Министерство науки и высшего образования Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет»

На правах рукописи

Царёва Ольга Сергеевна

Maf

## МЕТОД ОЦЕНКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОМ МОНИТОРИНГЕ ПАМЯТНИКОВ КУЛЬТУРНОГО НАСЛЕДИЯ

Специальность 25.00.32 – Геодезия

## Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент Мустафин М.Г.

Санкт-Петербург – 2020

### оглавление

ВВЕДЕНИЕ
ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА
1.1 Анализ методов наблюдений за осадками и деформациями зданий и сооружений
1.1.1 Геодезические методы наблюдений за осадками сооружений 10
1.1.2 Геодезические методы наблюдений за горизонтальными смещениями сооружений 15
1.1.3 Геодезические методы наблюдений за пространственными деформациями 21
1.1.3.1 Существующие варианты реализации геодезических наблюдений с использованием
тахеометра
1.2 Анализ методов обработки результатов наблюдений за деформациями
1.2.1 Программное обеспечение для обработки геодезический наблюдений
1.3 Выводы по Главе 1
ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА
ВАРИАЦИЕЙ ДЛИН ЛИНИЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ 49
2.1 Варианты реализации пространственной полярной засечки с использованием тахеометров 50
2.1.1 Наблюдения с заранее закреплённых точек
2.1.2 Наблюдения со свободных станций
2.2 Определение векторов смещений деформационных марок из решения системы уравнений по
методу наименьших квадратов
2.3 Использование линейной пространственной засечки для определения векторов смещений
деформационных марок
2.4 Оценка точности определения координат дефомационных марок в зависимости от геометрии
засечки
2.5 Разработка программного обеспечения для оценки построения сети в виде линейной
пространственной засечки
2.6 Определение квазиопорных марок по результатам наблюдений 80
2.7 Выводы по Главе 2
ГЛАВА З РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ВИДА ДЕФОРМАЦИЙ 85
3.1 Определение абсолютных деформаций по изменениям расстояний между опорными
пунктами и деформационными марками
3.2 Разделение абсолютных и относительных деформаций
3.3 Исследование относительных деформаций на примере модели здания памятников
культурного наследия

3.3.1 Проектирование схемы расположения марок и разделение модели на блоки в зависимости
от характера нагрузок
3.3.2 Исследование относительных деформаций с использованием полигональной сетки
треугольников
3.3.3 Исследование деформации неравномерной осадки с использованием линейной
пространственной засечки110
3.4 Выводы по Главе 3 116
ГЛАВА 4 АПРОБАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ118
4.1 Характеристика объектов исследований 118
4.1.1 Гидрокорпус-1 118
4.1.2 Морской Никольский Собор 118
4.1.3 WestPark (г. Бохум) 120
4.2 Схема размещения деформационных марок на памятниках культурного наследия 120
4.3 Производство геодезических наблюдений за деформациями 124
4.3.1 Используемые приборы
4.3.2 Тип деформационных марок 124
4.3.3 Экспериментальные исследования разработанной методики полевых наблюдений 125
4.3.4 Обоснование схемы наблюдений за деформациями памятников культурного наследия 128
4.4 Обработка геодезических наблюдений за деформациями130
4.4.1 Уравнивание результатов измерений с использованием программного обеспечения 130
4.4.2 Определение векторов смещений по методу наименьших квадратов 132
4.4.3 Определение векторов смещений марок из решения линейной пространственной засечки
4.4.4 Определение вида деформации на примере WestPark в г. Бохум 139
4.4 Выводы по Главе 4
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
ПРИЛОЖЕНИЕ А Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ
№2019618923
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ
№2019618408

#### **ВВЕДЕНИЕ**

#### Актуальность темы исследования

Памятники культуры – это уникальные здания и сооружения. Зачастую неизвестны особенности их конструкций и свойства материалов, из которых они сделаны, что предполагает индивидуальный подход к оценке распределения и накопления в них деформаций. В этой связи создание системы геодезического контроля деформационных процессов имеет свои особенности, состоящие в том, что на таких объектах необходимо изучение всего их объема и следует выполнять наблюдения с оценкой вида деформаций на основе пространственных смещений. Такая возможность позволит существенно улучшить комплекс мер по их сохранности.

Весьма эффективной технологией оценки устойчивости объектов являются периодические геодезические наблюдения с заранее закреплённых станций, в результате которых определяют пространственные координаты (или только высоты) деформационных марок. Заключение делают на основании анализа изменений координат во времени. Для правильной оценки очень важно, чтобы вычисления выполнялись в единой для всего сооружения системе координат, что по различным причинам не всегда легко обеспечить. Действительно, определение положения всех закреплённых на объекте деформационных марок с одной точки стояния тахеометра, как правило, просто не реально, не всегда возможно создание сети таких станций. При использовании связующих точек важно, чтобы такие точки были в достаточном количестве и располагались вполне определённым образом, что также часто проблематично. Значит, требуется совершенствование технологии, которое позволило бы эту проблему решить.

Возникает идея при наблюдении со свободных станций (заранее не закреплённых) для оценки деформаций зданий и сооружений использовать инвариантные величины. Такими величинами, в частности, являются расстояния между деформационными марками и пространственные углы, которые определяются между каждой тройкой марок. Расстояния можно вычислить по координатам или непосредственно измерить. Углы можно только вычислить.

Как следует из вышесказанного, преимущество использования инвариантов в том, что процесс измерений не привязан к определенной системе координат. Указанное обстоятельство значительно упрощает полевые работы.

При оценке деформаций, в общем случае вектора смещений включают в себя, как абсолютную составляющую, связанную с изменением положения объекта в пространстве, так и относительную, возникающую вследствие напряжений в его конструктивных элементах. Последняя, как правило, и определяет степень приближения к критическим деформациям, влияя на общую устойчивость объекта. Поэтому выделение относительных деформаций из общего вектора смещений задача весьма актуальная. Её решение существенно сближает позиции геотехники и геодезии.

#### Степень разработанности темы исследования

Большой вклад в разработку геодезических методов изучения деформаций различных объектов, а также методов оценки деформаций внесли такие ученые, как Бикташев М.Д., Ганьшин В.Н., Голубцов А.И., Донских И.Е., Зайцев А.К., Карлсон А.А., Маркузе Ю.И., Михелев Д.Ш., Мустафин М.Г., Николаев С.А., Пискунов М.Е., Рунов И.В., Стороженко А.Ф., Шеховцов Г.А., Шеховцова Р.П. и др. Вместе с тем, исследования направленные на оценку пространственных деформаций по изменениям расстояний между различными элементами зданий памятников культурного наследия, не достаточны. Таким образом, тема диссертации, направленная на разработку метода оценки деформаций с использованием инвариантных параметров представляется весьма актуальной.

Объектами исследования являются здания и сооружения, включая объекты культурного наследия.

Предметом исследования являются деформации, возникающие при проведении реставрационных работ на объектах культурного наследия и их прогнозирование.

#### Цель работы

Совершенствование контроля состояния памятников культурного наследия за счет разработки метода оценки пространственных деформаций.

**Идея работы** заключается в измерении с использованием свободных и частично закрепленных станций при мониторинге деформационного процесса длин линий деформационной сети, являющихся инвариантными параметрами, по изменению которых после каждого цикла наблюдений на основе метода наименьших квадратов определяются пространственные значения и вид деформаций памятника культурного наследия.

#### Задачи исследований:

1. Анализ нормативно-методической и технической литературы, посвященной методам наблюдений и оценки деформаций зданий и сооружений, включая объекты культурного наследия.

2. Разработка методики геодезических наблюдений за деформациями зданий и сооружений, включая объекты культурного наследия с определением векторов смещений деформационных марок в единой системе координат.

3. Разработка методики оценки абсолютных и относительных деформаций на основе метода наименьших квадратов для уравнивания длин линий с учетом трехмерных координат геодезической сети.

4. Проверка разработанной методики на объектах культурного наследия.

#### Научная новизна работы:

1. Разработана упрощенная методика геодезических наблюдений за деформациями, которая позволяет получать вектора смещений марок в единой системе координат.

2. Разработан алгоритм определения смещенных и несмещенных марок в деформационной сети, основанный на анализе изменений длин линий между ними.

3. Разработан алгоритм определения абсолютных и относительных деформаций различных объектов, базирующийся на трехмерном анализе векторов смещений деформационных марок.

#### Теоретическая и практическая значимость работы

Разработанная методика геодезических наблюдений за деформациями и предложенный алгоритм по выявлению вида деформаций могут быть использованы проектными и строительными организациями при наблюдениях и оценке деформаций различных зданий и сооружений.

Разработаны программные комплексы для оценки точности получения координат марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки (свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618923 и №2019618408).

#### Методология и методы исследований

Методология состоит в использовании инвариантных величин деформационной сети и их применении при мониторинге деформационных процессов. При этом используются методы математической статистики, компьютерное моделирование, натурные измерения с применением электронных роботизированных тахеометров.

#### Положения, выносимые на защиту:

1. При оценке деформационного процесса зданий, сооружений и, в особенности, памятников культурного наследия эффективно применение сравнительного анализа длин линий деформационной сети в каждом цикле наблюдений.

2. Оценку смещений деформационных марок возможно выполнить с использованием оригинальных технологий измерений, включающих схему наблюдений с закрепленных пунктов с независимым ориентированием и с ориентированием на один удаленный пункт.

3. Абсолютные и относительные деформации объектов наблюдений возможно определять по векторам смещений марок деформационной сети, получаемых из решения трехмерной задачи на основе метода наименьших квадратов.

Степень достоверности результатов исследования подтверждается согласованностью теоретических исследований с результатами натурных данных геодезических наблюдений за деформациями Кронштадтского Морского Никольского Собора и Westpark г. Бохум.

Апробация работы Основные положения работы докладывались и обсуждались на факультетской конференции студентов и аспирантов Санкт-Петербургского государственного Горного университета 2012 г.; на международном симпозиуме «День горняка и металлурга» 2012 и 2013 гг. (г. Фрайберг (Германия); на семинарах для стипендиатов программ «М. Ломоносов» и «И. Кант» 28-30 октября 2013 г. (г. Бонн (Германия)) и 25-26 апреля 2014 г (г. Москва); на секционных заседаниях научно-технической конференции кафедры ВиГС в рамках форума «Политехническая неделя в Санкт-Петербурге» 14-19 ноября 2016 г., 13-19 ноября 2017 г. и 19-21 ноября 2018 г; на международных конференциях EECE-2018 и EECE-2019: «International Scientific Conference on Energy, Environmental and Construction Engineering» 19-20 ноября 2018 г. и 19-20 ноября 2019 г. В 2012 году по тематике исследования был выигран научный грант DAAD по программе «Михаил Ломоносов» и в соответствии с ним была пройдена стажировка в Германии на базе Высшей горной школы имени Г. Агриколы г. Бохум с 01.10.2013 по 31.03.2014 гг. В 2018 году по теме исследования выигран конкурс на предоставление субсидий молодым ученым среди вузов, отраслевых и академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга в соответствии с распоряжением Комитета по науке и высшей школе №182 от 26.11.2018.

**Личный вклад автора** заключается в анализе зарубежной и отечественной научной литературы по теме исследования, разработке алгоритма выявления абсолютных и относительных деформаций, в выполнении моделирования деформаций и их выявление по предложенным алгоритмам, в постановке основных задач, в формулировке научных положений и основных выводов диссертации. Также автор принимал участие в выполнении геодезических наблюдений за деформациями Морского Никольского Собора (г. Кронштадт) и Westpark (г. Бохум).

#### Публикации по работе

Результаты диссертационной работы в достаточной степени освещены в 16 печатных работах, в том числе в 5 статьях - в изданиях из перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (далее – Перечень ВАК) (из них в 1 статье - в изданиях, входящих в международную базу данных и систему цитирования Scopus) и в 3 статьях - в изданиях, входящих в международную базу данных и систему цитирования (Scopus); получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура диссертации. Диссертация состоит из оглавления, введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 181 наименование, и двух приложений.

7

Диссертация изложена на 164 страницах машинописного текста, содержит 79 рисунков и 66 таблиц.

#### Благодарности

Автор выражает благодарность научному руководителю, доктору технических наук, доценту Мустафину М.Г., профессору Высшей школы имени Г. Агриколы г. Бохум Вильгельму Штеллингу (Prof. W. Stelling), кандидату технических наук, доценту, доценту кафедры инженерной геодезии Корнилову Ю.Н. и кандидату технических наук, доценту, доценту кафедры инженерной геодезии Зубову А.В. за ценные замечания и советы, а также содействие при подготовке диссертации.

#### ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА

ГОСТ 56891.2 – 2016 «Сохранение объектов культурного наследия. Термины и определения. Часть 2. Памятники истории и культуры» дает достаточно широкое определение понятию «памятники культурного наследия», а именно «Памятники — отдельные постройки, здания и сооружения с исторически сложившимися территориями... мемориальные квартиры; мавзолеи, отдельные захоронения; произведения монументального искусства; объекты науки и техники, включая военные; объекты археологического наследия». В диссертации пойдет речь о памятниках, относящихся к зданиям и сооружениям. В частности, апробация разрабатываемой методики, которая представлена в четвертой главе, выполнена на таких объектах культурного наследия, как Морской Никольский Собор (г. Кронштадт) и Westpark (г. Бохум) [31]. Но разрабатываемая в диссертации методика геодезических наблюдений за деформациями и их оценкой может быть применена при необходимости и для других зданий и сооружений.

Памятники культурного наследия, как и любое инженерное сооружение, вследствие их конструктивных особенностей и влияния различных антропогенных, техногенных и естественных факторов подвержены различным видам деформаций, которые приводят к их постепенному, а иногда и стремительному разрушению. Под деформациями принято понимать изменения положения грунтов или конструкций, определяемые по вертикальным и горизонтальным перемещениям в сравнении с первоначальным положением [29].

Существующие методические указания [30, 79, 87] по проведению мониторинга деформаций объектов культурного наследия не содержат четких рекомендаций по организации и выполнению наблюдений, а также по их обработке.

Поэтому будем руководствоваться ГОСТом 24846-2012 «Грунты. Методы определения деформаций оснований зданий и сооружений» [29]. Рассмотрим существующие методы наблюдений, их достоинства и недостатки.

#### 1.1 Анализ методов наблюдений за осадками и деформациями зданий и сооружений

Выполним анализ современных методов и средств наблюдений за деформациями различных зданий и сооружений, в том числе и за памятниками культурного наследия.

ГОСТ [29] устанавливает следующие погрешности определения перемещений в зависимости от класса точности измерений (таблица 1.1). В ГОСТ Р 56198-2014 «Мониторинг технического состояния объектов культурного наследия. Недвижимые памятники. Общие

требования» установлен II класс точности измерения вертикальных и горизонтальных перемещений для зданий памятников культурного наследия [30].

Класс точности измерений	Допускаемая погрешность определения перемещений, мм		
	вертикальных	горизонтальных	
Ι	1	2	
II	2	5	
III	5	10	
IV	10	15	

Таблица 1.1 – Класс точности измерения вертикальных и горизонтальных перемещений

В Германии согласно [129] существует следующая классификация точности измерений, по которой объекты культурного наследия относятся к классам точности L4/H4 (таблицы 1.2, 1.3):

Таблица 1.2 – Классификация точности измерений в плане

Класс	Стандартное отклонение <sub>g</sub> в плане	Точность
L 1	$50 \text{ mm} >_{\mathbf{g}_{L}}$	Очень низкая точность
L 2	15 mm < <sub>gL</sub> < 50 mm	Низкая точность
L 3	5 mm < <sub>gL</sub> < 15 mm	Средняя точность
L 4	$0,5 \text{ mm} \leq_{\mathbf{g}_{\mathrm{L}}} \leq 5 \text{ mm}$	Высокая точность
L 5	g <sub>L</sub> < 0,5 mm	Очень высокая точность

Таблица 1.3 – Классификация точности измерений по высоте

Класс	Стандартное отклонение g <sub>H</sub> по высоте	Точность
H 1	20 mm > <sub>gH</sub>	Очень низкая точность
H 2	5 mm < <sub>gH</sub> < 20 mm	Низкая точность
Н3	2 mm < <sub>gH</sub> < 5 mm	Средняя точность
H 4	$0,5 \text{ mm} <_{g_H} < 2 \text{ mm}$	Высокая точность
H 5	g <sub>H</sub> < 0,5 mm	Очень высокая точность

#### 1.1.1 Геодезические методы наблюдений за осадками сооружений

Согласно [29] при наблюдениях за вертикальными перемещениями конструкции и грунтового массива следует использовать один из видов нивелирования: геометрическое, тригонометрическое, гидростатическое или выполнять их комбинирование.

Рассмотрим достоинства и недостатки приведенных выше методов.

Геометрическое нивелирование. Это нивелирование горизонтальным лучом [31]. Заключается в периодическом нивелировании осадочных марок (например, марок №1-20 на рисунке 1.1). Его выполняют от опорных знаков высотной основы – реперов (Гл. Rp на рисунке 1.1), как правило, не менее трех, что позволяет в дальнейшем контролировать стабильность их положения. Нивелирование осадочных марок и реперов выполняется оптическими и цифровыми нивелирами.



Рисунок 1.1 – Пример-схема расположения осадочных марок, опорных реперов и нивелирных ходов (Шеховцов Г.А.)

Геометрическое нивелирование обладает быстротой измерений и высокой точностью, поэтому для определения осадок сооружений используется наиболее часто. Превышения между точками можно определять с точностью до 0,05-0,1 мм при расстояниях между ними 5-10 м, а на расстоянии сотен метров - с точностью до 0,5 мм. Кроме того, основными достоинствами нивелирования являются простота в производстве работ, позволяющая проводить измерения для любого количества грунтовых реперов и стенных марок в любых погодных условиях [100, 112].

Геометрическое нивелирование эффективно на открытых и легкодоступных точках сооружений, поэтому к недостаткам метода можно отнести сложность и чаще невозможность его использования в закрытых или труднодоступных местах; обязательная установка на измеряемых точках нивелирных реек и др. Именно эти недостатки не позволяют использовать данный метод для наблюдений за осадками памятников культурного наследия во время проведения реставрационных работ (поскольку строительные леса ограничивают доступ к деформационным маркам и не позволяют устанавливать на них рейки).

В настоящее время для наблюдения за осадками используют цифровые нивелиры [39] с штрихкодовыми рейками. Отличительной особенностью цифровых нивелиров является автоматическое взятие отсчетов по рейке, а также вычисление превышения между нивелируемыми точками. Эти значения высвечиваются последовательно на дисплее нивелира. Недостатком использования цифровых нивелиров является то, что они подвержены влиянию вибрации, а также воздействию сильных электромагнитных полей при работе вблизи ЛЭП, трансформаторов и т.п [115]. Невозможно выполнять наблюдения в темное время суток, так как с уменьшением количества освещения рейки понижается и точность нивелирования. Кроме того, опыт их эксплуатации для решения рассматриваемых задач еще недостаточно обобщен.

В статье [55] рассмотрено применение геометрического нивелирования с использованием электронных нивелиров типа NA 3000 (Leica Geosystems, Швейцария) с кодовыми рейками для наблюдения за деформациями Московского Кремля. Применение такого подхода имеет существенный недостаток – неизвестно, как ведут себя верхние конструкции памятников культурного наследия. Особенно это важно учитывать, когда они не связаны с несущими элементами, в которые закладывают деформационные марки.

В работе [101] отмечаются недостатки геометрического нивелирования – необходимость обеспечения видимости на рейку при горизонтально расположенной визирной оси. В связи с этим возникают дополнительные затраты времени для выбора нивелирной станции, при котором необходимо соблюдать ряд условий: выбор места установки нивелира, обеспечивающего устойчивость системы «штатив-нивелир», обеспечение видимости на рейку, равенство плеч. В 25-30% случаев оказывается невозможным выполнение этих условий, поэтому приходится делать переходные точки, что значительно увеличивает объем нивелирных работ. Это, в свою очередь, приводит к дополнительным временным затратам, что недопустимо при наблюдениях за деформациями памятников культурного наследия, когда наблюдения приходится выполнять в онлайн режиме (например, при демонтаже поздневозведенных конструкций).

В работе [69] показано, что при геометрическом нивелировании цифровым нивелиром DiNi12 средняя квадратическая ошибка (далее – СКО) при использовании инварных реек на 1 км двойного хода не превышает 0,3 мм. Рассматриваются преимущества цифрового нивелирования: автоматическое взятие отсчета по рейке, что исключает ошибку наблюдателя, возможность ввода поправок за взятие отсчета по рейке. Отмечены и недостатки: на результаты нивелирования могут влиять такие факторы, как освещенность рейки, воздействие вибраций.

В работе [83] выполнено исследование влияния различной освещенности на взятие отсчётов по штрихкодовой рейке в зависимости от расстояния до неё. Чем больше длина визирного луча, тем чаще изменяются отсчеты по штрихкодовой рейке, достигая 0,2 мм при расстоянии от нивелира до рейки 41 м. То есть, различная освещенность влияет на точность измерения расстояния и превышения, что делает недопустимым использование геометрического нивелирования в условиях реставрационных работ на памятниках культурного наследия, где не всегда удается обеспечивать постоянное и равномерное освещение рейки.

В работе [178], посвященной исследованию павильона Гуанхуа, расположенного в городе Цзяюйгуань (провинция Ганьсу в Китае) технология нивелирования используется для анализа крена, наклона колонн и неравномерной осадки павильона.

12

В работе [68] представлено нивелирование II класса с использованием цифрового нивелира и кодовых реек за осадками жилых домой Тюменской области.

В статье [90] отмечаются недостатки нивелиров: низкий уровень автоматизации различных процессов, низкая скорость измерений, малая информативность данных, а также необходимость обеспечения постоянного хорошего освещения тоннелей в процессе выполнения измерений.

В статье [67] отмечаются следующие воздействия факторов на результаты геометрического нивелирования: плохая освещенность, вибрация и тепловые воздействия от работающего оборудования, загроможденность цехов. При таких воздействиях затруднительно использовать цифровые нивелиры, либо использовать дополнительные приспособления для уменьшения влияния негативных факторов. Отмечается преимущество цифрового нивелира, а именно автоматический ввод ряда поправок в отсчет по рейке (за кривизну Земли, рефракцию, за неравенство плеч). При этом автором сделан вывод, что при работе на промышленных предприятиях цифровые нивелиры не могут заменить оптические. Отмечается также, что при невозможности установить рейку на осадочную марку следует использовать способ тригонометрического нивелирования.

#### Гидростатическое нивелирование

В этом способе превышение между точками, на которые установлены сосуды определяют по разности высот столбов жидкости в сообщающихся сосудах. Его применяют при при ограниченной возможности использования геометрического нивелирования из-за отсутствия удобных мест для установки нивелира и для работы наблюдателя. Этот метод применяют в стесненных условиях подвальных и цеховых помещений для наблюдений за осадками фундаментов и несущих строительных конструкций [59].

Гидростатические системы измерений бывают переносные и стационарные. От переносных систем отказались из-за трудоемкого процесса. Оборудование для стационарных систем выпускается за рубежом, например, фирмой «Фрайбергер прецизионмеханик» (Германия). Система включает до 60 точек измерений с ошибкой фиксации уровня 10 мкм, имеет протяженность до 2000 м. В России используют стационарную систему «Ленгидропроекта», которая применялась на Красноярской ГЭС. Другая стационарная система разработана в Научноисследовательском институте энергетического строительства НИИЭС ПУЖС (преобразователь уровня жидкости струнный). Выпускаются ПУЖС -32 -64 -130 -250 -500 с диапазоном измерений от 32 до 500 мм, СКО измерения вертикальных перемещений составляет от 0,032 до 0,5 мм [46].

Для изучения деформационных процессов разработаны стационарные гидростатические и гидродинамические системы с визуальным сбором информации [116]. Кроме того, существуют системы с дистанционным получением информации о высотных перемещениях осадочных марок. Такие системы устанавливают на сооружениях, где пребывание человека нежелательно или полностью исключено. Данный метод используют при измерении осадок турбоагрегатов, бумагоделательных машин, уникальных сооружений типа ускорителей и т.д. [79].

В статье [176] представлено использование гидростатического нивелирования на примерах пятиэтажного кирпичного здания, монолитного железобетонного здания и исторического здания 18-го века.

Гидростатическое нивелирование обладает рядом преимуществ, таких как: высокая точность измерений, их простота и автоматизация, возможность определения осадок точек, доступ к которым затруднен или отсутствует.

Способ гидростатического нивелирования может использоваться лишь в помещениях с постоянными метеорологическими условиями, что является его существенным недостатком, поскольку проведение реставрационных работ на памятниках культурного наследия сопровождается постоянным изменением температуры и влажности внутри помещения. Также данный способ подвержен влиянию инструментальных ошибок, а во время проведения реставрационных работ не всегда удается сохранять одну и ту же программу и последовательность операций. К недостаткам данного способа относятся также: громоздкость необходимых технических приспособлений, ограниченная область применения, значительные организационные и технологические трудности в применении.

#### Тригонометрическое нивелирование

Согласно [79] измерение осадок методом тригонометрического нивелирования выполняют на сооружениях, построенных на крутопадающих склонах, в оврагах, на больших насыпях, естественных холмах, а также при передаче отметок в глубокие котлованы.

Считается, что метод тригонометрического нивелирования несколько уступает по точности измерений геометрическому и гидростатическому нивелированию (заметим, что при современных средствах его реализации и правильной методике это не так), но позволяет определять смещения точек, расположенных в труднодоступных метах. Метод применяют при измерениях вертикальных перемещений фундаментов в условиях резких перепадов высот (больших насыпей, глубоких котлованов, косогоров и т.п.) [29], а также при производстве наблюдений через препятствия в труднодоступных местах [59]. Данный способ применяют, когда целесообразно создавать плановое и высотное обоснование одним прибором, например, тахеометром.

Для измерения вертикальных углов применяют оптические и электронные теодолиты, тахеометры. Как правило, предпочтение отдают электронным тахеометрам, поскольку они позволяют точнее определять углы и расстояния. СКО измерения вертикального угла различных тахеометров составляет 1",2",5", СКО измерения расстояний для большинства тахеометров (2

14

мм+2 мм/км) при разной точности угловых измерений [91]. В настоящее время появились высокоточные роботизированные электронные тахеометры, которые позволяют выполнять тригонометрическое нивелирование с высокой точностью. В работе [101] приведена классификация тригонометрического нивелирования по разрядам для роботизированных электронных тахеометров и выполнено сравнение точности с геометрическим нивелированием.

В работе [9] рассмотрена методика наблюдений за деформациями откосов с использованием электронных тахеометров.

Работа [159] посвящена анализу источников ошибок, влияющих на точность результатов тригонометрического нивелирования. В ней описывается методика наблюдений, которая исключает или значительно уменьшает влияние систематических ошибок или других ошибок, возникающих в процессе измерений, для достижения максимальной точности превышений. Следовательно, при определенных условиях с помощью этого метода можно достичь точности определения превышений до 0,10 мм. Кроме того, на практическом примере в статье также представлено описание использования тригонометрического нивелирования при проверке плоскости пола 5-этажного монолитного здания.

В статье [118] рассмотрено тригонометрическое нивелирование короткими лучами.

В статье [67] выполнены измерения осадок на примере Череповецкой ГРЭС. Получено, что высокоточное тригонометрическое нивелирование с использованием тахеометра Leica TS-02 позволяет определять превышение на станции с СКО 0,15 мм (при длине плеч до 15 м), что практически равно измерению превышения горизонтальным лучом с помощью цифрового нивелира DiNi 12 (СКП 0,13 мм). Автором отмечен недостаток использования высокоточного тригонометрического нивелирования: отсутствие нормативной базы по производству измерений.

#### 1.1.2 Геодезические методы наблюдений за горизонтальными смещениями сооружений

Согласно [29] горизонтальные смещения фиксированных на сооружении точек определяют, как разность их координат, полученных в различные моменты времени и в единой системе координат. Существуют два решения задачи определения величины смещений: по одной координате и по двум координатам. Для определения смещения по одной координате применяют створные методы, для определения смещения по двум координатам используют методы отдельных направлений, триангуляции, фотограмметрии, трилатерации, полигонометрии.

Створные методы. Метод створных наблюдений при измерении сдвигов применяется в случае неподвижности концевых знаков створа [79]. Как отмечено в [37] под створом понимается

плоскость, проходящая через два опорных пункта. Относительно створа и определяют нестворности наблюдаемых точек. Для задания створной линии применяют способ подвижной визирной цели, струнные и оптические способы, а также способы, основанные на принципах физической оптики [46]. Выделяют следующие методы створных наблюдений в зависимости от применяемого оборудования:

- оптический прямая линия определяется визирной осью зрительных труб теодолитов, тахеометров, коллиматоров и т.д.;
- струнный прямая линия определяется осью натянутой струны. В настоящее время струну делают съемной или помещают в защитной трубе;
- лучевой прямая линия задается осью пучка светового луча, в том числе лазерного;
- интерференционный прямая линия задается осью симметрии интерференционной картины и когерентным источником света.

Применяют створные измерения для наблюдений за горизонтальными смещениями сооружений прямолинейной формы, когда смещения достаточно знать по одному направлению (например, в направлении, перпендикулярном  $P_1P_2$ , рисунок 1.2). При этом координатную систему выбирают так, чтобы с направлением смещений совпадала ось ординат, а с направление створа – ось абсцисс.

Величины смещений  $\Delta q$  находятся по разности значений (нестворностей), измеренных в двух циклах (1.1):

$$\Delta q = d \frac{\varepsilon''}{\rho''},\tag{1.1}$$

где *d* - расстояние между опорными знаками  $P_1P_2$ ,  $\varepsilon''$  - малые углы, измеряемые теодолитом (тахеометром),  $\rho'' = 206265''$ . Минимальная СКО определения смещений для этого способа составляет 0,05 мм.



Рисунок 1.2 – Створный метод определения горизонтальных смещений (Шеховцов Г.А.) Интерференционный и лучевой методы позволяют фиксировать точку в створе с ошибкой в угловой мере 0,1". Это значительно точнее, чем в оптическом методе. Оптический и струнный метод получили широкое применение на гидроузлах. Непрерывный контроль отдельных частей конструкций струнными методами зданий памятников культурного наследия представлен на рисунке 1.3:



Рисунок 1.3 – Струнные методы на примере зданий памятников культурного наследия (Италия, Милан)

Струнные методы обладают следующими недостатками: ограниченность использования, невозможность установки в труднодоступных местах. Особенно это актуально при наблюдениях за деформациями памятников культурного наследия в процессе реставрации, когда внутренний объем заставлен строительными лесами.

Недостатками интерференционного и лучевого метода является то, что они требуют громоздкого оборудования и они, как и оптический метод, подвержены влиянию рефракции, что может существенно снизить точность конечных результатов. Так как чаще всего памятники культурного наследия представлены множеством криволинейных архитектурных элементов, использование створных методов затруднительно, поскольку данные методы применяют для зданий и сооружений прямолинейной формы.

В работе [62] рассмотрены вопросы определения деформаций гидротехнических сооружений способом одностороннего створа. Отмечается, что такой способ следует использовать, когда по условиям расположения объекта нет возможности применить классический вариант створных измерений, когда опорные знаки располагаются на противоположных берегах реки, а контрольные знаки – на сооружении.

#### Линейно-угловые засечки

Линейно-угловые засечки применяют для определения смещений недоступных точек сооружения. До внедрения в практику электронных тахеометров при наблюдениях за горизонтальными смещениями широко применяли разнообразные типы засечек (однократные, многократные, угловые, линейные, линейно-угловые, прямые, обратные). С применением тахеометров количество вариантов их применения сократилось. На практике используют 3 варианта линейно-угловых засечек (рисунок 1.4):



Рисунок 1.4 – Схемы линейно-угловых засечек (Карлсон А.А.)

#### Однократная прямая засечка

Эта засечка ранее называлась «полярным способом» (рисунок 1.4, а). С опорного знака (А) измеряют углы (включают направления на два опорных пункта, один из них - для дополнительного контроля и повышения точности) и расстояние на определяемый знак (К). СКО  $m_1$  смещения знака (К) вдоль измеряемой линии равна (1.2):

$$m_1 = m_S \sqrt{2} \tag{1.2}$$

где *m*<sub>1</sub> - СКО смещения вдоль измеряемой линии, *m*<sub>5</sub> - СКО измерения линии.

А поперек линии  $m_2$  (1.3):

$$m_2 = S \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{2} \tag{1.3}$$

где  $m_2$  - СКО смещения поперек измеряемой линии,  $m_\beta$  и  $m_s$  - СКО измерения угла и линии соответственно, S - расстояние до определяемого пункта,  $\rho'' = 206265''$ .

Способ нашёл широкое применение при наблюдениях оползневых склонов, хотя он является бесконтрольным.

#### Прямая многократная засечка (рисунок 1.4, б)

Засечка проводится с двух или более опорных знаков. Применяется для повышения точности определения смещений точек на оползнях, потенциально неустойчивых участках, грунтовых плотинах. Оценку ожидаемой точности смещений выполняют с помощью серийных программ уравнивания линейно-угловых сетей.

#### Обратная засечка (рисунок 1.4, в)

Выполняется установкой тахеометра на определяемых знаках. Например, на Саяно-Шушенской ГЭС пункты опорной плановой сети гидроузла располагали в горах на труднодоступных участках [46]. Установив на опорных пунктах постоянные отражатели, определяли координаты контрольных знаков на гребне гравитационной плотины. При этом СКО измерений составило около 1 мм.

Использование прямой и обратной засечек ограничено, так как не всегда при наблюдениях за деформациями вблизи исследуемого сооружения имеются опорные пункты, либо они имеются в недостаточном количестве.

#### Триангуляция

Данный метод применяется для измерения деформаций фундаментов зданий и сооружений, возводимых в пересеченной или горной местности. Метод заключается в построении специальной сети треугольников, включающих опорные знаки I–VI и марки 1,2,3 (рисунок 1.5). В такой сети измеряют базис и углы в треугольниках, решаются треугольники и вычисляются координаты марок на сооружении. Величину и направление горизонтального сдвига сооружения определяют по изменениям координат за промежуток времени между циклами наблюдений [79]. Базисной стороной является сторона I-II. С ближайших опорных пунктов V, VI, VII прямыми угловыми засечками определяются координаты контрольных марок 1,2,3. Неизменность положения опорных пунктов сети контролируется путем измерений направлений на удаленные ориентиры  $O_1, O_2$ .



Рисунок 1.5 – Определение горизонтальных смещений арочной плотины методом триангуляции

При коротких сторонах в сети триангуляции характерна высокая точность измерения углов (0,5–2,0"). Длины сторон сети в зависимости от различных условий изменяются от 0,2 до 2,0 км. Кроме того, существуют различные формы сети триангуляции: в виде геодезических четырехугольников, центральных систем и сложных сетей с большим количеством измеренных направлений между пунктами [116]. Условия реставрационных работ на памятниках культурного наследия не позволяют обеспечить построение сети такого вида на объекте и постоянство такой схемы наблюдений. Недостатком этого метода является также трудоемкость.

#### Трилатерация

Для определения смещений сети трилатерации используются достаточно редко, либо используют специальные сети из вытянутых треугольников [43].

#### Полигонометрия

Применяют для протяженных сооружений криволинейной формы. Достоинство данного способа в том, что он позволяет определить с высокой точностью взаимное положение точек, расположенных на небольшом расстоянии друг от друга. Например, в галереях криволинейных в плане арочных плотин и прилегающим к галереям штольнях полигонометрия является основным способом определения горизонтальных смещений [46].

В работе [123] рассмотрен автоматизированный дистанционный мониторинг памятников культурного наследия – здания «Средние торговые ряды», являющегося частью ансамбля Красной площади, с использованием высокоточных тахеометров TCA 2003 (0,5") и TS30 (0,5"). Наблюдения выполняли в Московской городской системе координат. Дистанционный контроль деформаций заключался в том, что данные с тахеометров передавались на сервера с установленными программами: первая программа - для сбора информации (GeoMos 5.1 Monitor) на одном сервере, вторая программа для анализа деформационных данных (GeoMos Analyzer). Такой аппаратно-программный комплекс позволял круглосуточно обеспечивать высокоточный надежный дистанционный контроль деформаций. Преимуществами такого рода мониторинга являются исключение ошибки наблюдателя, возможность получения результатов наблюдений в любое время дня и ночи независимо от погодных условий. Недостатком такого мониторинга является необходимость использования опорных знаков и дополнительные затраты времени на прокладку хода полигонометрии.

#### Метод инклинометрии

Применяют для измерения смещений вертикально заглубленных конструкций или отдельных участков грунтового массива. По приращениям угла наклона скважины или трубы, помещенной в конструкцию, определяют величину и направление горизонтального смещения [29].

В работах [13, 14, 24, 77] рассматривается применение инклинометров для мониторинга фундаментов ветряных станций, геотехнических инженерных сооружений морского транспорта, здания Бурдж-Халифа в Дубае, высотного здания «Осколок». Отмечены достоинства использования датчиков Nivel серии 200 (Leica), такие, как высокая точность, надежная калибровка. Недостатки: невозможность выполнять измерения с частотой выше 1-3 Гц, небольшой рабочий диапазон измерения угла наклона – менее 1/6°, в результате чего усложняется их установка и использование на особо подвижных частях конструкций.

#### 1.1.3 Геодезические методы наблюдений за пространственными деформациями

#### Спутниковые измерения

Спутниковые измерения могут использоваться как для определения осадок, так и для определения горизонтальных перемещений. Главное преимущество спутниковых измерений состоит в их непрерывном характере, что возможно и в реальном масштабе времени, и с постобработкой [1].

Одним из существенных недостатков данного способа является то, что точность измерений не всегда обеспечивает определение смещений, преимущественно вертикальных, с заданной ошибкой. Ошибка измерения длины колеблется от  $(2_{MM}+1_{MM}/\kappa_M)$  до  $(5_{MM}+2_{MM}/\kappa_M)$ , превышений – в 2 раза грубее. При этом продолжительность синхронных измерений составляет 30-60 минут. Наличие строений ухудшает точность в 1,5-2 раза, так как на приемник могут поступать сигналы не только от спутников, но также сигналы, отраженные от зданий [91].

В работе [10] рассматривается опыт применения электронных тахеометров совместно со спутниковыми приемниками.

В работах [4, 25, 27, 36, 57, 72, 76, 124] приводятся результаты GPS/ГЛОНАСС наблюдений, для определения пространственных деформаций марок, установленных на различных сооружениях (высотных зданиях, ледостойкой платформе, мостах, плотинах, тоннелях, алмазных шахтах). Основными достоинствами метода являются: простота реализации, полная автоматизация на всех этапах работ, возможность непрерывных наблюдений. Недостатки применения спутниковых приемников: не всегда имеется прямая радиовидимость, в связи с чем, погрешность измерений смещений контрольных точек значительно увеличивается (от 20 мм до 400 мм). Например, при наблюдениях ледостойкой платформы из-за наличия возвышающихся конструктивных элементов платформы над антеннами, установленными на контрольных точках, вызвало помехи приема сигналов (многопутность). Поскольку чаще всего памятники культурного наследия располагаются, как правило, в населенных пунктах с уплотненной застройкой, это ограничивает прием сигналов со спутников, что является существенным недостатком использования спутниковых наблюдений.

В работе [147] рассмотрен ежедневный GNSS мониторинг моста Бетанкура через Малую Неву дифференциальным методом. Среди достоинств отмечается непрерывность мониторинга, но такой мониторинг имеет существенный недостаток: отметки определяются грубее, чем плановые координаты.

В работе [111] рассмотрена задача обоснования применения технологии спутникового позиционирования для сгущения ГГС и обеспечения геодезической основы при строительстве в районе дельты Красной реки во Вьетнаме. Отмечены достоинства, такие как экономическая эффективность и высокая точность спутникового оборудования.

В работах [170, 181] рассмотрено использование спутниковых наблюдений для определения деформаций различных зданий и сооружений, в частности, на примерах средневековой башни Торре-дель-Фискале и римских аркад Клавдийского акведука.

В работе [137] выполнено сравнение смещений, полученных в результате различных методов вычисления поправок GNSS измерений в кинематическом режиме (FKP («метод площадных поправок»), VRS («виртуальная референцная станция»), MAC («Мастервспомогательные поправки») и с помощью интерферометра. Выявлено, что FKP лучше для определения горизонтальных смещений, MAC – вертикальных.

В статье [84] отмечаются преимущества ГНСС-измерений: не требуют прямой видимости между приемниками, слабая зависимость точности измерений от погодных условий и от длины расстояний, минимальные затраты на обслуживание приемников. Однако имеется существенный недостаток: из-за наличия препятствий возникают ограничения в приеме сигналов. Так, для ГЭС, построенных в горах, в частности, для Саяно-Шушенской ГЭС, одним из основных неблагоприятных факторов для выполнения ГНСС-измерений оказалась большая высота гор, примыкающих к плотине. Из-за ограничений видимости на спутники и многолучевости принимаемых антеннами радиосигналов было невозможно определить горизонтальные смещения плотины.

В статье [35] рассматривается наблюдения за деформациями сооружений методом кинематики в режиме реального времени с использованием ГНСС на примере набережной в Гонконге. Результаты показали эффективность использования данного метода в условиях наличия ионосферной рефракции.

В статье [5] представлено использование спутниковых технологий для контроля линейной части магистральных трубопроводов. Предложено создавать сеть в виде геодезических четырехугольников или треугольников с использованием опорных пунктов в узлах такой сети.

В статье [6] приведены примеры применения ГНСС-мониторинга на примере моста Цинь Ма в Гонконге, газопровода в провинции Альбента (Канада), для контроля транспортных средств в режиме реального времени, в системе мониторинга портовых кранов и др. Отмечены преимущества: широкий диапазон точностей, высокая производительность труда, экономическая эффективность, независимость от погодных условий, высокая степень автоматизации, возможность выполнять наблюдения в движении. Недостатки: высокая стоимость оборудования, зависимость от препятствий вблизи антенны, необходимость сложных преобразований координат.

В статье [11] рассматриваются преимущества ГНСС-измерений: высокий уровень автоматизации. При этом отмечаются ограничения: для реализации методики необходим открытый горизонт, отсутствие возможности использования в закрытых помещениях, ошибки, такие как неполный учет влияния тропосферы и особенно переотражение сигналов. Рассмотрены точностные возможности спутниковой технологии на примере Нижнекамской ГЭС.

В работе [122] авторы используют спутниковые GPS/ГЛОНАСС приемники для контроля вертикальности высотных сооружений. Авторы отмечают, что для правильной реализации ГНСС-измерений необходимо наличие достаточного числа исходных стабильных пунктов, и другие условия, а также другие виды измерений и вычислений.

В статье [16] рассматривается система высокоточного мониторинга смещений инженерных сооружений (ВМСИС), созданная совместно ОАО «Российские космические системы» и ОАО «НИИ космического приборостроения». Система реализует возможность точного определения координат контролируемой точки относительно опорной точки по фазовым измерениям несущей частоты навигационных сигналов ГЛОНАСС/GPS. Испытания проводились на примере железнодорожного моста через реку Обь в Новосибирске. При этом определяли характер колебаний конструкций моста, возникающих под воздействием проходящих железнодорожных составов и порывов ветра. Отмечены достоинства системы, такие как: возможность контролировать малодинамичные смещения инженерных сооружений с миллиметровой точностью, и недостатки: невозможность использования при определенных условиях, отсутствие сертификата.

Фотограмметрические методы

В данном способе деформации определяются по разности координат точек, расположенных на снимках начального и текущего циклов наблюдений. При этом сооружение маркируют, и фотографируя, необходимо сохранять элементы ориентирования фотокамеры неизменными [115].

Различают фотограмметрический и стереофотограмметрический методы определения деформаций. Первый метод предназначен для определения деформаций по фотоснимкам, полученным с одной точки, второй – для определения деформаций по фотоснимкам, полученным с двух точек.

Данный метод применяют в случае необходимости измерения большого числа наблюдаемых марок или деформационных плоскостей, а также для определения различных видов деформаций [29]. Стереофотограмметрический метод, в отличие от фотограмметрического, позволяет получать смещения точек исследуемого сооружения в пространстве.

В настоящее время широкое распространение получили неметрические цифровые камеры, с помощью которых обеспечивается высокая точность измерений (порядка 0,05-0,1 мм при фотографировании трещины на фоне миллиметровой линейки) [115].

В последнее время для наземных измерений фирма Торсоп (Япония) разработала PI-3000 (Image Master), которая включает цифровой фотоаппарат, серийный компьютер и специальную программу обработки снимков. СКО наблюдений составляет 0,4 мм при удалении от точки съемки на 10 м [46].

В работе [56] авторы показывают эффективность использования цифровых фотоаппаратов, с последующим использованием компьютерных технологий для фотограмметрии одиночного снимка. Данный метод с успехом можно использовать при исполнительной съемке возводимых сооружений или их конструкций. Фотограмметрические методы наиболее экономичны и производительны при большом количестве определяемых точек на сооружении. Определение координат точек сооружения через заданные временные интервалы с помощью снимков, выполненных с одной станции, позволяет исследовать высотное сооружение как в статическом, так и в динамическом состоянии [138].

В работе [73] рассматриваются преимущества и недостатки фотограмметрического метода. Один из существенных недостатков в том, что наблюдения ведутся только за слоем штукатурки и неизвестно как ведет себя кирпичная кладка. Показаны результаты измерений динамики трещин внутренних и наружных стен Собора Святой-Живоначальной Троицы лейбгвардии Измайловского полка цифровой камерой, латероскопом и штангенциркулем.

Применение фотограмметрических методов затруднено в силу проведения реставрации на объектах культурного наследия, т.к. из-за строительных лесов большая часть объекта будет недоступна для наблюдений.

В работе [145] представлен опыт применения цифровых неметрических камер. Рассмотрены достоинства, такие как невысокая стоимость, простота и эффективность получения цифрового изображения, малая масса и компактность, а также непрерывного улучшения технических характеристик. При этом авторы отмечают, что отсутствуют нормативные документы, подтверждающие использование таких средств измерений.

В работе [155] авторы используют различные методы цифровой фотограмметрии для исследования статических деформаций на различных этапах нагрузки, в частности, комбинацию

временной базовой линии и конвергентной многопараметрической фотограмметрии для определения деформации в плоскости бетонной поверхности, выраженной изменениями длины между наблюдаемыми точками.

В работе [161] для выявления наклона стен, смещением или деформацией крыш и балок авторы предлагают использование лазерного сканера и фотограмметрии. Исследования выполнены на примере здания культурного наследия 14-го века в Гранаде (Испания): Корральдель-Карбон. Авторами предложено строить HBIM (Информационное моделирование объектов культурного наследия) для технического обслуживания зданий и повышения его устойчивости и удобства использования с течением времени.

#### Лазерное сканирование

Данный метод позволяет создать цифровую модель окружающего пространства в виде набора точек с пространственными координатами. В работах [1, 38, 80] рассмотрены преимущества и недостатки лазерного сканирования и его применения на памятниках культурного наследия: Знаменской церкви сканером Leica HDS ScanStation и дома городничего в Торжке (Тверская область) с использованием сканера HDS3000. Среди достоинств отмечается высокая скорость (от 5000 измерений в секунду) и точность измерений, а также трехмерность и плотность (до десятков точек на 1 см<sup>2</sup> поверхности) измерений. Кроме того, применение лазерного сканера сокращает трудовые и временные затраты по сравнению с традиционными методами фотограмметрии.

Недостатками сканерной технологии является высокая стоимость оборудования, отсутствие нормативной базы по производству перечисленных работ и стандартизированных технологий, по оценке точности измерений, зависимость от метеоусловий, избыточный объем получаемых данных, ограничения по дальности сканирования, высокая стоимость проведения работ [33, 88].

В работе [94] рассмотрено примененние лазерного сканирования на примере памятника культурного наследия Westpark г. Бохум. По результатам сканирования было получено облако точек (рисунок 1.6). Но использование лазерного сканирования в данном случае потребовало значительных затрат времени, так как необходимо было наличие связующих точек, координаты которых дополнительно определялись с использованием электронного тахеометра. Кроме того, для повышения точности наблюдений измерения выполняли по 30 минут на каждой станции.

В работах [119, 127, 131, 136, 133, 135, 141, 177] рассмотрены примеры применения наземного лазерного сканирования для измерения деформаций различных зданий и сооружений: Томского молодежного театра («Театра Юного зрителя»), колонны древнего храма Зевса в Немее в Греции, крупногабаритного здания с плавательным бассейном в Польше, Пармского собора, дымовых труб тепловых электростанций, архитектурных памятников Венеции (дворцов

Большого канала) для изучения сложной формы некоторых артефактов из монументального комплекса «Палаццо ди Читта», для точной съемки и трехмерного моделирования древней деревянной архитектуры в строительном комплексе гор Удан.



Рисунок 1.6 – Облако точек по результатам сканирования Westpark

В статье [142] авторы разрабатывают новый подход для выявления и локализации непредсказуемой деформации. Он основан на измерениях наземного лазерного сканера и обобщенных методах анализа Прокруста для определения векторов деформации.

В работе [180] рассмотрены достоинства трехмерного лазерного сканирования, когда здание представлено множеством криволинейных архитектурных элементов. Сканирование также обладает способностью отображать небольшие архитектурные детали, деформации конструкций и сооружений за счет увеличения разрешения при сканировании, в связи с чем может полностью заменить фототеодолитную съемку.

В статье [149] авторы показывают преимущество методов геодезического мониторинга, использующих технологию наземного лазерного сканирования, позволяющую повысить безопасность при строительстве и эксплуатации высотных зданий.

В работе [159] представлен метод определения деформаций по данным лазерного сканирования, где не требуется регистрация между разными эпохами.

В работе [163] отмечаются недостатки лазерного сканирования: высокая стоимость оборудования, отсутствие нормативных документов для выполнения работ и стандартизированных технологий оценки точности измерений. Было обнаружено, что трудно получить высокую точность измерений из-за большого расстояния между точками на больших расстояниях.

В статье [175] авторы предлагают подход к оценке деформаций исторических зданий, основанный на сочетании лазерного сканирования и информационных моделей зданий (BIM). Полученное облако точек используется для создания 3D BIM, которая представляет модель идеального состояния здания. Для определения и оценки деформаций выполняется сравнение

между трехмерным облаком точек и трехмерной ВІМ. В качестве примера применяемого похода приводится историческое здание в городе Джидда под названием «Робат Банаджа».

В статье [117] представлено применение лазерного сканирования для мониторинга большепролетных сооружений. Отмечены следующие достоинства, такие как большая плотность измерений и высокий уровень автоматизации обработки.

В статье [90] рассматриваются особенности наземной лазерной съемки железнодорожных тоннелей с целью мониторинга деформаций их внутренней обкладки с использованием сканера Riegl LMS-Z420i. Внешнее ориентирование сканов выполняли с помощью сканерных марок, координаты которых при помощи электронного тахеометра Leica TCR1205 в безотражательном режиме. Проведенные исследования показали эффективность предлагаемой методики.

В статье [21] представлено применение лазерного сканирования совместно с фотосъемкой. Автор отмечает, что существует зависимость линейного шага сканирования по вертикали от высоты сканера относительно снимаемого объекта, что имеет важное значение при обследовании объектов высотой свыше 50 м. Также при сканировании сложных архитектурных объектов (н-р, телебашен) возникает проблема слепых зон.

В работе [121] разработана методика определения деформаций по данным лазерного сканирования на основе сопоставления трехмерных моделей тоннеля, созданных на разные промежутки времени. Для разработки методики использовали ПО Cyclone, RapidForm, RealWorksSurvey на примере тоннелей метрополитена г. Новосибирска, транспортных тоннелей Западно-Сибирской железной дороги в Кемеровской и Свердловской областях. Съемка тоннелей выполнялась наземным лазерным сканером Leica ScanStation C10.

В работе [51] приведена технология проведения работ по наземному лазерному сканированию в комплексе с информационным моделированием на примере сопровождения строительства технологической установки на одном из нефтеперерабатывающих заводов. Предложенная технология может быть использована как инструмент геодезического контроля для выявления отклонений смонтированных конструкций от проектных значений при строительстве технологически сложных промышленных объектов.

В работе [8] рассмотрена методика проектирования геометрических параметров наземного лазерного сканирования для исследования деформаций зданий и сооружений в условиях плотной застройки. Разработанная методика рассматривается для сканирования как плоскости, так и вертикальной цилиндрической поверхности, характерной для пространственных форм исторических зданий.

В работе [103] отмечаются преимущества лазерного сканирования при мониторинге уникальных сооружений г. Астана: повышение скорости работ и уменьшение трудозатрат на полевые работы. Для проведения мониторинга кроме сканера использовались высокоточные

электронный тахеометр и цифровой нивелир. Представленная программа мониторинга использовалась на сооружениях: Центральный киноконцертный дворец Республики Казахстан, административное здание, крытый стадион, сооружения промышленной площадки Качарского месторождения и др. По результатам наблюдений деформации не обнаружены. Автор отмечает высокую точность лазерного нивелира (0,345мм) и электронного тахеометра (0,5 мм при расстояниях до 250 м при визировании на призму; и 1 мм при расстояниях до 150 м при визировании на призму; и 1 мм при расстояниях до 150 м при визировании на марку).

Методы измерения вертикальных и горизонтальных перемещений при помощи экстензометров и волоконно-оптических датчиков

Используют для определения изменений отдельных участков сооружения или грунтового массива относительно первоначально установленного линейного базового значения [29].

В работах [126, 130, 144, 148, 150, 154, 174] представлено применение экстензометров для наблюдений за деформациями массива грунта и зданий в различных странах: Испании, Италии Америке, Амстердаме. Среди недостатков отмечается низкая точность, порядка 1 см.

В работе [143] установлена корреляция между изменением температуры и изменением грунтового массива с помощью экстензометров при наблюдениях за деформациями грунта и плотины Месджеде-Солейман в Иране.

#### Радиолокационная интерферометрия

В работе [26] описан мониторинг деформаций в районе Гайского ГОК. Исходными данными для мониторинга служили 30 космических снимков территории комбината и прилегающей местности, полученных радиолокационной съемочной аппаратурой с группировки из четырех космических аппаратов COSMO SkyMed (eGEOS, Италия) в период с апреля по октябрь 2012 г. Интерферометрическая обработка радиолокационных космических снимков с целью выявления смещений земной поверхности и сооружений выполнялась в программных комплексах SARscape (Exelis VIS, США Франция) и PSPIFSAR (eGEOS). Для визуализации результатов использовались программные комплексы ENVI (Exelis VIS) и ArcGIS (Esri, США). Интерферометрическая обработка проводилась без наземных контрольных точек и без использования данных наблюдений. В качестве опорного рельефа на первом этапе обработки применялась глобальная общедоступная цифровая модель рельефа (ЦМР) SRTM, а затем уточненная интерферометрическая ЦМР.

По результатам получена карта смещений земной поверхности. Авторы рекомендуют радиолокационную интерферометрию к внедрению на горнодобывающих предприятиях для наблюдения за деформациями земной поверхности и сооружений.

В [30] предлагается выполнять автоматическую фиксацию наблюдаемых параметров с помощью логгеров. Но, тут же замечено, что автоматизированная система не позволяет

выполнить контроль всех параметров, поэтому необходимо применение «ручных» контрольных методов.

Этот вид съемки является затратным, так как требуется много снимков и наличие специального программного обеспечения для достижения точности в 2-4 мм по высоте [45].

В работе [169] описываются возможности наземной радиолокационной интерферометрии для точного определения деформации конструкций. Особое внимание уделено горизонтальным движениям высотных зданий и башни. Технология может быть использована на практике для бесконтактного определения деформаций конструкций с точностью до 0,01 мм и фиксации колебаний объекта с частотой до 50 Гц в режиме реального времени. Отмечено, что деформации могут быть определены одновременно в нескольких местах объекта, например, в случае высотных зданий можно отслеживать горизонтальную вибрацию всего объекта на разных уровнях высоты с интервалом в один или несколько метров.

#### Лазерные координатно-измерительные системы

Leica Absolute Tracker AT403, Leica Absolute Tracker AT960, Leica Absolute Tracker AT930 (рисунок 1.7) позволяют определять координаты точек на поверхности объекта с целью контроля его геометрических характеристик. Поиск и слежение за отражателем осуществляется автоматически. Диапазон измерений расстояний Leica Absolute Tracker AT403 от 0,6 до 160 м, пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений горизонтальных и вертикальных углов  $\pm 0,015$  мм + 0,006 мм / м ( $m_{\beta} \frac{S}{\rho}$ ). С применением абсолютного дальномера в диапазоне измерения расстояний от 0,6 до 80 м погрешность дальномера  $\pm 10$  мкм [151]. В работе [92] показано применение лазерного трекера LEICA AT401 при наблюдениях за деформациями Морского Никольского Собора в Кронштадте.

Диапазон измерений расстояний у Leica Absolute Tracker AT960 и Leica Absolute Tracker AT930 дальномером и абсолютным интерферометром составляет от 1 до 60 м. Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерения расстояний с применением абсолютного дальномера  $\pm 10$  мкм. Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений горизонтальных и вертикальных углов  $\pm 0,015$  мм + 0,006 мм / м ( $m_{\beta} \frac{S}{Q}$ ) [152].

Система состоит из измерительного блока (сенсора) на фиксируемом основании, внешнего электронного блока, комплекта отражателей и ряда других средств, необходимых для решения той или иной задачи. В корпусе сенсора размещены: прецизионный абсолютный дальномер (ADM), прецизионно-чувствительный детектор (PSD), лазерный интерферометр (IFM). ортогональные оси вращения. Каждая ось снабжена датчиком угла поворота (энкодером).





Рисунок 1.7 – Лазерные координатно-измерительные системы: a) Leica Absolute Tracker AT403; б)- Leica Absolute Tracker AT960

30

б)

Вращение вокруг осей осуществляется с помощью сервоприводов, осуществляющих наведение прибора на отражатель и слежение за ним. Расстояние до отражателя измеряется дискретно – с помощью абсолютного дальномера. Абсолютный дальномер дополнен встроенным интерферометром, позволяющим определять изменение расстояния до отражателя, принятого за базовое. В процессе работы оператор может контролировать наведение следящей головки сенсора на отражатель при помощи видеокамеры обзора, после чего процесс измерений производится автоматически. На месте проведения измерений сенсор устанавливается на специальный телескопический штатив или стойку с базовой плитой и тремя регулируемыми опорами. При необходимости могут устанавливаться на инструментальный столик с магнитной или механической фиксацией. Для определения ориентации вертикальной оси вращения сенсора относительно горизонта, сенсор снабжается (встроенным или внешним) двухосевым электронным уровнем. Следящая система сенсора оснащена системой Роwer Lock, позволяющей, с помощью интегрированной камеры, автоматически выполнить наведение сенсора на отражатель.

В работе [139] рассказывается о комплексном подходе к структурному мониторингу крупных зданий на примере судоподъемного сооружения в Люнебурге. Здание параллельно обследовали экстензометрами, инклинометрами и автоматизированными измерительными системами. Кроме этого, использовали лазерные трекеры для измерения деформаций штолен.

Работа [158] посвящена созданию системы контроля формы и взаимного расположения компонентов зеркальных систем больших (с апертурой до 70 метров) управляемых антенн с использованием современных промышленных геодезических систем на базе лазерного трекера Leica LTD800 или Metric Vision. Для этого была создана система мониторинга, которая позволяла

a)

определять форму и положение компонентов антенного радиокомплекса как в статике, так и в динамике. Отмечены недостатки геодезических измерений: сложности выполнения из-за большого размера отражательной системы крупномасштабных управляемых антенн.

#### Пространственная полярная засечка

Данный метод реализуется с использованием электронных тахеометров. В этом случае прибором измеряются: полярный угол  $\beta$ , вертикальный угол  $\nu$  и наклонное расстояние *S* до отражателя (ССR-рефлектора), установленного на марке *i* (Рисунок 1.8) [106, 110].



Рисунок 1.8 – Полярный метод определения координат:  $g\,$  - точка стояния тахеометра,

#### і - наблюдаемая марка

В результате измерений расстояния, полярного и вертикального угла до марки i получают ее пространственные координаты  $X_i, Y_i, Z_i$  (1.4):

$$X_{i} = S \cos \beta \cos \nu$$

$$Y_{i} = S \sin \beta \cos \nu$$

$$Z_{i} = S \sin \nu$$
(1.4)

В настоящее время широкое распространение получили роботизированные тахеометры, которые обеспечивают получение пространственных координат деформационных марок с высокой точностью (например, Leica TRDA6000 обеспечивает точность 0,2 мм при расстоянии до марки 50 м) (рисунок 1.9).

Пространственная полярная засечка с использованием роботизированных электронных тахеометров обладает рядом преимуществ по сравнению с другими методами (таблица 1.4), таких как:

- высокая точность;
- простота и автоматизация выполнения работ;

• возможность измерений на отражатели, когда доступ к конструкции затруднен для установки маяков;

• возможность учитывать пространственные деформации сооружения (а не слоя штукатурки) при измерениях на специальные марки;

• удобство использования;

• возможность выполнять измерения в локальной системе координат без привязки к опорным пунктам;

- возможность использования в стесненных условиях;
- отсутствие громоздкости оборудования;

• экономия времени в условиях, когда использование обычных средств геодезических измерений потребовало бы значительных затрат времени;

• по сравнению с геометрическим нивелированием при наблюдениях электронными тахеометрами не требуется установки рейки на осадочные марки, когда в условиях реставрационных работ на объектах культурного наследия это зачастую выполнить невозможно;

• по сравнению с геометрическим нивелированием для наблюдений достаточно одного исполнителя и возможно определять деформации марок, расположенных на верхних конструкциях здания или сооружения.

a)



б)



Рисунок 1.9 – Роботизированные электронные тахеометры: a) Leica TRDA6000, б) Sokkia SRX1

# 1.1.3.1 Существующие варианты реализации геодезических наблюдений с использованием тахеометра

В работе [76] рассматриваются параллельные непрерывные наблюдения с использованием роботизированного электронного тахеометра Leica TCRP 1202 и электронного измерителя

наклонов Leica Nivel 20 для наблюдений за деформациями конструктивных элементов на водном перекрестке Магдебурга, а также на мостовом переходе Dammbruecke в Берлине.

В [3] рассматривается использование роботизированного тахеометра для мониторинга деформаций арок несъемной металлической опалубки при бетонировании свода реакторного отделения четвертого энергоблока Белоярской атомной станции. Наблюдения за деформациями арок несъемной опалубки в режиме реального времени в течение всего срока бетонирования свода выполняли с использованием роботизированного тахеометра Leica TM30. В качестве опорных марок для обратной засечки использовали высокоточные призмы Leica GPH1P, закрепленные на железобетонных стенах реакторного отделения. С помощью программы Leica GeoMos Analyzer строили наглядные графики перемещений. Преимуществами такой системы является контроль деформаций в режиме реального времени в условиях, когда использование обычных средств геодезических измерений потребовало бы значительных затрат времени и было бы весьма затруднительно.

В работе [23] показано применение электронных тахеометров для дистанционного мониторинга деформационных процессов дворца спорта «Мегаспорт». Все марки были объединены в единую сложную геодезическую сеть. Кроме того, наблюдения выполнялись с использованием автоматизированной системы на основе ГЛОНАСС/GPS и приборов для измерения углов наклона – инклинометров, также, в состав системы в 2012 г. Была включена подсистема гидростатического нивелирования. Для обработки результатов мониторинга специалистами ГУП «Мосгоргеотрест» было разработано специальное программное обеспечение, которое вычисляло деформации между циклами наблюдений.

В работе [94] рассматривается применение роботизированного тахеометра SOKKIA SRX 1 для наблюдений за деформациями памятника культурного наследия Westpark г. Бохум.

В работе [44] автор предлагает выполнять наблюдения за деформациями грунта с использованием тахеометра с целью оценки влияния строящегося объекта на существующие. Выполнено моделирование и определены потенциальные зоны сдвижения (ПЗС), для которых представлена схема мониторинга земной поверхности с использованием тахеометра. Предложено выполнять наблюдения со специальной наблюдательной станции, состоящей из системы реперов и деформационных знаков (рисунок 1.10), опорные реперы закладывали за пределами ПЗС, в ПЗС закладывали деформационные знаки, стенные знаки в виде пленочных отражателей закрепляли на контролируемые здания. Предложено выполнять мониторинг по двухступенчатой системе: создание опорной планово-высотной сети и наблюдения деформационной сети относительно опорных пунктов. При отсутствии видимости автором предложено использовать метод «свободной станции». Наблюдения за горизонтальными

смещениями предложено выполнять полярным методом, а за вертикальными – тригонометрическим нивелированием.



Рисунок 1.10 – Схема наблюдательной станции (Казанцев А.И.)

В работе [146, 147] при строительстве новых объектов рядом с уже существующими автор предлагает наблюдать не только за деформациями существующих зданий, но и за деформациями земной поверхности вблизи них (рисунок 1.11):



Рисунок 1.11 – Схема наблюдений за деформациями земной поверхности (Казанцев

А.И.)

В [65] рассмотрена следующая схема наблюдений с использованием тахеометра (рисунок 1.12). Тахеометр располагается последовательно на опорных пунктах Р1, Р2, ..., Р8 и производит

измерения координат соседних реперов (марок) и деформационных марок, расположенных в зоне видимости.



Рисунок 1.12 – Схема наблюдений с использованием тахеометра (Н. Вьет)

При этом автор отмечает, что отметки точек стояния тахеометра получают в результате нивелирования. Определение отметок деформационных марок выполняли тригонометрическим способом.

В работах [64, 156] предлагается выполнять независимые измерения (использовать свободные станции) в циклах наблюдений и оценивать смещённые и несмещённые элементы модели (деформационной сети) относительно предыдущего цикла.

Но не всегда возможно обеспечить сохранность опорной сети, например, при строительстве дорог. Поэтому наблюдения выполняют со *свободных станций*. Первые упоминания о свободных станциях представлены в работах конца XX века. Так, в работе [104] автор отмечает, что две свободные станции теодолита можно вычислительным путем включить в координатную систему сооружения. При этом измеряются горизонтальные направления и зенитные расстояния на маркированные точки сооружения. При этом рассмотрены три вариантта определения базиса: между точками стояния прибора, между точками сооружения, и в свободном месте, включив в измерения новые точки, образующие этот базис. Сравнение значений базиса, вычисленного по координатам точек и измеренного непосредственно, дает возможность вывести масштабный коэффициент всей измерительной системы. После определения базиса прямой угловой засечкой определяют координаты съемочных точек. В зависимости от типа визирных целей автор указывает на возможность применения одного или двух теодолитов.

Метод свободной станции заключается в том, что прибор устанавливается в том месте, где наиболее удобно выполнить его ориентирование и определение координат максимального числа деформационных марок [54]. Измерения могут выполняться как в отражательном, так и в безотражательном режиме в зависимости от условий решаемой задачи. Для определения координат точки стояния прибора выполняется его ориентирование на три исходных пункта, координаты которых известны. После координирования прибора выполняют определение координат точек деформационных марок, видимых с этой станции. Как правило, на объекте используется несколько свободных станций, наблюдения с которых выполняют с перекрытием с целью для оценки точности результатов и производства уравнительных вычислений.

В работе [2] представлена методика свободных станций для определения площадей участков с криволинейными границами.

В работах [140, 157, 162] представлено применение высокоточных роботизированных тахеометров для определения деформаций различных сооружений.

В работе [128] представлены особенности геодезического мониторинга деформаций зданий, окружающих подземное сооружение. Геодезический контроль горизонтальных деформаций осуществляли методом свободной станции, тогда как геодезический контроль вертикальных деформаций - методом геометрического нивелирования с использованием цифровых нивелиров. Приведенные теоретические разработки иллюстрируются на примере 2-й сцены Мариинского театра оперы и балета в Санкт-Петербурге.

В работе [168] представлены результаты измерений отклонения стены здания от вертикальной плоскости на примере Технического университета Кошалина. Измерения проводились с использованием метода пространственной полярной засечки с использованием безотражательного режима работы тахеометра.

В статье [89] представлена комбинированная методика при испытаниях мостов на примере Бугринского моста роботизированными электронными тахеометрами и лазерным сканером. Определяли не только вертикальные перемещения дорожного пролета, но и деформации несущей арки в критических точках с помощью лазерного сканера.

В статье [84] представлен опыт совместного использования ГНСС-приемников и электронных тахеометров в системе мониторинга гидротехнических сооружений. Приборы объединены в общую сеть, которой управляют из центра контроля.

В работе [120] для оценки устойчивости несущих конструкций и сооружения в целом (обнаружены ли опасные неравномерные деформации или имеют место наклоны сооружения в пределах расчетных безопасных допусков), автор предлагает использовать автоматизированную систему геодезического мониторинга деформаций (АСГДМ) на основе электронной тахеометрии и высокоточной цифровой инклинометрии. Автором выполнены лабораторные и натурные исследования двухосевых, цифровых, высокоточных инклинометров маятникового и жидкостного принципов действия.

В работе [116] приведена методика дискретного сканирования в вертикальной плоскости точек колонн и нижних полок ферм покрытия с целью одновременного определения
вертикальности колонн, расстояния между ними в пролёте на уровне их оголовка и стрелы прогиба ферм с одной точки стояния прибора на полу цеха всего одним исполнителем. Методика основана на использовании электронного тахеометра безотражательного типа и его клавиши SDh (определение неприступного расстояния). Выполнены экспериментальные исследования методики на элементах строительных конструкций учебного корпуса ННГАСУ с использованием электронного тахеометра SET530R. Анализ методики с позиций теории ошибок и результаты её сравнения с другими способами показали, что она обеспечивает требуемую точность, проста в исполнении, не требует выхода наблюдателя на крановый путь или его подъёма к оголовку колонн, свободна от многократного задействования мостового крана и может с успехом применяться на практике.

Основные достоинства и недостатки описанных выше методов наблюдений за деформациями приведены в работе [91] и таблице 1.4. Таблица 1.4 - Основные достоинства (+) и недостатки (-) методов наблюдений за деформациями

Способы наблюдений	Высокая точность	Просто та измере ний	Независимость от метеорологичес ких условий	Использование в труднодоступных местах	Учет деформаций верхней части сооружения	Автоматиза- ция	Получение пространствен- ных деформаций	Не требует наличия исходных пунктов
Геометрическое нивелирование	+	+	+	-	-	+	-	-
Гидростатическое нивелирование	+	+	-	+	-	+	-	
Спутниковые методы	-	+	-	-	-	+	+	-
Стерео фотограмметрические методы	+	+	+	-	+	-	+	-
Лазерное сканирование	+	+	+	-	+	+	+	-
Различные виды засечек, полигонометрия, триангуляция, трилатерация	-	-	+	-	-	-	-	-
Пространственная полярная засечка	+	+	+	+	+	+	+	+

После выполнения наблюдений за деформациями выполняют их обработку. Рассмотрим существующие методы обработки наблюдений за деформациями различных зданий и сооружений.

#### 1.2 Анализ методов обработки результатов наблюдений за деформациями

Деформации, бывают абсолютными и относительными. Абсолютные деформации оценивают от неподвижных (опорных) точек. Если опорные точки отсутствуют, то изучать можно только относительные деформации, от которых в основном и зависит устойчивость объекта.

Совместная деформация основания и сооружения характеризуется следующими параметрами [86]:

- 1. абсолютной осадкой фундамента *S*;
- 2. средней осадкой всего сооружения (или отдельных его частей)  $S_{cp}$ ;
- 3. неравномерной осадкой фундамента  $\Delta S$ ;
- 4. относительной неравномерностью осадок  $\Delta S / L$  двух точек фундамента;
- 5. креном фундамента (рисунок 1.13) *q* (1.5):



Рисунок 1.13 – Крен фундамента

$$q = \frac{\Delta S}{L},\tag{1.5}$$

где  $\Delta S$  - разность осадок крайних точек фундамента, L - длина (ширина) фундамента.

6. Относительным прогибом (выгибом) f/L(1.6):

$$\frac{f}{L} = \frac{2S_2 - (S_1 + S_3)}{2L},\tag{1.6}$$

где  $S_1$  и  $S_3$ - осадки концов рассматриваемого участка сооружения;  $S_2$  - наибольшая (наименьшая) осадка на том же участке, L - расстояние между марками (рисунок 1.14).



Рисунок 1.14 – Относительный прогиб или выгиб сооружения

#### 7. Углом закручивания сооружения

Кручение возникает при неодинаковом крене здания или сооружения по длине, при этом происходит развитие крена в двух сечениях сооружения в разные стороны (рисунок 1.15).

Наибольшие повреждения получают, как правило, верхние этажи отдельных конструкций или здания в целом.



Рисунок 1.15 – Кручение сооружения

Кручения  $\theta_1$  и  $\theta_2$  сооружения вычисляют по формулам (1.7) - (1.8):

$$\theta_2 = \frac{S_4 - S_1}{l} \rho'', \tag{1.7}$$

$$\theta_1 = -\frac{S_2 - S_3}{l} \rho'', \tag{1.8}$$

где  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и  $S_4$ - осадки концов рассматриваемого участка сооружения;  $\rho'' = 206265''$ , l - расстояние между сторонами сооружения.

8. Абсолютным плановым смещением сооружения *Q* – горизонтальная составляющая общего смещения сооружения, вычисляемым по формуле (1.9):

$$Q = \sqrt{(X_{i2} - X_{i1})^2 + (Y_{i2} - Y_{i1})^2}, \qquad (1.9)$$

где  $X_{i1}, Y_{i1}$  и  $X_{i2}, Y_{i2}$  - координаты деформационной марки в начальном и последующих циклах наблюдений соответственно.

Согласно [29] в процессе камеральной обработки результатов выполняют проверку журналов, уравнивание и оценку точности геодезических сетей, вычисление деформаций и составление ведомостей, а также графическое оформление результатов измерений (рисунки 1.16, 1.17).



Рисунок 1.16 – План расположения марок и эпюры перемещений (ГОСТ 24846-2012)



Рисунок 1.17 – График развития перемещений (ГОСТ 24846-2012)

Как правило, наблюдения за деформациями выполняются отдельно по плановым и высотным маркам. В связи с этим обработка наблюдений выполняется по отдельности за горизонтальными смещениями и осадками.

При оценке точности измерений горизонтальных смещений, выполненных различными методами геодезических наблюдений вычисляют различные СКО, подробно описанные в [81, 82]. Вычисляют горизонтальные смещения контрольных точек сооружения. Кроме того, по результатам наблюдений за горизонтальными смещениями сооружений составляют графики

изображения горизонтальных смещений контрольных знаков после третьего и любого последующего цикла измерений.

Уравнивание линейно-угловых измерений деформационных сетей выполняют параметрическим способом на ЭВМ [58].

При уравнивании нивелирных сетей вычерчиваются схемы нивелирных ходов, составляются ведомости превышений и отчет о проделанной работе [42]. Уравнивание нивелирных сетей выполняется по способу наименьших квадратов.

Согласно [78], относящегося к наблюдениям за деформациями плотин, выполняют первичную и вторичную обработку наблюдений. В процессе *первичной обработки* составляют ведомости результатов измерений, вычисляют осадки высотных знаков и отметки марок и др.

*При вторичной обработке* результатов строят графики и эпюры осадок и деформаций плотины и ее основания во времени по всем высотным и плановым маркам, сопоставляют данные натурных наблюдений осадок и деформаций с их расчетными значениями и др.

Как правило, графики осадок марок и деформаций оснований и откосов строят в течение всего периода геодезических наблюдений, т.е. на протяжении многих лет эксплуатации. Также строят эпюры осадок, которые наглядно иллюстрируют распределение осадок в рассматриваемом створе, например, по длине плотины.

В методических указаниях [61] при измерении деформаций фундаментов, перекосов (поворотов) ригелей фундамента и опор подшипников турбоагрегатов мощностью 180 МВт и более по результатам нивелирования составляют графики осадки и прогиба фундамента турбоагрегата, каталог отметок марок, вычислении перекосов ригелей и опор подшипников (соотношение мм/м).

В методическом документе [60], относящегося к мониторингу высотных и уникальных зданий и сооружений, вычисляют СКП превышения на станции и СКП среднего превышения на станции, выполняют уравнивание и для оценки качества нивелирования вычисляют СКП единицы веса для равноточных измерений и для неравноточных измерений. Также для оценки качества нивелирования вычисляют СКП вычисления отметки деформационной марки в наиболее слабом месте сети, вычисляют полную или абсолютную осадку марок, текущую и среднюю осадки, разность осадок, относительную осадку, симметричный относительный прогиб отдельных частей сооружений, скорость осадки некоторой марки, среднюю скорость осадки всего сооружения. Для оценки точности приведенных выше параметров вычисляют СКО определения текущих и абсолютных осадок. Кроме этого, вычисляют погрешности прогиба и разности осадок и относительной осадки. Составляют ведомости осадок, вычисляют СКП осадок всех деформационных марок для каждого цикла измерений, составляют схему расположения деформационных марок фундаментной плиты здания и вычерчивают схему изолиний равных осадок, составляют развернутые графики полных осадок всех или выборочно деформационных марок, для каждого цикла измерений производят оценку точности, в случае выполнения корреляционного анализа вычисляют коэффициенты корреляции с оценкой их надежности и составляют уравнение регрессии.

Согласно [79], в процессе работ по выполнению геодезического мониторинга выполняют камеральную обработку, которая включает: проверку полевых журналов, уравнивание геодезических сетей, составление ведомостей отметок и перемещений деформационных марок, оценку точности проведенных измерений, графическое оформление результатов измерений. Графический материал по результатам наблюдений оформляют в виде: плана и (или) фасада объекта культурного наследия с указанием месторасположения деформационных марок, графиков и эпюр горизонтальных и вертикальных перемещений, кренов. Для каждой деформационных марок за период наблюдений и составляют ведомости осадок. Графики строят для каждой марки одного сооружения.

В работах [63, 66] предложен модельный подход к оценке смещений. А именно, что система реперов рассматривается как модель и после каждого цикла измерений определяются смещенные и несмещенные (базовые) участки модели. Смещения определяются по изменению пространственного положения элементов модели (отрезков, плоскостей). Эти изменения можно выявить по отклонениям нормалей или углов наклона элементов. Выделены линейный, двумерный и объемный случаи (рисунок 1.18).



Рисунок 1.18 – Линейный, двумерный и объемный случаи изучения деформаций (Н.Х. Вьет)

В линейном случае определяют угол наклона стороны относительно предыдущего цикла наблюдений, в двумерном – наклон плоскости треугольника, в объёмном – наклон плоскостей треугольников во всём объеме здания. Отмечены преимущества предложенного способа: наглядность и однозначность определения смещений, а также недостатки: невозможно определить деформации при смещении всей деформационной сети.

В настоящее время обработка наблюдений чаще автоматизирована и выполняется в различных программах, которые будут рассмотрены ниже.

#### 1.2.1 Программное обеспечение для обработки геодезический наблюдений

Для обработки результатов *спутниковых наблюдений* используют различные программные средства: Trimble Geomatics Office, Aschtech Solutions, 3S PACK (Thales), Geo Office (Leica), Spectrum Survey (Sokkia).

В статье [55] по результатам наблюдений Московского Кремля строились графические модели динамического развития деформаций. Для графического отображения деформаций использовался программный продукт WinGIS (PROGIS, Австрия). Для всех объектов Московского Кремля по каждой марке, расположенной на объекте, были вынесены изменения ее высоты и изолиниями построены деформации зданий. Для объектов, наличие деформационных процессов у которых прослеживалось отчетливо, были построены графические модели отдельно по годам. Но такие модели строились только по маркам, заложенным в основании объектов.

В работе [36] по результатам непрерывных GPS-измерений высотных сооружений определяются деформации реперов, расположенных на крыше здания. В процессе геодезического мониторинга выполнялось дискретное разбиение файлов непрерывных наблюдений с определенным интервалом, например, 30 мин. В результате определяли пространственные координаты реперов, расположенных на крыше здания, на каждую тридцатиминутную эпоху в пределах интервала непрерывных наблюдений. Было выполнено моделирование перемещений антенны спутникового приемника в пространстве с непрерывным определением его координат. В результате обработки в программном обеспечении (далее – ПО) Trimble Total Control получали графики смещений в различных направлениях.

В работах [38, 80] по результатам *лазерного сканирования* памятников культурного наследия получали облака точек. Для объединения этих облаков точек в единую систему использовали координаты контрольных марок. Затем составляли обмерные чертежи и трехмерные модели. Недостатком применения лазерного сканирования является то, что необходим дополнительный прибор (в частности, электронный тахеометр) для определения контрольных точек сканера.

В статье [49] рассмотрено сравнение программных продуктов для обработки данных наземного лазерного сканирования: Real Works Survey 4.2 (Франция), Cyclone 5.1 (США) и RapidForm (Корея). Проведенный анализ позволил сделать вывод о том, что ни одна из программ

не решает всех проблем, связанных с трехмерным моделированием, кроме того, отмечается то, что программы дорогостоящие и решение о приобретении того или иного программного обеспечения должно соответствовать поставленным целям и задачам.

В работе [94] рассмотрена обработка данных лазерного сканирования на примере памятника культурного наследия Westpark г. Бохум в программе Scene FARO.

В работе [179] авторы отмечают, что облака точек, собранные в разные фазы, не могут напрямую использоваться для расчета деформирующего смещения из-за точек данных в однородной области, вызванной неоднородной выборкой. С целью решения этой проблемы для предыдущих данных облака точек строится треугольный участок, измеряется расстояние между последними данными облака точек и первым участком в однородной области, и, таким образом, определяется расстояние как деформация смещения. На этой основе разработано программное обеспечение для лазерного анализа облаков точек и разработаны три серии экспериментов для проверки эффективности метода.

Автором [132] разработано приложение на основе программного обеспечения MATLAB® Displacement\_TLS для увеличения точности получения трехмерных координат методом наземного лазерного сканирования.

В работе [52] CREDO 3D CKAH, предназначенную для создания цифровой модели местности инженерного назначения по данным лазерного сканирования.

В работе [3] рассмотрено построение графиков перемещений в программе Leica GeoMos Analyzer при мониторинге деформаций арок несъемной металлической опалубки при бетонировании свода реакторного отделения четвертого энергоблока Белоярской атомной станции по результатам наблюдений электронным тахеометром.

В работе [96] рассмотрено построение графиков смещений марок, расположенных на трубопроводах при контроле состояния надземных переходов газопроводов с помощью электронного тахеометра Sokkia SET 530 RK.

Также наблюдения, выполненные с использованием электронных тахеометров, могут быть обработаны в Credo\_Pacчет деформаций [17]. Для графической интерпретации плановых наблюдений используются масштабируемые траектории движения марок между выбранными циклами. Для отдельной марки в программе может быть создан радиальный график развития деформаций во времени.

Кроме того, в работе [53] по результатам наблюдений за деформациями Спасо-Преображенского Собора в Новокузнецке показано, что программа позволяет построить деформационную поверхность смещений и их скорости в пространстве. Но в настоящий момент в программе не автоматизирован процесса сбора и обработки данных наблюдений, включая использование роботизированных систем (в частности, роботизированных электронных тахеометров).

В [60] рассмотрены следующие виды программного обеспечения для обработки результатов геодезических наблюдений: MAPSUITE+, Geo-Basic, CREDO DAT 3.0, НИВЕЛИР 1.0, Pythagoras, Leica Lis Cad Leica Geosystems, CADdy ZIEGLER Informatics, GeoMos Leica Geosystems и др.

В работе [68] результаты нивелирования II класса с использованием цифрового нивелира и кодовых реек за осадками жилых домой Тюменской области экспортировались в КРЕДО (КРЕДО DAT, КРЕДО Нивелир, КРЕДО Деформации). В результате обработки наблюдений в программном комплексе КРЕДО строили графики развития осадки во времени, графики с градиентом изолиний вертикальных перемещений, выполнялось прогнозирование.

В статье [167] представлен анализ влияния эксплуатации горных работ на историческое здание церкви и дан прогноз последствий планируемой эксплуатации. Благодаря правильно спроектированной и выполненной конструктивной защите здания, возможна эксплуатация без ущерба для конструкции здания. Результаты расчетов показывают, что также планируемая эксплуатация не должна вызывать каких-либо структурных повреждений здания. Представленный пример демонстрирует тот факт, что эксплуатация возможна в зонах этого типа зданий, если применяются надлежащие меры защиты и правильно спланированы места добычи.

Существует программное обеспечение SpatialAnalyzer, которое разработано компанией New River Kinematics предназначено для обработки данных, полученных с различных измерительных систем, таких как теодолиты, тахеометры, лазерные трекеры, лазерные радары, лазерные сканеры, и др. [164].

SpatialAnalyzer - универсальный метрологический и аналитический пакет, разработанный для проведения измерений, проверки правильности полученных данных и выполнения сложного геометрического анализа. Пакет основан на центральной графической среде, которая обеспечивает вычислительную мощность, необходимую для ориентации сетей измерительных приборов, объединения систем измерения, основанных на любом числе общих точек или общих геометрических элементов, и вычисления границ погрешностей для каждой измеренной цели.

ПО содержит инструменты уравнивания, оценки и анализа измерений, составления отчетов и экспорта в Microsoft Office. Модуль USMN сводит все используемые инструменты в единую сеть и создает группу точек, которая представляет эту сеть как единое целое.

Рассмотренные норматиные документы и программные продукты по обработке наблюдений не выполняют главной задачи: выделение относительных деформаций из общего вектора смещений деформационных марок. Эта проблема является весьма актуальной, поскольку

именно относительные деформации влияют на общую устойчивость объекта. Таким образом, возникает задача разработки алгоритма, который позволил бы эту проблему решить.

#### 1.3 Выводы по Главе 1

Рассмотренные выше методы наблюдений и оценки деформаций позволяют сделать следующие выводы:

1. Практически всегда горизонтальные смещения точек объекта определяют независимо от вертикальных, что увеличивает трудовые, временные и финансовые затраты на производство работ. Поэтому при наблюдениях за деформациями памятников культурного наследия такого разделения хотелось бы избежать, выполняя все измерения одним прибором.

2. Рассмотренные достоинства и недостатки методов наблюдений за деформациями позволяют сделать вывод о том, что наилучшим методом определения деформаций памятников культурного наследия является пространственная полярная засечка, реализация которой возможна путём использования электронных тахеометров (в том числе и роботизированных).

3. В результате наблюдений за деформациями определяют вектора смещений деформационных марок. Существующие нормативные документы устанавливают допуски только на точность определения величины (модуля) вектора смещения. При этом допуски на направление и точку приложения вектора отсутствуют. Учёт вышесказанного в процессе составления проекта наблюдений может быть использован для упрощения технологии выполнения полевых измерений.

4. При наблюдениях со свободных станций с использованием связующих точек возможно оценить только взаимное положение деформационных марок, но нельзя определить направление смещения. А при отсутствии достаточного количества связующих точек возникает проблема вычисления вектора смещения, так как координаты марок в каждом цикле получают в разных системах координат. Это заставляет переходить к инвариантным параметрам для оценки деформаций. В частности, такими инвариантами могут быть расстояния и их изменения.

5. Как правило, по результатам обработки наблюдений строят графики осадок, траектории движения деформационных марок, деформационные поверхности и тд. При этом нет чёткого разделения между абсолютными и относительными смещениями деформационных марок, что может сказываться на оценке состояния объекта при анализе результатов измерений. Поэтому необходимо разработать алгоритм по выделению относительных деформаций из общего вектора смещений и определение вида деформаций. На основании приведенных выводов, тема диссертационной работы является актуальной, для разработки методики наблюдений и оценки вида деформаций зданий и сооружений, повышающей точность и информативность их определений, необходимо решить следующие задачи:

1. Разработка методики геодезических наблюдений за деформациями зданий и сооружений, включая объекты культурного наследия с определением векторов смещений деформационных марок в единой системе координат.

2. Разработка методики оценки абсолютных и относительных деформаций на основе метода наименьших квадратов для уравнивания длин линий с учетом трехмерных координат геодезической сети.

3. Проверка разработанной методики на объектах культурного наследия.

## ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ВАРИАЦИЕЙ ДЛИН ЛИНИЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ

Как было отмечено в главе 1, наилучшим способом наблюдений за деформациями является пространственная полярная засечка с использованием роботизированных электронных тахеометров.

Как правило, при выполнении наблюдений стремятся обеспечить связь между точками стояния тахеометра, выполняя наблюдения на три и более связующие марки. Это позволяет получить координаты всех деформационных марок в единой системе координат.

Рассмотрим традиционную схему наблюдений с закрепленных пунктов (рисунок 2.1). В частности, прибор центрируется над опорной точкой I с помощью принудительного центрирования. Над опорной точкой II устанавливается марка с подставкой на штативе, которая центрируется с помощью принудительного центрирования. Далее выполняется ориентирование прибора на точку II и определение координат деформационных марок. Наблюдения по такой методике позволяют получать все координаты деформационных марок в единой системе координат сразу в поле. Заметим, что если все опорные точки включены в единую сеть, то и связующих точек не требуется.



Рисунок 2.1 – Традиционная схема наблюдений: *I*,*II*,*III* - наблюдательные станции, 1–10 - деформационные марки

На практике могут возникать ситуации, когда ввиду уплотненной застройки количество опорных пунктов (ориентриных знаков, связующих марок) может оказаться недостаточным для получения всех векторов смещений в единой системе координат. Тогда возникает необходимость разработки методики наблюдений, которая позволила бы эту проблему решить. Рассмотрим

варианты реализации пространственной полярной засечки в зависимости от информации, которая имеется у исполнителя.

## 2.1 Варианты реализации пространственной полярной засечки с использованием тахеометров

При наблюдениях за деформациями объекта для анализа его устойчивости важно по результатам измерений получить вектора смещений различных его точек, с указанием координат деформационных марок, которые в этих точках закреплены. Точности, с которыми надо знать указанные параметры, разные. Вектор в пространстве, как известно, характеризуется модулем и направлением.

На точность оценки модуля нормативными документами налагаются определенные требования. Согласно [30] для конструкций объектов культурного наследия следует принимать II класс точности измерения вертикальных и горизонтальных перемещений. В частности, для зданий памятников культурного наследия допустимая погрешность определения вертикальных перемещений 2 мм, горизонтальных – 5 мм [30]. На оценку направления вектора допусков нет. Практика показывает, что ошибка даже в несколько градусов при анализе информации значения не имеет. Точность позиционирования точки приложения вектора также никак не нормируется, и указание ее координат с ошибками в сантиметры или даже дециметры для выводов о состоянии объекта не столь значительны. Учёт вышесказанного, а также информации, получаемой в процессе составления проекта (координаты расположения деформационных марок, особенности выбранного для измерений оборудования) может существенно влиять на технологию выполнения полевых измерений в сторону их упрощения.

Один из популярных методов определения деформаций основан на использовании электронных тахеометров, так называемая, пространственная полярная засечка. Рассмотрим, в связи с отмеченными выше фактами, варианты ее реализации.

Пусть, например, при наблюдении за объектом засечка выполняется электронным тахеометром со станций, которые никак не связаны единой сетью. В этом случае возможны две технологии выполнения работ: измерения с заранее закрепленных пунктов и измерения со свободных станций.

#### 2.1.1 Наблюдения с заранее закреплённых точек

Рассмотрим первую из них, которая подразумевает закрепление постоянных для всех циклов наблюдений станций (закрепление их центрами и установку знаков для ориентирования тахеометра – знаки A, C на рисунке 2.2). При этом предполагается, что центр и знаки закреплены достаточно надежно и стабильны. В этом случае, процесс приведения прибора в рабочее положение в любом цикле измерений предусматривает три очевидных процедуры (центрирование, горизонтирование и ориентирование). Конечно, следует измерить и высоту прибора. Если это делать с достаточной точностью, то оставляющие  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  векторов смещений можно определять как разности координат, полученных из последующего и предыдущего циклов наблюдений, так как измерения первого и последующих циклов будут выполнены в одной и той же системе координат. Но на разных станциях свои системы координат, а анализ в целом всего объекта выполним, если вектора смещений определены в единой системе координат. Для достижения этого возможно несколько вариантов [50, 172].

При наблюдении за устойчивостью инженерных объектов полезно использовать информацию, которой исполнитель точно обладает. Это:

• координаты точек закладки деформационных марок и реперов (они известны из проекта);

• разные требования к точности определения параметров векторов смещений (координаты начала вектора, его направление и модуль);

• то, что в силу выполнения горизонтирования прибора, одна из осей координат всегда отвесна, а две другие горизонтальны.

Учёт указанной выше информации позволяет значительно упростить проект наблюдений за устойчивостью объекта и методику выполнения полевых работ. В связи с отмеченными выше фактами, приведем варианты реализации пространственной полярной засечки.

Первый вариант предусматривает преобразование координат точек, полученных с разных станций к единой системе координат по связующим точкам или общим ориентирным пунктам (рисунок 2.3). В основном так и поступают. Но важно, чтобы число связующих точек было достаточным, и чтобы располагались они вполне определённым образом, что не всегда возможно обеспечить.

При отсутствии связующих точек *(второй вариант)* предлагается использовать координаты деформационных марок, взятых из проекта наблюдений, составленного по чертежам объекта (или его цифровым моделям, построенным в единой системе координат).



Рисунок 2.2 – Пространственная полярная засечка: *I*, *II* - наблюдательные станции, 1–10 - деформационные марки, *A*, *C* - ориентирные знаки



Рисунок 2.3 – Пространственная полярная засечка: *I*, *II* - наблюдательные станции, 1–10 - деформационные марки, *A*, *B*, *C* - ориентирные знаки (они же связующие точки)

Кроме того, в нём учитывается, что, при условии горизонтирования прибора, оси Z на всех станциях изначально взаимно параллельны. Развернуты на некоторый угол оказываются только оси X и Y. В результате получается, что для каждого вектора смещений известны модуль и координаты точки приложения, но на каждой станции направления получены в своих системах

координат. А знать их нужно в единой для всего объекта системе координат, что требует пересчёта составляющих Δx и Δy (2.1):

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix},$$
 (2.1)

где  $\Delta x, \Delta y$  - составляющие вектора смещений деформационной марки, полученные по результатам измерений в системе координат станции II,  $\Delta X, \Delta Y$  - составляющие вектора смещений деформационной марки в системе координат объекта,  $\omega$  - разворот осей *x* и *y* на станции II относительно фасада.

Например, для марки 6 формула (2.1) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \Delta X_6 \\ \Delta Y_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_6 \\ \Delta y_6 \end{pmatrix}$$

Оценить углы поворота  $\omega$  систем координат в горизонтальной плоскости можно, например, путём определения направлений ориентирных линий (их дирекционных углов). Очевидно, что углы поворота осей координат равны разностям указанных направлений. Если определить направление фасада сооружения, то направление векторов можно пересчитать сразу в систему координат наблюдаемого объекта.

Таким образом, в программу полевых работ следует включить либо измерение горизонтальных углов ориентирных направлений, либо проложение, так называемого, хода направлений для определения их дирекционных углов. Сделать эту работу нужно один раз в любое удобное время, так как можно полагать, что углы разворота от цикла к циклу не меняются. Причём, при вычислении угла разворота за исходное может быть выбрано ориентирное направление любой станции, и, даже, направление со станциями не связанное (например, как сказано выше, направление фасада, что удобнее для решения задачи).

Допустим, за исходное направление выбрано направление фасада здания (рисунок 2.4). Тогда развороты осей X и Y на станциях I, II относительно фасада здания будут равны разностям дирекционных углов. То есть  $\omega_I = \alpha_F - \alpha_{I-A}$ ,  $\omega_{II} = \alpha_F - \alpha_{II-A}$  соответственно. Дирекционный угол фасада здания  $\alpha_F$  получают из решения обратной геодезической задачи с использованием предварительных координат деформационных марок (например марок 5 и 6) или берут непосредственно из проекта наблюдений.



Рисунок 2.4 – Измерение горизонтальных углов ориентирных направлений: *I*, *II* -

наблюдательные станции, 1-10 - деформационные марки, A, C - ориентирные знаки,  $\alpha_{_F}$  -

дирекционный угол с направлением фасада здания, βι и βп – измеренные горизонтальные углы,

Т – удаленная цель.

Выполним моделирование результатов наблюдений (таблица 2.1):

Номера марок	Станция	[		Номера марок	Станция ]	Станция II		
	1 цикл				1 цикл			
	Х,м	<i>Y</i> ,м	Ζ,м		Х,м	<i>Y</i> ,м	Ζ,м	
1	-21,879	0,608	2,816	6	-2,872	25,846	3,233	
2	-15,717	6,415	2,132	7	-8,245	21,838	2,728	
3	-9,548	12,230	1,448	8	-16,301	15,829	1,972	
4	-3,506	17,924	0,778	9	-21,420	12,010	1,491	
5	1,891	23,011	0,179	10	-28,512	6,720	0,825	
	2 цикл				2 цикл			
1	-21,877	0,610	2,811	6	-2,875	25,841	3,239	
2	-15,722	6,411	2,140	7	-8,245	21,842	2,733	

Таблица 2.1 – Координаты деформационных марок в системе координат станций

Продолжение таблицы 2.1

3	-9,550	12,235	1,458	8	-16,302	15,827	1,969
4	-3,502	17,924	0,781	9	-21,420	12,021	1,495
5	1,881	23,010	0,183	10	-28,515	6,730	0,822

Определим составляющие вектора смещений деформационных марок в системе координат станций (таблица 2.2):

Таблица 2.2 – Составляющие вектора смещений деформационных марок

Номера марок	Станция I			Номера марок	Станция II			
	$\Delta x$ , mm	Δу, мм	$\Delta z$ , mm		$\Delta x$ , мм	Δу, мм	$\Delta z$ , mm	
1	2	2	-5	6	-3	-5	6	
2	-5	-4	8	7	0	4	5	
3	-2	5	10	8	-1	-2	-3	
4	4	0	3	9	0	11	4	
5	-10	-1	4	10	-3	10	-3	

Допустим,  $\omega_I = 210^\circ$ ,  $\omega_{II} = 230^\circ$ . Вычислим составляющие вектора смещений деформационных марок в системе координат объекта (таблица 2.3):

Таблица 2.3 – Составляющие вектора смещений в системе координат объекта

Номера марок	Станция І			Номера марок	Станция II			
	$\Delta X$ , мм	$\Delta Y$ , мм	$\Delta Z$ , мм		$\Delta X$ , мм	$\Delta Y$ , мм	$\Delta Z$ , мм	
1	-1	-3	-5	6	-2	5	6	
2	2	6	8	7	3	-2	5	
3	4	-3	10	8	-1	2	-3	
4	-4	-2	3	9	8	-7	4	
5	8	6	4	10	10	-4	-3	

В случае необходимости связать наблюдения наружнего и внутреннего объема здания предлагается прокладывать ход направлений. В таком ходе, который может быть проложен и теодолитом технической точности, измеряются все горизонтальные углы между сторонами хода, а также углы на ориентирные направления, но не измеряются длины его сторон за ненадобностью.

Вариант такого хода представлен на рисунке 2.5. На нём окружностями чёрного цвета отображены станции, с которых измеряются точки объекта (деформационные марки), желтые окружности – знаки для ориентирования тахеометров, круг белого цвета – вспомогательная точка хода, дугами показаны измеряемые горизонтальные углы. На станциях IV и V знаков для ориентирования тахеометров нет, поэтому для этих целей приходится использовать смежные станции наблюдений.



Рисунок 2.5 – Схема хода направлений: I - V - точки стояния тахеометра, A, B, C -

#### ориентирные знаки

Из рисунка 2.5 видно, что таким способом достаточно просто связываются внешние станции со станциями, расположенными внутри помещений.

Понятно, что при вычислении можно использовать не только разности дирекционных углов ориентирных направлений, но и разности этих направлений с направлением фасада объекта, если оно было включено в ход. В этом случае составляющие  $\Delta X$  и  $\Delta Y$  можно сразу же получить в системе координат объекта, что, как уже отмечалось, удобнее.

В соответствии с *третьим вариантом* предполагается определение координат точек приложения векторов смещений, как предложено в пункте 2, но с использованием общего для всех станций ориентирного знака. Если знак расположен достаточно далеко, то разворотом указанных осей можно пренебречь и считать, что направления векторов смещений на всех станциях получаются в одинаково ориентированных системах, что и требуется для анализа (рисунок 2.4). Ошибка в 2-3°, а возможно и больше, как сказано выше, роли не играет. Например, если расстояние между крайними станциями равно 100 м, и направление между ними примерно перпендикулярно направлению на ориентирный пункт (худший вариант), то расстояние до него от станций должно быть не менее 2 км. На рисунке 2.4 зелёным цветом представлен такой знак, а также оси  $X_I^T, Y_I^T$  и  $X_{II}^T, Y_{II}^T$  при ориентировании прибора на него. Ориентирные направления в этом случае, II–*T* и I–*T*, практически параллельны.

Таким образом, вектор смещения  $\Delta X_1$  марки 1 будет равен разности абсцисс, полученных в первом  $X_1^1$  и втором  $X_1^2$  циклах наблюдений:  $\Delta X_1 = X_1^2 - X_1^1$ . Аналогично будут получены  $\Delta Y_1$  и  $\Delta Z_1$  составляющие вектора смещения деформационной марки. Подобные вычисления выполняются и для остальных марок. Все вектора смещений будут сразу определены в одинаково ориентированной системе координат, никаких преобразований не требуется. Рассмотренный случай редок, но возможен. В качестве контроля предлагается в начальном цикле наблюдений выбрать несколько удаленных целей, а в последующих циклах проверять неизменность ориентирного направления на одну из выбранных целей.

Выполним моделирование результатов наблюдений (таблица 2.4):

Номера марок	Станция І			Номера марок	Станция II		
	1 цикл				1 цикл		
	Х,м	<i>Y</i> ,м	Ζ,м		Х,м	<i>Y</i> ,м	Ζ,м
1	-14,254	-16,610	2,811	6	12,402	22,627	3,233
2	-5,814	-15,950	2,128	7	5,720	22,466	2,728
3	2,639 -15,290 1,444		8	-4,299	22,224	1,972	
4	10,916	-14,643	0,774	9	-10,666	22,07	1,491
5	18,310	-14,065	0,175	10	-19,485	21,857	0,825
		2 цикл			2 цикл		
1	-14,255	-16,613	2,811	6	12,400	22,632	3,239
2	-5,812	-15,944	2,14	7	5,723	22,464	2,733
3	2,643	-15,293	1,458	8	-4,300	22,226	1,969
4	10,912	-14,645	0,781	9	-10,658	22,063	1,495
5	18,318	-14,059	0,183	10	-19,475	21,853	0,822

Таблица 2.4 – Координаты деформационных марок

Вычислим составляющие векторов смещений (таблица 2.5):

Таблица 2.5 – Составляющие вектора смещений в одинаково ориентированной системе координат

	Станция І			Номера марок	Станция І	Станция II			
Номера марок	удаленная	цель			удаленная цель				
	$\Delta X$ , мм	$\Delta Y$ , мм	$\Delta Z$ , мм		$\Delta X$ , мм	$\Delta Y$ , мм	$\Delta Z$ , мм		
1	-1	-3	-5	6	-2	5	6		
2	2	6	8	7	3	-2	5		
3	4	-3	10	8	-1	2	-3		
4	-4	-2	3	9	8	-7	4		
5	8	6	4	10	10	-4	-3		

Достоинством всех рассмотренных вариантов в том, что не нужно знать координат точек стояния тахеометра.

Заметим, что условия наблюдений могут оказаться такими, что ни один из рассмотренных выше вариантов нереализуем. В частности, факторами, являющимися помехами для измерений, могут оказаться строительные леса, уплотненная застройка, наличие металлических конструкций, воздушных и подземных электросетей и т.д. В таких случаях наблюдения приходится проводить со свободных станций и, как правило, только за внутренним изменением объема здания.

Предложенные способы наблюдений более мобильны, значительно сокращают временные затраты на производство наблюдений, а также на уравнивание результатов

наблюдений. Поэтому их необходимо выполнять, в том числе и в условиях экстренного или срочного мониторинга зданий, когда необходимо оперативно отслеживать текущее состояние конструкций.

#### 2.1.2 Наблюдения со свободных станций

Как правило, в реальных условиях наблюдений за деформациями объектов культурного наследия могут отсутствовать возможности использования опорных пунктов, ориентирных знаков и связующих марок между точками стояния тахеометра. При наблюдениях за деформациями таких объектов в особых условиях реставрационных работ не всегда удается сохранить постоянство схемы наблюдений, поэтому точки стояния приборов закреплять не целесообразно. Как правило, прибор устанавливают в удобную для наблюдений точку, с которой просматривается максимальное количество деформационных марок (рисунок 2.6). При этом её расположение, например, из-за действий реставраторов, может меняться, от одного цикла измерений, к другому.



Рисунок 2.6 – Определение координат деформационных марок со свободной станции, 1-5 – деформационные марки

Так, на рисунке 2.6 показано, что с одной точки стояния невозможно выполнить измерения всего объема здания, поэтому приходится использовать несколько точек стояния тахеометра (рисунок 2.7):

Именно в такой ситуации и идет речь об использовании свободных станций. Как видим из рисунка 2.7, точки стояния тахеометра никак не связаны между собой, что приводит к получению

координат деформационных марок в каждом цикле наблюдений в разных системах координат, например (таблица 2.6).



Рисунок 2.7 – Пространственная полярная засечка со свободных станций:

I, II	- точки стояния	тахеометра,	1-9 – деф	формационные	е марки
-------	-----------------	-------------	-----------	--------------	---------

Таблица 2.6 – Координаты марок в начальном и текущем циклах наблюдений

	Начальный ци	кл		Текущий цикл						
Номера марок	Х, м	<i>Y</i> , м	Ζ, м	Х,м	<i>Y</i> , м	Ζ,м				
	Измерения с точки стояния I									
1	20,175	34,539	10,000	46,957	25,547	-4,194				
2	37,445	24,452	13,000	40,694	6,417	-2,208				
3	56,167	36,678	8,000	57,518	-8,987	-4,417				
4	57,620	58,991	23,000	76,734	-5,248	14,048				
5	40,350	69,079	4,000	85,679	13,864	-3,703				
		Измерения с т	гочки стоя	ния II						
6	-100,021	-4,958	6,239	-66,938	-15,491	2,879				
7	-120,814	4,690	23,356	-89,192	-8,148	19,288				
8	-21,177	-4,447	26,595	10,689	-6,748	25,870				
9	-53,155	-31,043	6,195	-17,609	-36,492	4,408				

Чтобы иметь координаты марок в предыдущем и последующем циклах в одной системе требуется выполнять их преобразование по связующим точкам. Только тогда можно по разностям координат оценить составляющие векторов смещений. При этом число связующих точек должно быть достаточным, и важно, чтобы они располагались вполне определённым образом, что не всегда возможно обеспечить.

Вычислить в этом случае вектора смещений деформационных марок не представляется возможным, поэтому предлагается переходить к инвариантным параметрам, т.е. таким, которые не изменяются в процессе преобразования координат, в частности, расстояниям и

пространственным углам. Отметим, что инвариантами являются так же площади поверхностей и объёмы самого объекта или его частей. Отметим, что из названных параметров перспективным для рассмотрения являются только расстояния. Углы можно только вычислить, так как установить угломерный прибор на вершину пространственного угла и лимб параллельно плоскости, которой угол принадлежит практически невозможно.

Расстояния можно вычислить по координатам конечных точек отрезка, или непосредственно измерить. В частности, в работе [116] автором рассмотрено использование для определения расстояний возможности самого тахеометра (клавиши SDh). В работе [22] выполняется оценка деформаций по расстояниям и их изменениям между рефлекторами и облучателями антенн с использованием матрицы расстояний и их изменений, матриц ошибок расстояний и ошибок изменений расстояний. Но дальнейшего развития предложенная методика не получила.

Так, в рассмотренном примере получим слудующие матрицы расстояний и матрицу деформаций для точки стояния I (таблицы 2.7-2.9):

Номера марок	1	2	3	4
2	20,224			
3	36,111	22,913		
4	46,573	41,231	26,925	
5	40,448	45,618	36,277	27,587

Таблица 2.7 – Матрица расстояний «идеальной» модели, м

Номера марок	1	2	3	4
2	20,227			
3	36,113	22,917		
4	46,559	41,221	26,911	
5	40,449	45,622	36,273	27,575

Таблица 2.8 – Матрица расстояний «текущей» модели, м

П	· ~		$\sim c$	`	<b>h</b> /	r	U U	U U	
	20	TITIO			11/	OTNULLO	TIDITATIATIAT	naceroguiuu	1111
1	au	JIVIIIA	<i>L</i> .	, _	11	iaidmila	изменении	расстоянии.	
_									

Номера марок	1	2	3	4
2	+3			
3	+2	+4		
4	-14	-10	-14	
5	+1	+4	-4	-12

Поскольку из расстояний и их изменений нельзя получить направление смещения деформационных марок, необходимо решить задачу перехода от изменений расстояний к векторам смещений деформационных марок. Тогда возникает вопрос: сколько таких расстояний требуется и какова должна быть их конфигурация на объекте, чтобы такой переход был возможен?

# 2.2 Определение векторов смещений деформационных марок из решения системы уравнений по методу наименьших квадратов

Очевидно [114], что если известно, как между циклами измерений изменились координаты X, Y, Z деформационных марок, закреплённых на объекте, то можно оценить любой вид его деформаций (сжатие, растяжение, изгиб, кручение и т.д.). Эти изменения  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  можно получить как разности координат.

Изменение расстояния  $\Delta L$  между циклами наблюдений и изменения координат  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  деформационных марок между ними связаны очевидными соотношениями:

в двумерном пространстве (2.2):

$$\Delta L_{ij} = f\left(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta X_j, \Delta Y_j, \right)$$
(2.2)

в трёхмерном (2.3):

$$\Delta L_{ij} = f\left(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i, \Delta X_j, \Delta Y_j, \Delta Z_j\right)$$
(2.3)

Величины, инвариантные относительно преобразования систем координат являются также пространственные углы, которые между каждой тройкой марок достаточно просто сформировать. Изменение пространственного угла  $\Delta \alpha$  в том и в другом случаях (2.4):

$$\Delta \alpha_{ijk} = f\left(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta X_j, \Delta Y_j, \Delta X_k, \Delta Y_k\right)$$
  

$$\Delta \alpha_{ijk} = f\left(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i, \Delta X_j, \Delta Y_j, \Delta Z_j, \Delta X_k, \Delta Y_k, \Delta Z_k\right),$$
(2.4)

соответственно.

В формулах (2.2) - (2.4) коэффициенты *i*, *j*, *k* – номера деформационных марок.

Рассмотрим вначале в качестве инвариантов расстояния между деформационными марками, расположенными в одной плоскости. Совершенно очевидно, что если на объекте закреплено *n* таких марок, то теоретически можно измерить n(n-1)/2 расстояний между ними и составить столько же уравнений, в которых число неизвестных будет равно 2n. В результате, если марок меньше 5, то число уравнений меньше числа неизвестных. При n = 5 число неизвестных равно числу уравнений и система имеет единственное решение. n(n-1)/2 - 2n = 0, откуда n = 5. Если n > 5 – число уравнений окажется больше числа неизвестных, причём их избыточность быстро возрастает с увеличением числа марок, значит, решение следует искать другим методом (например, используя метод наименьших квадратов (МНК)).

В трёхмерном пространстве число неизвестных будет 3*n*, поэтому число марок, при котором число уравнений равно числу неизвестных, равно 7.

Итак, имеем (2.5):

$$L_{i,j} = \sqrt{\left(X_i - X_j\right)^2 + \left(Y_i - Y_j\right)^2 + \left(Z_i - Z_j\right)^2},$$
(2.5)

где  $L_{i,j}$  - расстояние между деформационными марками i и j,  $X_i$ ,  $Y_i Z_i$  - координаты деформационной марки  $i, X_j, Y_j, Z_j$  - координаты деформационной марки j.

Уравнение для изменения расстояния  $\Delta L_{i,j}$  будет иметь вид (2.6):

$$\Delta L_{i,j} = \frac{1}{L_{i,j}} \Big[ \Big( X_i - X_j \Big) \Big( \Delta X_i + \Delta X_j \Big) + \Big( Y_i - Y_j \Big) \Big( \Delta Y_i + \Delta Y_j \Big) + \Big( Z_i - Z_j \Big) \Big( \Delta Z_i + \Delta Z_j \Big) \Big], \tag{2.6}$$

где  $\Delta X_i$ ,  $\Delta Y_i$ ,  $\Delta Z_i$ ,  $\Delta X_j$ ,  $\Delta Y_j$ ,  $\Delta Z_j$ - изменения координат марок i и j соответственно.

Если в качестве инвариантов взять пространственные углы  $\beta$ , то каждый такой угол добавляет к системе уравнений типа (2.2) или (2.3), уравнение типа (2.4).

Пространственный угол  $\beta$  в точке *i* между направлениями на точки *j* и *k* вычисляется по формуле (2.7):

$$\beta_i = \arccos \frac{R_j R_k}{\left| R_j \right| \left| R_k \right|},\tag{2.7}$$

где  $R_j, R_k$  – направляющие векторы прямых (например,  $R_j = (p_j, m_j, n_j) = (X_j - X_i, Y_j - Y_i, Z_j - Z_i)$ Или (2.8):

$$\beta_{i} = \arccos \frac{p_{j} p_{k} + m_{j} m_{k} + n_{j} n_{k}}{\sqrt{p_{k}^{2} + m_{k}^{2} + n_{k}^{2}} \sqrt{p_{j}^{2} + m_{j}^{2} + n_{j}^{2}}}$$
(2.8)

Однако, использование в качестве инвариантов пространственных углов далее не рассматриваются, поскольку их нельзя измерить непосредственно. Кроме того, если углы вычислять, то возможна сильная корреляция при совместном использовании их с расстояниями.

Запишем параметрические уравнения поправок в общем виде (2.9) (для трехмерного пространства) [32]:

$$a_{ij} \cdot \delta X_i + b_{ij} \cdot \delta Y_i + c_{ij} \cdot \delta Z_i + a_{ji} \cdot \delta X_j + b_{ji} \cdot \delta Y_j + c_{ji} \cdot \delta Z_j + l_{ij} = v_{ij}, \qquad (2.9)$$

где  $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, a_{ji}, b_{ji}, c_{ji}$  - коэффициенты уравнения поправок для измеренного расстояния;  $\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i, \delta X_j, \delta Y_j, \delta Z_j$  - поправки к предварительным значениям координат точек сети;  $l_{ij}$  свободный член уравнения поправок, получаемый как разность предварительного (вычисленного по предварительным координатам) расстояния и расстояния, определенного тахеометром.

В матричном виде система параметрических уравнений поправок (2.9) с матрицей весов *Р* примет вид (2.10):

$$AX + L = V , (2.10)$$

где A - матрица коэффициентов  $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, a_{ji}, b_{ji}, c_{ji}, X$  - вектор неизвестных (поправок к координатам), L - вектор свободных членов  $l_{ij}, V$  - вектор поправок  $v_{ij}$ .

Входящие в выражение (2.10) матрицы в развернутом виде равны (2.11):

$$A_{n\times k} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \dots & k_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & k_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \dots \\ a_n & b_n & c_n & \dots & k_n \end{bmatrix}; \quad X_{k\times 1} = \begin{bmatrix} \delta X_1 \\ \delta X_2 \\ \vdots \\ \delta X_k \end{bmatrix}; \quad L_{n\times 1} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix}; \quad P_{n\times n} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix}$$
(2.11)

где  $P_{n \times n}$  - матрица весов  $p_i$ , n - число измерений, k - число неизвестных.

Матричная запись условия наименьших квадратов имеет вид (2.12):

$$V^T P V = \min \tag{2.12}$$

В результате сокращений и перестановок получим (2.13):

$$NX + A^{T}PL = 0, (2.13)$$

где N - матрица коэффициетов нормальных уравнений размерностью  $k \times k$ , вычисляется по формуле (2.14):

$$N = A^{T} P A = \begin{vmatrix} a_{1} & a_{2} & . & a_{n} \\ b_{1} & b_{2} & . & b_{n} \\ . & . & . & . \\ k_{1} & k_{2} & . & k_{n} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} p_{1} & 0 & . & 0 \\ 0 & p_{2} & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & p_{n} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_{1} & b_{1} & c_{1} & ...k_{1} \\ a_{2} & b_{2} & c_{2} & ..k_{2} \\ . & . & . & ... \\ a_{n} & b_{n} & c_{n} & ...k_{n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} [paa] & [pab] & . & [pak] \\ [pab] & [pbb] & . & [pbk] \\ . & . & . & .. \\ [pak] & [pbk] & . & [pkk] \end{vmatrix}$$
(2.14)

Вторая часть равенства (2.13) – вектор свободных членов (2.15):

$$A^{T}PL = \begin{vmatrix} a_{1} & a_{2} & . & a_{n} \\ b_{1} & b_{2} & . & b_{n} \\ . & . & . & . \\ k_{1} & k_{2} & . & k_{n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p_{1} & 0 & . & 0 \\ 0 & p_{2} & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & p_{n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} l_{1} \\ l_{2} \\ . \\ l_{n} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} pal \\ [pbl ] \\ . \\ [ptl ] \end{vmatrix}$$

(2.15)

Если выполняется обработка результатов наблюдений, вычисляют вектор X (2.16):

$$X = -N^{-1}A^T P L \tag{2.16}$$

Кроме того, вычисляют вектор поправок V к результатам измерений и апостериорную оценку  $\mu$  средней квадратической погрешности единицы веса (2.17):

$$V = AX + L; \mu = \sqrt{\frac{\left[V^T P V\right]}{n - k}}$$
(2.17)

В качестве весов *p<sub>i</sub>* принимают величины, обратно пропорциональные СКО измеренных величин (2.18):

$$p_i = \frac{1}{m_i^2},$$
 (2.18)

где  $m_i$  - средние квадратические ошибки измеренных величин.

Примем СКО измерения расстояния  $m_s = 1, 2 M M$ .

Поскольку в рассматриваемой сети отсутствуют опорные пункты, то сеть является свободной и матрица A имеет столбцовый дефект d = k - r, r - ранг матрицы, k - число определяемых параметров, d - число параметров, фиксации которых не хватает для привязки сети к системе координат [18, 48]. В плановых сетях максимальное значение d = 4, в пространственных d = 7. Поскольку d > 0, матрица N нормальных уравнений получается вырожденной. Тогда псевдорешений, удовлетворяющих требованию (2.12), получается бесчисленное множество. Для выбора одного псевдорешения необходимо задать дополнительные условия. Многие разработанные методики [19, 20] вычисления требуемого псевдорешения сводятся к построению такой матрицы t, что (2.19) – (2.21):

$$L(t) \cap L(A^T) = 0, \qquad (2.19)$$

$$\dim L(t) = d = k - rank(A), \qquad (2.20)$$

$$t^{t}X = 0$$
, (2.21)

где L(t) и  $L(A^{T})$  - пространства столбцов матриц t и  $A^{T}$ ,  $\hat{X}$  - оценка вектора X.

Если взять t = e, где L(e) = KerA (e - матрица, столбцы которой образуют базис подпространства *KerA*) то мы получим главное или нормальное решение  $X^{\perp}$  системы (2.10). Нормальным решением системы называют то ее решение, норма (2.22):

$$\left\|\hat{X}\right\| = \sqrt{\hat{X}^T \hat{X}} \tag{2.22}$$

которого является наименьшей среди норм всех решений этой системы. Это решение можно найти по формуле (2.23):

$$\hat{X}^{\perp} = R^+ b \,, \tag{2.23}$$

где *b* - вектор свободных членов системы нормальных уравнений, *R*<sup>+</sup> - главная псевдообратная матрица, которая находится, например, по формуле Рао (2.24) [75]:

$$\begin{pmatrix} R & t \\ t^T & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R^+ & T \\ T^T & 0 \end{pmatrix}$$
(2.24)

При оценке точности неизвестных матрица  $R^+$  играет ту же роль, что и  $Q = R^{-1}$ Ошибка единицы веса при этом  $\mu$  (2.25):

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - k + d}} \tag{2.25}$$

Рассмотрим нахождение векторов смещений деформационных марок на примере свободной пространственной сети, изображенной на рисунке 2.8.



Рисунок 2.8 – Расстояния, измеренные с точки стояния I, 1-5 – деформационные марки Координаты и матрицы «идеальной» и «текущей» моделей, а также матрица деформаций представлены в таблицах 2.10-2.13:

таолица 2.10 – исходные данные для решения зада
---

	Координаты «идеальной»			Коорди	оординаты «текущей»		Составляющие векторов		
N⁰	модели, м		модели, м		смещений, м				
марки	X	Y	Ζ	X	Y	Z	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
1	0,000	0,000	10,000	0,001	0,003	9,997	0,001	0,003	-0,003
2	20,000	0,000	13,000	20,003	0,002	13,005	0,003	0,002	0,005
3	30,000	20,000	8,000	30,001	20,009	8,008	0,001	0,009	0,008
4	20,000	40,000	23,000	19,990	39,995	22,992	-0,010	-0,005	-0,008
5	0,000	40,000	4,000	0,005	40,004	3,993	0,005	0,004	-0,007

Таблица 2.11 – Матрица расстояний «идеальной» модели, м

Номера марок	1	2	3	4
2	20,224			
3	36,111	22,913		
4	46,573	41,231	26,926	
5	40,447	45,618	36,277	27,586

Таблица 2.12 – Матрица расстояний «текущей» модели, м

Номера марок	1	2	3	4
2	20,227			
3	36,114	22,917		
4	46,560	41,221	26,911	
5	40,449	45,621	36,272	27,575

Номера марок	1	2	3	4
2	+3			
3	+3	+4		
4	-13	-10	-15	
5	+2	+3	-5	-11

Таблица 2.13 – Матрица изменений расстояний, мм

Итак, для определения векторов смещений в качестве исходных данных использованы предварительные координаты точек (координаты марок «идеальной» модели из таблицы 2.10). Вектор измерений состоит из элементов матрицы расстояний «текущей» модели (таблица 2.12). Вектор свободных членов будет состоять из элементов матрицы изменений расстояний (таблица 2.13).

Нахождение элементов матрицы *е* подробно описано в работе [97]. Для каждой точки она будет состоять из трехстрочных полос (2.26):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -z & -y & x \\ 0 & 1 & 0 & -z & 0 & x & y \\ 0 & 0 & 1 & y & x & 0 & z \end{pmatrix}$$
(2.26)

Так как масштаб сети задается самими измерениями, то матрица t будет состоять из всех столбцов матрицы e, кроме последнего :

			•	•		_	<u> </u>
		1	2	3	4	5	6
	1	1	0	0	0	10	0
	2	0	1	0	-10	0	0
	3	0	0	1	0	0	0
	4	1	0	0	0	13	0
	5	0	1	0	-13	0	20
	6	0	0	1	0	-20	0
t =	7	1	0	0	0	8	-20
L	8	0	1	0	-8	0	30
	9	0	0	1	20	-30	0
	10	1	0	0	0	23	-40
	11	0	1	0	-23	0	20
	12	0	0	1	40	-20	0
	13	1	0	0	0	4	-40
	14	0	1	0	-4	0	0
	15	0	0	1	40	0	0

Вычислим матрицу  $R^+$ , приведем ее диагональные элементы ( $R = diag(R^+)$ ):

		1
	1	4.0642 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	2	4.3012 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	3	3.2113 <sup>.</sup> 10 <sup>-6</sup>
	4	4.8341 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	5	4.0861 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	6	4.6538 <sup>.</sup> 10 <sup>-6</sup>
R =	7	6.3738 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
IX –	8	3.9565 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	9	1.8491 <sup>.</sup> 10 <sup>-6</sup>
	10	7.6751 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	11	5.0123 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	12	1.0994·10 <sup>-6</sup>
	13	6.5949 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	14	4.0462 <sup>.</sup> 10 <sup>-7</sup>
	15	1.1848 <sup>.</sup> 10 <sup>-6</sup>

Вычислим вектор поправок V в измерения:

$$V = \begin{bmatrix} 0,0001\\ -0,0001\\ 0\\ 0,0001\\ 0,0001\\ -0,0002\\ 0\\ 0,0001\\ 0 \end{bmatrix}$$

Найдем вектор оцениваемых параметров X, ошибку единицы веса  $\mu = 0,2905$  и СКП искомых параметров m.

	0.0002		$\begin{bmatrix} 0,0012 \delta X_1 \end{bmatrix}$
	0.0002		$0,0024 \delta Y_1$
	0.0005		$-0,0028  \delta Z_1$
	0.0002		$0,0033\delta X_2$
	0.0002		$0,0019 \delta Y_2$
	0.0006		$0,005 \ \delta Z_2$
	0.0002		$0,0008\delta X_3$
<i>m</i> =	0.0002	;X =	$0,0087 \ \delta Y_{3}$
	0.0004		$0,0079 \ \delta Z_3$
	0.0003		$-0,0097 \delta X_4$
	0.0002		$-0,0052 \delta Y_4$
	0.0003		$-0,0069 \ \delta Z_4$
	0.0002		$0,004 \delta X_5$
	0.0002		$0,0039 \ \delta Y_5$
	0.0003		$\begin{bmatrix} -0,0053 \ \delta Z_5 \end{bmatrix}$

Следует отметить, что МНК позволяет найти вектора смещений даже в том случае, когда число измерений меньше числа неизвестных (в рассмотренном примере 10 измерений и 15 неизвестных).

Аналогично можно получить вектора смещений деформационных марок для каждой свободной станции. Поскольку предварительные координаты деформационных марок известны (получены из проекта AutoCAD, например), то полученные вектора смещений можно наложить на эту модель (рисунок 2.9) и далее приступать к анализу деформационного процесса.



Рисунок 2.9 – Наложение векторов смещений на модель, 1-9 – деформационные марки из проекта, 1' – 5' - деформационные марки, координаты которых вычислены по МНК

Рассмотрим альтернативный вариант получения векторов смещений марок с использованием линейной пространственной засечки.

## 2.3 Использование линейной пространственной засечки для определения векторов смещений деформационных марок

Линейная пространственная засечка позволяет найти координаты определяемого пункта по известным координатам опорных пунктов и измеренным расстояниям от опорных пунктов до определяемого [71] (рисунок 2.10).

Пусть три точки 1, 2, 3 являются опорными, т.е. длины отрезков между ними постоянны. Изменяет свое положение четвертая точка *P* тетраэдра. Определить её координаты *X*,*Y*,*Z* можно из решения системы трех квадратных уравнений вида (2.27):

$$L_{i} = \sqrt{(X_{i} - X)^{2} + (Y_{i} - Y)^{2} + (Z_{i} - Z)^{2}}, \qquad (2.27)$$

где  $L_i$  - расстояние от опорных пунктов до пункта P, i = 1,2,3.



Рисунок 2.10 – Линейная пространственная засечка

$$L_{1} = \sqrt{X^{2} + Y^{2} + Z^{2}}$$

$$L_{2} = \sqrt{(X_{2} - X)^{2} + Y^{2} + Z^{2}}$$

$$L_{3} = \sqrt{(X_{3} - X)^{2} + (Y_{3} - Y)^{2} + Z^{2}}$$
(2.28)

И легко получить (2.29):

$$X = (L_1^2 + X_2^2 - L_2^2)/2X_2 \quad \text{if } Y = (Y_3^2 - B + A)/2Y_3$$
(2.29)

В приведенных выше соотношениях А и В вычисляют по формулам (2.30):

$$A = L_1^2 - X^2, \ B = L_3^2 - (X_3 - X)^2$$
(2.30)

Координату Z проще всего вычислить, из системы уравнений (2.28) для расстояния  $L_1$  (2.31):

$$Z = \sqrt{L_1^2 - X^2 - Y^2}$$
(2.31)

Вычислив координаты обеих точек P и P' можно оценить и составляющие вектора смещения  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  [171].

Правильность приведённых формул проверена на тривиальном примере. Основание - равносторонний треугольник, расстояние от центра до вершин равно 3, высота пирамиды - 4. В результате все три расстояния до точки P равны 5, исходные координаты 1 (0, 0, 0), 2 (5.196, 0, 0), 3 (2.598, 4.5, 0). Искомые координаты P (2.598, 1.5, 4).

Для корректной оценки деформаций по полученным векторам смещений необходимо оценить точность определения координат деформационных марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки.

### 2.4 Оценка точности определения координат дефомационных марок в зависимости от геометрии засечки

Выполним расчет СКО определения координат  $m_X$ ,  $m_Y$ ,  $m_Z$  пункта P в зависимости от точности измерения расстояний и геометрии тетраэдра. Используя (2.29), (2.30), получим формулу для Y в полном виде (2.32):

$$Y = (Y_3^2 + L_1^2 - L_3^2 + X_3^2 - 2XX_3)/2Y_3$$
(2.32)

Вычислим частные производные (2.33)-(2.35) и квадраты СКО *m<sub>x</sub>*, *m<sub>y</sub>*, *m<sub>z</sub>* (2.36)-(2.38):

$$\frac{\partial X}{\partial L_1} = \frac{L_1}{X_2}, \frac{\partial X}{\partial L_2} = -\frac{L_2}{X_2}, \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L_3} = -\frac{L_3}{Y_3}; \frac{\partial Y}{\partial X_3} = \frac{X_3 - X}{Y_3}; \frac{\partial Y}{\partial L_1} = \frac{L_1}{Y_3}; \frac{\partial Y}{\partial X} = -\frac{X_3}{Y_3},$$
(2.34)

$$\frac{\partial Z}{\partial L_{1}} = \frac{L_{1}}{\sqrt{L_{1}^{2} - X^{2} - Y^{2}}}, \frac{\partial Z}{\partial X} = -\frac{X}{\sqrt{L_{1}^{2} - X^{2} - Y^{2}}}, \frac{\partial Z}{\partial Y} = -\frac{Y}{\sqrt{L_{1}^{2} - X^{2} - Y^{2}}},$$
(2.35)

$$m_X^2 = \frac{L_1^2}{X_2^2} m_{L_1}^2 + \frac{L_2^2}{X_2^2} m_{L_2}^2, \qquad (2.36)$$

$$m_Y^2 = \frac{L_3^2}{Y_3^2} m_{L_3}^2 + \frac{(X_3 - X)^2}{Y_3^2} m_{X_3}^2 + \frac{L_1^2}{Y_3^2} m_{L_1}^2 + \frac{X_3^2}{Y_3^2} m_X^2, \qquad (2.37)$$

$$m_Z^2 = \frac{L_1^2}{L_1^2 - X^2 - Y^2} m_{L_1}^2 + \frac{X^2}{L_1^2 - X^2 - Y^2} m_X^2 + \frac{Y^2}{L_1^2 - X^2 - Y^2} m_Y^2$$
(2.38)

Допустим, что расстояния от опорных пунктов до пункта *P* измерены с одинаковой точностью, тогда  $m_{L_1}^2 = m_{L_2}^2 = m_L^2$ , и координаты опорных пунктов определены безошибочно, то есть  $m_{X_3} = 0$ .

Тогда формулы ошибок определения координат (2.36) - (2.38), возникающие вследствие ошибок  $m_L$  измерения длин без учёта ошибок исходных данных, примут следующий вид (2.39) - (2.41):

$$m_X = \frac{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}{X_2} m_L, \qquad (2.39)$$

$$m_{Y} = \frac{\sqrt{(L_{1}^{2} + L_{3}^{2})m_{L}^{2} + (X_{3}m_{X})^{2}}}{Y_{3}},$$
(2.40)

$$m_{Z} = \frac{\sqrt{(L_{1}m_{L})^{2} + (Xm_{X})^{2} + (Ym_{Y})^{2}}}{Z}$$
(2.41)

Полученные для ошибок соотношения позволяют сделать некоторые выводы о наиболее благоприятной форме пространственной засечки. Например, из соотношения (2.39) следует, что ошибка по оси абсцисс зависит не столько от расстояний между точками, сколько от отношения суммы их квадратов к абсциссе второй точки, которая играет роль базиса в линейной засечке на плоскости. Почти то же самое можно сказать и об ошибках по двум другим осям. То есть, ошибки по осям координат зависят не столько от длины рёбер, сколько от формы засечки (тетраэдра).

Например, очевидно, что задача не имеет решений, если  $L_1 + L_2 < X_2$ . В промежутке  $(L_1 + L_2 = X_2, L_1^2 + L_2^2 = X_2^2)$ , знаменатель в формуле (2.39) больше числителя, поэтому  $m_X < m_L$ . Во всех остальных случаях ошибка по оси X больше ошибки измерения расстояния. Она быстро возрастает с увеличением числителя относительно знаменателя, стремясь к бесконечности. Также при  $X_2 \rightarrow 0$ ;  $m_X \rightarrow \infty$ .

Аналогичную роль играет соотношение суммы квадратов расстояний  $L_1, L_3$  и ординаты  $Y_3$  в формуле (2.40). Кроме того, из формул (2.39) - (2.41) следует что в подавляющем числе случаев будет справедливо неравенство  $m_L < m_X < m_Y < m_Z$ .

При расположении точки P на одной окружности с опорными пунктами  $m_X = 0.8m_L, m_Y = 1.6m_L, m_Z = 23.4m_L$ . Поэтому следует стараться избегать такого расположения марок или использовать МНК для определения составляющих векторов смещений марок.

Например, если тетраэдр правильный, то  $m_X = 1, 4m_L, m_Y = 1, 8m_L, m_Z = 2, 1m_L$ , и ошибка не зависит от размера фигуры. Если положить, что в приведенной выше пространственной засечке все длины были измерены со средней квадратической ошибкой 1 мм, то будем иметь:  $m_X = 1, 4mm, m_Y = 1, 8mm, m_Z = 2, 1mm$ .

Общая СКО вычисляется по формуле (2.42):

$$m = \sqrt{m_Z^2 + m_Y^2 + m_X^2} \tag{2.42}$$

Для правильного тетраэдра общая СКО составит: *m* = 3,1*мм*.

Соотношения (2.39) - (2.41) позволяют при проектировании сети деформационных марок оценивать возможность получения искомых результатов с точностью, обеспечивающей требования нормативных документов и с учётом предполагаемой точности линейных измерений. То есть, если общая ошибка  $m \le m_n$ , где  $m_n$  - СКО, вычисляемая согласно требованиям нормативных документов, то такая марка остается при проектировании сети из тетраэдров. Если  $m > m_n$ , то марка исключается из сети.

Вычислим СКО  $m_{\mu}$ , устанавливаемую нормативными документами, исходя из величины критической деформации, равной предельному отклонению расстояния между осями ригелей и балок по верхним поясам между точками закрепления  $\pm 15 \, \text{мm}$  [85]. Для определения  $m_{\mu}$  воспользуемся формулой (2.43) [47]:

$$m_{\mu} = \frac{\Phi_{\kappa p}}{t}, \qquad (2.43)$$

где  $\Phi_{\kappa p}$  - величина критической деформации; t - нормированный коэффициент, зависящий от уровня доверительной вероятности и закона распределения (примем t=3) Тогда  $m_{\mu} = m_{\Delta L_{\mu}} = \pm 5_{MM}$ .

Рассмотрим алгоритм отбраковки марок на примере модели (рисунок 2.11). Вычислим координаты марок  $P_1...P_n$  по формулам (2.29), (2.31), а также СКО их определения по формулам
(2.39) - (2.41) и общую СКО m каждой марки при  $m_L = 1_{MM}$ . Результаты представим в таблице 2.14.



Рисунок 2.11 – Линейная пространственная засечка

	Координа	аты точек		СКО опре	деления коо	рдинат	Общая
Номера							СКО т,
точек	Х,м	<i>Y</i> ,м	Ζ, м	$m_X$ , MM	$m_{Y}$ , MM	$m_Z$ , MM	MM
1	0	0	0				
2	15,867	0	0				
3	7,865	9,711	0				
$P_1$	2,261	4,890	3,913	1,0	1,4	2,5	3,0
$P_2$	3,948	3,916	6,142	1,0	1,5	1,8	2,6
$P_3$	7,934	1,615	7,946	1,0	1,8	1,8	2,8
$P_4$	14,483	1,615	3,913	1,0	2,1	5,4	5,9
$P_5$	19,893	1,729	6,813	1,4	3,0	5,2	6,2
$P_6$	7,934	-4,934	3,913	0,9	2,1	4,1	4,7
$P_7$	6,32	9,757	10,899	1,5	2,3	2,7	3,9

Таблица 2.14 – Координаты и СКО их определения

Из таблицы 2.14 видим, что марки  $P_4, P_5$  следует исключить из построения, поскольку их общая ошибка  $m > m_{\mu} > 5 mm$ .

Таким образом, если общая СКО по абсолютной величине |*m*|≤5*мм*, точка остается при построении сети в виде линейной пространственной засечки.

## 2.5 Разработка программного обеспечения для оценки построения сети в виде линейной пространственной засечки

На основании п. 2.4 разработан алгоритм отбраковки марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки:

- 1. Загрузка исходных данных:
  - а. Список из трёх исходных точек с координатами;
  - b. Список *n* деформационных марок с приближенными координатами;
  - с. Средняя квадратическая ошибка  $m_{\mu}$  оценки смещения (нормативные требования);
  - d. Средняя квадратическая ошибка измерения расстояний *m*<sub>L</sub>;
- 2. Считывание координат *i* -ой деформационной марки (начиная с первой);
- 3. Вычисление трёх расстояний от исходных точек до деформационной марки (2.28);
- Последовательное вычисление средних квадратических ошибок *m<sub>x</sub>*, *m<sub>y</sub>*, *m<sub>z</sub>* по формулам (2.39) (2.41);
- 5. Вычисление общей средней квадратической ошибки *m* (2.42);
- 6. Сравнение  $m < m_{\mu}$ , если неравенство не выполняется, марка считается отбракованной;
- Сравнение *i* < *n*, если условие выполняется возвращение к п.2 с изменённым номером *i* на 1, если нет - следующий шаг программы;
- 8. Вывод результатов;
- 9. Конец.

В зависимости от вида представления результатов и имеющегося программного обеспечения у пользователя, на основании приведенного алгоритма разработаны две программы, которые зарегистрированы в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (Роспатент) под следующими номерами:

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618923 «Программа для оценки точности получения координат марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки с возможностью визуализации» (приложение А);

2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618408 «Программа для оценки точности получения координат марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки» (приложение Б).

В [113] подробно расписан выбор инструментария для разработки программы, основные возможности и функции программы, а также тестирование результатов работы программы на практике.

Исходные могут быть представлены либо файлом Excel с координатами марок, либо чертежом AutoCAD в виде модели. Выходные данные: модель в AutoCAD с выделением цветом или удалением отбракованных марок. Также пользователь может выполнить экспорт полученного списка марок с координатами и ошибками их определения в файл Excel.

Первая программа представляет собой плагин для системы AutoCAD, созданный на языке C# средствами .Net Framework и AutoCAD .NET API. Перед началом работы с программой, необходимо запустить AutoCAD, а затем в командной строке ввести «NETLOAD» для загрузки файла плагина в систему. Это необходимо для загрузки файла плагина формата dll. В появившемся окне для загрузки плагина следует нажать кнопку «Загружать всегда» или «Загрузить только один раз». Далее, в зависимости от исходных данных пользователь либо открывает модель AutoCAD, либо ему следует открыть пустой чертеж (если входные данные в формате Excel). После загрузки плагина в систему AutoCAD, для запуска программы в командной строке необходимо ввести «RUNANALYZE».

Интерфейс программы позволяет выбирать настройки (в зависимости от вида исходных данных) перед началом вычислений. Это последовательно сменяющие друг друга диалоговые окна, которые выполняют определенные задачи и разбивают весь процесс работы с программой на этапы. Рассмотрим по порядку эти этапы [113].

На первом этапе выполняется выбор источника исходных данных. Здесь находится два флажка для выбора исходных данных (чертеж AutoCAD или файл Excel), а также строка ввода имени файла для импорта, которая становится доступна, если пользователь отмечает галочку «Файл Excel» (рисунок 2.12).



Рисунок 2.12 – Выбор исходных данных

На втором этапе пользователю предлагается выбрать режим отображения результатов вычислений (рисунок 2.13). Можно оставить на чертеже только подходящие марки (т.е. удалить

отбракованные) или отобразить все марки разными цветами. Далее есть дополнительная галочка – экспорт результатов в Excel. Экспортировать можно как все марки (со значением «ИСТИНА» для неотбракованных и «ЛОЖЬ» для отбракованных), так и экспорт только неотбракованных марок.

A Mark Analyzer Wizard		_		$\times$
	Укажите, как именно отобразить результа: Удалить не прошедшие проверку марки Выделить марки разными цветами Уакспортировать результаты вычислении Введите имя файла (формат xls): Оставить в файле только неотбракован	т вычисле й в Excel	ний: Выбрат 1	ъ
	< Назад Далее >		Поснита	ПТЬ

Рисунок 2.13 – Выбор вывода результатов вычислений

На третьем этапе пользователь вводит СКО определения расстояния  $m_L$  и предельную СКО, устанавливаемую нормативными документами  $m_{\mu}$  (в метрах). Далее необходимо указать номера (имена) опорных пунктов. После заполнения всех полей разблокируется кнопка «Посчитать», окно приложения закроется, и программа начнет расчеты (рисунок 2.14).

A Mark Analyzer Wizard		_		×
	Пожалуйста, введите параметры: Mn - предельная СКО определения коорд 0.005 ML - СКО измерения расстояния*	инат*		
	0.001 Введите имена опорных марок: 1: 1 2: 2	3:	<u>a</u>	
	< Назад Далее >		Посч	итать

Рисунок 2.14 – Ввод необходимых данных для расчета

После нажатия кнопки «посчитать», будет построен чертеж в AutoCAD и/или создан файл Excel с необходимой информацией. В качестве исследуемой модели была выбрана модель из п. 2.4 (рисунок 2.11). В результате работы программы получены следующие данные (рисунки 2.15,2.16):



Рисунок 2.15 – Результат отбраковки марок

A	В	С	D	E	F	G	Н	1	
Имя марн	х	Y	Z	mx	my	mz	m	Статус	
P1	2,261	4,89	3,913	0,001	0,001	0,002	0,003	ИСТИНА	
P2	3,948	3,916	6,142	0,001	0,002	0,002	0,003	ИСТИНА	
P3	7,934	1,615	7,946	0,001	0,002	0,002	0,003	ИСТИНА	
P4	14,483	1,615	3,913	0,001	0,002	0,005	0,006	ложь	
P5	19,893	1,729	6,813	0,001	0,003	0,005	0,006	ложь	
P6	7,934	-4,935	3,913	0,001	0,002	0,004	0,005	ИСТИНА	
P7	6,32	9,757	10,899	0,001	0,002	0,003	0,004	ИСТИНА	
1	0	0	0						
2	15,867	0	0						
3	7,865	9,711	0						

Рисунок 2.16 – Результаты экспорта программы в файл Excel

Как видим из рисунка 2.15, на чертеже отсутствуют марки Р4 и Р5. В файле Excel этим маркам присвоен статус «ЛОЖЬ». Полученные расчеты программы совпадают с расчетами в п. 2.4.

Запустим окно плагина снова, для этого введем RUNANALYZE в командной строке и пройдем описанные выше этапы, но в этом варианте выберем выделение марок разными цветами и в файле Excel оставим только неотбракованные марки (рисунки 2.17-2.19):



Рисунок 2.17 – Представление результатов вычислений



Рисунок 2.18 – Результат работы программы при выделении цветом

A	А	В	C	D	E	F	G	Н	1
1	Имя марн	х	Y	z	mx	my	mz	m	
2	P1	2,261	4,89	3,913	0,001	0,001	0,002	0,003	
3	P2	3,948	3,916	6,142	0,001	0,002	0,002	0,003	
4	P3	7,934	1,615	7,946	0,001	0,002	0,002	0,003	
5	P6	7,934	-4,935	3,913	0,001	0,002	0,004	0,005	
6	P7	6,32	9,757	10,899	0,001	0,002	0,003	0,004	
7	1	0	0	0					
8	2	15,867	0	0					
9	3	7,865	9,711	0					
10									

Рисунок 2.19 – Результаты экспорта программы в файл Excel

На рисунке 2.18 Р4 и Р5 выделены красным, также они отсутствуют в файле Excel (рисунок 2.19).

При работе с чертежом формата \*.dwg (рисунок 2.20) программа выдает те же результаты, что представлены на рисунках 2.15, 2.16, 2.18, 2.19.

A Mark Analyzer Wizard	-		×
	Пожалуйста, выберите источник исходных данных У Чертеж AutoCAD Файл Excel (xls, xlsx)		
		Выбр	ать
	< Назад Далее >		

Рисунок 2.20 – Выбор чертежа для работы программы

Полученные результаты совпадают между собой, а также с результатами, вычисленными в п. 2.4, что свидетельствует о корректной работе программы.

Для пользователей, не имеющих в распоряжении программного продукта AutoCAD, разработана аналогичная плагину программа, поддерживающая загрузку данных только из Excel, без визуализации. Приложение создано на языке C# средствами .Net Framework. Запускается программа так же, как и любое другое приложение OC Windows.

При работе с программой открывается окно вида (рисунок 2.21):

динат марок при
исходными данными
OM:

Рисунок 2.21 – Окно приветствия

Во вкладке «Программа» пользователю предлагается ввести исходные данные: предельную СКО, устанавливаемую нормативными документами и СКО измерения расстояния (в метрах), указать имена опорных пунктов, выбрать исходный чертеж для расчета и выбрать место для сохранения результатов расчета программы (рисунок 2.22):

инструкция Программа	
Выберите файлы	Введите параметры
Файл с исходными данными:	Mn - предельная СКО определения координат*
Выбрать	0.005
Куда сохранить результаты:	ML - СКО измерения растояния*
Выбрать	0.001
Экспортировать только неотбракованные марки	Укажите имена опорных марок:
Почитал	Очистить

Рисунок 2.22 – Окно ввода данных для расчета программы

В результате работы программы получены аналогичные данные, которые представлены на рисунках 2.16 и 2.19, что свидетельствует о корректной работе программы.

При отсутствии опорных пунктов можно оценивать только относительные деформации и здесь ставится задача выбора *квазиопорных* марок для построения тетраэдров.

*Квазиопорными* называются те марки, которые не изменяют своего взаимного положения между смежными циклами наблюдений, а значит, не изменятся и длины между ними. Тогда относительно них можно определить вектора смещений всех остальных деформационных марок.

#### 2.6 Определение квазиопорных марок по результатам наблюдений

Пусть в k -м цикле наблюдений мы имеем матрицу расстояний  $L^k$  размерностью  $n \times n$  и матрицу ошибок расстояний  $M_{I^k}$  (2.44):

$$L^{k} = \begin{vmatrix} 0 & l_{1,2}^{k} & \dots & l_{1,g}^{k} & l_{1,n}^{k} \\ l_{2,1}^{k} & 0 & \dots & l_{2,g}^{k} & l_{2,n}^{k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{i,1}^{k} & l_{i,2}^{k} & \dots & 0 & l_{i,n}^{k} \\ l_{n,1}^{k} & l_{n,2}^{k} & \dots & l_{n,g}^{k} & 0 \end{vmatrix}; M_{L^{k}} = \begin{vmatrix} 0 & m_{l_{1,2}^{k}} & \dots & m_{l_{1,g}^{k}} & m_{l_{1,n}^{k}} \\ m_{l_{2,1}^{k}} & 0 & \dots & m_{l_{2,g}^{k}} & m_{l_{2,n}^{k}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{l_{i,1}^{k}} & m_{l_{n,2}^{k}} & \dots & l_{n,g}^{k} & 0 \end{vmatrix};$$
(2.44)

где n - количество деформационных марок, каждый элемент  $l_{i,g}^k$  - пространственное расстояние между i -ой и g -ой маркой в k -м цикле наблюдений.  $m_{l_{i,g}^k}$  - СКО определения расстояния.

80

В каждом следующем цикле наблюдений вычисляется матрица деформаций  $\Delta L^{k-1}$  разностей соответствующих расстояний между первым и *k* -м циклом наблюдений. Каждый элемент этой матрицы вычисляется как разность соответствующих расстояний в первом и *k* -м цикле наблюдений. Также вычисляется матрица ошибок изменений расстояний  $M_{\Delta L^k}$  (2.45):

$$\Delta L^{k-1} = \begin{vmatrix} 0 & \Delta l_{1,2}^{k} & \dots & \Delta l_{1,g}^{k} & \Delta l_{1,n}^{k} \\ \Delta l_{2,1}^{k} & 0 & \dots & \Delta l_{2,g}^{k} & \Delta l_{2,n}^{k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta l_{i,1}^{k} & \Delta l_{i,2}^{k} & \dots & 0 & \Delta l_{i,n}^{k} \end{vmatrix}; M_{\Delta L^{k}} = \begin{vmatrix} 0 & m_{\Delta l_{i,2}^{k}} & \dots & m_{\Delta l_{i,g}^{k}} & m_{\Delta l_{i,n}^{k}} \\ m_{\Delta l_{2,1}^{k}} & 0 & \dots & m_{\Delta l_{2,g}^{k}} & m_{\Delta l_{2,n}^{k}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{\Delta l_{i,1}^{k}} & m_{\Delta l_{i,2}^{k}} & \dots & 0 & m_{\Delta l_{i,n}^{k}} \\ m_{\Delta l_{i,1}^{k}} & m_{\Delta l_{i,2}^{k}} & \dots & 0 & m_{\Delta l_{i,n}^{k}} \\ m_{\Delta l_{n,1}^{k}} & m_{\Delta l_{n,2}^{k}} & \dots & m_{\Delta l_{n,g}^{k}} & 0 \end{vmatrix} ,$$

$$(2.45)$$

нормируя элементами матрицы  $M_{\Delta L^k}$  значения изменений расстояний  $\frac{\Delta l_{i,g}^k}{m_{\Delta l_{i,g}^k}}$ , получим нормированную матрицу деформаций. В этом случае заслуживающими доверия являются только превосходящие единицу нормированные значения [22]. Остальные марки,  $\frac{\Delta l_{i,g}^k}{m_{\Delta l_{i,g}^k}} < 1$  можно

считать стабильными или квазиопорными.

Рассмотрим нахождение квазиопорных марок на примере сети, изображенной на рисунке 2.8. Исказим марку 5 на  $\Delta X = +4_{MM}, \Delta Y = +5_{MM}, \Delta Z = -7_{MM}$ . Выявить ее не возникнет трудностей, так как ненулевые элементы матрицы деформаций будут в строке и столбце, содержащим эту марку. Матрица расстояний «идеальной» модели представлена в таблице 2.15. Таблица 2.15 – Матрица расстояний «идеальной» модели, м

Номера марок	1	2	3	4	5
1	0	20,224	36,111	46,573	40,447
2	20,224	0	22,913	41,231	45,618
3	36,111	22,913	0	26,926	36,277
4	46,573	41,231	26,926	0	
5	40,447	45,618	36,277	27,586	0

Матрица расстояний «текущей» модели представлена в таблице 2.16:

	1.4	U	U	
$120\pi M$	Marnilla	naceroguiui	//TOKVIIIOU	молепи м
$1 a_{0,1} m a_{1,1} a_{2,1} a_{1,1} a_{2,1} a_{1,1} a_{1,1} a_{2,1} a_{1,1} $	- Iviai Drina			

№ марок	1	2	3	4	5
1	0	20,224	36,111	46,573	40,452
2	20,224	0	22,913	41,231	45,621
3	36,111	22,913	0	26,926	36,276
4	46,573	41,231	26,926	0	27,587
5	40,452	45,621	36,276	27,587	0

Матрица изменений расстояний представлена в таблице 2.17:

№ марок	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	+5
2	0	0	0	0	+3
3	0	0	0	0	-1
4	0	0	0	0	+1
5	+5	+3	-1	+1	0

Таблица 2.17 – Матрица изменений расстояний, мм

Допустим, средняя квадратическая ошибка определения изменений расстояний одинакова для всех расстояний и составляет  $m_{\Delta l_{i,g}^k} = 2 M M$ . Тогда нормированная матрица деформаций примет следующий вид (таблица 2.18):

Таблица 2.18 – Нормированная матрица деформаций

№ марок	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	2
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	-1
4	0	0	0	0	1
5	2	1	-1	1	0

Таким образом, расстояния 1-5 и 2-5 представляют интерес для дальнейшего исследования. Но, поскольку между марками 1 и 2 и остальными марками сети расстояния не изменились, их можно также считать стабильными или квазиопорными, как и марки 3 и 4.

Построим линейную пространственную засечку, считая, что марки 1-3 квазиопорные и определим вектора смещений марки 5 (п. 2.3). Определим также вектора смещений марки 5 с использованием метода наименьших квадратов (п. 2.2). Полученные результаты представлены на рисунке 2.23:





Как видим из рисунка 2.23, оба предложенных метода (линейная пространственная засечка и МНК) выявляют вектора смещений достаточно надежно.

Рассмотрим случаи для нормированной матрицы деформаций, когда требуется использование того или иного способа определения векторов смещений деформационных марок:

1. Все элементы матрицы больше 1. Значит, все марки изменили свое положение между циклами наблюдений (и/или есть только одна или две стабильные марки), значит необходимо уменьшать временной интервал между циклами измерений, либо использовать МНК для определения векторов смещений;

2. Имеется достаточное число квазиопорных марок (три и более):

a) Если число квазиопорных марок равно трем, строят линейную пространственную засечку и определяют вектора смещений остальных марок;

b) При количестве квазиопорных марок более трех выбирают из них наиболее стабильные (сумма квадратов изменений расстояний для которых будет минимальной), затем строят линейную пространственную засечку и определяют вектора смещений остальных марок.

3. Все элементы матрицы деформаций меньше 1. Следовательно, деформации отсутствуют. В этом случае нет необходимости построения линейной пространственной засечки и вычисления векторов смещений деформационных марок.

#### 2.7 Выводы по Главе 2

Рассмотрены следующие варианты реализации пространственной полярной засечки:

1. Представлен новый подход к выполнению полевых наблюдений с закрепленных пунктов (постоянных станций). При этом рассмотрены следующие варианты:

- а) Измерение горизонтальных углов ориентирных направлений. Тогда для получения векторов смещений марок в одинаково ориентированной системе координат необходимо выполнить поворот координатных осей X,Y в горизонтальной плоскости на угол, равный разности дирекционных углов ориентирных направлений.
- b) В случае необходимости связать наблюдения наружнего и внутреннего объема здания предлагается прокладывать ход направлений, в котором измеряются все горизонтальные углы между сторонами хода, а также дирекционные углы на ориентирные направления. Тогда для получения векторов смещений марок в

одинаково ориентированной системе координат необходимо выполнить поворот координатных осей *X*,*Y* в горизонтальной плоскости на угол, равный разности дирекционных (измеренных) углов ориентирных направлений.

с) Использование при наблюдениях только одного для всех станций ориентирного пункта удаленного на такое расстояние, чтобы можно было считать оси координат X и Y на всех станциях практически взаимно параллельными. Тогда все вектора смещений сразу получают в одинаково ориентированной системе координат.

2. При наблюдениях со свободных станций без использования связующих марок предложено переходить к инвариантным параметрам для оценки деформаций (в частности, расстояниям и их изменениям).

3. Для свободных станций выполнено определение векторов смещений марок по изменениям длин линий на основе применения МНК на модельном примере.

4. Определено минимальное количество марок (и, как следствие, измеряемых расстояний между ними) для определения векторов смещений деформационных марок на плоскости и в пространстве.

5. Предложено определять вектора смещений марок с использованием линейной пространственной засечки.

6. Разработан алгоритм отбраковки марок при построении сети виде линейной пространственной засечки, иными словами, определена оптимальная геометрия сети.

7. На основании разработанного алгоритма составлены две программы для отбраковки марок при построении сети виде линейной пространственной засечки, описан порядок работы пользователя в вышеуказанных программах.

8. Разработан алгоритм определения смещенных и несмещенных марок в деформационной сети, основанный на анализе изменений длин линий деформационной сети.

- 9. Сформулированы первое и второе защищаемые положения:
  - ✓ При оценке деформационного процесса зданий, сооружений и, в особенности, памятников культурного наследия эффективно применение сравнительного анализа длин линий деформационной сети в каждом цикле наблюдений.
  - Оценку смещений деформационных марок возможно выполнить с использованием оригинальных технологий измерений, включающих схему наблюдений с закрепленных пунктов с независимым ориентированием и с ориентированием на один удаленный пункт.

После определения векторов смещений деформационных марок необходимо выполнить выделение относительных деформаций из общего вектора смещений и определение вида деформации, что будет подробно рассмотрено в главе 3.

#### ГЛАВА З РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ВИДА ДЕФОРМАЦИЙ

В главе 2 рассмотрены различные варианты определения векторов смещений. Как правило, полученные вектора смещений сравнивают с допуском, устанавливаемым нормативными документами и по результатам нескольких циклов наблюдений строят графики развития деформационного процесса. Поскольку именно относительные деформации влияют на общую устойчивость объекта, рассмотрим алгоритм их выделения из общего вектора смещений. На последнем этапе выполним определение вида деформации по полученным векторам смещений.

### 3.1 Определение абсолютных деформаций по изменениям расстояний между опорными пунктами и деформационными марками

Оценим вначале абсолютные деформации при нулевых относительных. Абсолютные деформации определяют от опорных пунктов. Так как мы работаем в пространстве и имеем три координаты каждой из марок, то необходимо иметь как минимум три опорных пункта, которые не должны располагаться на одной прямой. Рассмотрим абсолютные деформации при нулевых относительных. К ним относятся параллельный перенос всего объекта в каком-либо направлении и вращение относительно некоторой оси. В этом случае расстояние между любой парой точек объекта в процессе деформации не изменяется, но в общем случае меняются расстояния от точек объекта до опорных точек. Выполним исследования абсолютных деформаций с использованием линейной пространственной засечки. После измерения расстояний (как минимум в двух циклах) между исходными пунктами и деформационными марками и вычислении векторов смещений деформационных марок можно выполнять анализ изучаемого процесса [107]. При условии, что относительные смещения точек объекта отсутствуют, возможны следующие варианты:

1. объект стабилен;

2. произошло его смещение между циклами наблюдений в каком-либо направлении, но без вращения;

3. объект повернулся вокруг некоторой пространственной оси, без смещения;

4. произошли и смещение, и поворот объекта в пространстве.

В первом случае расстояния между циклами измерений не изменились и смещение любой деформационной марки нулевое (рисунок 3.1).



Рисунок 3.1 – Расчетная схема для определения абсолютных деформаций

Используя формулы (2.29) и (2.31) для решения линейной пространственной засечки получены следующие координаты марок (таблица 3.1):

T C 21		0
	CONTRACT I TOUOR	
1 a 0    n    a    -	<u>хоорлинаты точек</u>	
таолица ст	coopgimants to ten	and can biron in equin

Названия марок		Координаты, м			
	X	Y	Ζ		
A	9,374	10,644	9,012		
В	13,160	16,959	9,012		
С	10,079	18,806	1,863		
D	0,650	15,874	5,169		
Е	4,436	22,189	5,169		
F	7,517	20,342	12,318		
М	3,731	14,027	12,318		
Р	6,293	12,490	1,863		
1	0,000	0,000	0,000		
2	0,000	26,799	0,000		
3	24,040	29,711	0,000		

### Перенос объекта

Допустим, что произошел перенос (смещение) объекта вдоль всех осей (рисунок 3.2). Рассмотрим две точки на объекте: *P* и *M*. Точка *P* переместилась в *P'*, точка *M* – в *M'* Вычислим координаты точек *P*, *P'*, *M*, *M'* используя (2.29), (2.31). (таблица 3.2).



Рисунок 3.2 – Деформация переноса модели: точки *А*,*B*,*F*,*E*,*C*,*D*,*M*,*P* модели до деформации, *A*',*B*',*F*',*E*',*C*',*D*',*M*',*P*' - после переноса модели

Названия точек	Координаты, м		
	X	Y	Ζ
Р	6,293	12,490	1,863
M	3,731	14,027	12,318
<i>P'</i>	6,291	12,482	1,858
M '	3,729	14,019	12,313

Таблица 3.2 – Определение координат точек

Определим составляющие вектора смещения PP' как разность координат  $\Delta X_P$ ,  $\Delta Y_P$ ,  $\Delta Z_P$ 

(3.1):

$$\Delta X_{p} = X_{p'} - X_{p}$$

$$\Delta Y_{p} = Y_{p'} - Y_{p} ,$$

$$\Delta Z_{p} = Z_{p'} - Z_{p}$$
(3.1)

где  $X_p, Y_p, Z_p, X_{p'}, Y_{p'}, Z_{p'}$  – координаты точки P и P' соответственно.

Определим длину  $\Delta_P$  вектора *PP'* (3.2) а также направляющие косинусы (3.3) [99]:

$$\Delta_P = \sqrt{\Delta X_P^2 + \Delta Y_P^2 + \Delta Z_P^2} , \qquad (3.2)$$

$$\cos \alpha = \frac{\Delta X_P}{\Delta_P}; \cos \beta = \frac{\Delta Y_P}{\Delta_P}; \cos \gamma = \frac{\Delta Z_P}{\Delta_P}, \qquad (3.3)$$

где  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  - направляющие косинусы вектора *PP'*.

Аналогично определим длину вектора смещения *MM* ' и его направляющие косинусы. Результаты расчетов представлены таблице 3.3:

Таблица 3.3 – Определение векторов смещений, их длин и направляющих косинусов

Вектор смещения	Г <i>РР'</i> , м		Длина вектора $\Delta_{P}$ , м
$\Delta X_P$	$\Delta Y_P$	$\Delta Z_P$	
-0,002	-0,008	-0,005	0,010
Направляющие к	осинусы		
cosα	cosβ	$\cos \gamma$	
-0,207	-0,830	-0,518	
Вектор смещения	и <i>ММ′</i> , м		длина вектора $\Delta_M$ , м
-0,002	-0,008	-0,005	0,010
Направляющие к	осинусы		
-0,207	-0,830	-0,518	

Из таблицы 3.3 видим, что вектора смещений коллинеарны и их длины равны, и направление смещения модели произвольное, так как проекции координат векторов смещений на оси не равны 0 и не равны длинам векторов.

#### Поворот объекта

При повороте объекта целесообразно оценить угол поворота и расположение пространственной оси вращения объекта (рисунок 3.3).

Исходные данные для решения задачи представлены в таблице 3.4:

Таблица 3.4 – Исходные данные для решения задачи

Названия марок	Координаты, м	Длина вектора		
	X	Y	Ζ	
В	13,160	16,959	9,012	
<i>B</i> '	13,161	16,977	9,015	
$\overline{\Delta}_1$	0,001	0,018	0,003	0,018
F	7,517	20,342	12,318	
F'	7,507	20,345	12,318	
$\overline{\Delta}_2$	-0,010	0,003	0,000	0,010



Рисунок 3.3 – Исследование поворота на модели: точки *А*,*B*,*F*,*E*,*C*,*D*,*M*,*P* модели до деформации, *A*',*B*',*F*',*E*',*C*',*D*',*M*',*P*' - после поворота модели

Повернем модель, представленную на рисунке 3.3 вокруг произвольной оси на 10'. Для решения задачи будем использовать точки модели *В* и *В*', *F* и *F*'.

Рассмотрим следующий алгоритм решения задачи:

1. Найдем ось вращения объекта.

Для этого между точками (например, *B* и *B*') построим плоскость, каждая точка которой равноудалена от точек поворота. Пересечение двух таких плоскостей, построенных между различными точками вращения, даст нам ось вращения.

Построим сферы с центрами в точках В и В' радиусами, равными вектору смещения точки.

Уравнения этих сфер:

 $(x-13,160)^2 + (y-16,959)^2 + (z-9,012)^2 = 0,018^2$  - уравнение сферы с центром в точке *В*  $(x-13,161)^2 + (y-16,977)^2 + (z-9,015)^2 = 0,018^2$  - уравнение сферы с центром в точке *В*' Приравняем эти уравнения:

 $(x-13,160)^{2} + (y-16,959)^{2} + (z-9,012)^{2} = (x-13,161)^{2} + (y-16,977)^{2} + (z-9,015)^{2}$  $x^{2} - 26,320x + 173,186 - x^{2} + 26,322x - 173,212 + y^{2} - 33,918y + 287,608 - y^{2} + 33,954y - 288,219 + z^{2} - 18,024z + 81,216 - z^{2} + 18,030z - 81,270 = 0$ 

0,002x+0,036y+0,006z-0,691=0

В результате получим уравнение необходимой нам плоскости.

Ту же операцию выполним для точек *F* и *F*'. Получим:

-0,02x+0,006y+0z-0,028=0

Система уравнений даст нам ось вращения:

$$\begin{cases} 0,002x+0,036y+0,006z-0,691=0\\ -0,02x+0,006y+0z-0,028=0 \end{cases}$$

2. Определим координаты точки, расположенной на оси вращения.

Для этого нужно провести плоскость, перпендикулярную оси вращения и проходящую через одно из положений вращаемых точек (соответственно второе положение будет автоматически принадлежать этой плоскости).

Уравнение плоскости, проходящей через точку с координатами  $X_1; Y_1; Z_1$  и характеризующееся нормальным вектором  $n\{A; B; C\}$ , имеет вид (3.4):

$$A(X - X_1) + B(Y - Y_1) + C(Z - Z_1) = 0$$
(3.4)

Так как плоскость перпендикулярна оси вращения, то она перпендикулярна двум плоскостям, которые образуют ось вращения. Значит, вектора нормали этих плоскостей лежат либо параллельны искомой плоскости. Тогда вектор нормали искомой плоскости можно найти как векторное произведение векторов нормалей плоскостей, образующих ось вращения.

 $n_{B} \{0,002;0,036;0,006\}$  – вектор нормали плоскости между В и В'

 $n_{_F}\left\{-0,02;0,006;0
ight\}$ – вектор нормали плоскости между F и F'

Векторное произведение равно (3.5):

$$n_B \times n_F = \begin{pmatrix} i & j & k \\ u_{B_X} & u_{B_Y} & u_{B_Z} \\ u_{F_X} & u_{F_Y} & u_{F_Z} \end{pmatrix}$$
(3.5)

где  $u_{B_X}$ ,  $u_{B_Y}$ ,  $u_{B_Z}$  - координаты вектора  $n_B$ ,  $u_{F_X}$ ,  $u_{F_Y}$ ,  $u_{F_Z}$  – координаты вектора  $n_F$ .

Найдем вектор нормали искомой плоскости:

$$n_B \times n_F = -0,00004i - 0,00012j + 0,0007k$$

Тогда вектор нормали плоскости, перпендикулярной оси вращения:

$$n_{\perp}$$
{-0,00004;-0,00012;+0,0007}

Уравнение плоскости, проходящее через точку (пусть плоскость проходит через точку В):

$$-0,00004 \cdot (x-13,160) - 0,00012 \cdot (y-16,959) + 0,0007 \cdot (z-9,012) = 0$$

$$-0,00004 \cdot x - 0,00012 \cdot y + 0,0007 \cdot z - 0,004 = 0$$

Имея уравнение плоскости, проходящей через вращаемые точки, найдем координаты центра окружности, на которой лежат точки *В* и *В*'. Для этого решим систему (3.6) из трех уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 0,002x+0,036y+0,006z-0,691=0\\ -0,02x+0,006y+0z-0,028=0\\ -0,00004\cdot x-0,00012\cdot y+0,0007\cdot z-0,004=0 \end{cases}$$
(3.6)

Длина радиуса окружности  $r_1$  (3.7):

$$r_{1} = \sqrt{\left(x_{B} - x\right)^{2} + \left(y_{B} - y\right)^{2} + \left(z_{B} - z\right)^{2}},$$
(3.7)

где  $x_B$ ,  $y_B$ ,  $z_B$  - координаты точки B, x, y, z - координаты центра окружности.  $r_1 = 6,570 M$ 

Используя теорему косинусов, определим угол поворота  $\beta$  (3.8):

$$\cos\beta = 1 - \frac{\Delta^2}{2 \cdot r_1^2},\tag{3.8}$$

где  $\Delta$  – длина вектора смещения,  $r_1$  – радиус (рисунок 3.4).

 $\beta = 09'33''$ 



Рисунок 3.4 – Определение радиуса и угла поворота объекта

Полученная величина практически совпадает с заданным углом поворота модели, равным 10'. Совместный перенос и поворот объекта

Исследуем поворот и параллельный перенос на примере модели объекта (рисунок 3.5).

Выполним произвольный перенос модели (по всем осям) и поворот вокруг произвольной оси на 10'. На рисунке 3.5 точки *A*, *B*, *F*, *E*, *C*, *D*, *M*, *P* модели до деформации, *A*', *B*', *F*', *E*', *C*', *D*', *M*', *P*' - после переноса и поворота модели. Также на рисунке 3.5 представлена ось вращения.



Рисунок 3.5 – Вектора смещений при совместном повороте и смещении объекта: точки *А*, *В*...*М*, *Р* модели до деформации, *A*<sub>1</sub>, *B*<sub>1</sub>....*M*<sub>1</sub>, *P*<sub>1</sub> - после переноса модели, *A*', *B*'...*M*', *P*' - после переноса и поворота модели

Исходные данные для решения задачи представлены в таблицах 3.5-3.7:

Таблица 3.5 – Координаты точек «идеальной» модели

Названия марок	Координаты, м				
	Х	Y	Ζ		
A	9,374	10,644	9,012		
В	13,160	16,959	9,012		
С	10,079	18,806	1,863		
D	0,650	15,874	5,169		
E	4,436	22,189	5,169		
F	7,517	20,342	12,318		
М	3,731	14,027	12,318		
Р	6,293	12,490	1,863		

Таблица 3.6 - Координаты точек «текущей» модели

Названия марок	Координаты, м				
	X	Y	Ζ		
<i>A</i> '	9,396	10,660	9,019		
<i>B</i> '	13,163	16,985	9,020		
<i>C</i> '	10,080	18,823	1,869		
<i>D</i> '	0,658	15,864	5,172		
<i>E</i> '	4,426	22,190	5,172		
F'	7,509	20,353	12,323		
<i>M</i> '	3,742	14,027	12,322		
<i>P</i> '	6,312	12,496	1,869		

Названия векторов смещений	ров смещений Приращения координат, м			
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	вектора, м
$\Delta_{\scriptscriptstyle AA'}$	0,022	0,016	0,007	0,028
$\Delta_{\scriptscriptstyle BB'}$	0,003	0,026	0,008	0,027
$\Delta_{CC'}$	0,001	0,017	0,006	0,018
$\Delta_{DD'}$	0,008	-0,010	0,003	0,013
$\Delta_{\scriptscriptstyle EE'}$	-0,010	0,001	0,003	0,010
$\Delta_{FF'}$	-0,008	0,011	0,005	0,014
$\Delta_{_{MM'}}$	0,011	0,000	0,004	0,012
$\Delta_{PP'}$	0,019	0,006	0,006	0,021

Таблица 3.7 – Длины и составляющие векторов смещений в результате переноса и поворота модели

Для того, чтобы отделить перенос от поворота рассмотрим итерационный метод, который включает следующие этапы:

1. Из всех модулей смещений выбираем наименьший по абсолютной величине, (предположим, что он находится на оси вращения) а значит, составляющая, вызванная поворотом равна нулю [173]. То есть это первое приближения вектора перемещения.

Согласно рисунку 3.5, таким вектором является  $\Delta_{EE'}$  (в таблице 3.7 строка выделена полужирной линией), точка *Е* модели до поворота расположена ближе всех к оси вращения.

 Вычитаем из всех векторов смещений вектор перемещений. В результате будут получены первые приближения смещений, вызванных поворотом (таблица 3.8).
 Таблица 3.8 – Длины и составляющие векторов смещений без учета поворота модели

Названия векторов смещений	Прира	нат, м	Длина	
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	вектора, м
$\Delta_{\scriptscriptstyle{A\!A_1}}$	0,032	0,015	0,004	0,036
$\Delta_{\scriptscriptstyle BB_1}$	0,013	0,025	0,005	0,029
$\Delta_{CC_1}$	0,011	0,016	0,003	0,020
$\Delta_{DD_1}$	0,018	-0,011	0,000	0,021
$\Delta_{FF_1}$	0,002	0,010	0,002	0,010
$\Delta_{_{MM_1}}$	0,021	-0,001	0,001	0,021
$\Delta_{PP_1}$	0,029	0,005	0,003	0,030

3. Если составляющие вектора вращения корректны, векторные произведения любой пары векторов должны быть между собой коллинеарные. Найдем векторные произведения:

$$\overline{\Delta}_{CC_1} \times \overline{\Delta}_{AA_1} = \{19; -52; -347\}$$
$$\overline{\Delta}_{AA_1} \times \overline{\Delta}_{MM_1} = \{19; -52; -347\}$$

Полученные вектора коллинеарны между собой, значит далее переходят к определению оси вращения и угла поворота модели которое подробно рассмотрено выше.

4. Если расхождения велики (вектора не коллинеарны), следует менять вектор смещений и возвращаться к пункту 2.

#### 3.2 Разделение абсолютных и относительных деформаций

Предположим теперь, что смещения деформационных марок – это результат перемещения и поворота объекта, а также относительных деформаций. На рисунке 3.6 точки A, B, F, E, C, D, M, P модели до деформации, A', B', F', E', C', D', M', P' - после переноса и поворота модели Исказим марки модели A', D', M', P', относительной деформацией  $\Delta Z$ , получим A'', D'', M'', P''.

Величины искажений марок  $\Delta Z_M = -18 MM$ ,  $\Delta Z_P = -10 MM$ ,  $\Delta Z_D = -8 MM$ ,  $\Delta Z_A = -2 MM$ .

Расстояния между марками модели B', C', E', F' останутся без изменений (ячейки, содержащие их, имеют полужирные границы в таблице 3.11), так как эти марки получили только абсолютную часть деформаций (таблицы 3.9-3.11):

Названия							
точек	A	В	C	D	E	F	M
В	7,3629						
С	10,8731	8,0012					
D	10,8733	13,1319	10,4131				
Ε	13,1316	10,8734	7,3629	7,3629			
F	10,4129	7,3633	10,8734	10,8734	8,0008		
М	7,3633	10,4131	13,1318	8,0008	10,8734	7,3629	
Р	8,0005	10,8736	7,3638	7,3638	10,4139	13,1324	10,8735

Таблица 3.9 – Матрица расстояний «идеальной» модели, м

Таблица 3.10 – Матрица расстояний «текущей» модели, м

Названия							
точек	A	В	C	D	Ε	F	M
В	7,3618						
С	10,8718	8,0012					
D	10,8757	13,1339	10,4109				
Ε	13,1311	10,8734	7,3629	7,3632			
F	10,4137	7,3633	10,8734	10,8784	8,0008		
М	7,3559	10,4062	13,1172	7,9916	10,8613	7,3627	
Р	8,0074	10,8797	7,3640	7,3644	10,4167	13,1400	10,8649



Рисунок 3.6 – Вектора смещений в результате абсолютных и относительных деформаций: точки *А*, *В*...*М*, *Р* модели до деформации, *A*<sub>1</sub>, *B*<sub>1</sub>....*M*<sub>1</sub>, *P*<sub>1</sub> - после переноса модели, *A*', *B*'...*M*', *P*' - после переноса и поворота модели, *A*", *D*", *M*", *P*" - марки модели в результате абсолютных и относительных деформаций

Названия							
точек	A	В	C	D	E	F	M
В	-1,1						
С	-1,3	0,0					
D	+2,4	+2,0	-2,2				
Ε	-0,5	0,0	0,0	+0,3			
F	+0,8	0,0	0,0	+5,0	0,0		
М	-7,4	-6,9	-14,6	-9,2	-12,1	-0,2	
Р	+6,9	+6,1	+0,2	+0,6	+2,8	+7,6	-8,6

Таблица 3.11 – Разность матриц расстояний, мм

После искажения модели абсолютными и относительными деформациями получим следующие данные (таблица 3.12). При этом координаты точек B', C', E', F' и их вектора смещений остались согласно таблицам 3.6, 3.7.

Таблица 3.12 – Координаты точек «текущей» модели

Номера марок	Координаты, м							
	X	Y	Ζ					
<i>A</i> "	9,396	10,660	9,017					
D"	0,658	15,864	5,164					
<i>M</i> "	3,742	14,027	12,304					
<i>P</i> "	6,312	12,496	1,859					

Вычислим координаты векторов смещений и их длины (таблица 3.13): Таблица 3.13 – Длины и составляющие векторов смещений в результате абсолютных и относительных деформаций

Название	При	Приращения координат, м							
вектора	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	Μ					
$\Delta_{\scriptscriptstyle AA''}$	0,022	0,016	0,005	0,028					
$\Delta_{DD"}$	0,008	-0,010	-0,005	0,014					
$\Delta_{MM''}$	0,011	0,000	-0,014	0,018					
$\Delta_{PP"}$	0,019	0,006	-0,004	0,020					

Выполнив исследования для векторов  $\Delta_{BB'}, \Delta_{FF'}, \Delta_{CC'}, \Delta_{EE'}$  по предложенным выше алгоритмам п. 3.1, получим угол поворота объекта и величину смещения. Это позволит вычислить координаты марок A', D', M', P' и вектора смещений  $\Delta_{AA'}, \Delta_{DD'}, \Delta_{MM'}, \Delta_{PP'}$  только в случае абсолютных деформаций объекта (таблица 3.7).

На рисунке 3.7 представлена траектория изменения положения координат точки *P* в результате абсолютных и относительных деформаций:



Рисунок 3.7 – Перемещение точки *P* в результате абсолютных и относительных деформаций: Δ<sub>*P*</sub> - вектор смещения точки в результате абсолютных и относительных деформаций, Δ<sub>*PP*</sub> - вектор смещения точки в результате абсолютных деформаций, Δ<sub>*PP*</sub> - вектор

смещения точки в результате относительных деформаций

Исключив абсолютные вектора смещений из общего вектора смещений деформационных марок, останутся относительные вектора смещений  $\Delta_{A'A''} = -0,002 M$ ,  $\Delta_{D'D''} = -0,008 M$ ,  $\Delta_{M'M''} = -0,018 M$ ,  $\Delta_{P'P''} = -0,010 M$ . Полученные величины совпадают с заданными, что свидетельствует о достоверности предлагаемого алгоритма.

Таким образом, деформация объекта после абсолютных и относительных деформациями выглядит следующим образом (рисунок 3.8):



Рисунок 3.8 – Результат совместного действия абсолютных и относительных деформаций

После выявления относительной части деформации следует определить ее вид. Выполним исследование относительных деформаций с учетом напряжений, воздействующих на конструктивные элементы здания. Исследование выполним на примере модели здания памятников культурного наследия с учетом использования априорной информации об объекте исследования. В частности, будет рассмотрено разделение объекта на блоки в зависимости от конструктивных особенностей объекта и возможного распределения нагрузок в нем.

## 3.3 Исследование относительных деформаций на примере модели здания памятников культурного наследия

Перед моделированием относительных деформаций выполним проектирование схемы расположения деформационных марок.

## 3.3.1 Проектирование схемы расположения марок и разделение модели на блоки в зависимости от характера нагрузок

Рассмотрим проект расположения деформационных марок на примере зданий памятников культурного наследия, которые в г. Санкт-Петербурге и Ленинградской области представлены

крестово-купольными (рисунок 3.9). Этот архитектурный храмами типа тип христианского храма сформировался в V—VIII веках в Византии и в странах христианского Востока. В классическом варианте представляет собой прямоугольный объём, центр которого разделен четырьмя столбами (пилонами) на девять ячеек. Столбы соединены со стенами и между собой арками, несущими своды. Перекрытием служат крестообразно расположенные цилиндрические своды, над центральной ячейкой, на подпружных арках, а возвышается барабан с куполом, переходы к которому заполнены парусами. К центральному квадрату примыкают четыре прямоугольных конца, перекрытые цилиндрическими сводами и ориентированные по сторонам света. Восточный конец завершается полукруглой нишей (апсидой), в которой находится алтарь. Угловые помещения между концами креста перекрыты сводами той или иной формы. Восточные угловые помещения, где располагаются дьяконник и жертвенник, тоже, как правило, завершаются апсидами. Таково основное композиционное ядро крестово-купольного храма [34]:



Рисунок 3.9 – План крестово-купольного храма, схема размещения марок 1й уровень (марки 101-164) и разделение на блоки (№1-9)

Известно также распределение нагрузок в храмах такого типа (рисунок 3.10). Наибольшие нагрузки приходятся, очевидно, на основные пилоны. Соответственно наибольшая осадка также приурочена к фундаментам пилонов. Несколько меньшей является нагрузка на стены периметра памятника, на которые опираются своды в алтарной и западной частях здания. К этой же группе можно отнести и стены лестничных клеток. В наименьшей степени нагружены стены боковых галерей вокруг памятника. Эти стены фактически нагружены собственным весом и весом части перекрытия и покрытия этажей галереи. Безусловно, здание работает как единое целое, что

приводит к существенному перераспределению нагрузок между элементами конструкции, поэтому реальная картина распределения нагрузок должна быть уточнена подробными расчетами конструкций. Однако такое качественное разделение по уровням нагруженности на предварительном этапе позволяет сделать предположение о характере ожидаемых деформаций памятника.



Рисунок 3.10 – Распределение нагрузок в крестово-купольном храме: красный цвет – наибольшие нагрузки, желтый – средние нагрузки, зеленый – наименьшие нагрузки (стены боковых галерей)

В строительной практике [15] крестово-купольные храмы с четырьмя колоннами делят на 9 самостоятельных блоков – компартиментов (на рисунке 3.9 они пронумерованы цифрами 1-9). Реже встречаются храмы с шестью колоннами, тогда их делят на 12 блоков.



Рисунок 3.11 – Схема размещения марок 2й и 3й уровни

В первом, третьем, седьмом и девятом блоках располагаются полукупола и своды. Эти блоки симметричны. Во втором и восьмом блоках располагаются подпружные арки, которые опираются на контрфорсы лестничных клеток. Эти блоки симметричны. В четвертом блоке располагается вход в Храм и пилоны, на которые опираются полукупола первого и седьмого блока. В пятом блоке располагаются пилоны и барабан, в шестом – алтарь.

Схема расположения деформационных марок на модели памятника представлена на рисунках 3.9, 3.11. Марки размещены с учетом нагрузок (рисунок 3.10) и требований нормативных документов [29, 79, 87].

Приведенная схема расположения марок загружена в качестве модели в программу AutoCAD (рисунок 3.12). Координаты всех марок модели находятся в одной системе координат и будут использованы в дальнейших расчетах.

Если исключить абсолютные смещения (оседания, крены и проч.) при которых деформационные марки, закрепленные на сооружении, взаимно не перемещаются, то и при относительных смещениях могут быть такие из них, которые не изменят своего взаимного положения между смежными циклами наблюдений, а значит, не изменятся и длины между ними. Назовем их *квазиопорными*. Алгоритм их определения рассмотрен в п. 2.6. Тогда относительно них можно определить вектора смещений всех остальных деформационных марок.

<del>هک</del>ارج

300



Рисунок 3.12 – Модель здания памятника в пространстве: 101-164, 200-220, 301-304 – деформационные марки

100

# 3.3.2 Исследование относительных деформаций с использованием полигональной сетки треугольников

Для определения относительных деформаций целесообразно использовать треугольники, если оценка производится в каком-либо сечении (горизонтальной вертикальной или наклонной плоскостях) или тетраэдры, если схема расположения марок пространственная.

Рассмотрим сначала плоский вариант, при этом заметим, что не следует выбирать треугольники, в которых изменились длины всех сторон. На рисунке 3.13, *а* изображен треугольник, в котором из трех сторон две (показаны двойной линией) не изменили своей длины. Такая ситуация возможна, если между циклами измерений переместилась только точка *C*, или изменили свое положение сразу две точки (например, точек *C* и *A*). В первом случае (рисунок 3.13, *a*) решением является точка пересечения вектора AC' с дугой окружности радиусом *BC* и оно единственное [109].



Рисунок 3.13 – Решение треугольников

Во втором случае (рисунок 3.13, b) решение – это точки пересечения вектора A'C' с дугами двух окружностей. Но таких точек для отрезка длиной l может быть сколько угодно, поэтому и решений бесчисленное множество. Таким образом, в треугольнике приходится принимать неподвижными, либо пару точек B и C, либо пару A и B (как видим, тоже неопределенность).

Если длина только одной стороны, например AB, не изменилась, следует принять, что причина – смещение точки C, так как другие варианты не имеют единственного решения (рисунок 3.13, c). При условии, что началом координат является точка A, а оси направлены как на рисунке 3.13, a для определения координат X и Y точки C (или C') можно использовать известные соотношения (3.9):

$$X = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}; Y = \left(b^2 - X^2\right)^{1/2},$$
(3.9)

где *b* - сторона *AC* треугольника, *c* - сторона *AB* треугольника, *a* - сторона *BC* треугольника.

Разность координат точек *С* и *С*' и будет равна смещениям последней в плоскости треугольника. Триангуляционную модель можно построить различными способами (Делоне, «жадная» триангуляция) [40].

#### Исследование деформации растяжения/сжатия

Деформация сжатия присуща аркам, поэтому смоделируем эту деформацию в арке блока №1 [15, 34]. После искажения марок 101-104 деформацией получим следующие данные (таблица 3.14, рисунок 3.14):



Рисунок 3.14 – Полигональная сетка «текущей» модели при деформации растяжения/сжатия: красным цветом показаны растяжения сторон, зеленым – сжатия

№ треугольник	Длины с <sup>и</sup> модели, 1	горон «ид мм	еальной»	Длины модели,	сторон «т мм	секущей»	Изменен	ие расстоя	ний, мм
a	1я	2я	3я	1я	2я	3я	1я	2я	3я
	сторон	сторон	сторон	сторон	сторон	сторон	сторон	сторон	сторон
	а	а	а	а	а	а	а	а	а
1	5012,2	6394,2	4993,7	5010,6	6400,2	4991,5	-1,6	+6,0	-2,2
2	6394,2	2137,6	7384,0	6400,2	2120,8	7379,8	+6,0	-16,8	-4,2
3	7384,0	8299,8	11790,3	7379,8	8302,3	11790,6	-4,2	+2,5	+0,3
4	5012,2	19275,0	19849,0	5010,6	19275,0	19850,6	-1,6	0,0	+1,6
5	19849,0	21560,1	4993,7	19850,6	21563,3	4991,5	+1,6	+3,2	-2,2
6	21560,1	22096,5	2137,6	21563,3	22094,2	2120,8	+3,2	-2,3	-16,8
7	22096,5	11198,9	22451,7	22094,2	11198,9	22453,7	-2,2	0,0	+2,0
8	22451,7	20442,1	8299,8	22453,7	20445,6	8302,3	+2,0	+3,5	+2,5
9	20442,1	21169,5	11790,3	20445,6	21169,5	11790,6	+3,5	0,0	+0,3
10	6394,2	22959,7	21169,5	6400,2	22959,2	21169,5	+6,0	-0,5	0,0
11	7384,0	22451,7	21169,5	7379,8	22453,7	21169,5	-4,2	+2,0	0,0
12	19275,0	11198,9	21169,5	19275,0	11198,9	21169,5	0,0	0,0	0,0
13	19275,0	21560,1	6394,2	19275,0	21563,3	6400,2	0,0	+3,2	+6,0
14	19275,0	22096,5	7384,0	19275,0	22094,2	7379,8	0,0	-2,3	-4,2

Таблица 3.14 – Длины сторон в треугольниках и изменение расстояний, мм

Так, треугольники №1-3 – расположены в горизонтальной плоскости, №4-9 – в вертикальной плоскости, №10-14 – в наклонной плоскости. Интерес представляют треугольники № 4, 7, 9, 10, 11, 13, 14, в остальных треугольниках либо изменились все стороны, либо длины сторон остались без изменений (в частности, треугольник №12). Значит, изменили свое положение марки 101-104, так как другие варианты не имеют единственного решения. Определим координаты марок 101-104 «идеальной» и «текущей» моделей и вектора смещений этих марок по формулам (3.9) (рисунок 3.15 и таблица 3.15):



Рисунок 3.15 – Линейная засечка при деформации растяжения/сжатия

Таблица 3.15 – Координаты марок и их изменения в системе координат треугольников

Номера марок			Координат «текущей»	ты модели,	Составляющие вектора смещения,		
_	Координаты «идеа	MM		MM	мм		
	X	Y	X	Y	$\Delta X$	$\varDelta Y$	
101	-1815,06	6131,22	-1807,06	6127,22	8	-4	
102	4239,31	10817,55	4234,31	10824,55	-5	7	
103	6324,50	4523,39	6334,50	4518,39	10	-5	
104	8137,11	8532,19	8143,11	8539,19	6	7	

Координаты стабильных марок в системе координат треугольника представлены в таблице 3.16: Таблица 3.16 – Координаты марок

		Координаты, мм				
Номера треугольников	X	Y	X	Y		
	20	06	117			
9, 10	10445,41	0	0	0		
	1	17	205			
4	4234,64	0	0	0		
	20	06	20	)5		
7	11192,06	0	0	0		

Из таблицы 3.16 видим, что вектора смещений не равны между собой, а также не коллинеарны. Сделать предположение о виде деформации невозможно, так как вектора смещений представлены в различных системах координат. Для определения вида деформации

необходимо привести полученные вектора в единую систему координат объекта. Рассмотрим преобразование координат на плоскости [95]:

Пусть 
$$K\begin{pmatrix} x\\ y \end{pmatrix}$$
 - вектор исходной системы координат треугольника;  $\overline{K}\begin{pmatrix} X\\ Y \end{pmatrix}$  - вектор в

единой системе координат всего объекта;  $K_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$  - вектор смещений по осям координат начала второй системы относительно первой. Обозначим поворот осей новой системы координат относительно старой через  $\omega$ . Матрица разворота осей  $P \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}$ . Формулы перехода из одной системы координат в другую будут выглядеть следующим образом (3.10) – (3.12):

$$\overline{K} = P(K - K_0) \tag{3.10}$$

$$K = P^T \overline{K} + K_0$$

$$X = (x - x_0) \cos \omega + (y - y_0) \sin \omega$$
  

$$Y = (y - y_0) \cos \omega - (x - x_0) \sin \omega$$
(3.11)

Или при обратном переходе:

$$x = X \cos \omega - Y \sin \omega + x_0$$
  

$$y = X \sin \omega + Y \cos \omega + y_0$$
(3.12)

Отметим, что в нашем случае отсутствует изменение масштаба, поэтому для определения параметров перехода необходимо иметь как минимум координаты двух точек в исходной и преобразованной системах координат. Дважды решая обратную геодезическую задачу, находят дирекционный угол стороны в исходной и преобразованной системах координат. Разность дирекционных углов даст угол поворота  $\omega$  одной системы координат относительно другой. Далее решая систему уравнений (3.11) находят вектор смещений по осям координат  $K_0 \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ .

Рассмотрим преобразование плоских прямоугольных координат на примере треугольника №10 (рисунок 3.15). Возьмем марки 117 и 206.

Угол поворота будет равен:  $\omega_{117-206} = 174^{\circ}51'35''$ .

Решая (3.11), получим для марки 101:  $\begin{array}{c} x_0 = -62459, 731 {\it MM} \\ y_0 = -10195, 723 {\it MM} \end{array}$ 

Полученные параметры позволяют вычислить координаты марки 101 в единой системе координат объекта в текущем цикле наблюдений:

 $X_{101} = 58945, 99 \text{ MM}, Y_{101} = 21690, 66 \text{ MM}$ 

Аналогично определим координаты остальных марок в единой системе координат объекта (таблица 3.17):

Номера	Координаты «идеальной»		Координаты «текущей»		Составляющие вектора		
марок	модели, мм		модели, мм		смещения, мм		
	X	Y	X	Y	$\Delta X$	$\Delta Y$	
101	58937,99	21694,66	58945,99	21690,66	8	-4	
102	60340,51	20081,55	60335,51	20088,55	-5	7	
103	54575,66	24062,74	54585,66	24057,74	10	-5	
104	62220,97	11997,62	62226,97	12004,62	6	7	

Таблица 3.17 – Координаты марок и их изменения в системе координат модели

Сравнивая данные таблиц 3.15 и 3.17 видим, что в результате преобразования координат вектора смещений остались равными между собой. Таким образом, можно сделать вывод о том, что произошла деформация растяжения/сжатия вдоль осей X и Y. Вычислим деформацию растяжения/сжатия  $\varepsilon$  по формуле (3.13):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},\tag{3.13}$$

где  $\Delta l$  - изменение расстояний, l - расстояние между марками.

$$\varepsilon_{103-101} = \frac{-2,221}{4,994} = 4 \cdot 10^{-4}; \\ \varepsilon_{102-104} = \frac{2,499}{8,3} = +3 \cdot 10^{-4}$$

Сравним полученные значения с допустимыми, установленными нормативными документами. Согласно [74]  $\varepsilon = \pm 2 \cdot 10^{-3}$  при расстояниях 15-20 м. Полученные величины не превышают допустимое значение, значит деформации строительных конструкций находятся в допустимых пределах.

#### Исследование деформации прогиба/выгиба

Выполним исследование этого вида деформации в блоке №8. Исказим марки 217, 218, 219 на разную величину  $\Delta Z$ , чтобы образовалась деформация прогиба/выгиба. Получим следующие изменения сторон в треугольниках (таблица 3.18 и рисунок 3.16).

Таким образом, треугольники №1-5 расположены в горизонтальной плоскости, треугольники №6-14 - в вертикальной, треугольники №15-21 - в наклонных плоскостях. Таблица 3.18 – Длины сторон в треугольниках и изменение расстояний

№ треуголь	Длины с модели, м	Длины сторон «идеальной» модели, мм		Длины сторон «текущей» модели, мм			Изменение расстояний, мм		
ника	1я сторона	2я сторона	Зя сторона	1я сторона	2я сторона	Зя сторона	1я сторона	2я сторо на	3я сторо на
1	2726,3	5012,2	4652,8	2726,3	5012,2	4652,8	0,0	0,0	0,0
2	5012,2	6394,2	4993,7	5012,2	6394,2	4993,7	0,0	0,0	0,0

3	6394,2	7384,0	2137,6	6394,2	7384,0	2137,6	0,0	0,0	0,0
4	62498,7	16457,7	53644,2	62498,7	16457,7	53644,2	0,0	0,0	0,0
5	16457,7	7036,6	10818,6	16457,7	7036,6	10818,6	0,0	0,0	0,0
6	4652,8	33810,8	35708,3	4652,8	33813,6	35710,9	0,0	2,7	2,6
7	33810,8	9205,2	40295,6	33813,6	9205,2	40300,2	2,7	0,0	4,6
8	40295,6	9155,4	44901,2	40300,2	9155,4	44902,4	4,6	0,0	1,2
9	44901,2	35980,7	14666,9	44902,4	35982,2	14666,9	1,2	1,5	0,0
10	37108,7	9205,2	44148,4	37111,1	9205,2	44152,5	2,4	0,0	4,1
11	4993,7	45650,3	44148,4	4993,7	45654,4	44152,5	0,0	4,1	4,1
12	45650,3	45666,9	2137,6	45654,4	45671,0	2137,6	4,1	4,0	0,0
13	45666,9	40295,6	7384,0	45671,0	40300,2	7384,0	4,0	4,6	0,0
14	49502,1	42183,1	10818,6	49503,2	42184,4	10818,6	1,1	1,3	0,0
15	2726,3	37108,7	35708,3	2726,3	37111,1	35710,9	0,0	2,4	2,6
16	5012,2	33810,8	37108,7	5012,2	33813,6	37111,1	0,0	2,7	2,4
17	5012,2	40295,6	44148,4	5012,2	40300,2	44152,5	0,0	4,6	4,1
18	6394,2	40295,6	45650,3	6394,2	40300,2	45654,4	0,0	4,6	4,1
19	5012,2	40295,6	44148,4	5012,2	40300,2	44152,5	0,0	4,6	4,1
20	7384,0	44901,2	49502,1	7384,0	44902,4	49503,2	0,0	1,2	1,1
21	7036,6	35980,7	42183,1	7036,6	35982,2	42184,4	0,0	1,5	1,3

Продолжение таблицы 3.18



Рисунок 3.16 – Изменение длин в треугольниках при деформации прогиба/выгиба: красным цветом показаны растяжения сторон, зеленым – сжатия

Как видим из рисунка 3.16, треугольники №1-5 не представляют никакого интереса, так как длины сторон в них не изменились, треугольники №7, 8, 10, 13 – также неинтересны по причине того, что все длины сторон в них изменились. В остальных случаях ситуация, как на рисунке 3.13, *с*. Это значит, что свое положение изменили марки 217, 218, 219, так как другие

варианты не имеют единственного решения.  $\Delta L_{218-219} = -0,013$  мм;  $\Delta L_{218-217} = -0,038$  мм. Очевидно, что при деформации прогиба/выгиба (как и неравномерной осадки) плоские треугольники не покажут смещений координат  $\Delta Z$  указанных марок, поэтому перейдем к 3D треугольникам. Рассмотрим треугольник №15. Введем новую систему координат следующим образом (рисунок 3.17): начало счета координат совмещаем с одной из точек треугольника (например, 108), ось *Y* – со второй точкой (например, 103). Плоскость *XY* делаем параллельной плоскости *XY* объекта. После этого вычисляем координаты: у первой точки 118  $X_{118} = Y_{118} = Z_{118} = 0$  все координаты равны 0, вторая точка (точка 103) имеет  $X_{103} = 0$ ,  $Y_{103} = 2620,64$  мм. Координаты  $X_{219}, Y_{219}$  марки 219 вычисляются путем решения плоской линейной засечки по двум горизонтальным проложениям по формулам (3.9). Координата *Z* марок будет определяться следующим образом: у первой точки (точка 118) она будет равна 0, а у точек 219 и 103 она будет равна превышению этих точек относительно 118.



Рисунок 3.17 – Расположение системы координат треугольника относительно системы координат модели

Такие системы координат введем и для треугольников №9 и №11. Получим следующие данные (таблица 3.19):

Таблица 3.19 – Координаты марок «идеальной» и «текущей» моделей в системе координат треугольников

							Изменение
	Координа	ты «идеалы	ной» модели,	Координаты	«текущей»	модели,	координат,
Номера		MM			ММ		
марок	X	Y	Ζ	X	Y	Z	$\Delta Z$
103	0	2620,64	751,6	0	2620,64	751,6	
118	0	0	0	0	0	0	
219	19391,29	26031,10	18735,3	19391,29	26031,10	18740,3	+5
117	0	0	0	0	0	0	

217	25562,57	17246,393	18553,0	25562,57	17246,393	18556,0	+3
133	0	14666,858	13,1	0	14666,858	13,1	
103	0	0	0	0	0	0	
101	0	4963,64	-546,8	0	4963,64	-546,8	
218	39292,28	14058,67	17957,8	39292,28	14058,67	17967,8	+10

Продолжение таблицы 3.19

Из таблицы 3.19 видим, что происходит изменение координаты Z у марок 217, 218 и 219  $\Delta Z_{217} = +3_{MM}$ ,  $\Delta Z_{218} = +10_{MM}$ ,  $\Delta Z_{219} = +5_{MM}$ . Поскольку марки получили различную величину смещения, и марка 218 получила наибольшее смещение, предположительно произошла деформация прогиба. Для контроля выполним преобразование координат марок из систем координат треугольников в единую систему координат объекта. Общая формула перехода от одной прямоугольной системы координат к другой выглядит следующим образом (3.14) [28]:

$$\begin{pmatrix} XN \\ YN \\ ZN \end{pmatrix} = (1+M) \begin{pmatrix} 1 & +\omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & +\omega_x \\ +\omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} XC \\ YC \\ ZC \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix},$$
(3.14)

где XN, YN, ZN - координаты точки в новой системе координат, M - масштабный коэффициент трансформирования систем координат при переходе из старой системы в новую систему,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  - угловые элементы трансформирования систем координат при переходе из старой системы в новую систему, XC, YC, ZC – координаты точки в старой системе координат,  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  - линейные элементы трансформирования систем координат при переходе из старой системы в новую систему. Эта формула справедлива, если  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  малы и не превышают 3,5" [7].

Иначе матрица 
$$\begin{pmatrix} 1 & +\omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & +\omega_x \\ +\omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix}$$
 будет являться матрицей  $R = R_x R_y R_z$ 

В свою очередь элементы матриц  $R_X, R_Y, R_Z$  можно вычислить по формулам (3.15-3.17):

$$R_{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_{X} & \sin \omega_{X} \\ 0 & -\sin \omega_{X} & \cos \omega_{X} \end{pmatrix},$$

$$R_{Y} = \begin{pmatrix} \cos \omega_{Y} & 0 & -\sin \omega_{Y} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_{Y} & 0 & \cos \omega_{Y} \end{pmatrix},$$
(3.15)
(3.16)
$$R_{Z} = \begin{pmatrix} \cos \omega_{Z} & \sin \omega_{Z} & 0\\ -\sin \omega_{Z} & \cos \omega_{Z} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(3.17)

Тогда (3.18):

$$R = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$
(3.18)

где элементы *a<sub>ik</sub>* - элементы ортогональной матрицы поворота, которые определяются по следующим формулам (3.19):

$$a_{11} = \cos \omega_{z} \cos \omega_{y} - \sin \omega_{z} \sin \omega_{x} \sin \omega_{y}$$

$$a_{12} = \sin \omega_{z} \cos \omega_{y} + \cos \omega_{z} \sin \omega_{x} \sin \omega_{y}$$

$$a_{13} = -\cos \omega_{x} \sin \omega_{y}$$

$$a_{21} = -\sin \omega_{z} \cos \omega_{x}$$

$$a_{22} = \cos \omega_{z} \cos \omega_{x}$$

$$a_{23} = \sin \omega_{x}$$

$$a_{31} = \cos \omega_{z} \sin \omega_{y} + \sin \omega_{z} \sin \omega_{x} \cos \omega_{y}$$

$$a_{32} = \sin \omega_{z} \sin \omega_{y} - \cos \omega_{z} \sin \omega_{x} \cos \omega_{y}$$

$$a_{33} = \cos \omega_{x} \cos \omega_{y}$$
(3.19)

Тогда формула (3.14) примет следующий вид (3.20):

$$\begin{pmatrix} XN \\ YN \\ ZN \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} XC \\ YC \\ ZC \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$
(3.20)

Используем метод определения параметров преобразования, основанный на применении алгебры кватернионов [12]. Этот метод требует знания координат всего трех точек, как в старой, так и в новой системах координат. В нем используются разности старых и разности новых координат. Кватернионом называется гиперкомплексное число, реализуемое геометрически в четырехмерном пространстве, и позволяет решать задачи, связанные с вращением трехмерного пространства.

Применим метод определения параметров преобразования с использованием алгебры кватернионов на примере треугольника №15. Получим:

$$R = \begin{pmatrix} 0,403 & 0,915 & -0,001 \\ -0,915 & 0,403 & 0,000 \\ 0,000 & 0,001 & 0,999 \end{pmatrix}$$

 $\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1578, 52 \\ 10056, 94 \\ -50, 13 \end{pmatrix} MM$ 

Используя формулу (3.19), для марки 219 получим:

$$\begin{pmatrix} XN \\ YN \\ ZN \end{pmatrix}_{219} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0,403 & 0,915 & -0,001 \\ -0,915 & 0,403 & 0,000 \\ 0,000 & 0,001 & 0,999 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19391,29 \\ 26031,11 \\ 18740,3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1578,52 \\ 10056,94 \\ -50,13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30044,08 \\ 2806,14 \\ 18718,9 \end{pmatrix} MM$$

Подобным образом вычислим координаты остальных марок в единой системе координат объекта. Получим следующие данные (таблица 3.20):

Таблица 3.20 – Координаты марок в единой системе координат объекта

Номера	Координаты «идеальной»			Координат	Изменение				
марок	модели, мм			MM			координат, мм		
	X	Y	Ζ	X	Y	Ζ	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
217	30584,65	-14863,60	18741,7	30584,65	-14863,60	18744,7	0	0	+3
218	27836,68	-6130,48	18688,0	27836,68	-6130,48	18698,0	0	0	+10
219	30044,09	2806,14	18713,9	30044,09	2806,14	18718,9	0	0	+5

Сравнивая таблицы 3.19 и 3.20, видим, что изменения координат марок остались такие же. Значит, делаем вывод о том, что произошел перенос марок вдоль оси *Z* или деформация осадки. Расположение марок на сводах блока №8 (своды обычно испытывают деформацию прогиба), а также различная величина смещения марок указывает на деформацию прогиба.

Вычислим деформацию прогиба по формуле (1.6):

$$\frac{f}{L} = \frac{2S_{218} \cdot (S_{217} + S_{219})}{2L_{217 \cdot 219}} = \frac{2*10 \cdot (3+5)}{2*17678} = 0,0003$$

Сравним эту величину с предельной, установленной нормативными документами. Согласно [86] для III категории технического состояния зданий памятников культурного наследия предельный относительный прогиб составляет 0,0004. Полученная величина находится в допустимых пределах.

# 3.3.3 Исследование деформации неравномерной осадки с использованием линейной пространственной засечки

Выполним исследование деформации неравномерной осадки с использованием линейной пространственной засечки [109]. Допустим, в блоке №5 выявлены квазиопорные марки 133, 137

и 140. Исказим марки 206, 207, 216, 217 деформацией неравномерной осадки. Определим *квазиопорные* марки согласно алгоритму, изложенному в п. 2.6.

Построим тетраэдры с использованием квазиопорных марок (рисунок 3.18):



Рисунок 3.18 – Линейная пространственная засечка

Матрицы расстояний «идеальной» и «текущей» моделей, а также изменения расстояний представлены в таблицах 3.21-3.23:

Номера марок	133	137	140	206	207	216	217
133	0						
137	23460,92	0					
140	30144,66	18869,03	0				
206	18878,17	29854,23	37414,32	0			
207	18540,44	30020,79	35652,73	3708,67	0		
216	36351,19	27503,91	18178,68	34057,14	31853,65	0	
217	35980,70	26360,63	18306,32	33336,96	31300,46	1917,193	0

Таб	лица 3.21	– Матр	ица расстояний	«идеальной»	модели,	MM
-----	-----------	--------	----------------	-------------	---------	----

	<b>N (</b>		U		
$100\pi \mu \mu \sigma 4/l$	\/lomnitio	naceroguiuu	//TOI/VIIIOIA	ΜΟΠΟΠΙ	3/3/
$1 a_{0,1}$	- Ivia i Drina	расстоянии	«ICKVIIIC////	молсли.	IVIIVI
		r		,	

Номера	133	137	140	206	207	216	217
марок							
133	0						
137	23460,92	0					
140	30144,66	18869,03	0				
206	18887,92	29860,39	37419,17	0			
207	18550,44	30026,95	35657,86	3708,67	0		
216	36352,20	27505,24	18180,67	34057,15	31853,69	0	
217	35981,73	26362,04	18308,32	33336,93	31300,46	1917,193	0

Номера	133	137	140	206	207	216	217
марок							
133	0,00						
137	0,00	0,00					
140	0,00	0,00	0,00				
206	9,75	6,16	4,85	0,00			
207	10,00	6,17	5,13	0,00	0,00		
216	1,01	1,33	1,99	0,01	0,04	0,00	
217	1,03	1,40	2,00	-0,03	0,00	0,00	0,00

Таблица 3.23 – Матрица изменений расстояний, мм

Из таблицы 3.23 видим, что между марками, расположенными на одном уровне, изменения расстояний составляют сотые доли мм. Больше меняются расстояния между квазиопорными и деформируемыми марками.

В единой системе координат объекта марки имеют следующие координаты (таблица 3.24): Таблица 3.24 – Координаты марок «идеальной» модели в единой системе координат объекта

	Координаты марок, мм					
Номер марки	X	Y	Ζ			
133	4737,29	54389,88	201,8			
137	3898,79	30943,96	228,8			
140	-14958,40	31570,74	462,2			
206	8934,17	53929,90	18601,8			
207	5278,90	54542,94	18733,7			
216	-16595,31	31388,18	18566,1			
217	-14863,58	30584,65	18741,7			

Введем систему координат, как показано на рисунке 3.18. Тогда марка 133 имеет координаты  $X_{133} = Y_{133} = Z_{133} = 0$ , марка 137  $Y_{137} = Z_{137} = 0$ , координата  $X_{137}$  равна горизонтальному проложению между марками 133-137  $X_{137} = 23460,9$  мм. Тогда координаты марки 140 вычисляют по формулам (3.9). Далее по формулам (2.29) и (2.31) получают координаты деформационных марок 206, 207, 216, 217. Тогда в системе координат тетраэдра «идеальной» модели марки имеют следующие координаты (таблица 3.25):

	10			
1 abrutta $3/2$ -	- Коорлинаты марок	«илеальнои»	молели в системе	кооплинат тетпаэлпа
1 иолици 5.25	координаты марок	(IIII)//	модоли в опотоме	координит тотриздри

	Координаты марок «иде	Координаты марок «идеальной» модели, мм						
Номер марки	X	Y	Ζ					
133	0	0	0					
137	23460,90	0	0					
140	23508,78	18868,97	0					
206	330,85	-3982,75	18450,30					
207	-151,01	-306,55	18537,30					
216	23770,56	20722,15	18082,07					
217	24511,88	18965,03	18278,57					

После искажения марок деформацией неравномерной осадки получим следующие координаты «текущей» модели в системе координат тетраэдра (таблица 3.26):

Номер	Координаты марок «текущей» модели, мм			мм Изменение координат, мм		
марки	X	Y	Ζ	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
133	0	0	0	0	0	0
137	23460,90	0	0	0	0	0
140	23508,78	18868,97	0	0	0	0
206	330,85	-3982,75	18460,30	0	0	+10
207	-151,01	-306,55	18547,30	0	0	+10
216	23770,56	20722,15	18084,07	0	0	+2
217	24511,88	18965,03	18280,57	0	0	+2

Таблица 3.26 – Координаты марок «текущей» модели в системе координат тетраэдра

Из таблицы 3.26 видим, можно сделать предположение, что произошла деформация осадки. Для достоверности выполним преобразование координат марок 206, 207, 216 и 217 «текущей» модели из системы координат тетраэдра в систему координат объекта. Используем метод преобразования, основанный на линейной процедуре [12]. В уравнение (3.14) вносится масштабный коэффициент и формируется три системы линейных уравнений (3.21) - (3.23):

$$\mathcal{Q}\begin{pmatrix} Ma_{11} \\ Ma_{12} \\ Ma_{13} \\ \Delta X \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -XN_1 \\ -XN_2 \\ \dots \\ -XN_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{x1} \\ v_{x2} \\ \dots \\ v_{xn} \end{pmatrix},$$
(3.21)
$$\mathcal{Q}\begin{pmatrix} Ma_{21} \\ Ma_{22} \\ Ma_{23} \\ \Delta Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -YN_1 \\ -YN_2 \\ \dots \\ -YN_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{y1} \\ v_{y2} \\ \dots \\ v_{yn} \end{pmatrix},$$
(3.22)
$$\mathcal{Q}\begin{pmatrix} Ma_{31} \\ Ma_{32} \\ Ma_{33} \\ \Delta Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -ZN_1 \\ -ZN_2 \\ \dots \\ -ZN_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{z1} \\ v_{z2} \\ \dots \\ v_{zn} \end{pmatrix},$$
(3.23)

где *Q* - обратная матрица нормальных уравнений,  $v_{x1}...v_{xn}$ ,  $v_{y1}...v_{yn}$ ,  $v_{z1}...v_{zn}$  - поправки координат точек в новой системе координат.

Из всех трех систем матрица *Q* общая (3.24):

$$Q = \begin{pmatrix} XC_1 & YC_1 & ZC_1 & 1 \\ XC_2 & YC_2 & ZC_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ XC_n & YC_n & ZC_n & 1 \end{pmatrix}$$
(3.24)

Введем обозначения для вектора свободных членов  $\overline{L}_X, \overline{L}_Y, \overline{L}_Z$  (3.25):

$$\overline{L}_{X} = \begin{pmatrix} -XN_{1} \\ -XN_{2} \\ \dots \\ -XN_{n} \end{pmatrix}; \overline{L}_{Y} = \begin{pmatrix} -YN_{1} \\ -YN_{2} \\ \dots \\ -YN_{n} \end{pmatrix}; \overline{L}_{Z} = \begin{pmatrix} -ZN_{1} \\ -ZN_{2} \\ \dots \\ -ZN_{n} \end{pmatrix}$$
(3.25)

Из решения систем уравнений (3.21) - (3.23) по МНК получим девять элементов неортогональной матрицы и составляющие сдвигов по осям координат  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  (3.26):

$$\begin{pmatrix}
Ma_{11} \\
Ma_{12} \\
Ma_{13} \\
\Delta X
\end{pmatrix} = -\left(Q^{T}Q\right)^{-1}Q^{T}\overline{L}_{X}; \begin{pmatrix}
Ma_{21} \\
Ma_{22} \\
Ma_{23} \\
\Delta Y
\end{pmatrix} = -\left(Q^{T}Q\right)^{-1}Q^{T}\overline{L}_{Y}; \begin{pmatrix}
Ma_{31} \\
Ma_{32} \\
Ma_{33} \\
\Delta Z
\end{pmatrix} = -\left(Q^{T}Q\right)^{-1}Q^{T}\overline{L}_{Z} \quad (3.26)$$

В этом решении связь систем координат определяется двенадцатью параметрами – девятью элементами матрицы П (3.27):

$$\Pi = \begin{pmatrix} Ma_{11} & Ma_{12} & Ma_{13} \\ Ma_{21} & Ma_{22} & Ma_{23} \\ Ma_{31} & Ma_{32} & Ma_{33} \end{pmatrix}$$
(3.27)

И параметрами сдвига  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ .

В частности, для марок модели 206, 207, 216, 217 матрица Q будет иметь вид:

$$Q = \begin{pmatrix} 330,85 & -3982,75 & 18450,3 & 1 \\ -151,01 & -306,547 & 18537,3 & 1 \\ 23770,56 & 20722,15 & 18082,08 & 1 \\ 24511,88 & 18965,03 & 18278,57 & 1 \end{pmatrix}$$

Вектора свободных членов:

$$\overline{L}_{X} = \begin{pmatrix} -8934, 17 \\ -5278, 9 \\ 16595, 38 \\ 14863, 58 \end{pmatrix}; \overline{L}_{Y} = \begin{pmatrix} -53929, 9 \\ -54542, 9 \\ -31388, 2 \\ -30584, 7 \end{pmatrix}; \overline{L}_{Z} = \begin{pmatrix} -18601, 8 \\ -18733, 7 \\ -18566, 1 \\ -18741, 7 \end{pmatrix}$$

Матрица П будет равна:

$$\Pi = \begin{pmatrix} -0,036 & -0,999 & 0,012 \\ -0,999 & 0,036 & 0,001 \\ 0,001 & 0,012 & 0,999 \end{pmatrix};$$

Сдвиги:

 $\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4737, 33 \\ 54389, 91 \\ 201, 56 \end{pmatrix} MM$ 

Подставляя полученные значения в (3.14), получим координаты марок в единой системе координат объекта «текущей» модели (таблица 3.27):

	Координаты маро	Изменение координат, мм				
Номер марки	X	Y	Ζ	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
206	8934,172	53929,895	18611,8	0	0	+10
207	5278,897	54542,939	18743,7	0	0	+10
216	-16595,381	31388,175	18568,1	0	0	+2
217	-14863,578	30584,651	18743,7	0	0	+2

Таблица 3.27 – Координаты марок «текущей» модели в системе координат объекта

Сравнивая данные таблиц 3.26 и 3.27, видим, что изменения координат или вектора смещений равны между собой, это означает, что произошла деформация осадки. Поскольку вектора смещений разные по длине, и марки располагаются на пилонах, которые, согласно нагрузкам, получают наибольшую осадку, можно сделать вывод о том, что произошла деформация неравномерной осадки.

Вычислим относительную неравномерность осадок между марками 206 и 216 *ДS / L*:

 $\Delta S_{216-206} / L = 8/34057 = 0,0002$ 

Сравним полученную величину с предельной, установленной нормативными документами. Согласно [86] для III категории технического состояния зданий памятников культурного наследия относительная разность осадок составляет 0,0007. Полученная величина находится в допустимых пределах.

Все проведенные исследования выполнены на так называемых детерминированных моделях, т.е. без учета влияний внешней среды и ошибок наблюдателя на результаты измерений. Такие ошибки учитываются при построении стохастической модели, которая подробно рассмотрена в работе [105].

Таким образом, разработанный алгоритм оценки относительных и абсолютных деформаций по изменениям расстояний можно представить следующим образом:

– Формирование матриц расстояний данного и предыдущего циклов измерений;

Анализ матриц на предмет выявления отрезков между деформационными марками,
 длины которых не изменились, и в частности, образующих блоки (или хотя бы тетраэдры),
 которые можно было бы принять за основания.

 Формирование оснований тетраэдров и введение для каждого из них системы прямоугольных координат (чем их меньше используется, тем лучше); – Вычисление координат *X*<sub>3</sub> и *Y*<sub>3</sub> для каждого основания по формулам (3.9);

– Вычисление координат деформационных марок (точек *P*) для каждого из тетраэдров в данном и предыдущем циклах наблюдений;

 Оценка точности полученных координат деформационных марок на соответствие точности, устанавливаемой нормативными документами;

 Преобразование координат в единую для всего объекта систему и вычисление составляющих векторов смещений;

 Анализ векторов смещений для выявления типов деформаций и их влияния на устойчивость объекта.

Заметим, что в качестве вершин оснований можно использовать исходные точки деформационной сети, то в этом случае относительные смещения становятся абсолютными.

### 3.4 Выводы по Главе 3

Выполненные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Разработан алгоритм определения абсолютных деформаций с использованием линейной пространственной засечки, в частности:

а. Для определения переноса объекта следует рассматривать коллинеарность векторов смещений деформационных марок, и направляющие косинусы векторов смещений.

b. При повороте объекта: определена ось вращения и расстояние до нее, а также вычислен угол поворота.

с. Выполнено разделение совместного переноса и поворота модели объекта на составляющие итерационным методом.

2. Разработан алгоритм выделения относительных деформаций из общего вектора смещений.

3. Выполнено исследование относительных деформаций на примере модели здания памятников культурного наследия:

a. Исследование относительных деформаций, таких как растяжение, сжатие, следует выполнять с использованием полигональной сетки треугольников;

b. Исследование относительных деформаций прогиба, выгиба и неравномерной осадки следует выполнять с использованием пространственных

треугольников, или линейной пространственной засечки, построенной на квазиопорных марках;

4. Рассмотрены различные способы преобразования координат марок, полученных из решения треугольников или тетраэдров, расположенных в разных блоках, в единую систему координат объекта.

5. Сформулировано третье защищаемое положение:

✓ Абсолютные и относительные деформации объектов наблюдений возможно определять по векторам смещений марок деформационной сети, получаемых из решения трехмерной задачи на основе метода наименьших квадратов.

## ГЛАВА 4 АПРОБАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ

В данной главе представлена апробации методики геодезических наблюдений за деформациями и их оценка по изменениям расстояний на примере здания учебного корпуса Гидротехнического института - СПбГПУ «Гидрокорпус-1» и памятников культурного наследия: Морского Никольского Собора в городе Кронштадте и WestPark в городе Бохум.

## 4.1 Характеристика объектов исследований

#### 4.1.1 Гидрокорпус-1

Гидрокорпус-1 построен в 1932-1935 гг. по проекту архитектора Шапиро Т.М. и инженера Беркова в стиле конструктивизма (рисунок 4.1), расположен по адресу: г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. Гидрокорпус - название здания бывшего Гидротехнического факультета ЛПИ, сейчас Инженерно-Строительный факультет СПбГПУ [102]. Изначально строился для Гидротехнического института. Строительство Гидрокорпуса происходило в трудные времена для ВУЗа, когда оно было разделен на несколько институтов с 1930 по 1934 гг.



Рисунок 4.1 – Гидрокорпус-1

#### 4.1.2 Морской Никольский Собор

Никольский Морской Собор в г. Кронштадте (далее – Собор) является памятником истории и культуры федерального значения [70].

Под наблюдением В.А. Косякова, который разработал проект здания, в 1902-1913 гг. выполняли строительство Собора (рисунок 4.2). Здание является симметричным в продольном и поперечном направлении, внутри расположены 4 массивных пилона, которые являются опорами для купола.



Рисунок 4.2 – Морской Никольский Собор (город Кронштадт)

Длина Собора 83 метра, ширина – 64 метра, сторона внутреннего центрального зала – 24 метра, пролеты главных арок – 23 метра. Высота до основания главного купола – 52 метра, диаметр купола – 26,7 м, внешняя высота с крестом – 70,5 метров [98].

По назначению Собор использовался для проведения служб лишь до 1927 г., а затем был окончательно закрыт 14 октября 1929 г. Затем в 1953 г. выполнена перепланировка внутреннего объема здания для использования его в качестве киноконцертного зала [98].

В 2002 г. на Соборной колокольне был установлен православный крест, а 19 декабря 2005 г. впервые за 75 лет в Соборе состоялась Божественная литургия.

В 2005 г., по свидетельству очевидцев, появились новые трещины в юго-восточной лестничной клетке и в галерее. В мае 2009 г. раскрытие трещин сопровождалось громким звуком. В связи с образованием трещин возникли вопросы о возможности дальнейшей безопасной эксплуатации Собора и необходимости усиления конструкций [98]. В связи с этим возникла необходимость контроля за деформациями Собора в процессе выполнения реставрационных работ. Одним из способов контроля явились геодезические наблюдения.

#### 4.1.3 WestPark (г. Бохум)

Westpark является памятником культурного наследия Германии федерального значения №А395 [134]. Парк был основан в 1934 году. Стены (рисунок 4.3), за деформациями которых проводили наблюдения, окружают бункер, сохранившийся после Великой Отечественной Войны. Длина наблюдаемого участка стены составляет около 130 метров и имеет высоту около 20 метров. На поверхности стен находится площадка для посетителей парка, с которой открывается потрясающий вид на красоты Бохума. Поскольку возникли трещины в стенах, возникла необходимость организации геодезических наблюдения за деформациями Westpark для обеспечения его безопасной эксплуатации. Первые наблюдения за деформациями в парке были выполнены в 2001 г. и продолжались по 2004 г. с периодичностью полгода. Деформационные марки, закрепленные в 2001 году, сохранились и по сей день.



Рисунок 4.3 – WestPark г. Бохум

#### 4.2 Схема размещения деформационных марок на памятниках культурного наследия

Согласно [79] определение характеристик контролируемых параметров при геодезических наблюдениях за деформациями должно производиться по контрольным высотным и плановым маркам. Типы марок выбираются в зависимости от методики проведения измерений и применяемого измерительного оборудования.

Поскольку необходимо выполнять высокоточные наблюдения и оперативно отслеживать развитие деформационных процессов на период реставрационных работ, марки в Соборе заложены с учетом рекомендаций [29, 41, 59, 60, 74, 78, 79, 81, 82], а также его конструктивных

особенностей. Кроме того, одни и те же деформационные марки использовали для высотных и плановых наблюдений.

Собор представляет собой многоуровневое сложное архитектурное сооружение, которое помимо уровня пола и подкупольного пространства, включает три уровня или яруса между уровнем пола и подкупольного пространства. С учетом конструктивных особенностей Собора и возможного распределения нагрузок размещение марок выполнено следующим образом (рисунки 4.4-4.5).

Таким образом, марки 701-704,707,711, 717-729,735, 741-755 расположены по периметру первого уровня (уровня пола). NW2, NW1, NE2, NE1, SE2, SE1, SW2, SW1 расположены в контрфорсах лестничных клеток. На несущих пилонах первого уровня размещены марки 705, 708, 714, 716, 733, 734, 738, 740.

На третьем уровне в западной части собора заложены марки 302, 305, а в восточной – 311, 314. Марки 318 и 320 расположены в южной и северной части Собора соответственно. На несущих пилонах расположены марки 303, 304, 306, 308-310, 301, 312, 313, 315, 317, 319. В подкупольном пространстве было заложено 4 марки NZ, NY, NS, NV.



Рисунок 4.4 – Схема размещения деформационных марок первого уровня Морского Собора



Рисунок 4.5 – Схема размещения деформационных марок третьего уровня Морского Собора



Рисунок 4.6 – Схема размещения деформационных марок пятого уровня Морского Собора На стенах WestPark г. Бохум сохранились 120 марок, размещенные в 2001 году. Пример части схемы расположения марок на стене WestPark представлен на рисунке 4.7.



Рисунок 4.7 – Пример части схемы расположения марок в WestPark г.Бохум Общая схема расположения марок представлена на рисунке 4.8:



Рисунок 4.8 – Схема размещения деформационных марок WestPark г. Бохум: 1-120 – деформационные марки, OL01-OL09 – точки стояния тахеометра

#### 4.3 Производство геодезических наблюдений за деформациями

Геодезические наблюдения за деформациями являются одним из важнейших инструментов обеспечения надежности и безопасности памятников культурного наследия в период их реставрации и эксплуатации. В данном параграфе приведем сведения о типах используемых приборов и деформационных марок и методике наблюдений.

#### 4.3.1 Используемые приборы

Выше было отмечено, что одни и те же марки использовали для определения плановых и высотных деформаций. Это позволяет экономить средства на изготовление дополнительных марок, а также время измерений.

Наблюдения за деформациями в Соборе выполнялись различными организациями: ООО НПП «Бента», ЗАО «БумТехно» и др. Из практики наблюдений за Собором с момента начала реставрационных работ измерения производились высокоточными роботизированными тахеометрами, в частности Leica TDRA 6000 [153].

Наблюдения за деформациями WestPark г.Бохум в 2001-2004 гг. выполнялись сотрудниками Высшей Горной школы им. Г. Агриколы. Для наблюдений использовали тахеометр Leica TPS1200. Во время научной стажировки автора, для наблюдений за деформациями памятника применяли высокоточный роботизированный тахеометр Sokkia SRX1.

#### 4.3.2 Тип деформационных марок

Деформационные марки для наблюдений за деформациями Собора (рисунок 4.9, а) закладывали в несущие элементы Собора на глубину 100 мм, для чего в контролируемом элементе высверливали отверстие диаметром 10 мм.

Внутреннюю часть отверстия заливали жидким клеем, затем в отверстие до упора вставляли штырь, к которому с помощью винта крепили магнит.

Для сохранности марки от пыли на магнит надевали покрашенный в цвет стены (элемента росписи) колпачок. Магнит необходим для закрепления ССR-отражателя 1,5 дюйма на деформационной марке (рисунок 4.9, б).

Выбор такого способа закладки и типа марок обусловлен тем, чтобы выполнение геодезических наблюдений проводилось именно за деформациями конструктивных элементов Собора, а не за слоем штукатурки, а также для сохранности марок в процессе проведения реставрационных работ и для дальнейшего наблюдения за деформациями в процессе эксплуатации.



Рисунок 4.9 – Тип деформационных марок (а, в) и ССR-отражатель (б), установленный на деформационной марке

Тип марок для наблюдений за деформациями WestPark представлен на рисунке 4.9, в. Технология закладки марок схожа с технологией закладки марок в Соборе, деформационные марки закладывали на глубину 45 мм.

## 4.3.3 Экспериментальные исследования разработанной методики полевых наблюдений

Исследования предложенной в главе 2 методики полевых измерений выполнены на примере здания Гидрокорпуса-1 (рисунок 4.10).

Представленные в таблицах 4.2 и 4.3 результаты наблюдений получены с использованием тахеометра Pentax R-325EX, точность измерений которого:  $m_s = 2MM$  (при использовании пленочного отражателя),  $m_{\beta,v} = 5''$ . Перед началом наблюдений дюбелями в асфальте были закреплены станции I и II и марки (пленочные отражатели) 1-7 на здании. Координаты марок 1-7 представлены в таблице 4.1. В качестве ориентирных пунктов *В* и *С* использованы расположенные поблизости железобетонные фонарные столбы, на которых также были закреплены светоотражающие пленки. Расстояния: между станциями I и II - 18,83 м; от станций до ориентирных пунктов *В* и *С* - 11,37 м и 12,44 м соответственно.

В результате наблюдений на станциях I и II определены координаты марок в двух циклах наблюдений по следующей методике:

В первом варианте для ориентирования тахеометров был выбран шпиль гидробашни. Далее последовательно определяли координаты марок и записывали их в журнал измерений (таблицы 4.2 и 4.3). Со станции I определены координаты марок 1, 2, 3, 4, со станции II – координаты марок 5, 6, 7. Предполагали, что при указанных выше параметрах расположения станций и ориентирного пункта (шпиля) получаемые вектора смещений будут определены практически в одинаково ориентированных системах координат (таблица 4.4).

Во *втором варианте* выполнено определение горизонтальных углов ориентирных пунктов (на пункт *C* при наблюдениях со станции I, и на пункт *B* при наблюдениях со станции II). Тогда для получения векторов смещений марок в одинаково ориентированной системе координат необходимо выполнить поворот векторов смещений деформационных марок  $\Delta X, \Delta Y$ на угол, равный разности дирекционных углов. Если принять дирекционный угол на станции I в качестве исходного, то угол поворота осей *X*, *Y* II станции относительно I будет равен  $\omega = \alpha_{II-B} - \alpha_{I-C}$ , где  $\alpha_{II-B}$  и  $\alpha_{I-C}$  - дирекционные углы ориентирных направлений на пункт *B* и *C* соответственно.

	Координаты марок, м				
Номера марок	X	Y	Ζ		
1	379,456	4018,745	5,954		
2	383,265	4010,271	6,130		
3	390,908	4005,531	6,243		
4	393,212	4004,348	5,667		
5	400,856	3999,712	5,748		
6	403,300	3999,149	5,654		
7	405,808	3999,352	5,829		

Таблица 4.1 – Исходные данные для решения задачи из проекта

Таблица $1.2$ Коорлицати	Tedonwallhoullur	Manor B Hallant	ном никле наблютен	плй
таолица 4.2 – Координаты	дсформационных	марок в пачаль	пом цикле наолюден	IVIVI

	При использовании разных ориентирных			При ориентировании на общую			
	направлений	, М		удаленную цел	ь, м		
№ марки	X	Y	Ζ	X	Y	Ζ	
		измере	ения с точки сто	яния I			
1	400,879	4009,331	5,955	385,021	3968,757	5,957	
2	396,067	4001,379	6,132	380,510	3976,882	6,131	
3	396,509	3992,388	6,245	372,487	3980,964	6,243	
4	396,842	3989,817	5,669	370,091	3981,952	5,668	
		измере	ния с точки стоя	ния II			
5	412,012	3969,066	5,749	376,724	3974,064	5,747	
6	412,936	3966,735	5,653	374,241	3974,418	5,653	
7	414,528	3964,786	5,828	371,759	3974,003	5,827	



Рисунок 4.10 – Схема наблюдений с закрепленных пунктов: *I*, *II* - точки стояния

тахеометра, 1,2,3,4,5,6,7 - марки, расположенные на фасаде здания, *B*,*C* - ориентирные пункты Таблица 4.3 – Координаты деформационных марок в текущем цикле наблюдений

	При использов	зании разных ориен	При ориентировании на общую			
N⁰	направлений,	М		удаленную	цель, м	
марки	X	Y	Ζ	X	Y	Ζ
		измерения о	с точки стоян	ля I		
1	400,882	4009,330	5,957	385,022	3968,754	5,960
2	396,069	4001,384	6,130	380,515	3976,883	6,130
3	396,510	3992,391	6,247	372,490	3980,965	6,246
4	396,844	3989,816	5,672	370,092	3981,950	5,670
		измерения с	с точки стояни	II RI		
5	412,014	3969,064	5,748	376,721	3974,065	5,745
6	412,931	3966,739	5,656	374,247	3974,419	5,657
7	414,530	3964,784	5,830	371,756	3974,003	5,830

Найдем разность координат марок начального и текущего цикла наблюдений для первого и второго вариантов (таблица 4.4):

Таблица 4.4 – Вектора смещений деформационных марок

	При использо	При ориентировании на общую						
Номера	направлений, мм			удаленную	цель, мм			
марок	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$		
измерения с точки стояния I								
1	+3	-1	+1	-3	3			

2	+2	+5	-2	+5	1	-1
3	+1	+3	+2	+3	+1	+3
4	+2	-1	+3	+1	-2	+2
		измерения	с точки стояния	II		
5	+2	-2	-1	-3	+1	-2
6	-5	+4	+3	+6	+1	+4
7	+2	-2	+2	-3	0	+3

Продолжение таблицы 4.4

Определим вектора смещений, полученные со станции II в одинаково ориентированной системе координат со станцией I. Разворот осей X, Y станции II относительно станции I составляет  $\omega_{II} = 180^{\circ}$ , тогда вектора смещений марок, вычисленные по формуле (2.1) для станции II в одинаково ориентированной системе со станцией I будут равны (таблица 4.5):

Таблица 4.5 – Составляющие вектора смещений марок, полученные со II станции

Номера марок	$\Delta X$ , мм	$\Delta Y$ , MM
5	-2	2
6	5	-4
7	-2	2

Таким образом, вектора смещений марок при ориентировании на общую удаленную цель получают сразу в одинаково ориентированной системе координат, а при использовании разных ориентирных направлений – требуют преобразования по формуле (2.1).

## 4.3.4 Обоснование схемы наблюдений за деформациями памятников культурного наследия

Наблюдения за деформациями оснований и фундаментов зданий и сооружений, находящихся в эксплуатации, проводят в случае появления трещин, раскрытий швов, а также резкого изменения условий работы сооружений (например, проведение реставрационных и реконструкционных работ).

Решающими факторами, оказывающими влияние на выбор той или иной методики геодезической съемки основных конструктивных элементов памятников культурного наследия, являются:

• доступность к основным конструктивным элементам, обусловленная, например, наличием строительных лесов, что затрудняет использование определенных методов геодезических наблюдений;

• необходимость проведения наблюдений за деформационными марками на различных уровнях Собора требует беспрепятственного выхода наблюдателя на эти уровни, поэтому использование громоздкого и тяжелого оборудования не является допустимым;

• во время проведения реставрационных работ в Соборе могут присутствовать различные условия, которые могут повлиять на качество наблюдений: вибрация, запыленность, изменение температур, конвекционные потоки воздуха.

Используя приведенные выше приборы, опишем методику выполнения наблюдений за деформациями. Измерения в Соборе выполнялись с использованием тахеометра Leica TDRA6000 путем автоматизированного наведения прибора на специальные призменные CCR-отражатели (рисунок 4.9, б), устанавливаемые на деформационные марки.

Схема наблюдений в Соборе представляла собой 16 точек стояния тахеометра, связанных в единую сеть с помощью связующих марок (рисунок 4.11):



Рисунок 4.11 – Схема наблюдений за деформациями: 1-16 – точки стояния тахеометра, 300-316, 701-755, NW2, NW1, NE2, NE1, SE2, SE1, SW2, SW1, 300-320, NZ, NY, NS, NV – деформационные марки.

Выбор мест точек стояния приборов выполняли таким образом, чтобы обеспечивать видимость на максимальное количество деформационных марок с одной точки стояния.

При наблюдениях на деформационные марки получали их пространственные координаты в свободной сети. При этом точки стояния тахеометра от цикла к циклу не закрепляли, т.е. применяли так называемый метод «свободных станций». Для получения векторов смещений деформационных марок в единой системе координат использовали связующие точки для каждой пары свободных станций (минимум 3).

Например, в Соборе с точки стояния 3 тахеометра были получены координаты марок 701-704, 710, 711, 734, 740 (рисунок 4.12):



Рисунок 4.12 – Точка стояния 3 тахеометра в Морском Никольском Соборе

В WestPark использовали 9 опорных пунктов, координаты X и Y которых определяли с помощью GPS-наблюдений, а высоту Z - методом высокоточного геометрического нивелирования. Далее с использованием пространственной полярной засечки определяли координаты деформационных марок, расположенных на стене сооружения. Например, с точки стояния «OL03» тахеометра получены координаты марок №32, 39-60. 62 и 71 (рисунок 4.7).

## 4.4 Обработка геодезических наблюдений за деформациями

### 4.4.1 Уравнивание результатов измерений с использованием программного обеспечения

После выполнения вышеописанных геодезических наблюдений выполняли их уравнивание. Рассмотрим сначала классическое уравнивание. Для Собора координаты марок уравнивали в программе SpatialAnalyser, а для WestPark уравнивание выполняли в Geo8 и WinKafka [125, 164]. Оценка деформаций памятников культурного наследия выполнялась

классическим методом - сравнением изменений координат с предельным значением. Предельным изменением координат считалось значение 1,4 мм, что точнее рекомендуемого II класса наблюдений [30]. Например, для Собора в каждом цикле наблюдений для изменений высот строили диаграммы (рисунок 4.13), а для плановых изменений координат строили вектора смещений для каждой деформационной марки (рисунок 4.14).



Рисунок 4.13 – Гистограмма высотных отклонений



Рисунок 4.14 – Изменение планового положения деформационных марок (первый уровень)

Рассмотрим определение векторов смещений на основе изменения длин линий деформационной сети с использованием метода наименьших квадратов.

#### 4.4.2 Определение векторов смещений по методу наименьших квадратов

Рассмотрим пространственную полярную засечку на примере высокоточного тахеометра Leica TDRA 6000. Используя приближенный подход, будем считать, что СКО определения координат одной марки равны между собой:  $m_X = m_Y = m_Z$  и постоянны для всех марок, расположенных на Соборе. По формулам, приведённым в [22], определим СКО для высокоточного тахеометра Leica TDRA 6000:  $m_X = m_Y = m_Z = m_{XYZ} = 0,5 \text{ мм}$ . Следовательно, СКО изменения координат  $m_{\Delta X} = m_{\Delta Y} = m_{\Delta Z} = m_{\Delta} = 0,5 \cdot \sqrt{2} = 0,7 \text{ мм}$ .

Расстояние  $L_{ii}$  между марками *i* и *j* является функцией от координат (2.5).

Вычислим СКО определения расстояния  $m_{Lii}$  (4.1) [110]:

$$m_{Lig}^{2} = \left(\frac{X_{j} - X_{i}}{L_{ij}}\right)^{2} m_{Xi}^{2} + \left(\frac{Y_{j} - Y_{i}}{L_{ij}}\right)^{2} m_{Yi}^{2} + \left(\frac{Z_{j} - Z_{i}}{L_{ij}}\right)^{2} m_{Zi}^{2} + \left(\frac{X_{j} - X_{i}}{L_{ij}}\right)^{2} m_{Xj}^{2} + \left(\frac{Y_{j} - Y_{i}}{L_{ij}}\right)^{2} m_{Yj}^{2} + \left(\frac{Z_{j} - Z_{i}}{L_{ij}}\right)^{2} m_{Zj}^{2}$$

$$(4.1)$$

где  $X_i, Y_i, Z_i, X_j, Y_j, Z_j$  - координаты деформационных марок *i* и *j* соответственно,  $m_{X_i}, m_{Y_i}, m_{Z_i}, m_{X_j}, m_{Y_j}, m_{Z_j}$  - СКО определения координат деформационных марок *i* и *j* соответственно.

Тогда, используя принцип равных влияний, СКО определения любого расстояния *m*<sub>L</sub> будет равна (4.2):

$$m_L = m_{XYZ} \sqrt{2} , \qquad (4.2)$$

где  $m_{XYZ}$  - СКО опредедения координат деформационных марок.

Получим:  $m_L = 0,5 \text{мм}\sqrt{6} = 1,2 \text{мм}$ .

СКО изменения расстояния  $m_{\Lambda L}$  будет равна (4.3):

$$m_{\Delta L} = m_L \sqrt{2} \tag{4.3}$$

Получим:  $m_{\Delta L} = 1,2 M M \sqrt{2} = 1,7 M M$ .

Выполним исследования на примере двух свободных станций. Рассмотрим два варианта: уравнивание наблюдений со свободных станций с использованием связующих точек (классический метод) и без использования связующих точек (свободная пространственная сеть). В *первом варианте* (рисунок 4.15) со станции 1 получены координаты марок 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729 (таблица 4.6). Со станции 2 получены координаты марок 726, 727, 728, 729, 731, 735, 736, 737, 743 (таблица 4.7). Таким образом, марки 726, 727, 728, 729 являются связующими для двух станций (рисунок 4.15).



Рисунок 4.15 - Схема наблюдений для некоторых марок Собора

Таблица 4.6 – Координаты марок в системе координат 1й станции текущий цикл

	Координаты, мм					
№ марки	X	Y	Ζ			
723	-2837,3909	9599,4163	-1329,8862			
724	-2031,1022	-1497,6829	-1290,4397			
725	557,4147	-3952,9287	-1299,8621			
726	2316,7818	-1520,7635	-1312,6546			
727	6616,4944	-5922,9669	-1377,033			
728	7223,0429	-8260,4785	-1346,7463			
729	5994,0203	-14472,9535	-1333,3923			

Tab 47	I/ a a the maximum a maximum a			<u> </u>			*****
таолина 4.7 —	-коорлинаты	марок в	системе коорлинат	/.И	станнии	текушии	пикл
гаолица и ,	псоординаты	map on D	enerene koopginiai		• I wilding	төку щин	цина

	Координаты, мм						
№ марки	X	Y	Z				
726	8414,01	6807,5604	-1345,2553				
727	6455,2895	974,4868	-1409,2606				
728	4651,2935	-630,5006	-1379,1059				
729	-1438,699	-2368,0235	-1365,7588				
731	-10942,6792	-1603,7374	-1722,6918				
735	-18866,1805	-2612,7335	-2332,2712				
736	-30160,5795	-1716,3692	-2347,3942				
737	-34726,6992	-1768,9639	-2373,3467				
743	-45385,8136	-1175,7117	-2361,4705				

При уравнивании измерений в программе SpatialAnalyser получены следующие координаты марок в единой системе координат объекта (таблица 4.8). Определим также приращения координат относительно начального цикла наблюдений:

Номер								Приращения		
a	Начал	ьный цикл,	MM	Теку	ций цикл, г	MM	К	координат, мм		
марок	X	Y	Ζ	X	Y	Z	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	
723	36870,4	-1340,9	22,9	36870,4	-1339,9	22,8	0	1	-0,1	
724	27307,5	-7030,6	61,9	27308	-7031,3	62,4	0,5	-0,7	0,5	
725	26272	-10444,7	52,6	26273,3	-10445,4	53	1,3	-0,7	0,4	
726	29234,6	-10928,2	39,8	29235,8	-10929,4	39,9	1,2	-1,2	0,1	
727	27225	-16744,2	-24,4	27225,7	-16745,6	-24,2	0,7	-1,4	0,2	
728	25406,7	-18333,3	5,9	25407,4	-18334,7	6	0,7	-1,4	0,1	
729	19301,9	-20017,5	19	19302,1	-20018,8	19,3	0,2	-1,3	0,3	
731	9805,4	-19170,1	-337,5	9805,1	-19170,8	-337,5	-0,3	-0,7	0	
735	1873,3	-20109,4	-947,3	1873,1	-20110	-947,2	-0,2	-0,6	0,1	
736	-9413,1	-19113,9	-962,3	-9412,7	-19114,1	-962,1	0,4	-0,2	0,2	
737	-13979,3	-19126,2	-988,5	-13979	-19126,4	-988,3	0,3	-0,2	0,2	
743	-24633,5	-18439,9	-976,7	-24632,3	-18439,6	-976,4	1,2	0,3	0,3	

Таблица 4.8 – Координаты марок и их изменения в единой системе координат объекта

Во *втором варианте* выполним определение векторов смещений деформационных марок, полученных со 2й станции, с использованием МНК на основе изменения длин линий деформационной сети. При этом исключим из обработки связующие марки 726, 727, 728, 729. Получим следующую картину (рисунок 4.16):



Рисунок 4.16 – Деформационная сеть для определения векторов смещений

Так как марок 5, значит между ними будет определено 10 расстояний. Матрица расстояний текущего цикла наблюдений для координат марок, представленных на рисунке 4.16, будет иметь следующий вид (таблица 4.9):

	11	U
Таолина 4.9 –	Матрина	расстоянии. мм
I wormide	in the print of	P, 10,1111,111,111

Номера марок	731	735	736	737
731				
735	8010,714			
736	19228,381	11329,923		
737	23793,492	15883,000	4566,496	
743	34451,716	26558,554	15234,837	10675,617

Исходные данные для решения задачи в программе MathCAD:

	( 8010.714 )							
	19228.381							
	23793.492		( 9805.4 )		(-19170.1)		(-337.5)	
	34451.716		1873.3		-20109.4		-947.3	
D :=	11329.923	X0 :=	-9413.1	¥0.:=	-19113.9	Z0 :=	-962.3	
	15883		-13979.3		-19126.2		-988.5	
	26558.554		(-24633.5)		-18439.9		(-976.7)	
	4566.496							
	15234.837							
	(10675.617)							

Вычислим вектор поправок V в измерения:

		1	
	1	-3.325.10	-7
	2	-3.059.10	-7
	3	2.664·10	-6
	4	-2.029.10	-6
	5	1.726.10	-6
Vf =	6		-0
	7		0
	8	-1.877·10	-6
	9	3.293·10	-6
	10		-0

Найдем ошибку единицы веса  $\mu = 0,0001$  ,СКП искомых параметров и вектор оцениваемых параметров X:



Сравнивая полученный вектор с данными, обведенными полужирными линиями в таблице 4.8, видим, что есть некоторые различия. Это может быть связано с изменениями координат деформационных марок, сопоставимыми с точностью измерений (0,5 мм). После определения векторов смещений приступают к их анализу на предмет деформаций.

## 4.4.3 Определение векторов смещений марок из решения линейной пространственной засечки

Применим разработанную методику оценки деформаций к памятнику культурного наследия – Морскому Никольскому Собору в г. Кронштадте [92, 93, 165, 166]. Поскольку опорные пункты для наблюдений за деформациями отсутствуют, следует определить квазиопорные пункты по результатам наблюдений для построения тетраэдров. Построим матрицу расстояний (таблица 4.10) для точки стояния 3 тахеометра (рисунок 4.12), используя уравненные координаты марок, полученные для начального цикла наблюдений:

Номера	702	703	704	710	711	734	740
марок							
701	2137,6	4994,3	6394,2	17126,7	28702,9	45743,7	33171,7
702		7026,9	7384,0	15346,9	26933,1	45338,3	33556,5
703			5013,3	20562,1	31917,7	45299,4	31070,0
704				16966,4	27909,1	40438,2	26917,8
710					11587,3	36063,3	30808,4
711						32478,7	33756,8
734							18869,0

Аналогичную матрицу получим и для текущего цикла наблюдений (таблица 4.11): Таблица 4.11 – Матрица расстояний текущего цикла наблюдений, мм

Номера марок	702	703	704	710	711	734	740
701	2137,6	4994,8	6395,0	17127,1	28703,0	45744,2	33172,3
702		7027,4	7384,6	15347,2	26933,2	45338,7	33557,0
703			5013,6	20562,6	31917,8	45299,6	31070,0
704				16966,7	27908,9	40438,0	26917,6
710					11587,1	36063,4	30808,6
711						32478,7	33756,6
734							18868,9

Затем вычислим разность матриц расстояний (таблица 4.12):

Таблица 4.12 – Разность матриц расстояний, мм

Номера марок	702	703	704	710	711	734	740
701	0	0,5	0,8	0,4	0,1	0,5	0,6
702		0,5	0,6	0,3	0,1	0,4	0,5
703			0,3	0,5	0,1	0,2	0
704				0,3	-0,2	-0,2	-0,2
710					-0,2	0,1	0,2
711						0	-0,2
734							-0,1

Если изменения координат превысят 2 ·  $m_{\Delta} = 1,4$  мм, говорят о том, что в Соборе происходят деформации. Как видим из рисунков 4.13-4.14, изменения координат не превосходят критического значения (1,4 мм), то есть деформации находятся в пределах точности измерений.

Поскольку в матрице деформаций  $\Delta L < m_{\Delta L}$ , то деформации находятся в пределах точности измерений. Похожая картина получена для всех остальных марок Собора. Это означает, что никакие изменения расстояний не представляют интереса для дальнейшего исследования.

Применим разработанную методику оценки деформаций к памятнику культурного наследия – *WestPark в г. Бохум* [108].

Используем разработанную программу для оценки точности при построении сети в виде линейной пространственной засечки. В результате перебора различных опорных пунктов для построения сети, наибольшая точность и минимальное число отбракованных марок достигается с использованием пунктов OL05, OL07 и OL08 (рисунок 4.17):



Рисунок 4.17 – Результат работы программы

Также проверена работа второй программы, которая по результатам расчётов выводит список деформационных марок. Часть этого списка представлена на рисунке 4.18:

Файл	Главная Во	тавка Разметка	страницы Форг	мулы Данные	Рецензирование	Вид ACROB	АТ 🛛 Что вы хо	отите сделать?	
Встави	Саlibri гь 💉 К Ц бмена Б	- <u>11</u> - А L - ⊞ - <u>∆</u> - Шрифт	▲ ▲ = = = ▲ - = = = Beloach		щий т т % 000 500 500 500	условное форматирование	Форматировать С • как таблицу • яч Стили	Вставить Тили неек + Формат	<ul> <li>Х - Ау</li> <li>↓ - Сортировка Н</li> <li>и фильтр - вы,</li> <li>Редактировани</li> </ul>
11	учер оолена и шрици и шрици и шрици и царовинование и тисли и и Стили и червклировании П1 ▼ :: Х √ ƒx Статус								
	А	В	С	D	E	F	G	Н	1
1	Имя марн	х	Y	z	mx	my	mz	m	Статус
2	3	652,805	727,39	74,698	0	0	0,005	0,006	ложь
3	2	656,502	732,151	77,68	0	0	0,006	0,006	ложь
4	1	656,073	732,382	74,621	0	0	0,006	0,006	ложь
5	120	717,412	711,743	76,545	0	0	0,005	0,005	ИСТИНА
6	119	717,531	711,014	74,713	0	0	0,005	0,005	ИСТИНА
7	118	689,284	703,777	76,248	0	0	0,003	0,003	ИСТИНА
8	117	724,672	703,628	76,646	0	0	0,005	0,005	ИСТИНА
9	116	724,762	703,486	75,349	0	0	0,005	0,005	ИСТИНА
10	115	724,288	703,842	76,632	0	0	0,005	0,005	ИСТИНА
11	114	724,452	703,648	75,332	0	0	0,005	0,005	ст <b>ИСТИНА</b> indov
17	лист1	+	700 640	70 5 75	^	^		pa coordinate	рбы активировать Wir здел "Параметры".
Готово		~							

Рисунок 4.18 – Часть списка марок, выгруженных по результатам работы программы

Исходя из рисунков 4.17, 4.18, только марки 1, 2 и 3 отбраковываются при построении сети в виде линейной пространственной засечки, полученные результаты работы двух программ совпадают, что свидетельствует о корректной работе программ.

#### 4.4.4 Определение вида деформации на примере WestPark в г. Бохум

Применим методику оценки деформаций к памятнику культурного наследия – WestPark **в г. Бохум** [94]. Определение координат деформационных марок выполняли тахеометром Sokkia SRX1, который имеет следующие характеристики:  $m_{\beta} = m_{\nu} = 1$ "  $m_{S} = \pm (3mm + 2 \cdot 10^{-6} \cdot S)$  в безотражательном режиме. По формулам, приведённым в [22], вычислим СКО определения координат деформационных марок:  $m_{\chi_{j}} = m_{\chi_{j}} = m_{\chi_{i}} = m_{\chi_{i}} = m_{\chi_{i}} = 3mm$ . Тахеометр не удовлетворяет погрешности определения вертикальных смещений, устанавливаемой нормативными документами [30]. Поэтому целесообразно выполнять исследования по определению векторов смещений и видов деформаций только для плоского случая, т.е. для составляющих векторов  $\Delta X$  и  $\Delta Y$  смещений деформационных марок.

Тогда СКО изменения координат составит:  $m_{\Delta X} = m_{\Delta Y} = m_{\Delta} = 3 \cdot \sqrt{2} = 4,2 \, \text{мм}$ . Таким образом, если изменение координат  $\Delta X$  и  $\Delta Y$  превысит  $2 \cdot m_{\Delta} = 8,4 \, \text{мm}$ , говорят о том, что происходят деформации. Изменение координат между смежными циклами измерений для нескольких марок, представленных на рисунке 4.7 вычислены в таблице 4.13:

Таблица 4.13 – Изменения координат дефор	эмационных марок
--	------------------

Havena vonav	Изменения координат, мм				
помера марок	ΔΧ	$\Delta Y$			
32	3,2	6,5			
38	3,7	1,7			
39	6,9	0,2			
40	9,0	-5,1			
41	1,7	-5,0			
42	-3,0	-2,4			
43	-10,6	-9,2			
44	6,7	0,9			
45	8,4	-1,2			
46	9,0	-2,0			
47	7,8	1,5			
48	3,8	1,7			
49	-14,4	-10,0			
50	-4,7	-6,2			
51	-0,5	-3,8			
52	+12,1	+15,4			
53	5,3	-2,7			
54	-44,4	+8,5			

Из таблицы 4.13 видим, что изменения координат превышают предельное значение для марок №40, 46, 43, 49, 52, 54.

Построим триангуляционную поверхность между марками, полученными с одной из точек стояния тахеометра, и присвоим номера для каждого треугольника (рисунок 4.19, *a*).

Данные по расстояниям в треугольниках представлены в таблицах 4.14-4.15: Таблица 4.14 – Длины сторон треугольников

Номер		2004 г.		2014 г.			
треугольника	Длины (	сторон треугол	ьника, м	Длины сторон треугольника, м			
1 5	1	2	3	1	2	3	
1	5,1259	2,7682	6,4930	5,1250	2,7645	6,4915	
2	4,9145	2,0908	4,3307	4,9195	2,0923	4,3363	
3	4,3307	4,7246	2,7682	4,3363	4,7339	2,7645	
4	4,7246	6,7740	4,7989	4,7339	6,7916	4,8076	
5	6,7740	1,2033	5,7480	6,7916	1,2090	5,7619	
6	5,7480	2,4449	4,8182	5,7619	2,4361	4,8273	
7	4,8182	2,1536	5,4692	4,8273	2,1560	5,4806	
8	5,4692	3,6666	3,5720	5,4806	3,6637	3,5810	
9	5,7350	3,5720	8,1204	5,7250	3,5810	8,1325	
10	7,4582	5,7350	3,1748	7,4411	5,7250	3,1640	
11	7,9346	4,7989	7,4582	7,9268	4,8076	7,4411	
12	5,7124	7,9346	4,3372	5,7079	7,9268	4,3426	
13	6,4930	5,7124	5,8688	6,4915	5,7079	5,8675	
14	4,7151	5,8688	1,9635	4,7219	5,8675	1,9495	
15	4,9096	4,7151	0,2033	4,9145	4,7219	0,2021	
16	1,9635	1,4884	0,6758	1,9495	1,4763	0,6731	
17	0,2033	0,6758	0,5439	0,2021	0,6731	0,5439	
18	0,5439	0,2213	0,7056	0,5439	0,2242	0,7090	
19	0,2213	5,3881	5,2425	0,2242	5,3842	5,2348	
20	5,3881	0,1141	5,3563	5,3860	0,1148	5,3526	
21	1,4884	4,3372	5,3563	1,4763	4,3426	5,3526	
22	0,1141	3,1748	3,2242	0,1148	3,1640	3,2122	

СКО определения расстояния  $m_L$  будет равна:  $m_L = 3_{MM}\sqrt{6} = 7, 3_{MM}$ . СКО изменения расстояний будет равна:  $m_{\Delta L} = 7, 3_{MM}\sqrt{2} = 10, 3_{MM}$ .

На рисунке 4.19, б и в таблице 4.15 цветом отмечены расстояния, изменения которых превышают 10,3 мм.

Согласно рассуждениям в п.3.3.2 для дальнейшего исследования интерес представляют треугольники №5, №10, №16 и №22. Введем для них систему координат, как представлено на рисунке 4.20 и вычислим координаты и составляющие вектора смещения деформационных марок 43, 49, 52, 54 (таблица 4.16).





Разность данных представлена в таблице 4.15:

I аблица 4.15 – Разность длин сторон треугольни	іков
---	------

Номер треугольника	Изменение длин сторон треугольника, мм					
nomep npeyronblinka	1	2	3			
1	-1,0	-3,7	-1,5			
2	5,0	1,6	5,6			
3	5,6	9,3	-3,7			
4	9,3	17,5	8,7			
5	17,5	5,7	13,8			
6	13,8	-8,9	9,1			
7	9,1	2,4	11,4			
8	11,4	-2,9	9,0			
9	10,0	9,0	12,1			
10	-17,2	-10,0	-10,9			
11	-7,8	8,7	-17,2			
12	-4,6	-7,8	5,4			
13	-1,5	-4,6	-1,2			
14	6,8	-1,2	-14,0			
15	4,9	6,8	-1,1			
16	-14,0	-12,0	-2,8			
17	-1,1	-2,8	0,1			
18	0,1	2,9	3,5			
19	2,9	-3,9	-7,7			
20	-2,1	0,7	-3,6			
21	-12,0	5,4	-3,6			
22	0,7	-10,9	-12,0			

141



Рисунок 4.20 – Треугольники для определения векторов смещений деформационных

марок

Таблица 4.16 – Координаты марок и их изменения в системе координат треугольников

Номера		Координаты		G		
марок			«текущей» модели,		Составляющие	
	Координаты «идеа	альной» модели, м	М		вектора смещения, мм	
	x	У	x	У	$\Delta x$	$\Delta y$
52	5,940	3,256	5,952	3,272	+12	+16
49	6,838	2,977	6,824	2,967	-14	-10
54	1,442	2,884	1,397	2,892	-45	+8
43	1,551	1,204	1,541	1,194	-10	-10

Полученные вектора смещений совпадают с векторами смещений в таблице 4.13.

Выполним преобразование координат по формулам (3.11) – (3.12) и получим аналогичные вектора смещений деформационных марок 43, 49, 52, 54 в системе координат объекта текущего цикла наблюдений.

Поскольку вектора смещений совпадают между собой, можно сделать вывод о том, что произошла деформация растяжения/сжатия вдоль осей X и Y. Вычислим деформацию растяжения/сжатия  $\varepsilon$  по формуле (3.13). Результаты представим в таблице 4.17.

Номер треугольника	Расстояние между	Изменение	Растяжение/сжатие
	марками, м	расстояния, мм	ε
4, 5	$L_{39-52} = 6,774$	+17,5	+0,002
5, 6	$L_{52-40} = 5,748$	+13,8	+0,002
7, 8	$L_{51-52} = 5,4692$	+11,4	+0,002
9	$L_{53-54} = 8,1204$	+12,1	+0,001
10, 11	$L_{49-52} = 7,4582$	-17,2	-0,002
10, 22	$L_{49-54} = 3,1748$	-10,9	-0,003
14, 16	$L_{43-45} = 1,9635$	-24,1	-0,007

Таблица 4.17 – Изменения расстояний в треугольниках и деформация растяжения/сжатия

Продолжение таблицы 4.17

16, 21	$L_{43-47} = 1,4884$	-12,0	-0,008
22	$L_{48-54} = 3,2242$	-12,0	-0,004

Сравним полученные значения с допустимыми, установленными нормативными документами. Согласно [74]  $\varepsilon = \pm 2 \cdot 10^{-3}$  при расстояниях 15-20 м. Расстояния  $L_{43-45}$  и  $L_{43-47}$  превысили допустимое значение. Это может быть связано с раскрытием трещин или сезонным изменением температур (рисунок 4.7), так как марки 45 и 47 марки располагаются в зоне трещин.

## 4.4 Выводы по Главе 4

В результате исследований получены следующие выводы:

1. Выполнена апробация разработанной методики геодезических наблюдений за деформациями на примере Гидрокорпуса-1.

2. Выполнено сравнение полученных результатов традиционных методов обработки наблюдений с разработанными автором методиками:

a) Выполнено определение векторов смещений по методу наименьших квадратов на примере Морского Никольского Собора в Кронштадте.

b) Выполнено определение квазиопорных марок на примере Морского Никольского Собора в Кронштадте. Нормированная матрица изменений расстояний показала отсутствие деформаций в Соборе.

c) Выполнена апробация разработанных автором программ для ЭВМ на примере WestPark г. Бохум, по результатам работы обеих программ выявлены наилучшие опорные пункты для построения линейной пространственной засечки OL05, OL07, OL08.

 выполнена апробация разработанной методики определения вида деформаций для плоского случая с использованием полигональной сетки треугольников на примере WestPark г.
 Бохум, выявлены деформации растяжения и сжатия.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные и практические итоги работы:

1. Разработан метод оценки пространственных деформаций при геодезическом мониторинге памятников культурного наследия, включающий усовершенствованную технологию наблюдений и методику обработки результатов измерений.

2. Разработана упрощенная методика геодезических наблюдений за деформациями, которая предусматривает выполнение линейно-угловых измерений с двух независимых станций и посредством увязки ориентирных направлений вектора смещений марок сводятся к единой системе координат.

3. Определено минимальное количество марок и измеряемых расстояний между ними для определения векторов их смещений по методу наименьших квадратов (МНК).

4. Разработаны программные средства для оценки точности получения координат марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618408) а также с возможностью визуализации (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618923).

5. Разработан алгоритм определения смещенных и несмещенных марок в деформационной сети, основанный на анализе изменений длин линий деформационной сети.

6. Разработан алгоритм определения абсолютных и относительных деформаций различных объектов, базирующийся на трехмерном анализе векторов смещений пунктов деформационной сети.

7. Выполнено сравнение классических методов оценки деформаций и метода оценки деформаций по изменениям расстояний на реальных объектах, результаты сходимости доказали достоверность разработанного метода.

8. Полученные результаты могут быть использованы геодезическими организациями, которые планируют наблюдения за деформациями различных зданий и сооружений.

9. Перспективы дальнейших исследований состоят в конкретизации разработанной методики при мониторинге различных объектов культурного наследия.

144
#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 Азаров, Б.Ф. Современные методы геодезических наблюдений за деформациями инженерных сооружений / Б.Ф. Азаров // Ползуновский вестник. – 2011. – №1. – С. 19-29. – ISSN 2072-8921.

Азаров, Б.Ф. Оценка динамики техногенной нагрузки в оползневой зоне г.
 Барнаула (на примере района бывшей овчинно-меховой фабрики) / Б.Ф. Азаров, А.В. Князева // Ползуновский альманах. – 2016. – №3. – С. 87-91. – ISSN 2079-1097.

3. Алехин, В.Н. Мониторинг деформаций в реальном времени с помощью автоматизированных программно-аппаратных систем / В.Н. Алехин, М.В. Плетнев, А.А. Антипин и др. // Геопрофи. – 2013. – №6. – С. 20-23. – ISSN 2306-8736.

4. Алешин, А.С. Методика и техника спутниковой геодезии для целей деформационного мониторинга / А.С. Алешин, О.Н. Галаганов // Геоэкология. – 2001. – №1. – С. 83-88. – ISSN 0869-7809.

5. Антонович, К.М. Геодезический контроль линейной части магистральных трубопроводов с использованием спутниковых технологий / К.М. Антонович, А.М. Олейник, Г.А. Уставич // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2011. – №1. – С. 62-66. – ISSN 0536-101Х.

6. Антонович, К.М. Мониторинг объектов с применением GPS-технологий / К.М. Антонович, А.П. Карпик // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2004. – №1. – С. 53-67. – ISSN 0536-101X.

7. Афонин, К.Ф. Высшая геодезия. Системы координат и преобразования между ними: учебно-методическое пособие / К.Ф. Афонин. – Новосибирск: СГГА, 2011. – 56 с.

Афонин, Д.А. Проектирование геометрических параметров наземного лазерного сканирования при контроле деформаций зданий и сооружений в условиях плотной застройки / Д.А. Афонин, М.Я. Брынь, Е.Г. Толстов // Геодезия и картография. – 2013. – № 2. – С. 2-7. – ISSN 0016-7126.

9. Барулин, А.И. Методика наблюдений за деформациями откосов с использованием электронных тахеометров / А.И. Барулин // Маркшейдерский вестник. – 2011. – №3. – С. 22-26. – ISSN 2073-0098.

10. Батраков, Ю.Г. Исследование и опыт применения геодезической системы, объединяющей в себе электронный тахеометр и спутниковый приёмник / Ю.Г. Батраков, Е.С. Саламонов // Геодезия и картография. – 2012. – №6. – С. 9-16. – ISSN 0016-7126.

11. Безбородов, В.Г. Опыт спутникового мониторинга плотины Нижнекамской ГЭС /
В.Г. Безбородов, В.В. Бойков, Е.А. Булаева // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2012. –
№4. – С.72-75. – ISSN 0536-101X.

12. Безменов, В.М. Теоретические основы определения параметров преобразования пространственных геоцентрических систем координат / В.М. Безменов. – Казань: физический факультет КГУ, 2007. – 28 с.

 Бернд, Х. О возможности использования цифровой инклинометрии для геодезического мониторинга инженерных сооружений / Х. Бернд, С.В. Староверов, Я.В. Мясников // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2015. – №1. – С. 34-37. – ISSN 0536-101Х.

Бернд Х. Цифровые инклинометры в системах автоматизированного геодезического мониторинга деформаций / Х. Бенд // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2015. – №6. – С. 23-29. – ISSN 0536-101Х.

15. Бессонов, Г.Б. Исследование деформаций, расчет несущей способности и конструктивное укрепление древних распорных систем / Г.Б. Бессонов – М.: Объединение «Союзреставрация», 1989. – 163 с.

16. Большаков, В.О. Экспериментальные исследования системы высокоточного мониторинга смещений инженерных сооружений, использующей технологию ГЛОНАСС/GPS / В.О. Большаков, А.И. Жодзишский, О.В. Нестеров, П.К. Шитиков // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2011. – №6. – С.44-49. – ISSN 0536-101Х.

Будо, А.Ю. Расчёт осадок деформаций в CREDO / А.Ю. Будо, Д.М. Васильков, Д.В.
 Грохольский // Геопрофи. – 2014. – №1. – С. 24-28. – ISSN 2306-8736.

18. Бывшев, В.А. О алгебраической структуре множества матриц, g-обратных к симметричной матрице, в задаче уравнивания по методу наименьших квадратов свободных геодезических сетей / В.А. Бывшев // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 1983. – №4. – С. 11-19. – ISSN 0536-101X.

Бывшев, В.А. Об интерпретации результатов уравнивания свободных геодезических сетей / В.А. Бывшев // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 1985. – №2. – С. 7-14. – ISSN 0536-101X.

20. Бывшев, В.А. Методика вычисления псевдорешений уравнений ошибок с требуемыми экстремальными свойствами / В.А. Бывшев, Е.В. Алексашина // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 1993. – №4. – С. 8-17. – ISSN 0536-101Х.

21. Валиева, А.Р. Обоснование применения лазерного сканирования в оценке деформаций высотных конструкций / А.Р. Валиева // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2016. – №4 – С. 60-63. – ISSN 0536-101X.

22. Верхотуров, В.И. Контроль сохранности положения элементов спутниковых антенных систем в период их наземной эксплуатации / В.И. Верхотуров, А.П. Лашутин, В.В. Петров, А.М. Шарапов // 28 антенная конференция Европейского космического агентства. – Нордвик. – 2005.– С. 1-8.

23. Гаврилов, С.Г. Система дистанционного мониторинга деформационных процессов дворца спорта «Мегаспорт» / С.Г. Гаврилов, К.В. Шаров, А.Г. Ананьев и др. // Геопрофи. – 2015.
 – №2. – С. 49-53. – ISSN 2306-8736.

24. Гарибин, П.А. Разработка методики и аппаратуры для автоматизированного мониторинга планового положения морских причальных сооружений / П. А. Гарибин, Е.О. Ольховик // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Вып. 2 (34). – С. 55-64. – ISSN 2411-1759.

25. Генике, А.А. Исследование деформационных процессов Загорской ГАЭС спутниковыми методами / А.А. Генике, В.Н. Черненко // Геодезия и картография. – 2003. – №2. – С. 27-33. – ISSN 0016-7126.

26. Горбунов, В.А. Радиолокационный космический мониторинг деформаций территории в районе Гайского ГОК / В.А. Горбунов, Ю.И. Кантемиров // Геопрофи. – 2013. – №5. – С. 50-54. – ISSN 2306-8736.

27. Горбунов, О.Н. Спутниковый мониторинг деформаций морской ледостойкой стационарной платформы / О.Н. Горбунов // Геопрофи. – 2013. – № 4. – С. 9-13. – ISSN 2306-8736.

28. ГОСТ 32453 – 2013. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек = Global navigation satellite system. Coordinate systems. Methods of transformations for coordinates of determinated points : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 15 апреля 2014 г. № 354-ст : введен впервые : дата введения 2014-07-01 / подготовлен " ОАО «НТЦ»Интернавигация». – Москва : Стандартинформ, 2014. – 25 с. – Текст : непосредственный.

29. ГОСТ 24846 – 2012. Грунты. Методы измерений деформаций оснований зданий и сооружений = Soils. Methods of measuring the strains of structure and building bases : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 29 октября 2012 г. № 599-ст : взамен ГОСТ 24846-81 : дата введения 2013-07-01 / разработан (НИИОСП им.Н.М.Герсеванова) ОАО "НИЦ "Строительство". – Москва : Стандартинформ, 2012. – 29 с. – Текст : непосредственный.

30. ГОСТ 56198 – 2014. Мониторинг технического состояния объектов культурного наследия. Недвижимые памятники. Общие требования = Monitoring of technical state of the cultural

heritage objects. Immovable monuments. General requirements : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 30 октября 2014 г. № 1458-ст : введен впервые : дата введения 2015-04-01 / разработан ФГУП ЦНРПМ совместно с АНО АНТЦ РААСН, ООО "СК "КРЕАЛ", ПАРЦ СТСЛ, ФГУП "СПЕЦПРОЕКТРЕСТАВРАЦИЯ". – Москва : Стандартинформ, 2015. – 38 с. – Текст : непосредственный.

31. ГОСТ 56891.2 – 2016. Сохранение объектов культурного наследия. Термины и определения. Часть 2. Памятники истории и культуры = The preservation of cultural heritage. Terms and definitions. Part 2. Monuments of history and culture : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 10 марта 2016 г. № 135-ст : введен впервые : дата введения 2016-07-01 / разработан Федеральным государственным унитарным предприятием «Центральные научно-реставрационные проектные мастерские». – Москва : Стандартинформ, 2016. – 11 с. – Текст : непосредственный.

32. Гудков, В.М. Математическая обработка маркшейдерско-геодезических измерений : учебник для вузов / В.М. Гудков, А.В. Хлебников. – М.: Недра, 1990. – 335 с. – ISBN 5-247-00877-4.

33. Гусев, В.Н. Основы наземной лазерно-сканирующей съемки : учебное пособие /
В.Н. Гусев., А.И. Науменко., Е.М. Волохов., В.А. Голованов. – 2-е изд., испр. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный университет, 2011. – 80 с. – ISBN 978-5-94211-522-7.

З4. Девина, Р.А. Микроклимат церковных зданий / Р.А Девина, И.В. Илларионова, Н.Л.
Ребрикова, В.А. Бойко, Я.Г. Кронфельд, В.Б. Дорохов, Т.В. Логачева. – М.: ГосНИИР, 2000 : [сайт]. – URL: http://art-con.ru/node/2064. (дата обращения: 26.06.2018).

35. Джоел, Ван Кроненброк. Применение технологий ГНСС для деформационного мониторинга сооружений / Ван К. Джоел // Вестник СГУГиТ. – 2012. – Вып. 1(17). – С. 29-40. – ISSN 2411-1759.

36. Донец, А.М. Геодезический мониторинг высотных зданий и сооружений с помощью высокоточных спутниковых методов / А.М. Донец // Геопрофи. – 2005. – №5. – С. 17-19. – ISSN 2306-8736.

З7. Донских, И.Е. Створный метод измерения смещения сооружения / И.Е. Донских. –М.: Недра, 1974. - 192с.

 Дружинин, М.Ю. Создание трехмерных чертежей церкви по данным наземного лазерного сканирования / М.Ю. Дружинин // Геопрофи. – 2007. – №2. – С.17-19. – ISSN 2306-8736.  З9. Евстафьев, О.В. Нивелиры – от оптических до электронных / О.В. Евстафьев // Геопрофи. – 2003. – №1. – С. 42-45. – ISSN 2306-8736.

40. Жихарев, С.А. Моделирование рельефа в системе графИн / С.А. Жихарев, А.В. Скворцов // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. – Томск: Изд-во Том. Ун-та, 1998. – С. 193-204. – ISBN: 5-7511-1036-6.

41. Зайцев, А.К. Геодезические методы исследования деформаций сооружений / А.К. Зайцев, С.В. Марфенко, Д.Ш. Михелев. – М.: Недра, 1991. – 272 с. – ISBN: 5-247-02344-7.

42. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов ГКИНП (ГНТА)-03-010-03, [утв. Федеральной службой геодезии и картографии России от 01.02.2004]. – М.: ЦНИИГАиК, 2004. – 98 с.

43. Инструкция по полигонометрии и трилатерации [утв. начальником Главного управления геодезии и картографии при Совете Министров СССР]. – М.: Недра, 1976. – 104 с.

44. Казанцев, А.И. Геодезический мониторинг деформаций зданий и сооружений в условиях уплотненной городской застройки / А.И. Казанцев // Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире. – 2015. – С. 127-129. – ISSN 2307-1354.

45. Кантемиров, Ю.И. Краткие теоретические основы радарной интерферометрии и ее многопроходных вариаций Ps и SBas / Ю.И. Кантемиров // Геоматика. – 2012. – №1. – С.22–26. – ISSN 2410-6879.

46. Карлсон, А.А. Натурные наблюдения за деформациями гидротехнических сооружений геодезическими методами / А.А. Карлсон, П.Б. Гробов, И.В. Морозов. – М.: Эдитус, 2012. – 307 с. – ISBN: 978-5-905173-75-2.

47. Клюшин, Е.Б. Инженерная геодезия: Учебник для вузов / Е.Б. Клюшин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман. – 4. изд., испр. – М.: Академия, 2004. – 480 с. – ISBN: 5-7695-1524-4.

48. Князев, А.Г. О способах вычисления псевдообратной матрицы при уравнивании свободных геодезических сетей / А.Г. Князев // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 1987.
– №5. – С.25-34. – ISSN 0536-101X.

49. Комиссаров, Д. В. Обзор программных продуктов для обработки данных наземного лазерного сканирования / Д.В. Комиссаров, А.В. Иванов // ГЕО-Сибирь-2005. Науч. конгр. : сб. материалов в 7 т. (Новосибирск, 25–29 апреля 2005 г.). – Новосибирск: СГГА, 2005. Т. 1. – С. 205–206.

50. Корнилов Ю.Н. Совершенствование методики наблюдений за деформациями зданий и сооружений / Ю.Н. Корнилов, О.С. Царёва // Геодезия и картография. – 2020. – Т.81. – № 4 – С. 9-18. – ISSN 0016-7126.

51. Кузнецова, А.А. Применение наземного лазерного сканирования для выявления отклонений конструкций от их проектных значений / А.А. Кузнецова // Геодезия и картография. – 2018. – № 12. – С. 2-7. – ISSN 0016-7126.

52. Кукаренко, И.С. ПК СREDO для обработки наблюдений за кренами и осадками
 Спасо-Преображенского Собора в Новокузнецке / И.С. Кукаренко, Д.Б. Новоселов // Геопрофи.
 2015. – №5. – С. 36-40. – ISSN 2306-8736.

Кукаренко, И.С. CREDO 3D СКАН – новое решение для обработки данных лазерного сканирования / И.С. Кукаренко, Д.В. Грохольский // Геопрофи. – 2016. – №1. – С. 41-43. – ISSN 2306-8736.

54. Леонович, И.И. Использование методов нивелирования для оценки ровности дорожных покрытий / И.И. Леонович, В.П. Подшивалов. – Текст: электронный // Строительная наука и техника : [сайт]. – 2011. – №3. – С. 32-38. – URL: http://rep.bntu.by/handle/data/7828 (дата обращения: 26.06.2018).

55. Лобазов, В.Я. Математическое моделирование деформационных процессов памятников архитектуры / В.Я. Лобазов // Геопрофи. – 2004. – №4. – С. 38-40. – ISSN 2306-8736.

56. Лобов, М.И. Применение наземной фотограмметрии и лазерного сканирования для исследования динамического состояния мачтовых сооружений / М.И. Лобов, А.Н. Переварюха, А.С. Чирва // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. – 2010. – №3(83). – С. 111-116. – ISSN 1814-3296.

57. Локтионов, К.С. Геодезические системы Leica Geosystems для мониторинга деформаций инженерно- технических сооружений / К.С. Локтионов // Геопрофи. – 2010. – №6. – С. 25-27. – ISSN 2306-8736.

58. Маркузе, Ю.И. Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1989. – 247 с. – ISBN 5-247-00490-6.

59. Марфенко, С.В. Геодезические работы по наблюдению за деформациями сооружений : учебное пособие / С.В. Марфенко. – М.: МИИГАиК, 2004. – 36 с.

60. Методика геодезического мониторинга технического состояния высотных и уникальных зданий и сооружений. МДС 13-22.2009 / ООО «ТЕКТОПЛАН». – М.: ОАО «ЦПП», 2010. – 76 с.

61. Методические указания по организации и проведению наблюдений за осадкой фундаментов и деформациями зданий и сооружений строящихся и эксплуатируемых тепловых электростанций. СО 153-34.21.322-2003 [утв. приказом Министерства энергетики Российской Федерации от 30 июня 2003 г. N 283] – М., 2005. – 55 с.

62. Мурзайкин, И.Я. Определение смещений по способу одностороннего створа / И.Я. Мурзайкин, А.И. Мурзайкин // Геодезия и картография. – 2016. – № 8. – С. 7–9. – ISSN 0016-7126.

63. Мустафин, М.Г. Способ оценки вертикальных смещений оснований заданий и сооружений / М.Г. Мустафин, Х.В. Нгуен // Естественные и технические науки. – 2018. – № 11. – С. 92–99. – ISSN 1684-2626.

64. Мустафин, М.Г. Оценка вертикальных смещений оснований зданий и сооружений на основе анализа элементов деформационной сети / М.Г. Мустафин, Х.В. Нгуен. // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80. – № 3. – С. 11-19.– ISSN 0016-7126.

65. Нгуен, Х. В. Разработка методики оценки вертикальных смещений оснований зданий и сооружений на основе анализа элементов модели деформационной сети : специальность 25.00.32 «Геодезия» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Нгуен Хыу Вьет. – Санкт-Петербург, 2018. – 164 с. – Библиогр.: с. 153-163. – Текст : непосредственный.

66. Нгуен, Х.В. Анализ и пути развития методов оценки устойчивости опорных реперов при наблюдениях за оседаниями земной поверхности / Х.В. Нгуен, М.Г. Мустафин // Естественные и технические науки. – 2017. – № 5. – С. 89–96. – ISSN 1684-2626.

67. Никонов, А.В. Особенности применения современных геодезических приборов при наблюдении за осадками и деформациями зданий и сооружений объектов энергетики / А. В. Никонов // Вестник СГУГиТ. – 2013. – Вып. 4(24). – С. 12-18. – ISSN 2411-1759.

68. Новиков, Ю.А. Геодезические наблюдения за осадками здания в рамках проведения геотехнического мониторинга / Ю.А. Новиков, А.Н. Краев // Вестник СГУГиТ. – 2019. – Т.24. – №1. – С. 28-41. – ISSN 2411-1759.

Новоселов, Д.Б. Высокоточное нивелирование цифровым нивелиром в условиях недостаточной освещенности / Д.Б. Новоселов // Геодезия и картография. – 2013. – №8. – С. 14-17. – ISSN 0016-7126.

70. Российская Федерация. Федеральный закон. Об объектах культурного наследия (памятниках истории и культуры) народов Российской Федерации: Федеральный закон от 25 июня 2002 г., № 73-ФЗ (ред. от 24.04.2020) : [принят Государственной думой 24 мая 2002 года : одобрен Советом Федерации 14 июня 2002 года] – Москва : Кремль, 2002. – 155 с.

71. Огородова, Л.В. Шилкин, П.А. Определение геодезических координат из пространственной линейной засечки : учебное пособие / Л.В. Огородова, П.А. Шилкин. – 2-е изд.
 – М.: МИИГАиК, 2015. – 28 с.

72. Остроумов, В.З. Спутниковые наблюдения на реперах морских уровенных постов
в акватории Финского залива / В.З. Остроумов, Л.В. Остроумов, Г.А. Шануров // Геопрофи. –
2009. – №1. – С. 23-27. – ISSN 2306-8736.

73. Пандул, И.С. Применение цифровой фотосъемки для исследования деформаций несущих стен сооружений / И.С. Пандул, Ю.Н. Корнилов, Л.К. Горшков // Маркшейдерский вестник. – 2009. – №2. – С. 19-22. – ISSN 2073-0098.

74. Правила охраны сооружений и природных объектов от вредного влияния подземных горных разработок на угольных месторождениях : (ПБ 07-269-98) : утверждены постановлением Госгортехнадзора России от 16.03.98 г. № 13 : введены в действие 16.03.98 г. – СПб. : ВНИМИ, 1998. – 211 с.

75. Рао, С.Р. Линейные статистические методы и их применение / С.Р. Рао. – М.: Наука, 1968. – 548 с.

76. Резник, Б.Е. Непрерывные геодезические измерения деформаций строительных конструкций эксплуатируемых сооружений / Б.Е. Резник // Геопрофи. – 2008. – №4. – С. 4-10. – ISSN 2306-8736.

77. Резник, Б.Е. Методика контроля ВЭУ при непрерывном мониторинге / Б.Е. Резник
 // Геопрофи. – 2016. – №6. – С. 40-47. – ISSN 2306-8736.

78. Рекомендации по проведению натурных наблюдений за осадками грунтовых плотин : (П 87-2001) : утверждены РАО «ЕЭС России» от 03.07.98 : введены в действие I кв. 2002 г. – СПб.: ОАО «ВНИИГ», 2001. – 95 с.

79. Реставрационные нормы и правила. Методические рекомендации по проведению научно-исследовательских, изыскательских, проектных и производственных работ, направленных на сохранение объектов культурного наследия (памятников истории и культуры) народов Российской Федерации. Методическое издание. – М.: ФГУП ЦНРПМ, 2013. – 209 с.

80. Рой, Д.Н. Опыт применения метода наземного лазерного сканирования для работ в области историко-культурного наследия / Д.Н. Рой // Геопрофи. – 2007. – №2. – С. 20-23. – ISSN 2306-8736.

81. Руководство по геодезическим методам измерения горизонтальных смещений в основаниях сооружений / Акад. строительства и архитектуры СССР. Науч.-исслед. ин-т оснований и подземных сооружений. - Москва : Госстройиздат, 1960. - 79 с. : ил.; 20 см.

82. Руководство по наблюдениям за деформациями оснований и фундаментов зданий и сооружений / Акад. строительства и архитектуры СССР. Науч.-исслед. ин-т оснований и подземных сооружений. – Москва : Госстройиздат, 1975. – 156 с.

83. Рябова, Н.М. Исследование влияния различной освещенности на отсчёты по рейке / Н.М. Рябова // Интерэкспо Гео-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т.1. – С. 42–45. 84. Сальников, В.Г. Применение современных автоматизированных геодезических приборов для мониторинга гидротехнических сооружений ГЭС / В. Г. Сальников, В. А. Скрипников, М. А. Скрипникова, Т. А. Хлебникова // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т.23. - №3. – С. 108-124. – ISSN 2411-1759.

85. Свод правил. Несущие и ограждающие конструкции : (СП 70.13330.2012) : официальное издание : утвержден приказом Федерального агентства по строительству и жилищно-коммунальному хозяйству (Госстрой) от 25 декабря 2012 г. N 109/ГС : введен в действие 01.07.13 г. – Москва : ЗАО "ЦНИИПСК им.Мельникова". 2013. – 149 с.

86. Свод правил. Основания зданий и сооружений : (СП 22.13330.2016) : официальное издание : утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 16 декабря 2016 г. N 970/пр : введен в действие 17.06.17 г. – Москва : НИИОСП им. Н.М. Герсеванова. 2017. – 201 с.

87. Свод реставрационных правил. Методические рекомендации определения стоимости работ по сохранению объектов культурного наследия на территории Российской Федерации : (СРП-2007) : разработаны Государственным унитарным предприятием культуры "Центральные научно-реставрационные проектные мастерские" (ГУП ЦНРПМ). – Санкт-Петербург : ОАО НИИ "Спецпроектреставрация", 2011. – 217 с.

 Середович, В.А. Наземное лазерное сканирование / В.А. Середович, А.В.
 Комиссаров, Д.В. Комиссаров, Т.А. Широкова. – Новосибирск: СГГА, 2009. – 261 с. – ISBN 978-5-87693-336-2.

89. Середович, В.А. Комбинированный метод определения деформаций Бугринского моста при его испытаниях / В. А. Середович, А. В. Середович, А. В. Иванов, А. А. Шоломицкий, Е. К. Лагутина // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т.23. – №4. – С. 85-99. – ISSN 2411-1759.

90. Середович, А.В. Особенности наземного лазерного сканирования для мониторинга железнодорожных тоннелей / А.В. Середович, А.В. Иванов, Т.А. Широкова, А.В. Антипов, А.В. Комиссаров // Вестник СГУГиТ. – 2010. – Вып (1)12. – С. 28-34. – ISSN 2411-1759.

91. Степанова, О.С. Анализ способов геодезических наблюдений за деформациями применительно к объектам культурного наследия / О.С. Степанова // Горный информационноаналитический бюллетень. – Москва. – 2014. – №4. – С. 418-422. – ISSN 0236-1493.

92. Степанова, О.С. Методика геодезических наблюдений за деформациями Морского Никольского собора в Кронштадте / О.С. Степанова, Г.В. Макаров // Записки Горного Института.
– Санкт-Петербург. – 2013. – Т. 204. – С. 52-57. – ISSN 2411-3336.

93. Степанова, О.С. Сохранение объектов культурного наследия / О.С. Степанова // Освоение минеральных ресурсов Севера: проблемы и решения. – Воркута. – 2012. – Т. 3. – С. 710-713.

94. Степанова, О.С. Организация геодезических наблюдений за деформациями памятников культурного наследия (на примере Westpark г. Бохум) / О.С. Степанова, W. Stelling // Сборник материалов научного семинара стипендиатов программ «Михаил Ломоносов III» и «Иммануил Кант III» 2013/2014 года. – Москва. – 2014. – С. 75-78.

95. Телеганов, Н.А. Метод и системы координат в геодезии : учеб. пособие / Н.А. Телеганов, Г.Н. Тетерин. – Новосибирск: СГГА. – 2008. – 143 с. – ISBN 978-5-87693-269-3.

96. Тревого, И.С. Геодезический мониторинг надземных переходов магистральных газопроводов в карпатском регионе / И.С. Тревого, Е.Ю. Илькив, Д.В. Кухтар // Геопрофи. – 2013. – №2. – С. 46-48. – ISSN 2306-8736.

97. Тюрин, С.В. Уравнивание свободных пространственных сетей / С.В. Тюрин // Записки горного института. – 2004. – Т.156. – С. 193-197. – ISSN 2411-3336.

98. Улицкий, В.М. Кронштадтский Морской Никольский Собор: на пути к спасению Храма / В.М. Улицкий, А.Г. Шашкин, К.Г. Шашкин // Вестник. Зодчий. 21 век. – 2010. – №1(34). – С. 72-77.

99. Умнов, А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / А.Е. Умнов. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: МФТИ, 2011. – 544 с. – ISBN 5-7417-0149-3.

100. Уставич, Г. А. О совершенствовании технологий нивелирования / Г.А. Уставич // Геодезия и картография. – 2005. – №3. – С. 11-13. – ISSN 0016-7126.

101. Уставич, Г. А. Разработка и совершенствование технологии инженерногеодезического нивелирования тригонометрическим способом / Г.А. Уставич, М.Е. Рахымбердина, А.В. Никонов и др. // Геодезия и картография. – 2013. – №6. – С. 17-22. – ISSN 0016-7126.

102. Учебный корпус Гидротехнического института - СПбГПУ. Гидрокорпус-1 : [сайт]. – URL: http://www.citywalls.ru/house23081.html (дата обращения: 26.06.2018).

103. Хмырова, Е.Н. Мониторинг технического состояния уникальных сооружений в г. Астана с использованием современных геодезических приборов / Хмырова Е.Н., Жунусова Г.Е., Бесимбаева О.Г., Максимова М.В. // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2013. - №3. – С. 16-19. – ISSN 0536-101X.

104. Хоффмейстер, Х. Применение способа прямой угловой засечки со свободными станциями теодолита для высокоточных измерений в промышленном строительстве Geodezijos Darbai / X. Хоффмейстер // Geodezijos Darbai. – 1986. – Volume 14. – Issue 1. – С. 73-83.

105. Царёва, О.С. Использование стохастического моделирования для оценки метода определения деформаций по изменениям расстояний / О.С. Царёва, И.И. Дмитриев // Неделя науки 2017 : материалы научного форума с международным участием. Инженерно-строительный

институт. Кафедра водохозяйственного и гидротехнического строительства. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – С. 82-85.

106. Царёва, О.С. Новая методика наблюдений за деформациями памятников культурного наследия / О.С. Царёва, И.И. Дмитриев // Политехническая неделя в Санкт-Петербурге : материалы научного форума с международным участием. Кафедра водохозяйственного и гидротехнического строительства. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – С. 151-154.

107. Царёва, О.С. Определение абсолютных деформаций зданий по изменениям расстояний между опорными пунктами и деформационными марками / О.С. Царёва, А.В. Гуменный // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2019. – Т. 63. – № 5. – С. 496–502. – ISSN 0536-101X.

108. Царёва, О.С. Определение деформаций по изменениям расстояний Westpark (г. Бохум) / О.С. Царёва, И.И. Дмитриев // Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием, 19-24 ноября 2018. Инженерно-строительный институт. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2018. – С. 197-200. – ISBN 978-5-7422-6360-9.

109. Царёва, О.С. Определение относительных деформаций по изменениям расстояний между деформационными марками / О.С. Царёва // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2018. – № 5. – С.29-37. – ISSN 2618-9283.

110. Царёва, О.С. Оценка точности определения координат деформационных марок и расстояний между ними / О.С. Царёва // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2019. – № 2. – С.55-62. – ISSN 2618-9283.

111. Чан, Т. Ш. Применение спутниковых технологий в проектировании инженерных геодезических сетей в условиях ландшафтных особенностей региона Вьетнама: дельта Красной реки / Т. Ш. Чан, Х. В. Нгуен, М. Х. Чан // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – №11 (65). – С. 169-173. – ISSN 2303-9868.

Шалыгина, Е. Л. Цифровое нивелирование – основные источники ошибок / Е. Л.
 Шалыгина // Геодезия и картография. – 2005. – №5. – С. 15-17. – ISSN 0016-7126.

113. Шевченко А.С. Разработка программного модуля анализа геодезических наблюдений за деформациями зданий и сооружений : Выпускная квалификационная работа (09.03.01) / Шевченко А.С. – Санкт-Петербург, 2019. – 124 с.

114. Шеховцов, Г.А. Оценка точности положения геодезических пунктов / Г.А. Шеховцов. – М.: Недра, 1992. – 255 с. – ISBN: 5-247-02684-5.

115. Шеховцов, Г.А. Современные геодезические методы определения деформаций инженерных сооружений : монография / Г.А. Шеховцов, Р.П. Шеховцова. – Нижний Новгород:

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. – 256 с. – ISBN 978-5-87941-670-1.

116. Шеховцов, Г.А. Экспериментальные исследования способов контроля пространственного положения строительных конструкций / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Д. П. Ивенин, О. В. Раскаткина // Геодезия и картография. – 2017. – Т. 78. – № 4. – С. 7-12. – ISSN 0016-7126.

117. Шоломицкий, А. А. Применение лазерного сканирования для мониторинга большепролетных сооружений / А. А. Шоломицкий, Е. К. Лагутина, Е. Л. Соболева // Вестник СГУГиТ. – Т. 23. – №2. – 2018. – С. 43-57. – ISSN 2411-1759.

Шоломицкий, А.А. Высокоточные геодезические измерения при деформационном мониторинге аквапарка / А. А. Шоломицкий, Е. К. Лагутина, Е. Л. Соболева // Вестник СГУГиТ.
 Т. 22. - №3. – 2017. – С. 45-59. – ISSN 2411-1759.

119. Штудницка, Н. Высокоточная съемка архитектурных памятников Венеции лазерной системой RIEGL VMX-250 / Николас Штудницка, Геральд Зах, Филипп Амон, Мартин Пфеннигбауэр // Вестник СГУГиТ. – 2011. – Вып. 2(15). – С. 16-29. – ISSN 2411-1759.

120. Ямбаев, Х.К. Мониторинг деформаций тоннелей методом наземного лазерного сканирования / Х.К. Ямбаев, Е.И. Горохова / Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2014. – №4/с. – С. 7-9. – ISSN 0536-101Х.

121. Ямбаев, Х.К. Некоторые аспекты цифровой технологии геодезического мониторинга и диагностики несущих конструкций уникальных инженерных сооружений / Х. К. Ямбаев. // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т. 23. - №3. – С. 138-153. – ISSN 2411-1759.

122. Ямбаев, Х.К. О возможности использования спутниковых GPS/ГЛОНАСС измерений для контроля вертикальности при возведении высотных сооружений / Х.К. Ямбаев, В.И. Крылов // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2009. – №4. – С. 36-40. – ISSN 0536-101Х.

123. Ященко, А.И. Автоматизированный дистанционный мониторинг исторического памятника архитектуры, здания «Средние торговые ряды», Красная Площадь, д. 5 / А.И. Ященко, А.В. Бурцев, А.А. Дорофеев. – Москва: ООО «Инжиниринговый центр ГФК», 2011.– 8 с.

124. Ященко, А.И. Мониторинг деформаций висячего моста с использованием технологий ГЛОНАСС/GPS / А.И. Ященко, О.В. Евстафьев, Д. Ван Крейненброк // Геопрофи. – 2010. – №6. – С. 15-19. – ISSN 2306-8736.

125. Benning, W. Programsystem Kafka. Komplexe Analyse Flächenhafter Kataster – Aufnahmen - Anwendung der Ausgleichung hybrider 3D-Vermessungen (Handbuch zur Windows-Version 7.0.3), Aachen 2009. 126. Bonforte, A. A multidisciplinary study of an active fault crossing urban areas: The Trecastagni Fault at Mt. Etna (Italy) / A. Carnazzo, S. Gambino, F. Guglielmino, F. Obrizzo, G. Puglisi // (2013) Journal of Volcanology and Geothermal Research. – 2013. – №251. – Pp. 41-49. – ISSN 03770273.

127. Bruno, N. Laser-scanner survey of structural disorders: An instrument to inspect the history of Parma cathedral's central nave / N. Bruno, E. Coïsson, M. Cotti // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. ISPRS Archives. – 2017. – №42, Issue 5W1. – Pp. 167-174. – ISSN 16821750.

128. Bryn, M.J. Geodetic Monitoring of Deformation of Building Surrounding an Underground Construction / M.J. Bryn, D.A. Afonin, N.N. Bogomolova // Procedia Engineering. – 2017.
– №189. – Pp. 386-392. – ISSN: 18777058.

129. DIN 18710-1:2010-09. Engineering Survey – Part 1: General requirements. 30 p.

130. Duputel, Z. Real time monitoring of relative velocity changes using ambient seismic noise at the Piton de la Fournaise volcano (La Réunion) from January 2006 to June 2007 / Z. Duputel, V. Ferrazzini, F. Brenguier, N. Shapiro, M. Campillo, A. Nercessian // Journal of Volcanology and Geothermal Research. – 2009. – №184, Issue 1-2. – Pp. 164-173. – ISSN 03770273.

131. Epifanova, E.A. Evaluation of deformation of the historic building in Tomsk by the integrated approach based on terrestrial laser scanner and finite element modeling / E.A. Epifanova, L.A. Strokova // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University, Geo Assets Engineering. – 2018. – №329, Issue 5. – Pp. 27-41. – ISSN 25001019.

132. Erdélyi, J. Automation of point cloud processing to increase the deformation monitoring accuracy / J. Erdélyi, A. Kopáčik, I. Lipták, P.Kyrinovič. – DOI: 10.1007/s12518-017-0186-y // Applied Geomatics. – 2-17. – №9, Issue 2. – Pp. 105-113.

133. Fais, S. Integrated ultrasonic, laser scanning and petrographical characterisation of carbonate building materials on an architectural structure of a historic building / S. Fais, F. Cuccuru, P. Ligas, G. Casula, M.G. Bianchi // Bulletin of Engineering Geology and the Environment.  $-2017. - N_{2}76$ , Issue 1. - Pp. 71-84. - ISSN: 14359529.

134. Ganser, K. Westpark Bochum, Geschichte und Geschichten von Karl Ganser, Tom Sieverts und Jens Trautmann; Klartext-Verlag, 2007. – ISBN 9783898618113.

135. Georgopoulos, G.D. The contribution of laser scanning technology in the estimation of ancient Greek monuments' deformations / G.D. Georgopoulos, E.C. Telioni, A. Tsontzou // Survey Review. – 2016. – №48, Issue 349. – Pp. 303-308. – ISSN 00396265.

136. Gražulis, Ž. The horizontal deformation analysis of high-rise buildings / Ž. Gražulis, B. Krikštaponis, A. Neseckas, , (...), D. Šlikas, E. Zigmantienė // 10th International Conference on Environmental Engineering, ICEE (2017). – 2017, 2017.194. – 7 p. – ISBN 978-609476044-0.

137. Gümüş, K. Evaluation of NRTK GNSS positioning methods for displacement detection by a newly designed displacement monitoring system / K. Gümüş, M.O. Selbesoğlu // Journal of the International Measurement Confederation. – 2019. – №142. – Pp. 131-137. – ISSN 02632241.

138. Henke, K. Use of digital image processing in the monitoring of deformations in building structures / K. Henke, R. Pawlowski, P. Schregle, S. Winter // Journal of Civil Structural Health Monitoring. – 2018. – №5, Issue 2. – Pp. 141-152. – ISSN 21905452.

139. Hesse, C. Monitoring of large buildings at the interface among geodesy, civil engineering and mechanical engineering, using the example of the ship lift in Lüneburg [Monitoring von Großbauwerken an der Schnittstelle zwischen Geodasie, Bauingenieurwesen und Maschinenbau am Beispiel des Schiffshebewerkes Ltineburg] / C. Hesse, I. Neumann, J. Wodniok, G. Lippmann // ZFV - Zeitschrift fur Geodasie, Geoinformation und Landmanagement. – 2016. – №141, Issue 5. – Pp. 306-316. – ISSN 16188950.

140. Hope, C. Manual total station monitoring / C. Hope, M. Chuaqui // Geotechnical News. – 2008. – №26, Issue 3. – Pp. 28-30. – ISSN 0823650X.

141. Hu, Q. Fine surveying and 3D modeling approach for wooden ancient architecture via multiple laser scanner integration / Q. Hu, S. Wang, C. Fu, (...), D. Yu, W. Wang // Remote Sensing. – 2016. – №8, Issue 4, 270. – 23 p. – ISSN 20724292.

142. Jaafar, H.A. New approach for monitoring historic and heritage buildings: Using terrestrial laser scanning and generalised Procrustes analysis / H.A. Jaafar, X. Meng, A. Sowter, P. Bryan // Structural Control and Health Monitoring. -2017. -N 24, Issue 11, e1987. - ISSN 15452255.

143. Jafari, M. Dynamic approachs for system identification applied to deformation study of the dams / M. Jafari, V. Schwieger, H.R. Saba // (2015) Acta Geodaetica et Geophysica. – 2015. – V.50, Issue 2, - Pp. 187-206. – ISSN 22135812.

144. Johnson, K.A. Central Subway tunnel construction instrumentation: Lessons learned, San Francisco, California / K.A. Johnson, M.V. Wolski, R.O. McCarter // Proceedings - Rapid Excavation and Tunneling Conference, 2015-January. – 2015. – Pp. 564-582. – ISSN 00265187.

145. Kazantsev, A.I. Calibration of digital non-metric cameras for measuring works / A.I.
Kazantsev, A.A. Kuzin, V.A. Valkov // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – № 1118, V.1.
– Pp. 1-7. – ISSN 17426588.

146. Kazantsev, A.I. Ground of the geodesic control method of deformatons of the land surface when protecting the buildings and structures under the conditions of urban infill / A.I. Kazantsev, A.A. Kochneva // Ecology, Environment and Conservation. – 2017. – № 23, V.2. – Pp. 876-882. – ISSN 0971765X.

147. Kazantsev, A.I. Satellite-based techniques for monitoring of bridge deformations / A.I.
Kazantsev, V.A. Valkov, A.A. Kuzin // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – № 1118, V.1.
– Pp. 1-6. – ISSN 17426588.

148. Korff, M. Monitoring dataset of deformations related to deep excavations for North-South Line in Amsterdam / M. Korff, F.J. Kaalberg // Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground - Proceedings of the 8th Int. Symposium on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, TC204 ISSMGE - IS-SEOUL 2014. – 2014. – Pp. 321-326. – ISBN 978-113802700-8.

149. Kuttykadamov, M.E. Geodetic monitoring methods of high-rise constructions deformations with modern technologies application / M.E. Kuttykadamov, K.B. Rysbekov, I. Milev, K.A. Ystykul, B.K. Bektur // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. – 2016. – №93, Issue 1. – Pp. 24-31. – ISSN 19928645.

150. Le Breton, M. Passive radio-frequency identification ranging, a dense and weather-robust technique for landslide displacement monitoring / M. Le Breton, L. Baillet, E. Larose, E. Rey, P. Benech, D. Jongmans, F. Guyoton, M. Jaboyedoff // Engineering Geology. – 2019. – №250. – Pp. 1-10. – ISSN 00137952.

151. LEICA ABSOLUTE TRACKER AT403 : [сайт]. – URL: http://www.creativeinfocom.com/pdfs/leica-absolute-tracker-at403-brochure.pdf (дата обращения: 26.06.2018).

152. LEICA ABSOLUTE TRACKER AT960 : [сайт]. – URL: http://ooogradient.ru/upload/iblock/441/441b926f51892fd59d2ebd4a1345e166.pdf (дата обращения: 26.06.2018).

153. Leica TDRA6000 : [сайт]. – URL: http://ims-center.ru/catalog/Total-Station-Leica-TDRA-6000/ (дата обращения: 26.06.2018).

Marčiš, M. Photogrammetric deformation measurement of concrete flat slab / M. Marčiš,
M. Fraštia, T. Augustín // Advances and Trends in Geodesy, Cartography and Geoinformatics Proceedings of the 10th International Scientific and Professional Conference on Geodesy, Cartography and Geoinformatics. – 2017. – Pp. 83-88. – ISBN 978-113858489-1.

155. Marturia, J. Monitoring techniques for analysing subsidence: A basis for implementing an Early Warning System / J. Marturia, J. Ripoll, A. Concha, M. Barberà // IAHS-AISH Publication. – 2010. – №339. – Pp. 264-267. – ISSN 01447815.

156. Mustafin, M.G. Monitoring of deformation processes in buildings and structures in metropolises / M.G. Mustafin, A.I. Kazantsev, V.A. Valkov // Procedia Engineering. – 2017. – № 189. – Pp. 729-736. – ISSN 18777058.

157. Pan, X. Design and application of real-time deformation monitoring system for factory building / X. Pan, Z. Yao, L. Zhao // Progress in Civil, Architectural and Hydraulic Engineering - Selected Papers of the 4th International Conference on Civil, Architectural and Hydraulic Engineering, ICCAHE 2015. – 2016. – Pp. 127-130. – ISBN 978-113802916-3.

158. Petrov, V. Research of geometric characteristics of steerable reflector antenna dish at operating elevation angle using industrial geodetic systems / V. Petrov, A. Kazarinov, V. Polyak // European Space Agency, (Special Publication) ESA SP 626 SP. – 2006. V. 626 SP. – 5p. – ISSN 03796566.

159. Puente, I. Monitoring of progressive damage in buildings using laser scan data / I. Puente,
R. Lindenbergh, A. Van Natijne, R. Esposito, R. Schipper // International Archives of the
Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives. – 2018. – №42,
Issue 2. – Pp. 923-929. – ISSN 16821750.

160. Rákay, Š. Verification of floor planarity by trigonometrical measurement of heights on a
5-storey monolithic building / Š. Rákay, S. Labant, K. Bartoš // Geodesy and Cartography. – 2018. –
№44, Issue 1. – Pp. 14-21. – ISSN 20296991.

161. Reinoso-Gordo, J.F. Cultural Heritage conservation and sustainability based on surveying and modeling: The case of the 14th century building Corral del Carbón (Granada, Spain) / J.F. Reinoso-Gordo, C. Rodríguez-Moreno, A.J. Gómez-Blanco, C. León-Robles // Sustainability (Switzerland). – 2018. – №10, Issue 5, 1370. – 16 p. – ISSN 20711050.

Roy, D.S. Applications and limitations of automated motorized total stations / D.S. Roy,
P. Gouvin // Geotechnical Special Publication. – 2007, Issue 175, p. 103. – ISSN 08950563.

163. Shim, H.-B. A study on maintenance evaluation for column shortening of high rise building using 3D laser scanner / H.-B. Shim, T.-W. Byeon, W.-K. Seok, S.-J. Park // 9th European Workshop on Structural Health Monitoring, EWSHM (2018). – 2018.

164. SPATIAL ANALYZER : [сайт]. – URL: https://gfk-hexagon.ru/files/attachments/9.spatialanalyzer-brochure.pdf (дата обращения: 26.06.2018).

165. Stepanova, O.S. Monitoring of Planimetric and Elevational Displacement of Load-Bearing elements of Naval Cathedral of St. Nicholas in Kronstadt / O.S. Stepanova, M.G. Mustafin // Scientific Reports on Resource Issues. – 2012. – vol. 1. – p. 241-245.

166. Stepanova, O.S. Rationale for the method development of geodetic control of cultural heritage object deformation / O.S. Stepanova // Scientific Reports on Resource Issues.– 2013. – vol. 1. – p. 293-297.

167. Strzałkowski, P. Assessment of underground mining influences in the area of historic church building / P. Strzałkowski, R. Ścigała, K. Szafulera // 2019 E3S Web of Conferences. – 2019. – V. 106, 01011. – ISSN 25550403.

168. Suchocki, C. Determination of the building wall deviations from the vertical plane / C. Suchocki, M. Damięcka, M. Jagoda // 2008 7th International Conference on Environmental Engineering, ICEE 2008 - Conference Proceeding. – 2008. – Pp. 1488-1492. – ISBN 978-995528256-3.

169. Talich, M. Monitoring of horizontal movements of high-rise buildings and tower transmitters by means of ground-based interferometric radar / M. Talich, Y. Bao, , W. Guo, G. Wang, W. Gan, M. Zhang, J.S. Shen, E. Kuzina, V. Rimshin // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives. – 2018. – №42, Issue 3W4. – Pp. 499-504. – ISSN 16821750.

170. Tapete, D. Localising deformation along the elevation of linear structures: An experiment with space-borne InSAR and RTK GPS on the Roman Aqueducts in Rome, Italy / D. Tapete, S. Morelli, R. Fanti, N. Casagli // Applied Geography/ - 2015. – №58. – Pp. 65-83. – ISSN 01436228.

171. Tsareva, O. Estimation of absolute deformations by changes in distances between the reference points and deformation marks / O. Tsareva, I. Dmitriev, Yu. Kornilov // MATEC Web Conferences. – 2018. V. 245, 04013. – 13 p. – ISSN 2261236X.

172. Tsareva, O. Improving the methodology for observing deformations of buildings and structures / O. Tsareva, F. Portnov // E3S Web of Conferences. – 2019. – №110, 01056. – 8 p. – ISSN 25550403.

173. Tsareva, O. Separation of relative deformations of buildings from a general displacement vector of deformation marks / O. Tsareva, N. Pshchelko, V. Glazunov, A. Yugov // Proceedings of EECE 2019, Lecture Notes in Civil Engineering 70. – 2020. – pp. 93-102. – ISSN 23662557.

174. Valentino, R. Localized settlements of an ancient hospital foundation: Analysis of the problem to assess a possible reinforcement intervention / R. Valentino, E. Coïsson, F. Freddi, F. Ottoni // Geotechnical Engineering for the Preservation of Monuments and Historic Sites - Proc. of the 2nd Int. Symp. on Geotechnical Engineering for the Preservation of Monuments and Historic Sites. – 2013. – Pp. 743-750. – ISBN 978-113800055-1.

175. Yaagoubi, R. Developing a combined Light Detecting and Ranging (LiDAR) and Building Information Modeling (BIM) approach for documentation and deformation assessment of Historical Buildings / R. Yaagoubi, Y. Miky // 2018 MATEC Web of Conferences. – 2018. – №149, 02011. – ISSN 2261236X.

176. Yepin, V.V. Deformation monitoring of building foundations by hydrostatic leveling /
V.V. Yepin, R.V. Tsvetkov, I.N. Shardakov // Magazine of Civil Engineering. – 2015. – №55, Issue 3.
– Pp. 93-94. – ISSN 20714726.

177. Zagroba, M. Modern Methods of Measuring and Modelling Architectural Objects in the Process of their Valorisation / M. Zagroba // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.
- 2017. - №245, Issue 5, 052083. - 9 p. - ISSN 17578981.

178. Zhang, L. Analysis of jiayuguan pavilions' deformation and its influence factors with the application of comprehensive technology / L. Zhang, W. Dong, T. Zhou, Z. Ba // 2019 ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – 2019. – №42, Issue 2/W11. – Pp. 1187-1192. – ISSN 21949042.

179. Zhao, X. Monitoring the deformation of the facade of a building based on terrestrial laser point-cloud / X. Zhao, F. Deng, H. Liang, L. Zhou // Proceedings - 2015 11th International Conference on Computational Intelligence and Security, CIS 2015. – 2016. – Pp. 183-186. – ISBN 978-146738660-9.

180. Zhao, X. The detecting method of building deformation based on terrestrial laser point cloud / X. Zhao, X. Li, H. Liang, (...), L. Zhou, W. Chen, // 12th International Conference on Computational Intelligence and Security, CIS 2016. – 2017. – Pp. 466-469. – ISBN 978-150904840-3.

181. Zou, J. Development of deformation analysis and prediction system based on GNSS antenna arrays and wireless sensor networks / J. Zou, G. Qiu, L. Meng, H. Nie // Journal of Geomatics. – 2017. – №42, Issue 5. – Pp. 12-15. – ISSN 20956045.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

# Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618923

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
СВИДЕТЕЛЬСТВО
密 о государственной регистрации программы для ЭВМ 密
☆     №     2019618923     ☆
марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки с возможностью визуализации ж ж ж ж
Правообладатель: федеральное государственное автономное
🐹 образовательное учреждение высшего образования
<ul> <li>"Санкт-Петербургский политехнический университет Петра</li> <li>Великого" (ФГАОУ ВО "СПбПУ") (RU)</li> </ul>
Авторы: Царёва Ольга Сергеевна (RU),
🕅 Шевченко Анастасия Сергеевна (RU)
Ваявка № 2019617455
Дата поступления 24 июня 2019 г.
А Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 08 июля 2019 г.
по интеллектуальной собственности
Пересс Г.П. Ивлиев
路 资格路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路路

### ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019618408

