S_{l_{s011s014}} & L_{89,1} &:= \alpha_{s011s014} - \alpha_{l_{s011s014}} & P_{33,33} &:= as_{11} & P_{89,89} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{16,2}, PRxy_{16,3}, PRxy_{18,2}, PRxy_{18,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{16,2}, Mxy_{16,3}, Mxy_{18,2}, Mxy_{18,3}) \\
S_{s012s014} &:= as_1 & \alpha_{s012s014} &:= as_2 & A_{34,23} &:= as_3 & A_{34,24} &:= as_4 & A_{34,27} &:= as_5 & A_{34,28} &:= as_6 \\
S_{l_{s012s014}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s012s014}} &:= asl_2 & A_{90,24} &:= as_8 & A_{90,27} &:= as_9 & A_{90,28} &:= as_{10} & A_{90,23} &:= as_7 \\
L_{34,1} &:= S_{s012s014} - S_{l_{s012s014}} & L_{90,1} &:= \alpha_{s012s014} - \alpha_{l_{s012s014}} & P_{34,34} &:= as_{11} & P_{90,90} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{16,2}, PRxy_{16,3}, PRxy_{19,2}, PRxy_{19,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{16,2}, Mxy_{16,3}, Mxy_{19,2}, Mxy_{19,3}) \\
S_{s012s015} &:= as_1 & \alpha_{s012s015} &:= as_2 & A_{35,23} &:= as_3 & A_{35,24} &:= as_4 & A_{35,29} &:= as_5 & A_{35,30} &:= as_6 \\
S_{l_{s012s015}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s012s015}} &:= asl_2 & A_{91,24} &:= as_8 & A_{91,29} &:= as_9 & A_{91,30} &:= as_{10} & A_{91,23} &:= as_7 \\
L_{35,1} &:= S_{s012s015} - S_{l_{s012s015}} & L_{91,1} &:= \alpha_{s012s015} - \alpha_{l_{s012s015}} & P_{35,35} &:= as_{11} & P_{91,91} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{17,2}, PRxy_{17,3}, PRxy_{18,2}, PRxy_{18,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{17,2}, Mxy_{17,3}, Mxy_{18,2}, Mxy_{18,3}) \\
S_{s013s014} &:= as_1 & \alpha_{s013s014} &:= as_2 & A_{36,25} &:= as_3 & A_{36,26} &:= as_4 & A_{36,27} &:= as_5 & A_{36,28} &:= as_6 \\
S_{l_{s013s014}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s013s014}} &:= asl_2 & A_{92,26} &:= as_8 & A_{92,27} &:= as_9 & A_{92,28} &:= as_{10} & A_{92,25} &:= as_7 \\
L_{36,1} &:= S_{s013s014} - S_{l_{s013s014}} & L_{92,1} &:= \alpha_{s013s014} - \alpha_{l_{s013s014}} & P_{36,36} &:= as_{11} & P_{92,92} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{17,2}, PRxy_{17,3}, PRxy_{20,2}, PRxy_{20,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{17,2}, Mxy_{17,3}, Mxy_{20,2}, Mxy_{20,3}) \\
S_{s013s016} &:= as_1 & \alpha_{s013s016} &:= as_2 & A_{37,25} &:= as_3 & A_{37,26} &:= as_4 & A_{37,31} &:= as_5 & A_{37,32} &:= as_6 \\
S_{l_{s013s016}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s013s016}} &:= asl_2 & A_{93,26} &:= as_8 & A_{93,31} &:= as_9 & A_{93,32} &:= as_{10} & A_{93,25} &:= as_7 \\
L_{37,1} &:= S_{s013s016} - S_{l_{s013s016}} & L_{93,1} &:= \alpha_{s013s016} - \alpha_{l_{s013s016}} & P_{37,37} &:= as_{11} & P_{93,93} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{17,2}, PRxy_{17,3}, PRxy_{21,2}, PRxy_{21,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{17,2}, Mxy_{17,3}, Mxy_{21,2}, Mxy_{21,3}) \\
S_{s013s017} &:= as_1 & \alpha_{s013s017} &:= as_2 & A_{38,25} &:= as_3 & A_{38,26} &:= as_4 & A_{38,33} &:= as_5 & A_{38,34} &:= as_6 \\
S_{l_{s013s017}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s013s017}} &:= asl_2 & A_{94,26} &:= as_8 & A_{94,33} &:= as_9 & A_{94,34} &:= as_{10} & A_{94,25} &:= as_7 \\
L_{38,1} &:= S_{s013s017} - S_{l_{s013s017}} & L_{94,1} &:= \alpha_{s013s017} - \alpha_{l_{s013s017}} & P_{38,38} &:= as_{11} & P_{94,94} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{18,2}, PRxy_{18,3}, PRxy_{19,2}, PRxy_{19,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{18,2}, Mxy_{18,3}, Mxy_{19,2}, Mxy_{19,3}) \\
S_{s014s015} &:= as_1 & \alpha_{s014s015} &:= as_2 & A_{39,27} &:= as_3 & A_{39,28} &:= as_4 & A_{39,29} &:= as_5 & A_{39,30} &:= as_6 \\
S_{l_{s014s015}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s014s015}} &:= asl_2 & A_{95,28} &:= as_8 & A_{95,29} &:= as_9 & A_{95,30} &:= as_{10} & A_{95,27} &:= as_7 \\
L_{39,1} &:= S_{s014s015} - S_{l_{s014s015}} & L_{95,1} &:= \alpha_{s014s015} - \alpha_{l_{s014s015}} & P_{39,39} &:= as_{11} & P_{95,95} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PRxy_{18,2}, PRxy_{18,3}, PRxy_{20,2}, PRxy_{20,3}) & asl &:= S1\alpha l(Mxy_{18,2}, Mxy_{18,3}, Mxy_{20,2}, Mxy_{20,3}) \\
S_{s014s016} &:= as_1 & \alpha_{s014s016} &:= as_2 & A_{40,27} &:= as_3 & A_{40,28} &:= as_4 & A_{40,31} &:= as_5 & A_{40,32} &:= as_6 \\
S_{l_{s014s016}} &:= asl_1 & \alpha_{l_{s014s016}} &:= asl_2 & A_{96,28} &:= as_8 & A_{96,31} &:= as_9 & A_{96,32} &:= as_{10} & A_{96,27} &:= as_7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{40,1} &:= S_{s014s016} - S_{l_{s014s016}} & L_{96,1} &:= \alpha_{s014s016} - \alpha_{l_{s014s016}} & P_{40,40} &:= as_{11} & P_{96,96} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{19,2}}, PR_{xy_{19,3}}, PR_{xy_{20,2}}, PR_{xy_{20,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{19,2}}, M_{xy_{19,3}}, M_{xy_{20,2}}, M_{xy_{20,3}}) \\
S_{s015s016} &:= as_1 & \alpha_{s015s016} &:= as_2 & A_{41,29} &:= as_3 & A_{41,30} &:= as_4 & A_{41,31} &:= as_5 & A_{41,32} &:= as_6 \\
S_{l_{s015s016}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s015s016}} &:= as1_2 & A_{97,30} &:= as_8 & A_{97,31} &:= as_9 & A_{97,32} &:= as_{10} & A_{97,29} &:= as_7 \\
L_{41,1} &:= S_{s015s016} - S_{l_{s015s016}} & L_{97,1} &:= \alpha_{s015s016} - \alpha_{l_{s015s016}} & P_{41,41} &:= as_{11} & P_{97,97} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{19,2}}, PR_{xy_{19,3}}, PR_{xy_{22,2}}, PR_{xy_{22,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{19,2}}, M_{xy_{19,3}}, M_{xy_{22,2}}, M_{xy_{22,3}}) \\
S_{s015s018} &:= as_1 & \alpha_{s015s018} &:= as_2 & A_{42,29} &:= as_3 & A_{42,30} &:= as_4 & A_{42,35} &:= as_5 & A_{42,36} &:= as_6 \\
S_{l_{s015s018}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s015s018}} &:= as1_2 & A_{98,30} &:= as_8 & A_{98,35} &:= as_9 & A_{98,36} &:= as_{10} & A_{98,29} &:= as_7 \\
L_{42,1} &:= S_{s015s018} - S_{l_{s015s018}} & L_{98,1} &:= \alpha_{s015s018} - \alpha_{l_{s015s018}} & P_{42,42} &:= as_{11} & P_{98,98} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{20,2}}, PR_{xy_{20,3}}, PR_{xy_{21,2}}, PR_{xy_{21,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{20,2}}, M_{xy_{20,3}}, M_{xy_{21,2}}, M_{xy_{21,3}}) \\
S_{s016s017} &:= as_1 & \alpha_{s016s017} &:= as_2 & A_{43,31} &:= as_3 & A_{43,32} &:= as_4 & A_{43,33} &:= as_5 & A_{43,34} &:= as_6 \\
S_{l_{s016s017}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s016s017}} &:= as1_2 & A_{99,32} &:= as_8 & A_{99,33} &:= as_9 & A_{99,34} &:= as_{10} & A_{99,31} &:= as_7 \\
L_{43,1} &:= S_{s016s017} - S_{l_{s016s017}} & L_{99,1} &:= \alpha_{s016s017} - \alpha_{l_{s016s017}} & P_{43,43} &:= as_{11} & P_{99,99} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{20,2}}, PR_{xy_{20,3}}, PR_{xy_{22,2}}, PR_{xy_{22,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{20,2}}, M_{xy_{20,3}}, M_{xy_{22,2}}, M_{xy_{22,3}}) \\
S_{s016s018} &:= as_1 & \alpha_{s016s018} &:= as_2 & A_{44,31} &:= as_3 & A_{44,32} &:= as_4 & A_{44,35} &:= as_5 & A_{44,36} &:= as_6 \\
S_{l_{s016s018}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s016s018}} &:= as1_2 & A_{100,32} &:= as_8 & A_{100,35} &:= as_9 & A_{100,36} &:= as_{10} & A_{100,31} &:= as_7 \\
L_{44,1} &:= S_{s016s018} - S_{l_{s016s018}} & L_{100,1} &:= \alpha_{s016s018} - \alpha_{l_{s016s018}} & P_{44,44} &:= as_{11} & P_{100,100} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{21,2}}, PR_{xy_{21,3}}, PR_{xy_{22,2}}, PR_{xy_{22,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{21,2}}, M_{xy_{21,3}}, M_{xy_{22,2}}, M_{xy_{22,3}}) \\
S_{s017s018} &:= as_1 & \alpha_{s017s018} &:= as_2 & A_{45,33} &:= as_3 & A_{45,34} &:= as_4 & A_{45,35} &:= as_5 & A_{45,36} &:= as_6 \\
S_{l_{s017s018}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s017s018}} &:= as1_2 & A_{101,34} &:= as_8 & A_{101,35} &:= as_9 & A_{101,36} &:= as_{10} & A_{101,33} &:= as_7 \\
L_{45,1} &:= S_{s017s018} - S_{l_{s017s018}} & L_{101,1} &:= \alpha_{s017s018} - \alpha_{l_{s017s018}} & P_{45,45} &:= as_{11} & P_{101,101} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{21,2}}, PR_{xy_{21,3}}, PR_{xy_{23,2}}, PR_{xy_{23,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{21,2}}, M_{xy_{21,3}}, M_{xy_{23,2}}, M_{xy_{23,3}}) \\
S_{s017s019} &:= as_1 & \alpha_{s017s019} &:= as_2 & A_{46,33} &:= as_3 & A_{46,34} &:= as_4 & A_{46,37} &:= as_5 & A_{46,38} &:= as_6 \\
S_{l_{s017s019}} &:= as1_1 & \alpha_{l_{s017s019}} &:= as1_2 & A_{102,34} &:= as_8 & A_{102,37} &:= as_9 & A_{102,38} &:= as_{10} & A_{102,33} &:= as_7 \\
L_{46,1} &:= S_{s017s019} - S_{l_{s017s019}} & L_{102,1} &:= \alpha_{s017s019} - \alpha_{l_{s017s019}} & P_{46,46} &:= as_{11} & P_{102,102} &:= as_{12} \\
as &:= S\alpha(PR_{xy_{21,2}}, PR_{xy_{21,3}}, PR_{xy_{24,2}}, PR_{xy_{24,3}}) & as1 &:= S1\alpha1(M_{xy_{21,2}}, M_{xy_{21,3}}, M_{xy_{24,2}}, M_{xy_{24,3}}) \\
S_{s017s020} &:= as_1 & \alpha_{s017s020} &:= as_2 & A_{47,33} &:= as_3 & A_{47,34} &:= as_4 & A_{47,39} &:= as_5 & A_{47,40} &:= as_6
\end{aligned}$$

$$S_{s017s020} := as1_1 \quad \alpha_{s017s020} := as1_2 \quad A_{103,34} := as_8 \quad A_{103,39} := as_9 \quad A_{103,40} := as_{10} \quad A_{103,33} := as_7$$

$$L_{47,1} := S_{s017s020} - S_{l_{s017s020}} \quad L_{103,1} := \alpha_{s017s020} - \alpha_{l_{s017s020}} \quad P_{47,47} := as_{11} \quad P_{103,103} := as_{12}$$

$$as := S\alpha(PR_{xy_{22,2}}, PR_{xy_{22,3}}, PR_{xy_{23,2}}, PR_{xy_{23,3}}) \quad as1 := S1\alpha1(M_{xy_{22,2}}, M_{xy_{22,3}}, M_{xy_{23,2}}, M_{xy_{23,3}})$$

$$S_{s018s019} := as1 \quad \alpha_{s018s019} := as2 \quad A_{48,35} := as_3 \quad A_{48,36} := as_4 \quad A_{48,37} := as_5 \quad A_{48,38} := as_6$$

$$S_{l_{s018s019}} := as1_1 \quad \alpha_{l_{s018s019}} := as1_2 \quad A_{104,36} := as_8 \quad A_{104,37} := as_9 \quad A_{104,38} := as_{10} \quad A_{104,35} := as_7$$

$$L_{48,1} := S_{s018s019} - S_{l_{s018s019}} \quad L_{104,1} := \alpha_{s018s019} - \alpha_{l_{s018s019}} \quad P_{48,48} := as_{11} \quad P_{104,104} := as_{12}$$

$$as := S\alpha(PR_{xy_{22,2}}, PR_{xy_{22,3}}, PR_{xy_{25,2}}, PR_{xy_{25,3}}) \quad as1 := S1\alpha1(M_{xy_{22,2}}, M_{xy_{22,3}}, M_{xy_{25,2}}, M_{xy_{25,3}})$$

$$S_{s018s021} := as1 \quad \alpha_{s018s021} := as2 \quad A_{49,35} := as_3 \quad A_{49,36} := as_4 \quad A_{49,41} := as_5 \quad A_{49,42} := as_6$$

$$S_{l_{s018s021}} := as1_1 \quad \alpha_{l_{s018s021}} := as1_2 \quad A_{105,36} := as_8 \quad A_{105,41} := as_9 \quad A_{105,42} := as_{10} \quad A_{105,35} := as_7$$

$$L_{49,1} := S_{s018s021} - S_{l_{s018s021}} \quad L_{105,1} := \alpha_{s018s021} - \alpha_{l_{s018s021}} \quad P_{49,49} := as_{11} \quad P_{105,105} := as_{12}$$

$$as := S\alpha(PR_{xy_{23,2}}, PR_{xy_{23,3}}, PR_{xy_{25,2}}, PR_{xy_{25,3}}) \quad as1 := S1\alpha1(M_{xy_{23,2}}, M_{xy_{23,3}}, M_{xy_{25,2}}, M_{xy_{25,3}})$$

$$S_{s019s021} := as1 \quad \alpha_{s019s021} := as2 \quad A_{50,37} := as_3 \quad A_{50,38} := as_4 \quad A_{50,41} := as_5 \quad A_{50,42} := as_6$$

$$S_{l_{s019s021}} := as1_1 \quad \alpha_{l_{s019s021}} := as1_2 \quad A_{106,38} := as_8 \quad A_{106,41} := as_9 \quad A_{106,42} := as_{10} \quad A_{106,37} := as_7$$

$$L_{50,1} := S_{s019s021} - S_{l_{s019s021}} \quad L_{106,1} := \alpha_{s019s021} - \alpha_{l_{s019s021}} \quad P_{50,50} := as_{11} \quad P_{106,106} := as_{12}$$

$$as := S\alpha(PR_{xy_{23,2}}, PR_{xy_{23,3}}, PR_{xy_{24,2}}, PR_{xy_{24,3}}) \quad as1 := S1\alpha1(M_{xy_{23,2}}, M_{xy_{23,3}}, M_{xy_{24,2}}, M_{xy_{24,3}})$$

$$S_{s019s020} := as1 \quad \alpha_{s019s020} := as2 \quad A_{51,37} := as_3 \quad A_{51,38} := as_4 \quad A_{51,39} := as_5 \quad A_{51,40} := as_6$$

$$S_{l_{s019s020}} := as1_1 \quad \alpha_{l_{s019s020}} := as1_2 \quad A_{107,38} := as_8 \quad A_{107,39} := as_9 \quad A_{107,40} := as_{10} \quad A_{107,37} := as_7$$

$$L_{51,1} := S_{s019s020} - S_{l_{s019s020}} \quad L_{107,1} := \alpha_{s019s020} - \alpha_{l_{s019s020}} \quad P_{51,51} := as_{11} \quad P_{107,107} := as_{12}$$

$$as := S\alpha(PR_{xy_{24,2}}, PR_{xy_{24,3}}, PR_{xy_{25,2}}, PR_{xy_{25,3}}) \quad as1 := S1\alpha1(M_{xy_{24,2}}, M_{xy_{24,3}}, M_{xy_{25,2}}, M_{xy_{25,3}})$$

$$S_{s020s021} := as1 \quad \alpha_{s020s021} := as2 \quad A_{52,39} := as_3 \quad A_{52,40} := as_4 \quad A_{52,41} := as_5 \quad A_{52,42} := as_6$$

$$S_{l_{s020s021}} := as1_1 \quad \alpha_{l_{s020s021}} := as1_2 \quad A_{108,40} := as_8 \quad A_{108,41} := as_9 \quad A_{108,42} := as_{10} \quad A_{108,39} := as_7$$

$$L_{52,1} := S_{s020s021} - S_{l_{s020s021}} \quad L_{108,1} := \alpha_{s020s021} - \alpha_{l_{s020s021}} \quad P_{52,52} := as_{11} \quad P_{108,108} := as_{12}$$

$$as := S\alpha(PR_{xy_{24,2}}, PR_{xy_{24,3}}, PR_{xy_{4,2}}, PR_{xy_{4,3}}) \quad as1 := S1\alpha1(M_{xy_{24,2}}, M_{xy_{24,3}}, M_{xy_{4,2}}, M_{xy_{4,3}})$$

$$S_{s020b303} := as1 \quad \alpha_{s020b303} := as2 \quad A_{53,39} := as_3 \quad A_{53,40} := as_4 \quad A_{109,39} := as_7$$

$$S_{l_{s020b303}} := as1_1 \quad \alpha_{l_{s020b303}} := as1_2 \quad P_{53,53} := as_{11} \quad P_{109,109} := as_{12} \quad A_{109,40} := as_8$$

$$L_{53,1} := S_{s020b303} - S_{l_{s020b303}} \quad L_{109,1} := \alpha_{s020b303} - \alpha_{l_{s020b303}}$$

$$\begin{aligned}
\text{as} &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{25,2}, \text{PRxy}_{25,3}, \text{PRxy}_{3,2}, \text{PRxy}_{3,3}) & \text{as1} &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{25,2}, \text{Mxy}_{25,3}, \text{Mxy}_{3,2}, \text{Mxy}_{3,3}) \\
\text{S}_{\text{s021b302}} &:= \text{as}_1 & \alpha_{\text{s021b302}} &:= \text{as}_2 & \text{A}_{54,41} &:= \text{as}_3 & \text{A}_{54,42} &:= \text{as}_4 & \text{A}_{110,41} &:= \text{as}_7 \\
\text{S1}_{\text{s021b302}} &:= \text{as1}_1 & \alpha1_{\text{s021b302}} &:= \text{as1}_2 & \text{P}_{54,54} &:= \text{as11} & \text{P}_{110,110} &:= \text{as12} & \text{A}_{110,42} &:= \text{as8} \\
\text{L}_{54,1} &:= \text{S}_{\text{s021b302}} - \text{S1}_{\text{s021b302}} & \text{L}_{110,1} &:= \alpha_{\text{s021b302}} - \alpha1_{\text{s021b302}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{as} &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{25,2}, \text{PRxy}_{25,3}, \text{PRxy}_{4,2}, \text{PRxy}_{4,3}) & \text{as1} &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{25,2}, \text{Mxy}_{25,3}, \text{Mxy}_{4,2}, \text{Mxy}_{4,3}) \\
\text{S}_{\text{s021b303}} &:= \text{as}_1 & \alpha_{\text{s021b303}} &:= \text{as}_2 & \text{A}_{55,41} &:= \text{as}_3 & \text{A}_{55,42} &:= \text{as}_4 & \text{A}_{111,41} &:= \text{as}_7 \\
\text{S1}_{\text{s021b303}} &:= \text{as1}_1 & \alpha1_{\text{s021b303}} &:= \text{as1}_2 & \text{P}_{55,55} &:= \text{as11} & \text{P}_{111,111} &:= \text{as12} & \text{A}_{111,42} &:= \text{as8} \\
\text{L}_{55,1} &:= \text{S}_{\text{s021b303}} - \text{S1}_{\text{s021b303}} & \text{L}_{111,1} &:= \alpha_{\text{s021b303}} - \alpha1_{\text{s021b303}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{as} &:= \text{S}\alpha(\text{PRxy}_{3,2}, \text{PRxy}_{3,3}, \text{PRxy}_{4,2}, \text{PRxy}_{4,3}) & \text{as1} &:= \text{S1}\alpha1(\text{Mxy}_{3,2}, \text{Mxy}_{3,3}, \text{Mxy}_{4,2}, \text{Mxy}_{4,3}) \\
\text{S}_{\text{b302b303}} &:= \text{as}_1 & \alpha_{\text{b302b303}} &:= \text{as}_2 & \text{A}_{112,42} &:= 0 & \text{P}_{56,56} &:= \text{as11} & \text{P}_{112,112} &:= \text{as12} \\
\text{S1}_{\text{b302b303}} &:= \text{as1}_1 & \alpha1_{\text{b302b303}} &:= \text{as1}_2 \\
\text{L}_{56,1} &:= \text{S}_{\text{b302b303}} - \text{S1}_{\text{b302b303}} & \text{L}_{112,1} &:= \alpha_{\text{b302b303}} - \alpha1_{\text{b302b303}}
\end{aligned}$$

Матрицу весовых
коэффициентов

$$Q := (A^T \cdot P \cdot A)^{-1}$$

Матрица поправок к
вычисленным значениям

$$\underline{V} := A \cdot (-Q \cdot A^T \cdot P \cdot L) + L$$

Апостериорная СКО
единица веса

$$\mu := \sqrt{\frac{V^T \cdot P \cdot V}{r}}$$

СКО положения произвольного пункта в сети относительно исходного пункта

$$m_x := \begin{pmatrix} \mu \cdot \sqrt{Q_{1,1}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{3,3}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{5,5}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{7,7}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{9,9}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{11,11}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{13,13}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{15,15}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{17,17}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{19,19}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{21,21}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{23,23}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{25,25}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{27,27}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{29,29}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{31,31}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{33,33}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{35,35}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{37,37}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{39,39}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{41,41}} \end{pmatrix} \quad m_y := \begin{pmatrix} \mu \cdot \sqrt{Q_{2,2}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{4,4}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{6,6}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{8,8}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{10,10}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{12,12}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{14,14}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{16,16}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{18,18}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{20,20}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{22,22}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{24,24}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{26,26}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{28,28}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{30,30}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{32,32}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{34,34}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{36,36}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{38,38}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{40,40}} \\ \mu \cdot \sqrt{Q_{42,42}} \end{pmatrix} \quad m_x = \begin{pmatrix} 0.021 \\ 0.021 \\ 0.023 \\ 0.021 \\ 0.022 \\ 0.023 \\ 0.022 \\ 0.025 \\ 0.023 \\ 0.022 \\ 0.025 \\ 0.023 \\ 0.022 \\ 0.027 \\ 0.025 \\ 0.023 \\ 0.027 \\ 0.024 \\ 0.027 \\ 0.024 \\ 0.027 \\ 0.024 \\ 0.025 \\ 0.021 \\ 0.022 \\ 0.018 \end{pmatrix} \quad m_y = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.012 \\ 0.016 \\ 0.013 \\ 0.016 \\ 0.015 \\ 0.017 \\ 0.016 \\ 0.018 \\ 0.02 \\ 0.019 \\ 0.022 \\ 0.022 \\ 0.02 \\ 0.022 \\ 0.021 \\ 0.02 \\ 0.017 \\ 0.024 \\ 0.022 \\ 0.021 \\ 0.02 \\ 0.019 \end{pmatrix} \quad m_{xy} := \sqrt{(m_x)^2 + (m_y)^2} = \begin{pmatrix} 0.026 \\ 0.024 \\ 0.027 \\ 0.025 \\ 0.027 \\ 0.027 \\ 0.028 \\ 0.029 \\ 0.029 \\ 0.03 \\ 0.031 \\ 0.032 \\ 0.034 \\ 0.033 \\ 0.034 \\ 0.036 \\ 0.032 \\ 0.033 \\ 0.029 \\ 0.028 \\ 0.026 \end{pmatrix}$$

**Моделирование и оценка точности построения геодезических сетей с
использованием спутниковых определений**

Название вектора	Длин векторов D, м	$m_{\text{пас}}$, мм
"B300-B301"	26274.830	34.275
"B300-S001"	30575.540	38.576
"B300-S002"	28751.793	36.752
"S001-S002"	7016.092	15.016
"S001-S003"	3210.034	11.21
"S001-S004"	7859.669	15.86
"S002-B301"	11673.193	19.673
"S002-S004"	4249.346	12.249
"S002-S005"	8660.309	16.66
"S003-S004"	6957.894	14.958
"S003-S006"	6523.098	14.523
"S003-S008"	8762.458	16.762
"S004-S005"	7587.174	15.587
"S004-S006"	5713.930	13.714
"S004-S007"	5927.049	13.927
"S004-S009"	9543.999	17.544
"S005-S007"	6449.297	14.449
"S005-S010"	8774.318	16.774
"S006-S008"	5159.534	13.16
"S006-S009"	5790.968	13.791
"S007-S009"	5613.399	13.613
"S007-S010"	5461.689	13.462
"S008-S009"	7233.191	15.233
"S008-S011"	6395.220	14.395
"S008-S013"	11581.391	19.581
"S009-S010"	7002.728	15.003
"S009-S011"	4915.417	12.915
"S009-S012"	6213.002	14.213
"S009-S014"	10505.259	18.505
"S010-S012"	6835.822	14.836
"S010-S015"	10744.243	18.744
"S011-S013"	7601.442	15.601
"S011-S014"	7073.337	15.073
"S012-S014"	6910.342	14.91
"S012-S015"	5440.524	13.441
"S013-S014"	6100.986	14.101
"S013-S016"	9251.929	17.252
"S013-S017"	14198.230	22.198
"S014-S015"	6955.413	14.955
"S014-S016"	6311.904	14.312
"S015-S016"	9330.726	17.331
"S015-S018"	18183.927	26.184
"S016-S017"	11107.179	19.107
"S016-S018"	11297.087	19.297
"S017-S018"	11126.484	19.126
"S017-S019"	9828.724	17.829
"S017-S020"	17506.676	25.507
"S018-S019"	10677.289	18.677
"S018-S021"	15540.877	23.541
"S019-S021"	9208.356	17.208
"S019-S020"	11566.932	19.567
"S020-S021"	13790.196	21.79
"S020-B303"	10980.598	18.981
"S021-B302"	16749.976	24.75
"S021-B303"	18303.519	26.304
"B302-B303"	23057.530	31.058

Измерение выполнялись спутниковой аппаратурой с паспортной точностью планового положения

$$m_{i_{\text{нас}}} = 8 + 1 \cdot 10^{-6} \cdot D_i \cdot \text{мм}$$

Коэффициент радиовидимости $R=1$.

$m_{Ц}$ – Ошибка центрирования приемника (база и ровера)

h – Высота установки инструмента, $h = 1500\text{мм}$

τ – Цена деления круглого уровня, $\tau = 8'$

$$m_{Ц} = \frac{h \cdot 0,2 \cdot \tau}{\rho}$$

$m_{i_{изм}}$ – СКО измерения вектора в плане

$$m_{i_{изм}} = \sqrt{R^2 \cdot m_{i_{нас}}^2 + 2 \cdot m_{\mu}^2}$$

μ – Ошибка единицы веса, принята ошибка измерения в плане вектора длиной

1км, в такое случае $\mu_0 = m_{изм}$ на $d = 1\text{км}$ расстояние,

$$m_{i_{нас}} = 8 + 1 \cdot 10^{-6} \cdot d \cdot 10^3 \text{ мм} \quad \mu_0 = \sqrt{R^2 \cdot m_{i_{нас}}^2 + 2 \cdot m_{\mu}^2}$$

Составление матрицы весовых коэффициентов $P_{i,i} - i = 1..56$

$$P_i = \frac{\mu_0^2}{m_{i_{изм}}^2}$$

Составление матрицы обратных весовых коэффициентов – Q

$$Q = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 3.83 & 2.08 & 2.57 & 2.12 & 1.77 & 1.79 & 1.6 & 1.35 & 1.26 & 1.3 & 0.53 & 0.95 & 0.36 & 0.5 & 0.76 & 0.49 & 0.36 & 0.4 & 0.29 & 0.19 & 0.2 \\ 2.08 & 3.13 & 1.73 & 1.95 & 1.95 & 1.45 & 1.56 & 1.06 & 1.12 & 1.27 & 0.43 & 0.9 & 0.33 & 0.48 & 0.72 & 0.46 & 0.33 & 0.37 & 0.27 & 0.18 & 0.19 \\ 2.57 & 1.73 & 3.5 & 2.07 & 1.69 & 2.09 & 1.6 & 1.63 & 1.35 & 1.32 & 0.62 & 0.99 & 0.4 & 0.52 & 0.79 & 0.51 & 0.38 & 0.41 & 0.3 & 0.2 & 0.21 \\ 2.12 & 1.95 & 2.07 & 2.76 & 2.05 & 1.88 & 1.93 & 1.33 & 1.43 & 1.52 & 0.56 & 1.1 & 0.4 & 0.59 & 0.88 & 0.56 & 0.4 & 0.45 & 0.33 & 0.22 & 0.23 \\ 1.77 & 1.95 & 1.69 & 2.05 & 3.76 & 1.57 & 2.26 & 1.17 & 1.43 & 1.96 & 0.48 & 1.28 & 0.45 & 0.68 & 1.06 & 0.65 & 0.47 & 0.53 & 0.38 & 0.25 & 0.27 \\ 1.79 & 1.45 & 2.09 & 1.88 & 1.57 & 3.08 & 1.57 & 1.71 & 1.51 & 1.35 & 0.68 & 1.06 & 0.41 & 0.56 & 0.83 & 0.54 & 0.39 & 0.43 & 0.32 & 0.21 & 0.22 \\ 1.6 & 1.56 & 1.6 & 1.93 & 2.26 & 1.57 & 3.25 & 1.21 & 1.6 & 2.03 & 0.53 & 1.36 & 0.47 & 0.73 & 1.12 & 0.69 & 0.5 & 0.56 & 0.4 & 0.27 & 0.28 \\ 1.35 & 1.06 & 1.63 & 1.33 & 1.17 & 1.71 & 1.21 & 2.54 & 1.26 & 1.06 & 0.83 & 0.86 & 0.45 & 0.43 & 0.67 & 0.46 & 0.36 & 0.38 & 0.28 & 0.19 & 0.19 \\ 1.26 & 1.12 & 1.35 & 1.43 & 1.43 & 1.51 & 1.6 & 1.26 & 2 & 1.5 & 0.69 & 1.29 & 0.4 & 0.69 & 0.98 & 0.62 & 0.44 & 0.5 & 0.36 & 0.24 & 0.25 \\ 1.3 & 1.27 & 1.32 & 1.52 & 1.96 & 1.35 & 2.03 & 1.06 & 1.5 & 3.07 & 0.39 & 1.75 & 0.6 & 0.95 & 1.52 & 0.91 & 0.66 & 0.75 & 0.54 & 0.35 & 0.38 \\ 0.53 & 0.43 & 0.62 & 0.56 & 0.48 & 0.68 & 0.53 & 0.83 & 0.69 & 0.39 & 2.05 & 0.14 & -0.6 & -0.44 & -0.09 & -0.35 & -0.3 & -0.24 & -0.21 & -0.14 & -0.14 \\ 0.95 & 0.9 & 0.99 & 1.1 & 1.28 & 1.06 & 1.36 & 0.86 & 1.29 & 1.75 & 0.14 & 2.95 & 0.82 & 1.32 & 1.85 & 1.19 & 0.86 & 0.96 & 0.69 & 0.46 & 0.49 \\ 0.36 & 0.33 & 0.4 & 0.4 & 0.45 & 0.41 & 0.47 & 0.45 & 0.4 & 0.6 & -0.6 & 0.82 & 2.6 & 1.24 & 1.04 & 1.47 & 1.34 & 1.12 & 0.94 & 0.65 & 0.63 \\ 0.5 & 0.48 & 0.52 & 0.59 & 0.68 & 0.56 & 0.73 & 0.43 & 0.69 & 0.95 & -0.44 & 1.32 & 1.24 & 2.19 & 1.5 & 1.51 & 1.07 & 1.09 & 0.82 & 0.55 & 0.57 \\ 0.76 & 0.72 & 0.79 & 0.88 & 1.06 & 0.83 & 1.12 & 0.67 & 0.98 & 1.52 & -0.09 & 1.85 & 1.04 & 1.5 & 3.18 & 1.68 & 1.22 & 1.45 & 1.01 & 0.67 & 0.72 \\ 0.49 & 0.46 & 0.51 & 0.56 & 0.65 & 0.54 & 0.69 & 0.46 & 0.62 & 0.91 & -0.35 & 1.19 & 1.47 & 1.51 & 1.68 & 3.27 & 1.92 & 1.95 & 1.47 & 0.99 & 1.02 \\ 0.36 & 0.33 & 0.38 & 0.4 & 0.47 & 0.39 & 0.5 & 0.36 & 0.44 & 0.66 & -0.3 & 0.86 & 1.34 & 1.07 & 1.22 & 1.92 & 4.38 & 2.56 & 2.65 & 1.91 & 1.7 \\ 0.4 & 0.37 & 0.41 & 0.45 & 0.53 & 0.43 & 0.56 & 0.38 & 0.5 & 0.75 & -0.24 & 0.96 & 1.12 & 1.09 & 1.45 & 1.95 & 2.56 & 4.58 & 2.7 & 1.69 & 2.02 \\ 0.29 & 0.27 & 0.3 & 0.33 & 0.38 & 0.32 & 0.4 & 0.28 & 0.36 & 0.54 & -0.21 & 0.69 & 0.94 & 0.82 & 1.01 & 1.47 & 2.65 & 2.7 & 4.85 & 2.45 & 2.55 \\ 0.19 & 0.18 & 0.2 & 0.22 & 0.25 & 0.21 & 0.27 & 0.19 & 0.24 & 0.35 & -0.14 & 0.46 & 0.65 & 0.55 & 0.67 & 0.99 & 1.91 & 1.69 & 2.45 & 4.5 & 2.01 \\ 0.2 & 0.19 & 0.21 & 0.23 & 0.27 & 0.22 & 0.28 & 0.19 & 0.25 & 0.38 & -0.14 & 0.49 & 0.63 & 0.57 & 0.72 & 1.02 & 1.7 & 2.02 & 2.55 & 2.01 & 4.2 \end{pmatrix}$$

Определяем средние квадратические ошибки определения пунктов сети в плане (горизонтальной плоскости) $m_{i\text{план}}$:

$$m_{i\text{план}} = \mu_0 \sqrt{Q_{j,j}}$$

$Q_{j,j}$ – элемент j -го пункта главной диагонали матрицы обратных весовых коэффициентов

$$m_{i\text{план}} = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 0.011 \\ 0.011 \\ 0.01 \\ 0.012 \\ 0.011 \\ 0.011 \\ 0.01 \\ 0.009 \\ 0.011 \\ 0.009 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.009 \\ 0.011 \\ 0.011 \\ 0.013 \\ 0.013 \\ 0.013 \\ 0.013 \\ 0.013 \\ 0.012 \end{pmatrix} \text{ мм}$$