Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский горный университет»

На правах рукописи

ИОВЛЕВ Григорий Алексеевич

ПРОГНОЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ В ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ГРУНТОВЫХ МАССИВАХ

Специальность 25.00.20 – Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель – доктор технических наук, профессор **Протосеня Анатолий Григорьевич**

Санкт-Петербург – 2020

оглавление

2.1 Обобщение лабораторных исследований твёрдых аргиллитоподобных
глинистых грунтов
2.2 Разработка методики получения входных параметров для нелинейных
моделей с упрочнением
2.3 Получение входных параметров для нелинейной модели упрочняющегося
грунта с малыми деформациями
2.4 Результаты формирования физической модели поведения протерозойской
глины
2.5 Выводы по главе 2

3.1 Разработка численной модели подземного сооружения
3.2 Исследование напряженно-деформированного состояния физически-
нелинейного грунтового массива, вмещающего выработку кругового сечения
в плоской постановке74
3.3 Результаты прогноза устойчивости одиночной круговой выработки в
условиях плоской постановки
3.4 Анализ результатов прогноза устойчивости нелинейно-деформируемого
массива конечно-элементным методом в плоской постановке
3.5 Выводы по главе 3 109

4.1 Исследование напряженно-деформированного состояния физически-
нелинейного грунтового массива, вмещающего выработку круговой формы в
объёмной постановке 114
4.2 Результаты прогноза устойчивости одиночной круговой выработки в
условиях объёмной постановки117
На рисунке 121
4.3 Анализ результатов прогноза устойчивости нелинейно деформируемого
массива конечно-элементным методом в пространственной постановке 122
4.4 Выводы по главе 4 129
КЛЮЧЕНИЕ 131

ЗАКЛЮЧЕНИЕ		•••••	••••••	••••••	1	31
СПИСОК ЛИТЕР	PATY	УРЫ	••••••	••••••	1	34
ПРИЛОЖЕНИЕ инвариантов напј	А ряже	Условные сний	обозначения,	определение	тензора 1	и 153
ПРИЛОЖЕНИЕ графического пос	Б] трое	Исследование ения в простра	поверхностей нстве главных	текучести напряжений	и способ 1	их 156

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Практика прогноза устойчивости подземных сооружений устанавливает допустимым в обычных условиях исходить из предпосылки линейной работы грунтового массива. Большинство широко используемых аналитических методик, также основаны на упругом представлении деформирования исследуемой среды. Однако, экспериментальные данные инженерно-геологических изысканий грунтовых массивов Санкт-Петербурга показывают нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями.

Учёт особенностей нелинейной деформируемости вмещающего грунтового массива становится возможным при использовании численных методов расчёта, которые позволяют моделировать геомеханическое состояние подземного сооружения при различных условиях.

При этом, геомеханическое обоснование проектных решений, учитывающих особенности пластического деформирования грунтового массива численными методами имеет существенные методические проблемы. Это связано со сложностью комплексного перехода от установленных в ходе лабораторных испытаний механических характеристик к совокупности функциональных зависимостей, заложенных в геомеханическую модель.

Грамотный учёт нелинейного деформирования грунтовых массивов является одним из ключевых факторов, обеспечивающих обоснованность численных расчётов подземного сооружения и позволяющих получить достоверное представление о напряженно-деформированном состоянии (НДС) грунтовых обнажений и их устойчивости.

Поставленная задача становится приоритетной для дальнейшего развития нормативной базы требований, В условиях интенсивно развивающихся эффективному предъявляемых к И безопасному освоению подземного пространства при сложившейся городской инфраструктуре.

В связи с вышеизложенным, можно заключить, что комплексное обоснование принятой модели поведения грунтового массива, прогноз основных

параметров НДС и устойчивости подземного сооружения с учетом нелинейного деформирования вмещающей среды, является актуальной задачей.

Степень проработанности исследуемого направления:

Основоположниками развития теории и практики исследования НДС массива горных пород являются такие ученые, как И.В. Баклашов, Н.С. Булычев, Б.А. Картозия, М.М. Протодьяконов, К.В. Руппенейт, А.Г. Протосеня, П.М. Цимбаревич, И.В. Родин, D.W. Muir и др.

Исследованиям, связанным с разработкой моделей нелинейного тела и развитием теории пластичности посвящены работы Г.К. Генки, А.А. Ильюшина, А.Н. Ставрогина, W. Prager, J.M. Duncan, T. Schanz, P.A.Vermeer, а в последние годы: М.А. Карасева, А.Г. Шашкина, Т. Benz, T.A. Bower., R. Lagioia и др.

Изучению геомеханических процессов численными методами в окрестности подземных сооружений посвящены работы А.П. Господарикова, О. Зенкевича, А.Б. Фадеева, Р.И. Ларионова и др.; численными методами с учётом нелинейного деформирования грунтовых массивов посвящены работы Н.А. Белякова, S. C. Moller и др.

Расчётами, связанными с устойчивостью обделок подземных сооружений при различных условиях, занимались: А.С. Саммаль, А.Н. Панкратенко, О.В. Афанасова, П.А. Деменков и др.

Значимые результаты физического моделирования, основанного на методе эквивалентных материалов, представлены в работах А.Н. Конькова, Ф.С. Фролова, А. Kirsch, и др. Описание опыта применения различных технологий, способов обеспечения устойчивого состояния грунтов проходческого забоя и натурные исследования его деформирования приведены в работах Н.И. Кулагина, К.П. Безродного, А.П. Ледяева, В.А. Маслака, Р. Lunardi и др.

Оценка устойчивости грунтового обнажения призабойного пространства представлена в работах М.О. Лебедева, Ю.А. Филонова, Р. Oreste, D. Piela, Kirsch A., Е. Leca и др.

Анализ их трудов показал, что при расчете НДС грунтовых массивов использовались различные допущения, в том числе, о линейном характере

деформирования грунтового массива, вносящие существенные неточности в оценку НДС при строительстве подземных сооружений.

Вместе с тем, остается нерешенным ряд задач, связанных с созданием достоверной и эффективной методики расчета основных параметров НДС грунтового массива, вмещающего выработку кругового сечения, решение которых позволило бы учитывать нелинейный характер процесса деформирования пород.

Задача построения геомеханической модели в нелинейно деформируемой среде, а также создания эффективного численного алгоритма исследования НДС грунтового массива в окрестности выработки круговой формы является актуальной и имеет практическую и научную значимость.

Цель работы: разработка метода прогноза устойчивости грунтовых обнажений при строительстве одиночной горизонтальной выработки кругового сечения в физически нелинейных грунтовых массивах.

Идея работы. Прогноз геомеханических процессов вокруг подземных сооружений в нелинейно деформируемых грунтовых массивах должен основываться на моделях сред, учитывающих нелинейное деформирование в допредельной зоне, изотропное и сдвиговое упрочнение и сравнительном анализе результатов расчётов.

Основные задачи исследования:

1. Выполнение анализа существующих методов исследования нелинейно деформируемых грунтовых массивов и способов учёта этого явления при прогнозе геомеханических процессов вокруг подземных сооружений.

2. Разработка рекомендаций для подбора параметров модели, отражающей нелинейное деформирование протерозойских глин на основании проведенных лабораторных испытаний и верификация параметров через виртуальный эксперимент.

3. Разработка концепции проведения геомеханического анализа для прогноза устойчивости подземных сооружений при использовании методов математического моделирования.

4. Получение представления о влиянии нелинейных свойств грунтовых массивов на величину и характер распределения НДС в окрестности подземного сооружения при их сравнении с классическими геомеханическими моделями поведения среды.

5. Разработка рекомендаций по прогнозу устойчивости подземных сооружений в физически нелинейном грунтовом массиве с использованием численных методов.

Объектом исследования в диссертационной работе является нелинейно деформируемый грунтовый массив.

Предметом исследования является достоверная оценка НДС нелинейно деформируемого грунтового массива в окрестности подземного сооружения.

Научная новизна проведенного диссертационного исследования заключается в следующем:

- выявлены закономерности изменения основных параметров НДС в окрестности выработки круговой формы, расположенной на различных глубинах в физически нелинейном грунтовом массиве;

- установлены зависимости влияния параметров физической нелинейности грунтового массива на размер и форму зоны предельного состояния и упрочнения, формирующегося в окрестности выработки круговой формы, расположенной на различных глубинах;

- получены зависимости изменений величин изгибающих моментов, вертикальных осевых сил и эквивалентных смещений кольцевой обделки тоннеля при учтённой физической нелинейности и начальной переуплотненности грунта, а также, изменяемой мощности глинистой потолочины;

- выявлены закономерности изменений продольных смещений лба проходческого забоя в зависимости от технологии раскрытия сечения тоннеля по уступам и изменения параметров временного крепления.

Полученные научные результаты соответствуют паспорту специальности 25.00.20 – Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика (пп. 1, 2, 4, 5, 13).

Теоретическая и практическая значимость работы:

1. Разработана методика получения входных параметров для нелинейных упруго-пластических моделей поведения грунта с упрочнением.

2. Разработана методика прогноза устойчивости кольцевой обделки и определения форм и размеров зон предельного состояния и упрочнения в окрестности одиночной круговой выработки.

3. Разработаны рекомендации по определению параметров жесткости временного крепления, с учётом технологии раскрытия сечения по уступам, обеспечивающие исключение развития зоны предельного состояния впереди лба забоя и уменьшающие величины его продольных смещений.

Методология и методы исследования. Работа выполнена с применением комплекса методов исследований, заключающийся в анализе разработок зарубежных авторов вопросах учёта нелинейного отечественных И В деформирования для прогноза устойчивости; анализ теоретических И математических исследований, формирующих геомеханические модели; анализ литературных источников, в области исследований протерозойской глины, результатов лабораторных экспериментов и материалов инженерно-геологической изысканий; численное моделирование геомеханических процессов, позволяющее учесть физическую нелинейность массива с использованием метода конечных элементов.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Достоверность представления о влиянии пластического деформирования грунтовых массивов на величину и характер распределения напряженнодеформированного состояния связана с составом, структурой и ключевыми элементами геомеханической модели, входные параметры которой должны верифицироваться и иметь сходимость с данными лабораторных испытаний.

2. Факторами, существенно влияющими на характер и размер зоны предельных состояний, величины коэффициентов концентрации напряжений в окрестности выработки, устойчивость обделки, являются: физическая нелинейность вмещающего грунтового массива в допредельной области

деформирования, степень естественной уплотненности грунтов, упрочнение при девиаторном нагружении, мощность глинистой потолочины.

3. Выбор параметров крепления лба забоя необходимо осуществлять с помощью моделей упрочняющегося грунта, поскольку использование классической упруго-пластической модели с критерием прочности Кулона-Мора, прогнозирует завышенные коэффициенты концентрации напряжений и смещения лба забоя, а также не учитывает формирующиеся в окрестности подземного сооружения пластические деформации упрочнения.

Степень достоверности и апробация результатов подтверждается обоснованием принятых входных параметров нелинейной геомеханической модели, полученных из сопоставления результатов, проведённых реальных лабораторных испытаний с виртуальными экспериментами; использованием современных методов механики сплошных сред, упругости и пластичности, а также, методов математического и численного анализа.

Личный вклад автора заключается в: постановке целей и задач исследования; обосновании методики определения входных параметров для нелинейных моделей; построении конечно-элементных моделей и численных экспериментов конечных элементов В плоской методом условиях И пространственной постановок; выполнении обработки и анализе результатов моделирования; получении закономерностей влияния физической нелинейности на прогнозируемое в окрестности выработки НДС, коэффициенты концентрации напряжений, размеры зон предельных состояний и зон упрочнения, возникающих в кольце обделки усилий и её смещений, а также, величин продольных смещений лба забоя; исследовании влияния изменения жесткости временного крепления на геомеханические процессы в окрестности выработки; разработке методики, позволяющей пространственной осуществлять переход ОТ постановки геомеханической задачи к плоской, с учтённым влиянием величины шага заходки.

Апробация выполненного исследования. Основные положения и результаты исследований были представлены на научных конференциях в 2016-

2020 гг.: XXI международной молодежной научной конференции «Севергеоэкотех-2020» (Ухтинский государственный технический университет, г. Ухта, 2020 г.), III Всероссийской научной конференции «Современные образовательные технологии в подготовке специалистов для минерально-сырьевого комплекса» (Санкт-Петербургский горный университет, г. Санкт-Петербург, 2020 г.), XVIII Всероссийской конференции-конкурса студентов и аспирантов «Актуальные проблемы недропользования» (Санкт-Петербургский горный университет, г. Санкт-Петербург, 2020 г.) и на заседаниях кафедры строительства горных предприятий и подземных сооружений Горного университета.

Результаты диссертационной работы в достаточной степени освещены в 7 печатных работах, в том числе в 3 статьях - в изданиях из перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени кандидата наук, на в 2 статьях - в изданиях, входящих в международную базу данных и систему цитирования Scopus.

Объем и структура диссертации.

Диссертационная работа изложена на 161 страницах машинописного текста и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 192 источников, содержит 54 рисунка, 11 таблиц, 2 приложения.

ГЛАВА 1 Состояние вопроса оценки влияния нелинейного деформирования грунтовых массивов на его устойчивость

1.1 Состояние вопроса и задачи научных исследований

В качестве объекта исследования в диссертационной работе выделен нелинейно деформируемый грунтовый массив. Предметом исследования является получение достоверного представления о влиянии нелинейных характеристик грунтовых массивов на величину и характер распределения напряженно-деформированного состояния (НДС) в окрестности подземного сооружения.

Физическая нелинейность в механике твердого деформируемого тела, связана с проявлением пластических деформаций в массиве, возникающих под нагрузкой [70]. В рамках работы, для описания физической нелинейности, использовались модели, уравнения которых основываются на представлениях классической теории пластического течения.

Величины деформаций в породном контуре подземного сооружения принято разбивать на две части: упругие деформации (линейные деформации) и пластические деформации. Для грунтовых массивов характерно, что изменение деформационных свойств в пластической зоне носит ярко выраженный нелинейный характер.

Основным грунтовым массивом, в котором осуществляется строительство подземных сооружений в г. Санкт-Петербург, являются протерозойские глины в различной степени литификации. Исходя из основных свойств механической работы протерозойских глин, они относятся к области между грунтами и горными породами, при чём значительная часть характера их поведения всё ещё слабо изучена. Известно, что под нагрузкой они проявляют пластические свойства, выраженные в их нелинейном деформировании, что отмечалось многими исследователями [9, 14, 22, 24, 82].

В рамках аксиоматических подходов механики сплошной среды, вычислительные программные комплексы, основанные на методе конечных

элементов, стали одним из основных инструментов для достоверного и феноменологически точного построения геомеханических расчетных моделей. При большом разнообразии программных комплексов, ввиду принятой общей аксиоматики, гипотез и допущений - все они используют схожие алгоритмы и принципы работы, от задания исходных данных до алгоритмов обработки и получения результатов.

Грамотное использование программных комплексов позволяет выполнить оценку нормативно установленных требований к точности геомеханического расчёта, а включенный в программы значительный опыт исследований многих отраслей позволяет им также быть гибким инструментом, способным отвечать многим научным задачам.

Получение достоверного представления о влиянии нелинейного деформирования грунтовых массивов на величину и характер распределения НДС необходимо для возможности обеспечения устойчивости подземного сооружения и обоснования безопасного способа его строительства.

Баклашов И. В. [7] "прогнозированием устойчивости породных обнажений" или "прогнозированием устойчивости незакрепленных выработок" называл "геомеханическое состояние контактирующих с крепью пород (разрушенное или неразрушенное), размеры возможных разрушений, смещения породного контура и др.". В работе прогноз устойчивости обеспечивается совокупностью полученных на основе проведенных расчётов представлений об основных параметрах НДС и смещениях породного обнажения и\или контура постоянной крепи.

Для прогноза устойчивости лба проходческого забоя уточняется и используется критерий устойчивости обнажений по сдвигающим напряжениям.

Для прогноза устойчивости контура породного обнажения используется состояния, при которых деформирование грунтов достигает поверхности текучести и образуется зона предельных состояний, конкретный критерий при этом не вводится.

Для моделирования нелинейно-деформируемых массивов программными комплексами используются различные варианты геомеханических моделей

поведения среды. Моделей множество, возникает необходимость корректного выбора и оценки результатов расчёта при использовании той или иной из них.

В связи с возросшими требованиями к геомеханическому прогнозированию получают распространение сложные геомеханические модели. К таким моделям относятся, основанные на гиперболической зависимости между напряжениями и деформациями, модели упрочняющегося грунта (Hardening Soil [171], Hardening Soil Small [92]), а также используют шатровые модели критического состояния, типа Кам-Клэй (Cam-Clay [165, 172], Modified Cam-Clay [85, 141, 189]).

Их применение, для типичных инженерно-геологических условий Санкт-Петербурга, способствует приближенному, сопоставимому с эмпирически наблюдаемым, геомеханическому прогнозу. Например, при расчёте оседаний методом послойного суммирования или при расчёте мульды сдвижения земной поверхности, основных параметров НДС в окрестности выработки аналитическими методами. Проектирование ответственных подземных сооружений в г. Санкт-Петербурге в большинстве случаев осуществляется с помощью методов численного моделирования с использованием сложных упруго-пластических моделей.

При этом отсутствуют прямые нормативные требования, устанавливающие необходимость применения подобных моделей [68, 69]; отсутствуют требования к инженерно-геологическим изысканиям, которые бы отражали все необходимые моделями входные параметры.

Стоит отметить, что часть математических формулировок самих моделей и алгоритмов вычислительной механики, по которой они работают в программных комплексах, например, для модели Hardening Soil Small были предложены только в последние годы (Т. Benz, 2007 [92]; Т. Bower, 2017 [93]; R. Lagioia, 2016 [124]; J. Huang, 2009 [117]). Так, или иначе, есть ряд допущений, о которых необходимо иметь представления для понимания корректности полученного результата.

При углубленном изучении сложной геомеханической проблемы понимание алгоритма работы всех принятых допущений является необходимым для корректной интерпретации результатов конечно-элементного расчёта. Что не

менее значимо с методологической точки зрения; так исследование влияния какого-либо фактора на геомеханические процессы возможно при его включении в закрытую, от влияния прочих факторов, изолированную систему.

В результате, с одной стороны это делает их широко применимыми, полученные результаты отражаются в научных статьях и находятся на стыке научного и практического интереса, а с другой стороны, отсутствие нормативного регулирования, некой основы, позволяющей проводить корректное сравнение, делает такие результаты сложно верифицируемыми.

Вследствие вышеизложенного в диссертационной работе большой блок посвящён описанию принципов работы использованных в работе моделей упрочняющегося грунта. Проведенный обширный обзор научных работ разработчиков моделей HS и HSs, их коллег и учеников будет исчерпывающим для представления о процедуре расчёта и позволит корректно анализировать полученные результаты.

В другом блоке производится анализ теоретических и математических представлений процесса нелинейного деформирования, сформировавшегося сформировавщихся к настоящему моменту, что позволяет обобщить и выделить необходимые элементы, которыми должна обладать упруго-пластическая модель нелинейно-деформируемого грунта.

В перспективе, подобный подход может быть использован в качестве базы как для вывода новых упруго-пластических моделей, проясняющих неточности существующих, так и для написания программного кода для проведения расчётов численными методами, который был бы способен исключить ряд существующих проблем.

1.2 Анализ теоретических и математических элементов, формирующих представление о нелинейном деформировании грунтового массива

Для описания поведения грунтовых массивов сложился ряд концепций их математического и теоретического представления. Анализ проводится с целью выделения из общих представлений те из них, что связаны с описанием поведения

нелинейно-деформируемых грунтовых массивов. При этом, они должны быть сформулированы таким образом, чтобы могли быть реализованы в численной геомеханической модели.

Для основных задач геомеханики, связанных с прогнозом НДС для описания динамического и кинематического состояний элементарного объема рассматривают величины напряжений, внешних сил, деформаций, скоростей деформации, переноса, вращения и т.п. Для установления связи между динамическим и кинематическим состоянием вводят соотношения, которые называют механическими уравнениями состояния.

Целесообразно формулировать геомеханические модели, которые будут отражать самые существенные свойства исследуемых объектов, так как это позволит развить общую и достаточно исследованную математическую теорию. В геомеханике основной объем заняли модели, полученные на основании теорий упругости, пластичности и ползучести.

Тема диссертационной работы связана с исследованием учёта одного из характерных свойств грунтовых массивов при решении конкретных геомеханических задач – физической нелинейности. Для учёта этого свойства, тело рассматривается как упруго-пластическое в рамках теории пластичности. Таким образом, выделяется две зоны деформирования тела – упругая и пластическая, каждая из которых описывается своей функцией

Большинство геомеханических упруго-пластических моделей формулируются в рамках теории пластического течения [70, 82, 92, 93, 97, 162, 171, 183]. На основе проведённого анализа в главе сформулированы необходимые требования для подобных моделей. В рамках задач и целей настоящего исследования учет фактора продолжительного нагружения (времени) не производится.

1.2.1 Теоретические предпосылки для математического описания процесса

упруго-пластического деформирования

Описание механизма деформирования и разрушения породы за счёт формирования микротрещин представлено в работах А.Н. Ставрогина и Б.Н.

Тарасова [70, 71, 72, 73] и названо "моделью деформирования неоднородного твердого тела".

Графически (рисунок 1.1) процесс деформирования и разрушения породы в условиях одноосного сжатия можно представить, как формирование микротрещин сдвига и отрыва, рост которых распространяется через породу от центра к краевым частям.

Для грунтов и горных пород характерно, что они могут быть подвергнуты любой величине гидростатического сжатия, т.е. область возможных видов напряженного состояния в пространстве главных напряжений будет неограниченной вдоль гидростатической оси. Обычно разрушение грунтов происходит при девиаторном нагружении (в результате изменения формы), в связи с чем критерии прочности связаны с величиной касательных напряжений.



Рисунок 1.1 – Модель единичной структуры пары сдвиг-отрыв и система действующих в этой паре напряжений

Тем не менее, траектории нагружения могут быть сложными, а пластические деформации формироваться как от изменения объёма, так и от изменения формы (рисунок 1.2). Причём однозначных физических зависимостей между изменением формы и изменением объема не установлено. Поэтому представляется рациональным использовать две независимые функции, одну для описания поведения при изотропной упрочнении и вторую для сдвигового упрочнения.



Рисунок 1.2 - Схема ключевых траекторий нагружения грунтовых массивов

Проведенные теоретические представления физике процесса 0 деформирования позволяют перейти к рассмотрению математических следствий. Ограничим рассмотрение такими уравнениями, которые обобщают в себе как опытные, так и теоретические представления о процессе деформирования, в том числе и нелинейном деформировании.

При изучении процессов деформирования удобно отдельно выделить функции, которые в рамках выбранной теории связывают напряжения с деформациями, и функции, характеризующими переход материала из упругого состояния в состояние текучести.

Для обоснования выбора используемых уравнений физически-нелинейного тела вначале проведён анализ различных условий текучести, а затем рассмотрение функций, связывающих напряжения с деформациями.

1.3 Методы построения механических уравнений состояния тела

1.3.1 Анализ существующих и перспективных представлений о поверхностях текучести геоматериалов

Bce предельные состояния материала при возможные многоосном нагружении могут быть оценены экспериментально. Важно не иметь представление об условиях перехода материала из упругого состояния в состояние текучести.

Для прогнозирования всех возможных напряженных состояний материала в зоне упругости и начала образования пластических деформаций, формулируются критерии прочности. То есть критерий прочности определяет предел текучести и в общем случае выглядит следующим образом:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = K = const, \tag{1.1}$$

где K – константа материала, связанная с пределом текучести, при условии f < K реализуются упругие деформации.

Как отмечал И.А. Биргер [12], "Критерии прочности в курсах сопротивления материалов было принято называть теориями прочности. Такое название нельзя признать удачным, так как теоретические обоснования критериев прочности невелики. Их следует считать разумными обобщениями экспериментальных данных".

Многие авторы выдвигали значительное количество критериев прочности, их анализ приводится в работах [7, 12, 27, 111, 125, 161, 191]. Для описания свойства конкретных материалов критерии отличаются друг от друга рядом факторов: количеством включенных в них констант; принципами, заложенными в их основу и способами обобщения многообразия напряженных состояний. В конечном счёте, сформулировано сотни критериев, их классификаций занимались [86, 121, 131].

Критерии прочности (поверхностей текучести), которые в настоящий момент находят своё применение на практике, были рассмотрены и построены в пространстве главных напряжений (приложение Б). Подобные критерии используются в моделях поведения геомеханических материалов (в том числе и нелинейно деформируемых). В свою очередь, модели используются в большинстве программных комплексов.

В исследовании рассматривались только критерии прочности, связанные с напряжениями. Деформационные критерии прочности не рассматривались по причине их рациональной критики, приведенной, например, у А.Г. Оловянного [56].

Поверхности текучести Вон-Мизеса, Треска и Друкера-Прагера в большей степени применимы для описания поведения таких материалов, как металлы. Для описания поведения нелинейно-деформируемых грунтовых массивов используются модели, использующие поверхности текучести Кулона-Мора и Мацуока – Накаи (Matsuoka-Nakai [134, 142]).

Следует отметить, что для грунтовых массивов поверхность текучести должна быть замкнутой, т.к. при гидростатическом сжатии также возникают пластические деформации.

1.3.2 Обоснование теории пластического течения с неассоциированным законом пластического течения для построения геомеханической упругопластической модели

В области пластической деформации применяется теория пластичности, описывающая законы пластического деформирования. Она является одним из наиболее развитых разделов механики деформируемых сред (Л.М. Качанов [41]; Ю.Н. Работнов [63], R. Hill [107], J. Matrin [133]) и развивается в двух основных направлениях: деформационной теории пластичности и теории пластического течения.

Одним из первых, разработкой моделей с использованием теории пластичности занимался Г. Генки [106], зависимости которого используются в деформационной теории пластичности описания поведения для упругопластических материалов, связывая напряжения с полными деформациями при отсутствии упрочнения. Позднее, уравнения Г. Генки были обобщены Р. Шмидтом [83] для случая упрочнения. По сути, они являются уравнениями нелинейно-упругого тела и внешне схожи с ними. Деформационная теория основывается постулатах, теорией пластического на схожих С течения (Приложение A), с отличием, что она устанавливает тем конечные пропорциональные соотношения между напряжениями и деформациями, а не дифференциальные.

Пластические деформации являются необратимыми, их конечная величина, в том числе, определяется и траекторией, то есть путем деформирования. Для грунтовых массивов на величину конечных деформаций, например, существенно влияет упрочнение, и необходимо учитывать величины пластических деформаций, образовавшихся в результате этого процесса при сложном нагружении. При упрочнении поверхность текучести может расширятся или смешаться, в зависимости от заранее определенного закона.

Учёт этих факторов и явлений в большинстве случаев не может осуществляться конечными уравнениями, связывающими напряжения И деформации, необходимо выводить дифференциальные зависимости И осуществлять учёт скорости развития пластических деформаций. Уравнения, основанные на данном представлении, называются уравнениями пластического течения.

Также экспериментами в большей степени подтверждается теория пластического течения, нежели деформационная теория, ввиду чего она получила наибольшее распространение.

Исследования Ю.К. Зарецкого и В.Н. Ломбардо [30] показали, что "при произвольных траекториях нагружения, для общего описания механизма деформирования грунтовых сред, может быть применена теория пластического течения с упрочнением, базирующаяся на ассоциированном законе течения W.T. Koiter [120]". Позднее использование ассоциированного закона подвергалось критике, связанной с множеством факторов, такими как:

- из экспериментов на стабилометрах В.А. Иосилевич [35] показал, что для каждого вектора напряжений наблюдается свой вектор деформаций, тогда как по ассоциированному закону вектор пластических деформаций имеет единственное направление;

- использование ассоциированного закона пластического течения приводит к прогнозированию чрезмерной дилатансии в грунтовых массивах, когда угол дилатансии меньше угла внутреннего трения ($\psi < 30^\circ$);

 поверхность текучести регулярна, т.е. имеет непрерывно изменяющуюся нормаль; при использование поверхностей текучести, имеющих ребра и конические точки, создаёт сложность при математической формулировке уравнений теории пластичности;

Таким образом в первых геомеханических моделях поведения материала применение ассоциированного закона пластического течения было распространено, позднее была доказана его неправомерность.

1.3.3 Применение теории пластичности с неассоциированным законом пластического течения и упрочнением для построения геомеханической упруго-пластической модели

Развитие моделей нелинейно деформируемых тел и теории пластичности связано работами А.А. Ильюшина [31], А.Н. Ставрогина [70] и другими [82, 97, 162, 171, 183].

Вначале опишем поведение упругопластического материала, которое с учётом теории пластического течения может быть описано следующим образом.

С учётом аддитивного разложения деформаций и уравнений, приведенных в приложении А: (А.12), (А.13), (А.15), приращения напряжений можно записать как:

$$d\sigma = D^e (d\varepsilon - d\lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma}). \tag{1.2}$$

Пластический множитель λ остается неизвестным, для его определения необходимо провести дополнительные преобразования. Из условий нагрузкиразгрузки устанавливаем условие согласованности:

$$d\lambda\Delta f = 0$$
, если $f = 0$, (1.3)

следовательно, если $d\lambda \neq 0$, то $\Delta f = 0$, тогда дифференцируя (1.2) получим:

$$df = \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\sigma = 0. \tag{1.4}$$

Подставляя уравнение (1.4) в (1.2) имеем:

$$\frac{\partial f^{T}}{\partial \sigma} D^{e} \left(d\varepsilon - d\lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right) = 0.$$
(1.5)

Уравнение (1.5) даёт необходимое условие для определения мультипликатора пластичности *d*λ:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D^e d\varepsilon}{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}}.$$
(1.6)

Производная $\partial g/\partial \sigma$ зависит от напряжений, которое зависит от $d\lambda$, то есть уравнения (А.13) и (А.15) – нелинейные уравнения. Подставляя уравнение (1.6) в (А.15) получим:

$$d\varepsilon^{p} = \frac{\frac{\partial f^{T}}{\partial \sigma} D^{e} d\varepsilon}{\frac{\partial f^{T}}{\partial \sigma} D^{e} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \partial \sigma}.$$
(1.7)

Подставляя в (1.2), с учётом разложения деформаций на упругую и пластическую части, получим:

$$d\sigma = D^{ep}d\varepsilon,\tag{1.8}$$

где *D*^{*ep*} – упруго-пластическая или касательная матрица жёсткости:

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D^e}{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}}.$$
(1.9)

Такое представление соответствует поведению упругопластического тела, поверхность текучести которого не изменяется в процессе упрочения, то есть случаю идеально-пластического тела.

В процессе нагружения и последующего деформирования грунтовые массивы уплотняются, упрочняются, приобретают свойство анизотропии, известное как эффект Баушингера (1881), ввиду чего поверхность нагружения может меняться геометрически, рисунок 1.3.



Рисунок 1.3 – Поверхность текучести (I) и нагружения (II, III) упрочняющейся грунтовой среды: 1 – нагружение; 2 – нейтральное нагружение; 3 – разгрузка

Одним из первых разработкой моделей, учитывающих процессы упрочнения занимался Шмидт [83].

Для учёта процесса упрочнения введём скалярный параметр упрочнения *k*. Для изотропного упрочнения условие текучести имеет вид:

$$f(\sigma_{ij},k) = 0. \tag{1.10}$$

Параметр k связан с пластическими деформациями следующим образом:

$$dk = \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} d\varepsilon^p. \tag{1.11}$$

Условие совместности при этом будет $df = f(\sigma + d\sigma, k + dk) = 0$. Тогда проведя преобразования, аналогичные приведённым выше, получим упругопластическую матрицу жёсткости с учётом упрочнения поверхности текучести:

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D^e}{E_p + \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D^e \frac{\partial g}{\partial \sigma}},$$
(1.12)

где *E*_{*p*} – пластический модуль упрочнения, определяемый как:

$$E_p = \frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma}.$$
 (1.13)

Упруго-пластическая матрица жесткости имеет решающее значение для точности и надежности итерационного расчёта, так как она получается путем последовательной линеаризации напряжений, которые рассчитываются в соответствии с принятым алгоритмом процедуры возврата [117, 149, 192].

1.3.4 Алгоритмы процедур расчета системы нелинейных уравнений при численных методах расчёта

К настоящему моменту имеется значительное число исчерпывающих аргументов, обосновывающих применимость численных конечно-элементных методов для решения геомеханических задач отражены в исследованиях: [3, 10, 26, 37, 48, 61, 78, 87, 92, 93, 95, 96, 104, 149, 156, 158, 161, 162] и другие. Ввиду этого автор считает вопрос применимости решённым и не требующим очередного подтверждения.

При расчёте дифференциальных уравнений теории пластичности итерационным методом конечных элементов формируется система нелинейных уравнений. Способов её решения несколько, и важно, что выбор той или иной процедуры расчёта влияет на конечную точность. Интересным представляется произвести краткий обзор сформировавшихся методов и определить наиболее удачные из них.

"Основным этапом при выполнении нелинейного конечно-элементного анализа является интегрирование уравнений деформирования среды, что позволяет получить неизвестные приращения компонент напряжений на конец итерации", М.А. Карасёв [37].

Итерации конечно-элементного анализа нелинейно деформируемых материалов могут быть разделены на два уровня. Первый – локальный включает повторение итерационного расчёта в пространстве напряжений и внутренних переменных до момента достижения сходимости и связан с механическими уравнениями состояния. Второй – *глобальный* уровень связан с итерациями, которыми достигается баланс между возникающими внутренними напряжениями и действующими внешними нагрузками. Выбранный метод интегрирования уравнений механического состояния на локальном уровне напрямую определяют точность и стабильность всего численного решения. Такие методы делятся на две категории: явный (прямой метод Эйлера) и не явный (обратный метод Эйлера).

Явные схемы интегрирования:

При использовании явных схем интегрирования положение поверхности пластического течения, градиент пластического потенциала и развитие закона упрочнения среды вычисляются при известных величинах напряженного состояния, начиная с текущей итерации. Примером такого подхода, основанном на методе режущей плоскости (cutting plane algorithm - CPA) был предложен J.C. Simo и T.J.R Hughes [174].

Преимущество подобных методов - в их относительной простоте (нет необходимости в дополнительных итерационных расчётах для вычисления напряжений на конец инкремента) и использование в только градиентов первого порядка.

Недостатком является случай, когда градиенты, вычисленные для текущего состояния при обратном расчёте по заданной процедуре расчёта возвратных напряжений, могут не совпасть с поверхностью текучести (то есть вернуться не в начальную точку), что происходит при большой величине шага.

Ввиду чего явные схемы, описанные у G. C. Nayak и O. C. Zienkiewicz [144]; O. C. Zienkiewicz [192]; у D.J.R. Owen и E.F. Hinton [154] не нашли широкого применения. Тем не менее, в статье J. Huang и D. V. Griffiths, 2009 г. [117], используя стратегию зависимости учёта пути интеграционного процесса (основанной на учёте результатов расчёта предыдущей итерации) показали, что приведённые недостатки метода СРА с хорошей стабильностью и эффективностью могут быть устранены.

Неявные схемы интегрирования:

"При использовании неявных схем интегрирования напряжения на конец итерации неизвестны, а параметры упругопластической матрицы и величина напряжений на конец инкремента должны быть определены на основании решения системы нелинейных уравнений одним из итерационных методов", [37]. Таким образом напряжения всегда будут возвращаться на поверхность текучести, независимо от размера шага (без числовых ошибок).

J.C. Simo и R.L. Taylor [175] предложили неявный метод проекции ближайших точек (the implicit closest point projection method – CPPM), который классифицируется как обратный метод Эйлера и является неявной схемой (алгоритмом) обратного отображения напряжений ("return mapping" algorithm). Данный метод получил широкое распространение. В статье J. Huang and D.V. Griffiths [110] проводится сравнение пяти различных алгоритмов обратного отображения применительно к критерию прочности Кулона-Мора для классических задач методом конечно-элементного расчёта.

В статьях J. Simo и T.J.R. Hughes [174] и J. Huang и D.V. Griffiths [117] (2009) описывается метод, который также использует Т. Benz [92] при разработке модели упрочняющегося грунта с малыми деформациями (HSs).

В случае, если в модели используется комбинированная поверхность, состоящая из двух или более поверхностей текучести, то для каждой из них будет иметь место свой закон упрочнения, по которому они меняют размер и форму. Тогда необходимо для каждой из поверхностей и для зон их пересечений (переходных состояний) разрабатывать свой отдельный алгоритм обратного отображения напряжений.

Ввиду этого Т. Bower [93] произвел улучшения алгоритма, предложенного Т. Benz [92]. В его модификации контроль сходимости проводится не только при расчёте напряжений, но и для пластических деформаций, и для переходных состояний.

Алгоритм СРРМ приведён на рисунке 1.4, в соответствии с которым пробное (trial) напряжение σ_{tr} рассчитывается с использованием матрицы жёсткости и приращения напряжений и деформаций предыдущей итерации.

$$\sigma_{tr} = \sigma_{LC} + D^e d\varepsilon \tag{1.14}$$

В этой зависимости σ_{tr} является вектором дополнительных перемещений, называется упругим пробным напряжением, которые создают новое напряженное состояние при рассмотрении чисто линейно-упругого поведения материала.

Если упругое пробное напряжение σ_{tr} выходит за границы текучести, то напряжение должно быть возвращено на поверхность текучести в соответствии с принятым правилом пластического течения. То есть спроецировано на обновленную поверхность текучести. При этом конечная величина напряжений корректируется, часть из них исключается.



Рисунок 1.4 – Неявный метод проекции ближайших точек (the implicit closest point projection method CPPM)

Величина скорректированных напряжений определяется по алгоритму обратного отображения и описывается показателем пластичности.

$$\sigma_n = \sigma_{tr} - d\lambda D^{ep} \frac{\partial g}{\partial \sigma}$$
(1.15)

где D^{ep} — упругопластическая матрица жёсткости даёт приближенное представление о поведении материала, устанавливает нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями, её определение в значительной степени влияет на конечную точность итерационного расчёта значение.

Приведённые описания основаны на предварительном расчёте пробного напряжённого состояния, для которого напряженное состояние предполагается на основе только упругой нагрузки. Возможны другие процедуры, например, пошаговое управление (sub-stepping) или контроля размера шага (step size control), однако они не рассматривались в работе.

1.4 Выбор и обоснование геомеханических моделей физически нелинейных грунтовых массивов

В последние годы многими исследователями отмечается необходимость ответственного и тщательного подхода как к выбору используемой в численном расчёте геомеханической модели, так и к используемым в ней входным параметрам [13, 16, 37, 42, 53, 74, 75, 76, 84, 97].

Сами модели имеют множество модификаций и усложнённый математический аппарат, модификации зачастую создаются под конкретную задачу и их использования в других условиях становится ошибочно.

В программных комплексах, основанных на МКЭ, таких как Abaqus, Plaxis ZSoil, Midas сформировался основной набор моделей поведения материалов, в том числе и упруго-пластических моделей, способных достоверно описывать нелинейное-деформирование. Возникает вопрос обоснованного выбора модели. Достаточно ли будет упруго-пластической модели, основанной на критерии прочности Кулона-Мора или необходимо воспользоваться более сложной моделью?

В работе использовались следующие модели: модель линейнодеформируемого тела, основанная на законе Гука (модель Е); упруго-пластическая модель, с критерием прочности Кулона-Мора (модель MC); нелинейная модель упрочняющегося грунта Hardening-Soil (модель HS); модификация модели упрочняющегося грунта с малыми деформациями Hardening-Soil Small (модель HSs). Применение разнообразных моделей при одних и тех же условиях задачи позволяет проводить сравнительный анализ полученных результатов.

При анализе полученных результатов упругая модель использовалась как эталонная, так как ввиду значительной накопленной теоретической базы по теории упругости имеется возможность качественного сравнения полученных результатов с известными аналитическими решениями.

Ниже приводится рассмотрение моделей HS, HSs и их некоторые особенности для возможности использования в конечно-элементном расчёте, в программном комплексе Plaxis.

Как отмечено в серии статей А.Г. Шашкиным [81, 82] модель критического состояния обладает рядом недостатков и её не рекомендуется применять для инженерно-геологических условий Санкт-Петербурга.

Все решаемые в работе задачи связаны с подземными сооружениями, то есть связаны со снятием нагрузки, что и является траекторией разгрузки и приведёт к недооцениваемым сдвиговым деформациям. На основании этого модели критического состояния (Soft-Soil и Creep Model) не использовались при расчётах.

1.4.1 Упругая идеально-пластическая модель, основанная на критерии прочности Кулона-Мора

Модель Кулона-Мора (МС) можно назвать первой попыткой аппроксимации поведения грунтовых массивов, использованной в программных комплексах. Она является линейно-упругой идеально-пластической моделью, использующей критерий текучести Кулона-Мора.

На рисунке 1.5 показано, что для первичной нагрузки связь между напряжениями и деформациями выполняется в соответствии с законом Гука, до определенного напряжения разрушения q_u , после которого происходит идеально пластическое деформирование. Для траекторий разгрузки, повторной нагрузки жесткость принимается аналогичной траектории первичного нагружения. Упругое поведение ограничивается некоторым предельным касательным напряжением,

получаемым из критерия прочности Кулона-Мора. Критерий прочности, в обобщённом виде приведен в уравнениях приложения Б, (Б.18).



Рисунок 1.5 – Обобщённое представление модели Кулона-Мора

Модель имеет фиксированную поверхность текучести, задаваемую входными параметрами, и не изменяется в зависимости от пластического деформирования. Поверхность текучести Кулона-Мора представляет собой гексагональный шестигранник в пространстве главных напряжений (рисунок Б.3), используется неассоциированный закон пластического течения, с приращениями пластических деформаций, определяемых в соответствии с (А.15).

С учётом преобразования, уравнений (А.12) и (А.13) зависимость может приобрести вид [102]:

$$d\sigma = (D^e - D^p)d\varepsilon, \tag{1.16}$$

где D^p – упругопластическая матрица жесткости (матрица пластичности), определяемая как:

$$D^{p} = \frac{D^{e} \frac{\partial g^{MC}}{\partial \sigma} \frac{\partial f_{MC}^{T}}{\partial \sigma} D^{e}}{\frac{\partial f_{MC}^{T}}{\partial \sigma} D^{e} \frac{\partial g^{MC}}{\partial \sigma}}.$$
(1.17)

Пластический потенциал модели Кулона-Мора g^{MC} .

Пластический потенциал, используя инварианты напряжений, аналогично уравнению поверхности текучести (Б.18) можно выразить следующим образом:

$$g^{MC} = \frac{I_1}{3}\sin\psi + \sqrt{J_2}\left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta\sin\psi\right) - c \cdot \cos\psi$$
(1.18)

Уравнение (1.18) отличается от функции текучести тем, что в нём используется угол дилатансии, вместо угла внутреннего трения, соответственно, когда $\varphi = \psi$ используется ассоциированный закон пластического течения.

Для охвата много-поверхностного контура текучести W.T. Койтером [120] и другими предложено следующее уравнение, комбинирующее пластические потенциалы к каждой из граней. При переходе от одной грани к другой используется точная форма обобщённой модели, с резким переходом, без скругления углов:

$$d\varepsilon^{p} = \lambda_{1} \frac{\partial g_{1}^{MC}}{\partial \sigma} + \lambda_{2} \frac{\partial g_{2}^{MC}}{\partial \sigma} + \lambda_{3} \frac{\partial g_{3}^{MC}}{\partial \sigma} + \lambda_{4} \frac{\partial g_{4}^{MC}}{\partial \sigma} + \lambda_{5} \frac{\partial g_{5}^{MC}}{\partial \sigma} + \lambda_{6} \frac{\partial g_{6}^{MC}}{\partial \sigma}$$
(1.19)

Получается комбинация из шести уравнений поверхностей текучести $f_{1...6}^{MC}$ и шести уравнений пластического потенциала $g_{1...6}^{MC}$, каждая пара которых подставляется в уравнение (1.17).

1.4.2 Нелинейные упругопластические модели с упрочнением

Первая версия модели HS, разработанная Т. Schanz [171] выводится в пространстве главных напряжений и использует поверхность текучести Кулона-Мора, учитывает упрочнение от начальной нагрузки до достижения предела разрушения Кулона-Мора. Модель использует концепции из более ранней работы P.A. Vermeer [184], как указано у P.A. Vermeer [185]. Для учёта пластических объемных деформаций вводится дополнительная полусферическая поверхность текучести (шатровая поверхность) (в её основу положено представление о шатровой поверхности модели Modified Cam-Clay).

В рамках проведенного крупного проекта, по учёту нелинейного снижения жесткости в области малых деформациях модель вновь была модифицирована Т. Benz [92]. Получив следующее название - модель упрочняющегося грунта при малых деформациях (в дальнейшем модель HSs). Дополнительные подробности этой модификации можно найти также у Т. Benz в [93].

Обе версии модели HS (HS и HSs) используют неассоциированный закон пластического течения для поверхности текучести сдвига, и закон упрочнения, который реализуется с начала нагрузки. Первая версия (модель HS) использует ассоциированный закон для шатровой поверхности текучести, а вторая (модель HSs) использует похожий, но не ассоциированный закон. Обе версии учитывают изменяющуюся, зависящую от напряжения жесткость и зависимую от напряжения дилатансию. Моделирование испытаний на трехосное сжатие дает согласованные результаты для обеих моделей по напряжению сдвига ($q - \varepsilon_q$) и объемной деформации ($\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_q$).

Помимо двух упомянутых версий модель упрочняющегося грунта имеет множество модификаций, так Т. Marcher и P.A. Vermeer [132] реализовали в модели HS связь внутреннего трения с пористостью, что позволило учитывать процесс разуплотнения в грунтовых массивах. Дальнейшее развитие этого направления связано с работой S.C. Moller [139], в которой разуплотнение учитывается в зависимости от сцепления, используемого в модели HS.

В рамках крупного исследования по разработке модели упрочняющегося грунта для моделирования укреплённых фиброй грунтовых массивов была выведена ещё одна модификация модели HS – HS LC, разработанная Т. Bower [93]. В ней также произведён ряд улучшений, связанных с математическими формулировками и алгоритмом процедуры возврата.

В настоящей работе рассматривается две версии модели упрочняющегося грунта. А именно модель HS [162] и модель HSs [92].

1.4.3 Модель упрочняющегося грунта

Гиперболическая зависимость.

Гиперболическую зависимость, используемую в модели HS, вероятно впервые сформулировал R.L. Kondner [122] в 1963 г., она устанавливает нелинейную зависимость между деформациями и девиаторным напряжением, которая выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{q}{q_a - q} \cdot \varepsilon_{50},$$
для $q < q_f,$ (1.20)

$$\varepsilon_{50} = \frac{q_a}{2E_{50}},$$
 (1.21)

где q_a – асиптотическое значение сдвиговой прочности, которое связано с предельным напряжением q_f с помощью коэффициента разрушения R_f , для большинства грунтов коэффициент R_f принимает значения от 0,75 до 1.

$$q_a = \frac{q_f}{R_f}.$$
(1.22)

Предельное девиаторное напряжение q_f определяются следующим образом:

$$q_f = \frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi} (\sigma_3 + c\cot\phi). \tag{1.23}$$

Предельная сдвиговая прочность – определяется в соответствии с критерием Кулона-Мора. При $q_f = q$ - критерий разрушения достигается, деформирование переходит в идеально-пластическое течение (рисунок 1.6).



Рисунок 1.6 – Зависимость изменения осевых деформаций от уровня девиаторного напряжения *q*

В то время как предельные напряжения q_f определяются исходя из критерия прочности Кулона-Мора, гиперболическая часть кривой использует секущий модуль деформации (модуль деформации при значение предельного девиаторного нагружения - 50%) E_{50} как дополнительный входной параметр. В модели HS он связана с наименьшим главным напряжением, уравнением, полученным N. Janbu [114]. Идея введения нелинейного показателя – m, приводится у J. Ohde [150].

Экспоненциальный показатель устанавливает степень влияние наименьшего главного напряжения на величину модуля деформации.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c \cot \varphi + \sigma_3}{c \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m, \tag{1.24}$$

где E_{50}^{ref} – это опорный секущий модуль деформаций, соответствующий средним напряжениям p^{ref} ; при этом p^{ref} – величина изотропного напряжения, при котором определяется начальное значения модуля деформации, чаще всего принимается равным 100 кПа.

Модуль упругости, который используется и при траекториях разгрузки, определяется как:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{c \cot \varphi + \sigma_3}{c \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m, \tag{1.25}$$

где E_{ur}^{ref} – опорный модуль упругости, соответствующий средним напряжениям p^{ref} . Вместе с коэффициентом Пуассона v_{ur} он определяет поведение грунтов при снятии нагрузки, повторном нагружении (индекс *ur* обозначает unloading\reloading). Аналогично секущему модулю деформации зависит от наименьшего главного напряжения.

Модель HS использует комбинированную поверхность текучести, состоящую из двух функций. Функция поверхности текучести f^s отвечает за пластические деформации от изменения формы при сдвиговых напряжениях, связана с секущим модулем деформаций E_{50} . Функция f^c за пластические деформации от изменения объёма при изотропного напряжении, связана с одометрической жёсткостью E_{oed} . Для траекторий снятия нагрузки – повторного нагружения предполагается упругое деформирование по закону Гука, связанное с модулем деформации E_{ur} .

Поверхность текучести f^s .

Поверхность, учитывающая изменение жесткости (упрочнение) при сдвиге f^{s} , связана с образованием и развитием пластических деформаций сдвига γ_{p} .

$$f^s = \bar{f} - \gamma_p, \tag{1.26}$$

где \bar{f} – функция напряжений, получаемая из основных уравнений модели упрочняющегося грунта, определяется как:

$$\bar{f} = \frac{1}{E_{50}^{ref}} \cdot \left(\frac{c \cdot \cot\varphi + \sigma_3}{c \cdot \cot\varphi + p^{ref}}\right)^m \cdot \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} - \frac{2q}{E_{ur}^{ref}} \cdot \left(\frac{c \cdot \cot\varphi + \sigma_3}{c \cdot \cot\varphi + p^{ref}}\right)^m;$$
(1.27)

или в главных напряжениях, как приводил Шанз (Shanz 1999):

$$\bar{f}_{12} = \frac{q_a}{E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_2)} - \frac{2(\sigma_1 - \sigma_2)}{E_{ur}};$$
(1.28)

$$\bar{f}_{13} = \frac{q_a}{E_{50}} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{q_a - (\sigma_1 - \sigma_3)} - \frac{2(\sigma_1 - \sigma_3)}{E_{ur}}.$$
(1.29)

Для связи функции пластической деформации сдвига γ_p с текущим напряжением сдвига γ , из уравнения (А.8), аналогично (А.9) получим:

$$\gamma_p = \frac{2}{3} \left(\varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p \right). \tag{1.30}$$

При чистом сдвиге ($\varepsilon_3^p = -\frac{1}{2}\varepsilon_1^p$), когда объёмные пластические деформации сдвига практически равны нулю $\varepsilon_{\nu}^p \approx 0$ получим:

$$k_s = \gamma_p \approx 2\varepsilon_1^p. \tag{1.31}$$

Закон сдвигового упрочнения.

По мере сдвигового упрочнения значение γ_p возрастает, расчёт напряжений осуществляется с учётом алгоритма обратного отображения по уравнениям (1.14), (1.15). При чём приращение пластических деформаций равно приращениям мультипликатора пластичности:

$$d\gamma_p = h_s d\lambda_s, \tag{1.32}$$

где *h_s* – параметр, определяющий закон упрочнения, находится как:

$$h_s = \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_1} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_2} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_3}\right) = 1.$$
(1.33)

То есть мультипликатор пластичности $d\lambda_s$ отвечает только за область упрочнения при сдвиге.

Таким образом функция пластического деформирования при сдвиговом упрочнении с учётом приращения определяются:

$$\gamma_p = \gamma_p + d\gamma_p. \tag{1.34}$$

Кривые текучести в плоскости изотропного (среднего) напряжения *р* и напряжения сдвига (девиаторного) *q* представлены на рисунке 1.7.



Рисунок 1.7 – Поверхности текучести модели HS: 1 – область упругого деформирования грунта; 2 – область текучести функции f^c; 3 – поверхность, полученная упрочнением при сдвиге и шатровым упрочнении; 4 - область функции текучести f^s; 5 –линия, соответствующая критерию прочности Кулона-Мора

Пластический потенциал g^s , к поверхности текучести f^s .

Аналогично модели MC, модель HS для определения величины пластических деформаций сдвига использует неассоциированный закон пластического течения, со следующей функцией пластического потенциала:

$$g_{12}^{s} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \sin \psi_m ; \qquad (1.35)$$

$$g_{13}^{s} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \psi_m, \qquad (1.36)$$

где ψ_m - текущий угол дилатансии, рассчитывается из уравнения дилатансии грунта, предложенного Р.W. Rowe [166]. Модель HS использует критерий Кулона-Мора для расчёта текущего угла дилатансии, с учётом ограничения дилатансии:

$$\sin\psi_m = \frac{\sin\varphi_m - \sin\varphi_{c\nu}}{1 - \sin\varphi_m \cdot \sin\varphi_{c\nu}} \ge 0, \tag{1.37}$$

где φ_{cv} – угол внутреннего трения критического состояния, а φ_m – текущий угол внутреннего трения, определяется как:

$$\sin\varphi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2 \cdot c \cdot \cot\varphi}.$$
(1.38)

Таким образом при небольших соотношениях напряжений текущий угол внутреннего трения меньше предельного ($\varphi_m < \varphi_{cv}$), что соответствует сжатию материала. При больших соотношениях напряжений $\varphi_m > \varphi_{cv}$ происходит разупрочнение (дилатансия). При достижении φ_m величины угла внутреннего трения соответствующему предельному φ , из критерия Кулона-Мора, происходит разрушение материала. Угол внутреннего трения критического состояния φ_{cv} определяется как:

$$\sin\varphi_{c\nu} = \frac{\sin\varphi - \sin\psi}{1 - \sin\varphi\sin\psi}.$$
(1.39)

В модели HS упрочнение при сдвиге продолжается с ростом сдвиговой прочности, до её достижения предельной величины согласно критерию прочности Кулона-Мора.

При этом текущий угол дилатансии связывает приращения пластических деформаций сдвига с приращениями объёмных пластических деформаций следующим образом:

$$d\varepsilon_{\nu}^{p} = \sin\psi_{m} \, d\gamma_{p}. \tag{1.40}$$

Поверхность текучести f^c .

Поверхность текучести функции f^c , называемая "шатровой" поверхностью, представляет состояние нормального уплотнения (первичного сжатия), при котором напряжение переуплотнения эквивалентно текущему напряженному состоянию. Величина и развитие шатровой поверхности связана с функцией изотропного предварительного уплотнения p_p . Благодаря её введению, изначально предложенная модель J.M. Duncan и C.Y. Chang [100] была расширена, Schanz [171] и сделала её более универсальной, за счёт возможности описания как плотных, так и мягких грунтов.

$$f^c = \bar{f} - p_p; \tag{1.41}$$

$$f^{c} = \left(\frac{\tilde{q}}{M}\right)^{2} + p^{2} - p_{p}^{2}, \qquad (1.42)$$

где p_p – предварительное изотропное напряжение, определяет положение и форму шатровой поверхности в пространстве, в соответствии с рисунком 1.7. M –
вспомогательный безразмерный коэффициент, управляющий размерами шатра по оси *q* и связан с коэффициентом бокового распора. *q* – специальная мера сдвиговых напряжений и используется для обеспечения одинаковой формы шатровой поверхности текучести и поверхности текучести при сдвиге.

$$\tilde{q} = \sigma_1 + (\delta - 1)\sigma_2 - \delta\sigma, \tag{1.43}$$

где δ определяется как:

$$\delta = \frac{3 + \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}.$$
 (1.44)

Объёмные деформации в области шатровой поверхности определяются степенным законом упрочнения и постулатом Друккера:

$$k^{c} = \varepsilon_{\nu}^{pc} = \frac{\beta}{1-m} \left(\frac{p_{p}}{p^{ref}}\right)^{1-m}.$$
(1.45)

Параметр шатра β не используется как один из входных параметров модели HS. Вместо этого используется одометрический модуль деформации E_{oed} используется, как входной параметр, связанный с параметром β . В модели E_{oed} связана с напряжением следующим уравнением, схожим с уравнениями (1.24), (1.25).

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left(\frac{c \cot \varphi + \sigma_1}{c \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m, \tag{1.46}$$

где E_{ur}^{oed} – опорный одометрический модуль деформации при опорном давлении p^{ref} .

Закон изотропного упрочнения.

$$dp_p = h_c d\lambda_c, \tag{1.47}$$

где λ_c – мультипликатор пластичности для изотропного сжатия, а h_c определяется как:

$$h_c = 2H \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi}\right)^m p, \qquad (1.48)$$

где H – является функцией связывающей объёмные пластические деформации ε_{ν}^{p} с предварительным изотропным напряжением p_{p} :

$$dp_p = H \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi}\right)^m d\varepsilon_{\nu}^p.$$
(1.49)

При разложении объёмных деформаций на упругую и пластическую части, функция *H* может быть переписана, как функция объёмной жесткости при первичной нагрузке *K_c* и модуля объёмной разгрузки *K_s*.

$$H = \frac{K_s K_c}{K_s - K_c}.$$
(1.50)

Модуль объёмной разгрузки *K_s* рассчитывается из модуля деформации при разгрузке и коэффициента Пуассона:

$$K_s = \frac{E_{ur}^{ref}}{3(1 - 2\nu_{ur})}.$$
 (1.51)

Отношение K_s/K_c является вспомогательным параметром модели и подбирается по известным значениям коэффициента бокового распора - K_0 и E_{oed} . Пластический потенциал g^c , к поверхности текучести f^c .

Для определения величин объёмных пластических деформаций используется ассоциированный закон пластического течения, т.е. $f^{c} = g^{c}$.

$$g^{c} = \left(\frac{\tilde{q}}{M}\right)^{2} + p^{2} - p_{p}^{2}.$$
 (1.52)

В дополнение к E_{50} и E_{ur} , модуль E_{oed} является одним из входных параметров модели HS. Вместе с параметрами $m, c, \phi, R_f, \psi, \nu$ у модели девять входных параметров.

Мультипликаторы пластичности.

Аналогично уравнению (А.12) общая деформация раскладывается на упругую часть и на пластическую часть, которая, в свою очередь раскладывается на сдвиговую упрочняющуюся часть и\или объёмную упрочняющуюся часть:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^{ps} + d\varepsilon^{pc}; \tag{1.53}$$

мультипликаторы пластичности λ^s и λ^c могут быть определены для условия: $df^c = 0$ и $df^s = 0$:

$$\Rightarrow \lambda^{s} = \frac{1}{H^{s} - d^{s}} \frac{\partial f^{s}}{\partial \sigma}, \qquad (1.54)$$

где H^s и d^s - пластические модули упрочнения:

$$H^{s} = \frac{\partial f^{s}}{\partial k^{s}} \frac{\partial k^{s}}{\partial \varepsilon^{ps}} \frac{\partial g^{s}}{\partial \sigma} \times d^{s} = \frac{\partial f^{s}}{\partial \sigma} D^{e} \frac{\partial g^{s}}{\partial \sigma}, \qquad (1.55)$$

а для шатровой поверхности:

$$\Rightarrow \lambda^{c} = \frac{1}{H^{c} - d^{c}} \frac{\partial f^{c}}{\partial \sigma}, \qquad (1.56)$$

где H^{c} и d^{c} - пластические модули упрочнения:

$$H^{c} = \frac{\partial f^{c}}{\partial k^{c}} \frac{\partial k^{c}}{\partial \varepsilon^{pc}} \frac{\partial g^{c}}{\partial \sigma} \times d^{c} = \frac{\partial f^{c}}{\partial \sigma} D^{e} \frac{\partial g^{c}}{\partial \sigma}.$$
 (1.57)

1.4.4 Модель упрочняющегося грунта с учётом нелинейного уменьшения жёсткости в области малых деформаций

Модель HSs была сформулирована Бенцем (Т. Benz) для отражения наблюдаемых явлений поведения грунтов, не описываемых стандартной моделью HS, а именно:

- значительное изменение жесткости грунта при увеличении амплитуды сдвиговой деформации в области малых деформаций.

- нелинейное отношение напряжений к деформациям в диапазоне малых деформаций при разгрузке.

Для описания изменения жесткости от величины деформации в модель HSs введено два дополнительных входных параметра: G_0^{ref} – опорный модуль сдвига при малых – очень малых деформациях; величина, при которой секущий модуль сдвига G_s уменьшается примерно до 70% от начального G_0 носит название пороговой сдвиговой деформация – $\gamma_{0.7}$,.

В модели HSs модуль сдвига G₀ функционально связан с изменением напряжений следующим образом:

$$G_0 = G_0^{ref} \left(\frac{c \cos \varphi - \sigma_3 \sin \varphi}{c \cos \varphi + p^{ref} \sin \varphi} \right)^m.$$
(1.58)

Установлено, что для описания нелинейного уменьшения жёсткости, на основании лабораторных испытаний кривые деформирования малых деформаций могут быть адекватно описаны простым гиперболическим законом. Как аналог гиперболического закона для больших деформаций R.L. Kondner и J.S. Zelasko [118], для малых деформаций была предложена известная зависимость B.O. Hardin

и V.P. Drnevich [105]. В конечном итоге J.A. Santos и A. G. Correia [168] для уменьшения ошибки предложили использовать более низкое значение предельной деформации сдвига - $\gamma_{0.7}$, которое соответствует уменьшенному примерно до 70% секущему модулю сдвига G_s .

В итоге получаются следующие зависимости:

Для начального нагружения:
$$\frac{G_s}{G_0} = \frac{1}{1 + a \left| \frac{\gamma_{hist}}{\gamma_{0.7}} \right|};$$
 (1.59)

Для разгруки\повторного нагружения:
$$\frac{G_s}{G_0} = \frac{1}{1 + a \left|\frac{\gamma_{hist}}{2\gamma_{0.7}}\right|}$$
(1.60)

где a = 0,385 - коэффициент, изменяющий изначальное уравнение Хардина-Дреневича. Когда отношение под знаком модуля равно единице, отношение G_s/G_0 равно 0,722.

Для возможности учитывать историю изменения жёсткости в зависимости от траектории нагрузки Бенц вводит γ_{hist} - величину деформации формоизменения, которая определяется следующим образом:

$$\gamma_{hist} = \frac{3}{2} \varepsilon_q, \tag{1.61}$$

где ε_q – второй инвариант сдвиговых деформаций, для условия трёхосного нагружения.

Поверхность текучести f^s .

Поверхность текучести модели HSs в целом более сложна, чём у её предшественника. Например, её асимптотический предел определяется текущим углом внутреннего трения, вместо сдвигового напряжения.

$$f^{s} = \frac{3q}{2E_{i}} \frac{\left(\frac{1-\sin\varphi_{m}}{\sin\varphi_{m}}\right)}{\left(\frac{1-\sin\varphi_{m}}{\sin\varphi_{m}}\right) - R_{f}\left(\frac{1-\sin\varphi}{\sin\varphi}\right)} - \frac{3q}{2E_{ur}} - \gamma_{p}, \tag{1.62}$$

где E_i – начальный модуль деформации, используется для калибровки E_{50} . Начальный модуль деформации не является задаваемым, то есть входным параметром. Он используется как вспомогательный параметр материала, что бы обеспечить соответствие предсказываемого значения E_{50} тому, которое было задано как входной параметр.

$$E_i = E_i^{ref} \left(\frac{c \cot \varphi + \sigma_3}{c \cot \varphi + p^{ref}} \right)^m.$$
(1.63)

В формулировке Бенза для определения текущего угла внутреннего трения φ_m используется критерий Мацуока – Накаи и в зависимости от используемого расчётного метода, помимо уравнения (1.38), может использоваться:

$$\sin\varphi_m = \sqrt{\frac{9I_3 - I_1I_2}{I_3 - I_1I_2}};$$
(1.64)

ИЛИ

$$\sin\varphi_m = \frac{3q}{6\chi(p+c\cot\varphi)+q'}$$
(1.65)

где χ – переменная, связанная с углом Ладе, которая будет рассмотрена позже. Такая формулировка поверхности текучести, в общем виде, позволяет избежать необходимости применения сложных алгоритмов обратного отображения, которые связаны с переходом из координатных осей главных напряжений в декартовую систему координат.

Бенз описал три дополнительных метода, которые могут использоваться для ограничения дилатансии. Информацию о двух из них можно найти у М. Wehnert [188] и О.К. Soreide [178], X.S. Li [128], а также у Бенза [92]. В модели HSs используется следующее, упрощённое взаимоотношение, полученное X.S. Li и Y.F. Dafalias [128].

$$\tan\psi_m = \left(Me^{\ln\frac{\left(\frac{p_p}{p}\right)}{15}} - \eta\right)/10,\tag{1.66}$$

где

$$\frac{p_p}{p} = \frac{\eta \sin(\varphi_c(1 - \sin \varphi_m))}{N \sin(\varphi_m(1 - \sin \varphi_c))}$$
(1.67)

и $\eta = q/p$ – отношение напряжений, N – коэффициент предельной величины напряжений. В данном случае отношение величины пластических объёмных

деформаций к пластическим сдвиговым деформациям определяет дилатансию. Когда ψ_m , рассчитанный по формуле P.W. Rowe (1.37) становится меньше нуля, модель HSs использует уравнение, что позволяет более полно учитывать объёмные пластические деформации.

Закон сдвигового упрочнения.

Аналогично модели HS γ_p – пластическая деформация сдвига, используется как параметр упрочения. При этом γ_p изменяется по немного другому закону, нежели в оригинальной модели:

$$d\gamma_p = h_s h_i d\lambda_s, \tag{1.68}$$

где h_i – приближённое пластическое упрочнение для начального нагружения. Хорошо согласующееся с кривыми уменьшения начальной жёсткости h_i определяется уравнением:

$$h_i = G_m^{1 + \frac{E_{ur}}{E_i}},$$
 (1.69)

где G_m – мультипликатор жёсткости, приведённый в уравнениях: (1.58), (1.59), (1.60).

В случае модели HSs h_s определяется несколько иначе, и равен 1,5, а его уравнение:

$$h_{s} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{1}} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_{2}} \right)^{2} + \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{2}} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_{3}} \right)^{2} + \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{3}} - \frac{\partial g}{\partial \sigma_{1}} \right)^{2} \right)} = \frac{3}{2}.$$
 (1.70)

Функция пластического деформирования при сдвиговом упрочнении аналогична функции модели HS:

$$\gamma_p = \gamma_p + d\gamma_p. \tag{1.71}$$

Пластический потенциал g^s , к поверхности текучести f^s .

Как и в модели HS, в этой версии модели для поверхности пластического потенциала используется коническая поверхность Друкера-Прагера, которая использует текущий угол дилатансии, для изменения угла вершины конуса. В формулировки для декартовой системы координат уравнение имеет вид:

$$g^{s} = q - (p + c \cot \varphi) \left(\frac{6 \sin \psi_{m}}{3 - \sin \psi_{m}}\right). \tag{1.72}$$

Поверхность текучести f^{c} .

Функция шатровая поверхности модели HSs очень схожа, с аналогичной поверхностью модели HS и определяется как:

$$f^{c} = \left(\frac{q}{\chi M}\right)^{2} + p - p_{p}^{2}.$$
 (1.73)

В данном уравнении вместо специальной меры сдвиговых напряжений \tilde{q} используется стандартное сдвиговое напряжение q. Вместо q д ля изменения формы шатровой поверхности используется переменная χ , зависимая от угла Лоде. Переменная χ для модели Матсуоки-Накаи была выведена J.P. Bardet [91]:

$$\chi = \frac{\sqrt{3}\varpi}{2\sqrt{\varpi^2 - \varpi + 1}} \frac{1}{\cos\vartheta'}$$
(1.74)

где

$$\vartheta = \begin{cases} \frac{1}{6} \arccos\left(-1 + \frac{27\varpi^2(1-\varpi)^2}{2(\varpi^2 - \varpi + 1)^3}\sin^2 3\theta\right), \text{если } \theta \le 0\\ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{6}\arccos\left(-1 + \frac{27\varpi^2(1-\varpi)^2}{2(\varpi^2 - \varpi + 1)^3}\sin^2 3\theta\right), \text{для } \theta > 0 \end{cases}$$
(1.75)

И

$$\varpi = \frac{3 - \sin \varphi}{3 + \sin \varphi}.$$
(1.76)

Закон изотропного упрочнения.

Аналогичен оригинальному закону упрочнения p_p , предложенному Шанцом (T. Schanz) в уравнении (1.47), но также учитывает основную идею модели HSs, по уменьшению жёсткости при малых деформациях, для чего вводится функция h_i . Закон упрочнения имеет вид:

$$dp_p = h_c h_i d\lambda_c. \tag{1.77}$$

Пластический потенциал g^c , к поверхности текучести f^c .

В отличие от модели HS используется неассоциированный закон пластического течения. Единственное отличие от функции f^c состоит в том, что угол Лоде постоянен, это сделано, чтобы обеспечить радиальность к девиаторной

плоскости расчётных обратных изотропных напряжений. Это имеет особое значение, когда возвратные напряжения попадают в область 3 рисунка 1.7 т.к. пластический потенциал g^s к поверхности текучести f^s и линии разрушения также радиален в девиаторной плоскости.

$$g^{c} = \left(\frac{q}{\chi_{tr}M}\right)^{2} + p - p_{p}^{2}, \qquad (1.78)$$

где $\chi_{tr} = \chi(\theta_{\sigma_{tr}}).$

Мультипликаторы пластичности.

Мультипликаторы пластичности модели HSs рассчитывались образом, аналогичным рассмотренному у стандартной модели HS.

Модель HSs способна к более точному и надежному геомеханическому прогнозу, с учётом её особенностей это является актуальным для динамических расчётов или расчётов, в которых реализуется снятие нагрузки - траектория разгрузки, например, такими, как строительство подземных сооружений.

1.4.5 Ограничения моделей упрочняющегося грунта

Тем не менее, при изложении модели программным кодом, для возможности проведения конечно-элементного расчёта, полученные результаты, могут приводить к слабой сходимости. Например, Т. А. Bower в 2017 [93] приводит следующие недостатки модели HSs.

1) Первой проблемой является формулировка поверхности текучести при сдвиге f^s , уравнения (1.26) и (1.62). Уравнения обеих моделей имеют недостаток, когда пробное напряжение сдвига $q_{tr} = q(\sigma_{tr})$ превышает асимптотическое напряжение сдвига q_a функция текучести f^s становится отрицательной (рисунок 1.8). Если $q \ll q_a$ уравнения (1.27), то функция текучести f^s стремится к бесконечности аналогично для (1.62), если текущий угол внутреннего трения sin φ_m приближается к углу внутреннего трения при разрушении sin φ . В свою очередь, превышение их величин, делает функцию текучести отрицательной.

Сходящиеся напряжения должны быть ограничены разрушающим напряжением сдвига q_f , которое меньше или равно q_a , однако во время процедуры обратного отображения напряжений, напряжения могут превышать допустимой

диапазон функции текучести, что приводит к неверным результатам и численным ошибкам. Как было обсуждено в главе (1.3.4), для исключения данной проблемы возможно уменьшать величину шага изменения σ_{tr} при приближении грунтового массива к разрушению или применять более совершенный алгоритм.



Рисунок 1.8 – График, отображающий смену знака сдвиговой функции текучести при увеличении асимптотического сдвигового напряжения *q*_a

2) Вторая проблема связана с правилом упрочнения для поверхности сдвига, которое имеет инкрементную форму; пластическая деформация сдвига γ^p увеличивается по инкрементному закону упрочнения, уравнение (1.32). Подобное инкрементальное увеличение проходит непроверяемым образом и может вызвать отклонение в конечном решении. Т.А. Bower предлагает увеличить сходимость путём расчёта γ^p непосредственно из общих пластических деформаций, используя не кумулятивные соотношения.

3) Третья проблема связана с необходимостью доработки алгоритма обратного отображения напряжений, устранив все имеющиеся недостатки, рассмотренные в главе (1.3.4).

1.5 Обоснование и формулирование целей и задач исследований

Решая задачу повышения достоверности геомеханического прогноза нелинейно деформируемых грунтовых массивов численными методами с использованием упруго-пластических моделей исследователь сталкивается с такими вопросами, как: - достаточность обоснования принятого способа повышения достоверности и установление соответствия современных достигнутых теоретических представлений наилучшим способам их математического описания с применением наиболее точных математических решений;

- необходимость заранее иметь представление о границах достоверности даваемых каждой моделью прогнозов, принципах её работы, и сопоставлять их с требованиями решаемой задачи;

- выделение приоритетных, вносящих наибольшее влияние в развитие геомеханических процессов факторов и особенностей механического поведения конкретного грунтового массива в заданных условиях.

- определение модели, с возможностью подтверждения, что она отражает вышеперечисленные факторы, а совокупность учтенных факторов и способы их описания достаточны для решения поставленной задачи;

- при необходимости использования продвинутых нелинейных моделей нужно обладать требуемыми результатами лабораторных испытаний, получение которых на прямую не всегда возможно, ввиду чего требуется понимать какие параметры возможно использовать, получив их косвенными методами.

После описания объекта исследований по указанной теме сформирован список задач для достижения поставленной цели в диссертационной работе:

1. Выполнение анализа существующих методов исследования нелинейно деформируемых грунтовых массивов и способов учёта этого явления при прогнозе геомеханических процессов вокруг подземных сооружений.

2. Разработка рекомендаций для подбора параметров модели, отражающей нелинейное деформирование протерозойских глин на основании лабораторных испытаний, и виртуального эксперимента;

3. Разработка концепции проведения геомеханического анализа для прогноза устойчивости подземных сооружений при использовании методов математического моделирования.

4. Получение достоверного представления о влиянии нелинейных свойств грунтовых массивов на величину и характер распределения НДС в окрестности

подземного сооружения и их сравнение с классическими геомеханическими моделями.

5. Разработка рекомендаций по оценке устойчивости подземного сооружения, возведённого в физически нелинейном грунтовом массиве, при использовании численных методов.

1.6 Выводы по главе 1

Проведенный анализ имеющихся упругопластических моделей показал, что в исследовании поведения грунтовых массивов для их описания имеется основной тренд, связанный с развитием моделей упрочняющегося грунта. Можно проследить историю эволюции и развития модели с течением времени по ключевым статьям, в которых были изложены её базовые составляющие. Разработчики модели выполняли её верификацию путём валидационного анализа, сравнивая предсказываемые моделью величины с экспериментальными данными и получали сильную, для дисциплины, сходимость.

Исследование теоретических и математических представлений процесса деформирования твёрдых тел позволяет заключить, что для описания нелинейного деформирования грунтового массива рекомендуется использовать упругопластические модели.

Некорректный выбор геомеханической модели может становится критическим, вносить существенный вклад в результаты геомеханического прогноза при численном расчёте. В частности, в ряде случаев использование модели MC для численных расчётов будет не корректно.

Проведённый в главе анализ современных теоретических и математических представлений пластического деформирования твердого деформируемого тела позволяет выделить следующие необходимые элементы, которыми должна обладать модель среды достоверно описывающая пластическое деформирование, полученный результат также представлен автором в статье [32]:

1) поверхность текучести модели грунтовых массивов должна быть замкнутой;

2) изменение формы и изменение объема должно быть описано различными функциями, должна использоваться комбинированная поверхность текучести;

3) для учёта пластических деформаций при сложных траекториях нагружения необходимо использовать функции пластического потенциала в рамках теории пластического течения;

4) использовать неассоциированный закон пластического течения, как для учёта упрочения формоизменения, так и для учёта упрочения при сдвиге;

5) иметь нелинейную зависимостью между напряжениями и деформациями, аутентичной испытаниям в стабилометре, даже при небольших величинах напряжений;

6) включать в себя функции, учитывающие накопления сдвиговых и изотропных пластических деформаций в результате процесса упрочнения;

7) входные параметры модели должны определятся лабораторными испытаниями, программа которых не может радикально отличаться от уже сформированной рынком и традицией;

8) полученные входные параметры модели должны иметь возможность проведения их верификации;

9) обобщать накопленные экспериментальные данные по конкретному типу грунта и иметь с ними двухстороннюю связь, то есть, модель должна быть способна воспроизводить эксперименты при различных траекториях нагружения и условиях их проведения.

ГЛАВА 2 Исследование применимости нелинейной модели упрочняющегося грунта для описания механического поведения протерозойских глин

Решая задачу достоверного моделирования поведения грунтового массива, в первую очередь необходимо иметь понимание о поведении реального грунта. В диссертационной работе нелинейно-деформируемый грунтовый массив протерозойской являющейся исследуется примере глины, основной на геологической средой, в которой осуществляется строительство в г. Санкт-Петербург.

Согласно представлениям физико-химической механики И.М. Горькова [18], "глинистый грунт представляет собой дисперсную структурированную систему, образованную дисперсными частицами, окруженными оболочками связанной воды и дисперсионной среды – воды. Вода иммобилизована в порах структурного каркаса и не образует гидравлически непрерывную жидкую фазу. Для глинистых грунтов Санкт-Петербургского региона характерен коагуляционный тип структурных связей (дисперсные частицы взаимодействуют через водные оболочки)."

"Верхнепротерозойско-кембрийские глины являются примером глинистых пород средней степени литификации и широко распространены в северо-западной части Русской платформы" [37]. Территория Санкт-Петербурга располагается в пределах северо-западной части этой региональной структуры – Русской плиты. Протерозойские глины исследовались на протяжении многих лет, с участием таких специалистов, как Н.П. Бажином, В.Д. Ломтадзе, Р.Э. Дашко, Ю.М. Карташов, А.В. Кузьмина, С.Я. Нагорного и других [4, 5, 18, 23, 40, 45, 56, 64, 66].

2.1 Обобщение лабораторных исследований твёрдых аргиллитоподобных глинистых грунтов

В качестве основы для подбора параметров послужили результаты лабораторных испытаний, проведенных в Горном университете для проектирования объектов городского метрополитена, основные результаты представлены в [59].

Для физико-механических свойств решения задачи исследования арглитоподобных глинистых грунтов и получения параметров, требуемых различными геомеханическими моделями поведения, были проведены лабораторные испытания, с акцентом на механические свойства глин. Программа проведения испытаний включала в себя следующие виды лабораторных испытаний образцов породы:

- при одноосном сжатии; раскалыванием по образующим; сферическими инденторами; трёхосные испытания при объёмном сжатии.

Образцы отбирались из забоя станции метрополитена "Проспект Славы" и "Бухарестская". Авторами исследований [59] оговаривается, что разброс в полученных данных объясняется методом отбора образцов, различием участков отбора, а также отличиями в самих лабораторных испытаниях. На результаты испытаний могло оказать влияние содержание песчаника в отбираемых образцах, их влажность. Отборы проб глины производились с участка, расположенного на глубине 60-65 м.

Изменение свойств с изменением глубины.

проводимые лабораториях, ВНИМИ [5. Исследования, В 6. 571. Ленметрогипротранса, ЦНИИСА показали, что свойства коренных глинистых пород значительно отличаются от свойств протерозойских глин переходного слоя и верхней части. Наблюдается ярко выраженная зависимость увеличения прочностных и деформационных свойств глин с увеличением глубины 2.1). Протерозойские глины переходного слоя характеризуется (таблица включением в него примесей четвертичных отложений, валунов, кроме того, они пребывают в дислоцированном сильно обводненном и трещиноватом состоянии [57].

Схожие приведенным результаты, были получены А.В. Кузьминым [45], который установил зоны, отличающиеся разной мерой естественной уплотнённости, определяемые глубиной заложения от поверхности.

50

	din leekne ebonerb	и протерозонской				
	Грунт					
Показатели	Протерозойские	Протерозойские	Протерозойские			
		глины в верхних	глины в			
	перемятые глины	слоях	глубоких слоях			
Влажность, %	18 - 23	14 - 16	12 - 13			
Объемный вес, кН/м ³	20.0	21.5	22 -22.5			
Коэффициент пористости	0.6	0.5	0.45			
Прочность одноосному сжатию перпендикулярно слоистости,	0.7	1.5	3.0			
Прочность одноосному сжатию параллельно слоистости, МПа	-	1.0	2.0			
Модуль деформации, МПа	30 - 50	100 - 250	250 - 500			

Таблица 2.1 – Физико-механические свойства протерозойской глины [57]

В статье [64] показывается, что сравнение по образам, отобранных в различных интервалах разреза показало высокую степень корреляции таких характеристик глин как влажность, плотность и число пластичности с глубиной.

"Рассмотрение закономерностей уплотнения современных глинистых осадков и глинистых пород различного возраста, а также изучение уплотняемости глинистых пород в лабораторных условиях показывают, что она всегда подчиняется логарифмической зависимости изменения плотности – пористости пород от действующей нагрузки. Следует заметить, что состояние глинистых пород не всегда определяется фактической глубиной их залегания. Так, например, верхнепротерозойско-кембрийские глины под Санкт-Петербургом имеют плотность, не соответствующую природной нагрузке вышележащих масс. Они переуплотнены, что является, вероятно, следствием испытанной ими нагрузки в прошлое геологическое время, и в том числе нагрузки мощного ледникового покрова четвертичного периода" [48].

Процесс гравитационного уплотнения связывают с изменением морфометрических (размер и форма структурных элементов), геометрических (ориентация структурных элементов) и энергетических признаков микроструктуры. В результате чего с увеличением давления на глинистые породы происходит увеличение плотности и прочности с уменьшением её влажности.

Влажность. "Наибольшее значение влажности характерно для первых десяти метров разреза глин. Ниже этой глубины влажность пород постепенно уменьшается, с глубин 17-20 м она изменяется в узком пределе – 15-18 %. Относительно высокая естественная влажность в интервале глубин 0-20 м объясняется набуханием глинистых пород при их дополнительном увлажнении за счет снятия внешнего давления, ниже указанной глубины влияние дополнительной гидратации этих глин не проявляется, поскольку их давление набухания редко превосходит 0,35 МПа. Следовательно, ниже глубины 20 м влажность и плотность синих глин должны характеризовать их естественное физическое состояние. Малая отложений высокая плотность этих позволяет влажность И отнести нижнекембрийские синие глины ниже глубины 20 м к высоколитифицированным разностям", А.А. Коробко [44].

"Применительно к устойчивости породных обнажений в забоях важное значение имеют: увеличение влажности глин с приближением к четвертичным отложениям; снижение предела прочности и сцепления глин по мере роста влажности; снижение прочности образцов при косонаправленной, относительно главных напряжений, слоистости; уменьшение сцепления на 30 - 35% при длительном действии нагрузки", А.И. Исаев [36].

Один или сочетание этих факторов может приводить к опасным последствиям вплоть до продавливания потолочины в забой. В работе [62] обосновывается значительное влияние мощности глинистой потолочины тоннеля на устойчивость выработки, а в работах [2, 3] производится оценка устойчивости лба забоя при его приближении к зоне нарушения.

Учёт порового давления имеет большое влияние на достоверность прогноза НДС конечно элементным методом. В диссертационной работе этот фактор умышлено исключался, для возможности проведения исследования в рамках поставленных задач.

Во всех проведённых расчётах для исключения влияния порового давления на результаты геомеханического расчёта по учёту влияния физической нелинейности исследуемый массив задавался как сухой (Dry). Таким образом значение эффективных напряжений соответствовало полным и расчётным комплексом использовалась только величина *γ_{uns}*.

Анизотропия. Исследования физико-механических свойств протерозойских отличия свойствах глин указали на существенные В параллельно И перпендикулярно слоистости. При лабораторных испытаниях анизотропия в большей степени проявляется при малой величине всестороннего обжатия, с его ростом влияние структуры существенно снижается. Разные авторы отмечали, что слоистая структура протерозойской глины влияет на большинство ее механических свойств. При увеличении всестороннего давления от 0.5 МПа до 5.0 МПа коэффициент анизотропии прочностных свойств снижается с 1.27 до 1.08 соответственно. Таким образом с некоторым приближением, начиная с некоторой величины минимальных главных напряжений, протерозойскую глину можно рассматривать как изотропную среду.

Механические свойства протерозойской глины в направлении перпендикулярно и параллельно слоистости, полученные по результатам трехосных испытаний сведены в таблицы 2.2, 2.3. Представленные результаты лабораторных испытаний автор работы рассматривал также, в статьях [33, 34].

В целом учёт слоистой структуры протерозойских глин имеет большое значение на конечные геомеханические результаты расчёта. Учёту этого фактора посвящены работы [37], а в рамках решения поставленной диссертационной работой задач фактор анизотропии не учитывался.

N.	Боковое	Механические свойства							
л∘ образца	давление, МПа	<i>Е</i> ₀ , МПа	<i>E</i> ₅₀ , МПа	<i>Е</i> _q , МПа	<i>Е</i> _у , МПа	v_0	$\sigma_{ m cж},$ МПа	q, МПа	<i>р</i> , МПа
2	0.5	540	380	450	560	0.14	7.7	7.2	2.9
7	0.5	510	470	500	810	0.15	7.8	7.3	2.9
8	2.5	670	880	960	1080	0.065	13.5	11.0	6.2
5	2.5	840	980	1180	1200	0.021	13.1	10.6	6.0
2	5.0	915	305	295	840	0.151	8.4	3.4	6.1
5	5.0	1110	650	460	1110	0.182	11.6	6.6	7.2
9	5.0	1310	1310	780	1400	0.098	16.8	11.8	8.9
10	10.0	1450	1390	660	1600	0.068	23.4	13.4	14.5

Таблица 2.2 – Механические свойства протерозойской глины в направлении перпендикулярно слоистости

No	Боковое	Механические свойства							
образца	давление, МПа	<i>Е</i> ₀ , МПа	Е ₅₀ , МПа	<i>E</i> _q , МПа	<i>Е</i> _у , МПа	v_0	$\sigma_{\rm cж}$, МПа	<i>q</i> , МПа	
11	0.5	1460	1120	820	1770	0.07	6.5	6.0	
16	0.5	1180	1070	750	1550	0.17	5.7	5.2	
13	2.5	1440	1150	620	2160	-	9.5	7.0	
14	2.5	1530	1300	830	2180	-	10.7	8.2	
3	5.0	1500	1380	890	2332	0.12	15.5	10.5	
6	5.0	-	-	-	-	-	-	-	
7	5.0	1800	1630	1300	-	-	15.7	10.7	

Таблица 2.3 – Механические свойства протерозойской глины в направлении параллельно слоистости

Примечание: E_0 – значения модуля деформации, полученное в начале нагрузки; E_{50} – значение секущего модуля деформации, при 50% от предела прочности; E_y – модуль упругости; v_0 – коэффициент поперечной деформации; $\sigma_{c,c}$ – предел прочности на сжатие; q – предельное значение сдвигового напряжений; p – величина средних напряжений при достижении предела прочности.

В качестве исходных данных для подбора входных параметров модели HS и HSs деформирования, полученные использовались кривые В ходе трёхосных испытаний консолидировано-недренированных параллельно И перпендикулярно слоистости т.к. именно такой тип испытаний, позволяет установить зависимость изменения модуля деформации ОТ величины всестороннего обжатия.

На рисунке 2.1 отображены результаты лабораторных испытаний перпендикулярно, а на рисунке 2.2 параллельно слоистости, при разных величинах всестороннего обжатия. Показаны участки допредельной области деформирования.



Рисунок 2.1 – Диаграмма деформирования образцов перпендикулярно слоистости



Рисунок 2.2 – Диаграмма деформирования параллельно слоистости

Результаты исследования механических свойств протерозойских глин выявили влияние величины всестороннего обжатия на ее механические свойства. При изменении величины всестороннего обжатия наблюдается линейная корреляция от жёсткости протерозойской глины на всех этапах нагружения и при разгрузке, (рисунок 2.3).



Рисунок 2.3 – Зависимости модулей деформаций от величин всестороннего обжатия

Интересно отметить, что аналогичную принятой в модели HS линейную зависимость, вероятно независимо, отметил А.В. Кузьмин в 1989 [45]. Обрабатывая

данные трёхосных испытаний в стабилометре, выполненных в ЛИИЖТе, он обобщил зависимость между модулем деформации E_0 и минимальным главным напряжением σ_3 :

$$E_0 = 84\sigma_3 + 105,4. \tag{2.1}$$

По результатам лабораторных испытаний в условиях изотропной компрессии можно выделить несколько участков деформирования, (рисунок 2.4):

на первом участке глина ввиду изначального переуплотнения малосжимаема, находится в интервале средних напряжений: 0 МПа

- второй участок с интенсивным упрочнением от изотропного нагружения, в интервале:~20 МПа < *p* < ~35 МПа;

- третий участок, при *p* > ~35 МПа, связан с достижением предела упрочнения.



"Циклы нагрузки и разгрузки с последующей нагрузкой показали, что уже начиная с первой стадии поведение протерозойской глины при разгрузке является более жестким по отношению к деформированию при нагрузке" [37]. Представленные на рисунках данные позволяют установить, что дополнительное изотропное уплотнение протерозойских глин в обычных условиях строительства происходит в основном по кривой первого участка деформирования, т.к. превышение возникающих средних напряжений величин более 20 МПа для типичных условий строительства маловероятно.

Вероятно, переход от первого участка ко второму соответствует отмеченному Н.Н. Масловым [52], а позже А.Г. Шашкиным [81] процессу превышения градиента начала фильтрационной консолидации "глинистого грунта, после которого грунт претерпевает фильтрационную консолидацию. Из чего делается вывод, что до начала перехода ко второму участку в грунте не происходит необратимого уплотнения, а вследствие высокого модуля объёмного сжатия глинистых частиц и воды в основном происходит развитие деформаций формоизменения" [81].

Можно заключить, что геомеханическая модель поведения протерозойских глин должна включать в себя шатровую поверхность пластического течения, отвечающую за пластические деформации изменения объёма.

Это позволит, при учтённом переуплотнённом состоянии глин корректно описывать траекторию изотропной разгрузки, которая происходит при подземном строительстве. А при использовании модели HSs учесть и нелинейность этой траектории.

Имеет смысл уточнить полученные выводы проведением большего количества дренировано-консолидированных испытаний.

На основании проведённых испытаний, в [59] приводятся рекомендованные значения коэффициента переуплотнения ОСК для исследованных протерозойских глин, который составляется от 14 до 18.

"В процессе испытания образцов протерозойской глины, их разрушение зачастую происходило в виде раскалывания образца за счет формирования продольных поверхностей разрыва. Однако, формирование продольных поверхностей разрыва не приводило к достижению предела прочности породы и дальнейшее рост напряжений внутри образца продолжался. Это эффект хорошо виден по росту поперечных деформаций, скорость которых начиная с определенного момента резко возрастала и увеличивался объем образца. Такое резкое увеличение объема нельзя объяснить только дилатансионными процессами, а в основном это связано с формированием трещин отрыва и разделения образца на части", отмечали авторы исследований [59].

На рисунке 2.5 отображена типичная диаграмма нелинейного деформирования протерозойской глины.



Рисунок 2.5 – Диаграмма деформирования образца в осях "Девиатор напряжения – продольные деформации". перпендикулярно слоистости. Всестороннее давление 5 МПа

2.2 Разработка методики получения входных параметров для нелинейных моделей с упрочнением

В настоящее время нормативные рекомендации к определению всех входных параметров моделей упрочняющегося грунта отсутствуют. Методы их получения, применительно к разработанным геомеханическим моделям, предлагались как самим авторами моделей [95], так и их последователями [92, 93, 187]. В последние 15 лет методам определения механических свойств грунтовых массивов для геомеханических моделей, используемых в программных комплексах посвящены следующие работы на русском языке [13, 16, 37, 38, 74, 75, 76] и др.

В рамках диссертационной работы входные параметры обосновывались в первую очередь имеющейся базой результатов лабораторных испытаний, проведённых в Горном Университете. При этом часть параметров для моделей HS и HSs не могла была быть получена непосредственно из них, кроме того, некоторые полученные параметры не могли быть введены напрямую ввиду определенных ограничений в диапазоне допустимых для ввода значений, заложенных в самой программе. Решение подобных проблем было достигнуто калибровкой параметров с использованием модуля на базе Plaxis – SoilTest, а также по рекомендациям по косвенному расчёту параметров, приведённому в различных научных источниках и руководствах программных комплексов [146, 147, 148]. Изложенная ниже методика, также частично отображена автором в статье [1].

В первую очередь обозначим прочностные характеристики, которые можно получить из данных лабораторных испытаниях.

1) Удельный вес.

В программном комплексе Plaxis используется удельный вес выше УГВ γ_{sat} , удельный вес грунта ниже УГВ γ_{uns} , равный удельному весу в естественном состоянии. С учётом пористости, а также коэффициента фильтрации, величины напряжений разделяются на полные и эффективные.

Принята характерная для переуплотнённых кембрийских глин и равная средней по всем отобранным образцам величина *γ*_{uns}, - 2,25 т/м³.

2) Пластические параметры.

Эффективный угол внутреннего трения и сцепление определены по результатам трёхосных испытаний при различных величинах минимального главного напряжения, а также по результатам обработки испытаний протерозойской глины сферическими инденторами. Угол внутреннего трения принят равным $\varphi = 23^{\circ}$.

На начальном этапе величина эффективного сцепления была принята c = 0,4 МПа. В дальнейшем, по результатам калибровки входных параметров, с целью обеспечить соответствие величины достигнутых деформации ε_1 при достижении предела прочности, полученной виртуальными испытаниями с реальными, было принято решение об уменьшении величины сцепления на 30% до величины c = 0,125 МПа. При увеличении сцепления, без изменения остальных параметров модели, величина ε_1^{nped} , при которой достигается асимптотическое предельное напряжение, также увеличивается. По лабораторным испытаниям эта величина

деформаций находится в районе $\varepsilon_1^{\text{пред}} = 0,015 \pm 0,005$ д.е. При сцеплении с = 400 КПа величина $\varepsilon_1^{\text{пред}}$ изменялась от 0,023 д.е. до 0,035 д.е. в зависимости от σ_3 .

В первом приближении подобное уменьшение сцепления может показаться грубым. Но в пользу подобного решения выступает ряд факторов:

- Р.Э. Дашко, её ученики [25, 44] ввиду наличия блочной структуры кристаллического фундамента территории Санкт-Петербурга отмечали следующее, "влияние трещиноватости на прочность синих глин проявляется в значительном снижении величины сцепления, в меньшей степени трещиноватость влияет на угол внутреннего трения". Величина блока для глубин более 40 м составляет более 1 м, то есть блочная структура может быть не учтена проведёнными лабораторными испытаниями.

Так, у Р.Э. Дашко, [44]: "при оценке прочности трещиноватого массива коренных глин для снижения параметра сцепления массива, при отсутствии полевых испытаниях большого масштаба необходимо вводить коэффициент структурного ослабления (λ):

$$c_T = \lambda \cdot c_{\text{obp}},\tag{2.2}$$

где c_T – сцепление трещиноватой глинистой толщи, $c_{\rm obp}$ – сцепление в образце. Для уплотненных глинистых отложения величина λ изменяется от 0,3 до 0,7".

- По данным ВНИМИ, "при длительных испытаниях в стабилометрах сцепление уменьшается примерно на 30%, угол внутреннего трения остается практически низменным", [39].

- В монографии Г.Г. Болдырев [14] обращает внимание, что результаты построения огибающей равновесия Кулона-Мора по остаточной прочности показывают, что у нормально уплотнённых глин эффективное сцепление равно нулю. Моделями упрочняющегося грунта учитывается именно эффективное сцепление, а для высокопластичных глин необходимо определять параметры не по предельной (пиковой) прочности, а по остаточной.

Для учёта вышесказанного принято решение уменьшить сцепление на ~70%, что также позволит воспроизвести свойства хрупкости переуплотнённых протерозойских глин, находящихся на большой глубине и получить удовлетворительную сходимость кривых деформирования.

Определение угла дилатансии приводится ниже.

3) Упругие параметры.

Также, из трёхосных испытаний и раскалывающих по образующей, по методике ГОСТ 28985-91 [19] и ГОСТ 21153.3-85 [20] были получен коэффициент поперечной деформации и число Пуассона (коэффициент поперечной деформации при разгрузке-повторном нагружении). В моделях упрочняющегося грунта используется коэффициент Пуассона при разгрузке, который был принят равным $v_{ur} = 0.2$.

Модули деформации.

Одометрический модуль деформации определялся предварительно, по методике, приведённой в ГОСТ 12248-2010 [21] по результатам лабораторных испытаний в условиях изотропной компрессии, приведённой на рисунке 2.4:

для первого участка: $E_{oed} = \Delta p / \Delta \varepsilon_1 = 275 \div 300$ МПа, по уравнению (1.46), при m = 0,65 определяется $E_{oed}^{ref} = 227 \div 250$ МПа;

для второго участка $E_{oed} = \Delta p / \Delta \varepsilon_1 = 42 \div 117$ МПа, по уравнению(1.36), при m = 0,65 определяется $E_{oed}^{ref} = 34 \div 97$ МПа.

Модуль деформации при разгрузке E_{ur} и секущий модуль деформации E_{50} рассчитывались по среднему значений из таблиц 2.2, 2.3.

4) "Управляемые" параметры нелинейности.

В соответствии с руководством к программному комплексу ZSoil [146] параметр нелинейности m следует определять как множитель k из уравнения линейной апроксимации f(x) = kx + b, построенной на основании уравнения (2.3), а также (2.4) и (1.18), (рисунок 2.6).

$$y = \ln(E_{50}),$$
 (2.3)

$$x = \ln\left(\frac{\sigma_3^{(i)} + c\cot\varphi}{p_{ref} + c\cot\varphi}\right).$$
(2.4)



Рисунок 2.6 – Графическое определение коэффициента нелинейности т

Ниже приводится линейная аппроксимация, построенная на основании имеющихся результатов лабораторных испытаний (рисунок 2.7). Коэффициент корреляции при этом превысил величину 0,75. Определенный по методике рекомендованной к программному комплексу ZSoil параметр *m* составил порядка 0,52.



Предварительно принятые по приведённым выше рекомендациям данные калибровались. Точные параметры моделей HS и HSs были получены подбором, при наложении диаграмм деформирования трёхосных испытаний, проведённых по консолидировано-недренированной схеме [59] с кривыми, полученными при виртуальном эксперименте в модуле Plaxis SoilTest. При этом в широком диапазоне менялись "управляемые" параметры R_f и m – т.к. они не могут быть получены напрямую из лабораторных испытаний и подбираются вручную. Также менялась величина сцепления, для регулирования скорости достижения ε_1 предельной величины сдвигового напряжения.

62

Предлагается следующая методика калибровки результатов по дренированной схеме SoilTest, также отражённая автором в статье [1].

1. Выбиралось два образца, один при величине обжатия - 0,5 МПа и второй при величине обжатия - 10 МПа. То есть деформационные кривые при наибольшей и наименьшей величине бокового давления, таким образом ограничивался диапазон всех возможных состояний в осях сдвиговое напряжение ($\sigma_1 - \sigma_3$) – продольные деформации (ε_1).

2. В модуле SoilTest выполняется набор виртуальных. Схема испытаний задаётся аналогично проведённой в реальных лабораторных условиях [59]. Подбираются и калибруются входные параметры модели. При этом необходимо получить кривые деформирования наиболее приближенны к реальным лабораторным испытаниям. Таким образом выводится две кривые, и два набора входных параметров модели.

3. Затем строится "средняя" кривая, она строится исходя из средних значений двух наборов параметров, полученных в пункте 2. Необходимо добиться, что бы она расположилась между двумя предыдущими, полученными в пункте 2 (рисунок 2.8).



4. "Средняя" кривая верифицируется ещё одним виртуальным тестом путем изменения бокового давления в диапазоне имеющихся лабораторных испытаний.
В данном случае σ₃ менялся от 0,5 МПа до 10 МПа (рисунок 2.9). Рационально

добиваться наилучшего совпадения кривых в интервале нагрузок, которые будет испытывать проектируемое сооружение.



Рисунок 2.9 – Сопоставление полученной "средней" кривой, с кривыми деформирования лабораторных испытаний

5. Способ подбора параметров только по диаграммам деформирования ограничивает возможность всестороннего отражения наблюдаемого физикомеханического поведения исследуемого грунта, что может приводить к получению неверных параметров. Так, в ходе калибровки были получены параметры, которые сходились по кривым деформирования в осях $q - \varepsilon_1$, но на несколько порядков занижали объёмные деформации грунта. Сопоставление по зависимостям объёмных деформаций осевых, приведённое OT ниже, (рисунок 2.10) позволяет исключить эту ошибку.



--- Зависимости по модулю SoilTest, модель HSs, с различными величинами бокового давления







Принятое в модели заниженное сцепление предсказуемо не может описать предельные напряжения при трёхосных испытаниях с величинами бокового давления 0,5 МПа и 2,5 МПа, тем более с учётом того, что огибающая паспорта прочности испытанных грунтов имеет нелинейный характер. Тем не менее, при высоких значениях обжатия модель с высокой точностью сходится с испытаниями.

Угол дилатансии.

Приведённая на рисунке 2.10 диаграмма показывает наличие линейной зависимости между объёмными деформациями и осевыми деформациями. При достижении предела прочности, даже при значении бокового давления – 0,5 МПа линейная зависимость сохраняется. Повторение такого поведения моделью можно добиться, использовав отрицательные значения угла дилатансии, которые используются только для гранулированных материалов, типа рыхлых песков.

Не подойдёт и уравнение, предложенное P.A. Vermeer и De Borst [183] в их совместной работе по обоснованию применения неассоциированного закона пластического течения для геоматериалов:

$$\sin \psi = \frac{\dot{\varepsilon_v}}{\dot{\varepsilon_v} - 2\dot{\varepsilon_1}}.$$
(2.5)

Расчёт по ней даёт завышенный угол дилатансии, равный $\psi = 25,5^{\circ}$, что больше реального угла внутреннего трения и не может быть использовано.

Очевидно, что для однозначного вывода о связи объёмных деформаций с поперечными требуется проведение дренированных испытаний, позволяющих судить и о достижении протерозойскими глинами предельного состояния, при котором деформация сдвига не будет сопровождаться изменением в объёме и об угле дилатансии. В связи с этим, угол дилатансии принят в соответствии с рекомендациями программного комплекса Plaxis, для случая $\varphi < 30^\circ$, $\psi = 0^\circ$.

Ограничение области растяжения.

Предел прочности на одноосное растяжение принят на основании результатов испытаний образцов протерозойской глины. Значения составляют перпендикулярно слоистости $\sigma_t = 450 \pm 10$ КПа, параллельно слоистости $\sigma_t = 200 \pm 10$ КПа. С учётом приоритетного направления растягивающих напряжений перпендикулярно слоистости использовалась величина $\sigma_t = 300$ КПа.

2.3 Получение входных параметров для нелинейной модели упрочняющегося грунта с малыми деформациями

Исследования особенностей поведения протерозойских глин в диапазоне от очень малых до малых деформаций практически не проводились. В тоже время оценка влияния учёта характера деформирования протерозойских в глины в зоне очень малых – малых деформаций на деформации земной поверхности и НДС в окрестности подземного сооружения представляет научный интерес. Результаты динамических испытаний протерозойской глины, по которым рекомендуется определять G_0^{ref} и $\gamma_{0.7}$, не были обнаружены автором в открытом доступе. Тем не менее, результаты испытаний, проведённых в Горном университете, позволяют получить некоторое представление о изменении жёсткости глины в области малых деформаций.

"Испытания породы при одноосном сжатии выполнялись на сервогидравлической испытательной системе MTS 816, при выполнении лабораторных испытаний образец породы устанавливались на высокочувствительные датчики продольных и поперечных деформаций", [37] (рисунок 2.12).



Рисунок 2.12 – Расположение датчиков деформаций сервогидравлической испытательной системы MTS 816 на образце

"Чувствительность датчиков устанавливалась равной 1·10⁻⁵, что позволяло отслеживать процесс нелинейного деформирования породы в диапазоне малых деформаций. Нагружение образца выполнялось в режиме заданной деформации, скорость приложения продольной деформации принята 1·10⁻⁵ 1/с", [59].

На рисунке 2.13 приведены результаты проведённых испытаний, за максимальную величину сдвига *G* в данном случае принималась величина сдвига, полученная при минимально возможной величине продольной деформации - $\varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-5}$ д. е.



Полученная зависимость показывает значительное снижение жёсткости до 70% от начально уже при величине $\varepsilon_1 = 3,5 \cdot 10^{-5}$, а также наличие нелинейной зависимости между изменением жёсткости и продольной деформации в зоне малых- очень малых деформаций. Очевидно, что при построении аналогичной зависимости в осях $G/G_0 - \gamma$, график сместится влево на величину ε_3 .

С учётом многочисленных рекомендаций, приведённых в руководстве ZSoil [146, 147, 148], по определению начальной жёсткости, в том числе и для переуплотнённых глин и имеющихся величин *G*, были определены два дополнительных входных параметра модели HSs. Принятые таким образом параметры можно считать предварительными, требующими подтверждения лабораторными испытаниями, нацеленными на изучение поведения протерозойских глин в области малых – очень малых деформаций.

2.4 Результаты формирования физической модели поведения протерозойской глины

Результаты подбора параметров, определенных по предложенной методике (в модуле SoilTest Plaxis) сведены в таблице 2.4.

Параметр	Об-ние	Плот.	Ед. изм.
		глины 2	
Удельный вес грунта ниже УГВ	Yunsat	22,5	кН/м ³
Удельный вес грунта выше УГВ	γsat	19,5	кН/м ³
Угол внутреннего трения	φ	23	град.
Величина эффективного сцепления	<i>C</i> *	125	кПа
Коэффициент поперечной деформации	V _{ur}	0,2	-
Величина модуля деформаций на 50% прочности	E_{50}^{ref}	305	МПа
Величина модуля деформаций при разгрузке	E_{ur}^{ref}	610	МПа
Величина одометрического модуля деформаций	E_{oed}^{ref}	191	МПа
Угол дилатансии	ψ	0	град.
Параметр нелинейности	m	0,65	-
Коэффициент разрушения	R_{f}	0,9	-
Напряжения, ограничивающие область напряжений	σ_t	300	кПа
Пороговая деформация сдвига	$\gamma_{0.7}$	0,0001	
Модуль сдвига при сверхмалых деформациях	G_0^{ref}	450	МПа

Таблица 2.4. Параметры модели Hardening Soil Small для протерозойской глины

* - величина эффективного сцепления принята, с учётом допущений, приведённых в главе 2.2.

2.5 Выводы по главе 2

Проведённый обзор физико-механических свойств протерозойских глин позволяет судить о них, как о нелинейно деформируемых грунтовых массивах, описание которых рационально проводить упруго-пластическими моделями. Физическая нелинейность, выраженная в нелинейной зависимости между сдвиговым напряжением и продольной деформацией, практически во всей области деформирования, подтверждается лабораторными испытаниями на одноосное и объёмное сжатие и может быть аппроксимирована нелинейным гиперболическим уравнением.

Определение угла дилатансии и характера сдвигового упрочнения требуют проведения дополнительных испытаний. Протерозойская глина изначально сильно уплотнена, что делает её мало-сжимаемой при изотропном нагружении. Учёт изначального переуплотнённого состояния глин позволит корректно описывать её поведение по траекториям разгрузки. До определенного уровня напряжений деформирование в основном происходит от формоизменения, деформации от изотропного нагружения меньше, но не учитывать их некорректно.

Предложена методика, позволяющая с некоторым приближением определять входные параметры модели упрочняющегося грунта по результатам лабораторных испытаний на одноосное и объёмное сжатие, нагружения глины соосными инденторами и раскалыванием по образующим.

Установлено, что имеющихся на текущий момент лабораторных исследований протерозойской глины недостаточно для точного обоснования параметров модели упрочняющегося грунта с малыми деформациями. Имеющиеся результаты качественно подтверждают наличие нелинейной зависимости между жёсткостью и деформациями в диапазоне малых деформаций, предполагаемых теорией модели, но не позволяют установить точные количественные зависимости.

ГЛАВА 3 Разработка численных моделей прогноза устойчивости при строительстве подземных сооружений в физически нелинейных грунтовых массивах

Обосновав выбор способа учёта физической нелинейности грунтовых массивов упругопластической геомеханической моделью, основанной на классической теории пластического течения с двумя поверхностями упрочнения, использующую неассоциированный закон при упрочнении и учётом нелинейного уменьшения жёсткости при увеличении малых – очень малых сдвиговых деформаций; а также проведя исследование по обоснованию входных параметров выбранной модели, необходимо продемонстрировать преимущества реализуемые при использовании подобных моделей конкретными примерами.

Оценка влияния нелинейного деформирования грунтов была проведена на примере исследования результатов численного моделирования проходки одиночной выработки кругового сечения глубокого заложения. Прочностные и деформационные свойства среды описывались упругой, упруго-пластической и нелинейной моделями.

Задача умышлено упрощена, как с целью исключения влияние не исследуемых факторов И для возможности сравнения с результатами, полученными других учёных. Как отмечал Л.М. Качанов [41], объясняя большое значение, которое заняли в механике и её приложениях модели идеально упругого тела "Механические свойства тел весьма сложны. Не следует, однако стремиться к формулировке уравнений состояния, описывающих все детали механического поведения тела при воздействии нагрузок. Наоборот, целесообразно выбрать простейшую механическую которая отражала бы модель, лишь самые существенные свойства. Тогда возможно развить достаточно общую и обозримую математическую теорию. Такие простые модели составляют основу и для последующих уточнений."

Зачастую моделирование в условиях объёмной постановки является неоправданно трудоёмким; расчёт занимает значительное время, возрастает и цена ошибок, требующих перерасчёта. Например, не рациональным является

70

моделирование многокилометровых тоннелей в объемной постановке при неизменном литологическом строении. Кроме того, в Plaxis 3D при создании конечно-элементной сети грунтовый массив задаётся 10-ти узловыми элементами [144], а в Plaxis 2D 12-ти узловыми элементами, которые позволяют получать более точные решения, что особенно актуально при решении задач, связанных со значительным пластическим деформированием.

Численное моделирование выполнено таким образом, что в рамках заданной геомеханической задачи получено представление о механизме формирования зоны предельных состояний. В настоящей главе задача решалась в условиях плоской постановки, в следующей главе представлено решение в пространственной постановке. В обеих главах вначале приводятся все результаты расчёта, после этого проводится анализ в последовательности соответствующей приведению результатов.

Полученные результаты позволили оценить влияние следующих факторов:

для условия плоской постановки.

- рассматриваемой модели поведения среды;

- изменения глубины заложения выработки на распределение коэффициентов концентрации напряжений и на распределение главных, сдвиговых и объёмных деформаций, а также на устойчивость обделки тоннеля;

- изменения НДС в окрестности выработки при малой (6,5 м) величине глинистой потолочины до вышележащего расчётного геологического элемента (РГЭ);

- изменения толщины обделки на формируемые в ней изгибающие моменты, осевые силы и эквивалентные (совокупные) смещения;

- изменения коэффициента переуплотнения на формируемое НДС.

Исследованию этих вопросов будет посвящена настоящая глава.

для условия объёмной постановки.

- рассматриваемой модели поведения среды;

-технологии проходки при раскрытии сечения по уступам;

- устойчивости лба забоя при различных условиях;

- изменения величины эквивалентного давления на лоб забоя и на формируемые в обделке осевые силы, изгибающие моменты и эквивалентные смещения;

- перехода от условий плоской постановки задачи к пространственной постановке.

Исследованию этих вопросов будет посвящена четвёртая глава.

3.1 Разработка численной модели подземного сооружения

Методика рассматривалась на примере выработки глубокого заложения и круговой формы. В текущей главе приводятся общие, для плоской и пространственной постановки условия. Уточняющие, дополнительные условия для постановки задачи и возможность исследования поставленных задач в плоскости приведены в главе (3.2), а в пространстве постановке в главе (4.1).

Как для плоской, так и для пространственной постановки задачи геологическое строение моделировалось тремя расчётно-геологическими элементами (РГЭ), параметры которых приведены в таблице 3.1, где индекс Е – обозначает упругую среду, МС – среду Кулона-Мора, НЅ – среду с моделью упрочняющегося грунта.

Параметр	Об-	1 РГЭ	2 РГЭ	Глины	Глины	Глины	Ед.
	ние			вар. 1	вар. 2	вар. 3	ИЗМ.
Тип поведения материала	-	Дрен.	Дрен.	Дрен.	Дрен.	Дрен.	-
Модель материала	-	MC	MC	MC	HS / HSs	E	-
Удельный вес грунта ниже УГВ	Yuns	22	22	22,5	22,5	22,5	кН/м ³
Удельный вес грунта выше УГВ	γsat	19,5	22	19,5	19,5	19,5	кН/м ³
Величина модуля Юнга	Ε	15	50	305	-	305	МΠа
Коэффициент поперечной деформации	v _{ur}	0,18	0,2	0,2	0,2	0,2	-
Угол внутреннего трения	φ	15	22	23	23	-	град.
Величина эффективного сцепления	С	15	50	125	125	-	кПа

Таблица 3.1 – Входные параметры используемых моделей среды
Первый слой – четвертичные песчано-глинистые отложения, слабые грунты. Второй слой – нижнекембрийские глины и песчаники. Третий слой состоит из плотных глин, в которых и осуществлялось моделирование выработки круговой формы.

Параметры моделей HS и HSs задавалась в соответствии с таблицей 2.4.

Для двух первых РГЭ использовалась модель Кулона-Мора. Их входные параметры приняты типичными для инженерно-геологических условий г. Санкт-Петербург.

Для возможности сравнения нелинейной среды с линейной, третий РГЭ моделировался тремя разными способами:

- моделирование вмещающего выработку массива, с использованием модели упрочняющегося грунта, описание которой приведено в главе 1.4.3, а входные параметры обоснованы главой 2.

- моделирование вмещающего выработку массива, с использованием упруго-пластической модели, основанной на критерии прочности Кулона-Мора, описание которой приведено в главе 1.4.1, а входные параметры приняты аналогичным принятым с моделью HS;

- моделирование вмещающего выработку массива линейной средой, как идеально-упругое тело, деформируемое в соответствии с законом Гука.

Фильтрация через все кластеры исключена, таким образом не учитывались ни начальное, ни избыточное поровое давление, то есть не рассматривалось влияние давления воды.

Таким образом, проведенное исследование включает в себя результаты оценки влияния физической нелинейности грунтового массива на формируемые в окрестности подземного сооружения геомеханические процессы при их расчёте с применением численных методов конечно-элементного моделирования.

3.2 Исследование напряженно-деформированного состояния физическинелинейного грунтового массива, вмещающего выработку кругового сечения в плоской постановке

Задача в плоской постановке определялась следующими исходными данными.

Толщина верхнего слабого РГЭ $H_1 = 15$ м. Толщина следующего, второго РГЭ слоя $H_2 = 25$ м. Толщина слоя плотных глин равна 60 м. Моделирование выработки производилось на трёх глубинах относительно земной поверхности H: -45 м; -60 м и -75 м. Таким образом, мощность потолочины, разделяющая свод выработки от второго РГЭ, составляет 6,5 м для глубины 45 м и 21,5 м для глубины 60 м.

Геометрические размеры составили: по оси x - A = 150 м, по оси y - B = 100 м. Геометрические размеры модели выбирались с учётом приведённых у S. Moller [137] и H. Meissner [135] рекомендаций, исключающих влияние граничных условий на результаты расчёты. Границы подобраны исходя из рассматриваемой глубины заложения выработки и использования модели HS.

Нижняя грань модели закреплена от перемещений в направлении оси *y*, торцевые грани закреплены от перемещений в направлении осей *x* и *y*. Верхняя грань оставлена свободно деформируемой. Тоннель имеет диаметр, равный 7 м. Расчёты производились для незакрепленной выработки.

Расчётная геометрическая и кинематическая схемы рассмотренной задачи представлены ниже (рисунок 3.1).



Рисунок 3.1 – Геометрическая и кинематическая схемы расчётной модели

Для каждой рассмотренной глубины заложения выработки значения напряжений и деформаций определялись вдоль сечений, проведенных от центра под различными углами к горизонту: №1 - 0°; №2 - 30°; №3 - 60°; №4 - 90° соответственно.

Моделирование осуществлялось в четыре шага.

- Первый шаг – создание естественного гравитационного поля.

- Второй шаг – стабилизация напряжений и деформацией.

- На третьем шаге производилась выемка из тоннеля грунтового массива.

- На четвертом шаге производился монтаж крепи, характеристики которой представлены в (таблицу 3.2). Обделка тоннеля моделировалась однородной, возводимой сразу по всему контуру, без учёта наличия в ней элементов и их сопряжения. Для учёта взаимодействия с грунтом использовались интерфейсы.

В процессе моделирования учитывается монтаж монолитной обделки подземного сооружения, выполненной из бетона класса B25, армированного металлическими стержнями. Начальный модуль упругости бетона и коэффициент поперечной деформации принят согласно СП 63.11130.2012 [67] и составил 30000 МПа и 0,2 соответственно. В программном комплексе PIAXIS 2D обделка моделировалась 5-узловыми плитными (линейными) элементами. Параметры, необходимые для описания плит, сведены в таблицу 3.2, где *EA* –осевая жесткость, *EI* – изгибная жёсткость.

Толщина, d [м]	0,15	0,2	0,3
R (PIAXIS 2D) [M]	3,5	3,5	3,5
А [см ² /м]	1500	2000	3000
I [см ² /м]	28125	66670	225000

Таблица 3.2 – Параметры обделки, рассматриваемые при расчётах

Для исключения влияния размера конечного элемента на точность расчёта, увеличения точности в целом и получения наиболее приближенных результатов расчёта при построении конечно-элементной сетки, её линейные размеры были локально измельчена. Так, для третьего РГЭ, коэффициент измельчения равный отношению изменения размера элемента по сравнению с единицей, был принят равным 0,08. Для первого и второго РГЭ – 0,16. Во всех случаях было выбрано "очень мелкое" распределение элементов сетки [95].

В условия плоской задачи не учитывается влияние передачи нагрузки в продольном направлении. Это косвенно заменяется применением различных методов аппроксимации объёмного состояния вблизи забоя. В работе использовался метод снятия напряжений, рассмотренный ниже. На третьем шагу расчёта к извлекаемому грунту применялась функция ограничения сходимости, коэффициент "deconfinement" принимался равным $dec = 1 - \beta = 0,75$.

3.2.1 Исследование метода снятия напряжений при аппроксимации пространственной постановки задачи плоской

Для моделирования строительства тоннеля в плоскости необходимо учесть влияние недостающего третьего измерения. На рисунке 3.2 показана ориентация линий, по которым направлено главное напряжение в окрестности лба забоя, пунктирной линией можно выделить сформировавшийся вокруг лба забоя свод поддержки. Такой свод способен воспринимать вертикальную нагрузку p_g , распределяя её по незакреплённому участку забоя. При переходе в плоскость, для воспроизведения эффекта свода поддержки используется искусственное давление поддержки p_s .



Рисунок 3.2 – Формируемый в пространстве свод поддержки

Известно множество методов, с помощью которых возможно имитировать давление поддержки в условиях плоской постановки, большинство из них можно классифицировать как метод снятия напряжений, в работе применяется один из них, названный β – метод [138]. Получив широкое распространение за рубежом β – метод в основном используется для моделирования новоавстрийского метода проходки [126, 95], в тоже время является наиболее распространённым методом для учёта подвигания забоя тоннеля и отставания установки крепи.

Суть метода заключается в разделении начальных напряжений p_g , действующих по контуру проектируемого подземного сооружения на две части, (рисунок 3.3): величину $(1 - \beta)p_g$ воздействующую по контуру на этапе отсутствия крепи (2) и величину βp_g , которая добавляется на этапе устройства обделки (3). Таким образом, на втором этапе имитируется отпор внутри выработанного пространства, соответствующий p_s (рисунок 3.2) в процентном соотношении от начальных напряжений.



Рисунок 3.3 – Схематичное представление метода снятия напряжений (β – метода)

В программном комплексе Plaxis 2D β – метод описывается функцией "deconfinement", которая задаётся как: $dec = 1 - \beta$.

Анализ литературы по данной теме показал, что коэффициент разгрузки зависит от множества факторов, к которым можно отнести: форму поперечного сечения выработки, шаг заходки, диаметр тоннеля, глубину заложения выработки, технологию раскрытия сечения, выбранную модель поведения среды, величину коэффициента бокового распора и степень уплотненности грунта.

Величины коэффициента разгрузки для метода снятия напряжений определялись различными авторами исходя из инженерно-практического и экспериментального опыта, теоретических гипотез или сравнения результатов численного моделирования в плоской и объёмной постановках [152, 173, 138].

В работе S. Moller [137] рекомендуется, в зависимости от исследуемого фактора (величины осадки земной поверхности, формируемых в крепи изгибающих моментов и формируемых на крепь осевых сил) использовать разные величины коэффициента β.

В настоящей работе основным исследуемым объектом является НДС массива в окрестности выработки, ввиду чего предложенная методика, основанная на сопоставлении коэффициентов концентрации наибольших главных напряжений, полученных по результатам моделирования на шаге выемки, в плоской и пространственной постановках, при задании идентичных условий и изменении коэффициента *dec*.

Для его получения проводилось дополнительное моделирование. Пространственная постановка задачи принята аналогичной рассмотренной в главах (3.2) и (4.1), кинематическая схема представлена на рисунке 3.4.

Геометрические характеристики модели: *B* = 40 м, *L* = 60 м, *H*= 100 м. Диаметр тоннеля – 7 м, глубина центра выработки –75 м относительно поверхности земли.

Вмещающий грунтовый массив моделировался с помощью упругопластической модели, с критерием прочности Кулона-Мора, входные параметры которого приведены в таблице 3.1 (глины вар. 1).

При этом не учитывалась последовательность раскрытия сечения. Кроме того, учитывалась первоначальная проходка тоннеля L_1 на 15 метров одним шагом. Далее моделировалась пошаговая проходка с величиной заходки метр и отставанием крепи, также на один метр, таким образом было пройдено ещё 25 метров тоннеля, $L_2 = 25$ м. Для плоской постановки приняты аналогичные геометрические, кинематические характеристики, а также свойства вмещающего грунтового массива. Параметры постоянной крепи также принимались идентичными.

По итогам моделирования для заданных входных параметров модели в объемной постановке в окрестности выработки формируется зона предельных состояний. На рисунке 3.4, а представлены результаты моделирования по секущей плоскости, на отметке -75 м по оси z (центр тоннеля), с отображенным сдвиговым напряжением. Максимальные величины сдвиговых напряжений соответствуют достигнутому критерию прочности Кулона-Мора, что позволяет судить о размере зоны предельных состояний.



79

Рисунок 3.4 – а) Секущая плоскость по отметке: -75 м по оси z с отображенными сдвиговым напряжением; б) Зона предельных состояний в призабойной зоне справа

В соответствии с рисунком 3.4 в зоне начальной пятнадцатиметровой проходки сформировалась зона предельных состояний (сечение 3). Далее, при поэтапной проходке с метровым шагом заходки зона предельных состояний уменьшается в размере до некоторой величины R2, а при приближении к лбу забоя начинает сужаться, плавно переходя к величине R1, (рисунок 3.4, *б*).

Предлагается способ подбора коэффициента *dec* через сопоставление коэффициентов концентрации наибольшего главного напряжения $K\sigma_1$ в плоской постановке с коэффициентами концентрации наибольших главных напряжений, полученными в объемной постановке вдоль сечения 2 и сечения 3. Результаты такого подбора для коэффициента бокового распора равного $K_0 = 1$ и $K_0 = 0,5$ представлены на рисунках 3.5, 3.6 соответственно.



зависимости от расстояния от центра выработки, при $K_0 = 1$



Наилучшее схождение кривых для $K_0 = 1$ получилось при задании *dec* = 80%, для $K_0 = 0,5$ *dec* = 60%. Что говорит о том, что расчётный размер зоны предельных состояний в плоской постановке при изменении коэффициента бокового распора изменяется иначе, чем при аналогичном изменении K_0 в объемной постановке.

Установлено, что увеличение коэффициента dec > 0,6 соответствует имитации увеличения шага заходки более, чем на 1 м. По результатам моделирования также отмечено, что при этом в значительной степени реализуются смещения контура выработки и осадки земной поверхности, в то время как структурные силы в обделке имеют заниженные относительно трёхмерной постановки значения. Наоборот, задание dec < 0,6 приводит к меньшим осадкам и смещениям контура выработки и большим структурным силам в кольце обделки.

На основании полученных результатов и рекомендаций из литературных источников, для расчётов в дальнейшем при K₀ = 0,5 коэффициент dec принят Это позволит с достаточной точностью воспроизводить равным 75 %. И смещений В распределение напряжений окрестности выработки при использовании упругопластических моделей, при глубинах в интервале 40-80 м и диметре тоннеля, равным 7 метрам, небольшой величине заходки и отставании крепи, но при этом величины возникающих в крепи внутренних усилий занижены.

80

Полученные в главе 4 результаты величин осевых вертикальных сил, изгибающих моментов и смещений контура обделки подтверждают такое предположение, при их сравнении с аналогичными данными моделирования в плоской постановке.

Количественные результаты, полученные в настоящей главе, следует интерпретировать с учётом принятого предположения по коэффициенту *dec*.

3.3 Результаты прогноза устойчивости одиночной круговой выработки в условиях плоской постановки

3.3.1 Результаты расчёта основных параметров НДС массива

Ёмкое представление о формируемом напряженно-деформируемом состоянии в окрестности одиночной выработки круговой формы показано на графиках в таблице 3.3. Вдоль рассмотренных сечений показано распределение главных напряжений и главных деформаций. Наибольшие главные напряжения направлены вдоль оси у, а наименьшие вдоль оси х.

Для упрощения анализа распределение напряжений в окрестности тоннеля отображено коэффициентами концентрации наибольших и наименьших главных напряжений, отнесенных к естественным гравитационным напряжениям.

Во всех случаях по оси х отложено расстояние от контура выработки – 3,5 м. Сплошная линия соответствует максимальной глубине тоннеля – 75 м, уменьшение шага штриховки соответствует уменьшению глубины.



Таблица 3.3 – Исследование НДС в окрестности выработки (по оси абсцис отложено расстояние от конутра выработки, м)

82











3.3.2 Преимущества использования упрочняющихся моделей сравнительно с классической моделью Кулона-Мора

Дадим представление о преимуществах, реализуемых моделью HS, по отношению к модели MC. Для сравнения результатов расчёта с использованием моделей HS и MC приведены зависимости напряжения сдвига от среднего напряжения (рисунок 3.7) для различных глубин вдоль сечения №1. Анализ расчётных данных показывает завышение величин напряжений сдвига при их достижении поверхности текучести, для модели MC сравнительно с моделью HS.



Рисунок 3.7 – Кривые зависимостей среднего эффективного напряжения от напряжений сдвига в окрестностях выработки круговой формы, пройденной на различных глубинах

Несоответствие линии разрушения модели МС с линией разрушения модели HS объясняется учётом упрочнения при сдвиге, в результате чего формируются пластические деформации сдвига γ_p . Ниже (рисунок 3.8) приведены расчётные зависимости распределения параметра упрочнения γ_p в окрестностях выработки для различных глубин их заложения.



Рисунок 3.8 – Распределение пластических деформаций сдвига в окрестности выработки в долях единицы

3.3.3 Исследование влияния изменяемых параметров на формируемые нормальные силы, изгибающие моменты и смещения по контуру монолитной бетонной обделки

Исследовалось влияние следующих факторов: примененной модели поведения вмещающего грунта, глубины заложения выработки, толщины крепи.

В таблице 3.4 приведены эпюры действующих на обделку нормальных сил N, изгибающих моментов M и общие смещения по контору обделки |u|, полученные по результатам численного моделирования.

Положительные осевые силы указывают на растяжение, а отрицательные – на сжатие.

Изгибающий момент *М* – это изгиб, формируемый по оси Z, направленной перпендикулярно к рассматриваемой плоскости.



Таблица 3.4 – Исследование влияния различных факторов на устойчивость обделки









3.3.4 Исследование влияние коэффициента ОСВ на результаты численного моделирования

Как уже было сказано, протерозойские глины находятся в переуплотненном состоянии в результате их исторического нагружения ледниками. Программный комплекс Plaxis позволяет учитывать переуплотнённое состояние грунтов, для чего используется коэффициент переуплотнения *OCR*, либо задаётся величина предварительного давления покрывающих пластов *POP*.

Рассмотрим, каким образом учтённое с помощью коэффициента *OCR* переуплотнение влияет на представление о геомеханических процессах в окрестности выработки (рисунок 3.9).



переуплотнения ОСК

При оценке прогноза устойчивости по разным критериям зачастую используется величина смещений по контуру выработки. На рисунке 3.10 показано распределение эквивалентных общих смещений по контуру выработки, как для нормально уплотненных, так и для переуплотнённых грунтов.

OCR=1 OCR=16 -20,00 0,00 20,00 -20,00 0,00 20,00 100,00 [*10⁻³ m] 100,00 [*10⁻³ m] l mar barrel menter en la combar 14,40 21,60 a) б) 12,60 18,90 10,80 80,00 16,20 80,00 9,00 13,50 7,20 10,80 5,40 60,00 60,00 8,10 3,60 5,40 1,80 2,70 0,00 40,00 0,00 Total displacements |u| Total displacements |u| (scaled up 500 times) (scaled up 500 times) Maximum value = 0,02381 m Maximum value = 0,01571 m -25,00 0,00 25,00 -25,00 0,00 25,00 100,00 100,00 [*10⁻³ m] [*10⁻³ m] B) 16,67 г) 11,38 14,59 9,96 75,00 75,00 12,50 8,53 10,42 7,11 8,34 5,69 50,00 50,00 6,25 4,27 4,17 2,84 2,08 1,42 25,00 0,00 0,00 Total displacements |u| Total displacements |u| (scaled up 500 times) (scaled up 500 times) Maximum value = 0,01853 m Maximum value = 0,01264 m -30,00 0,00 30,00 -30,00 0.00 30,00 [*10⁻³ m] [*10⁻³ m] 90,00 ж) д) 90,00 17,82 12,75 15,59 11,16 13,37 9,56 50,00 60,00 11,14 7,97 8,91 6,37 6,68 4,78 30,00 30,00 4,46 3,19 2,23 1,59 0,00 0,00 Total displacements |u| Total displacements |u| (scaled up 500 times) (scaled up 500 times)



Maximum value = 0,01417 m

Maximum value = 0,01980 m

96

3.4 Анализ результатов прогноза устойчивости нелинейно-деформируемого массива конечно-элементным методом в плоской постановке

3.4.1 Анализ основных параметров НДС нелинейно деформируемого массива конечно-элементным методом в плоской постановке

Из анализа полученных зависимостей коэффициентов концентрации напряжений от расстояния до контура выработки (рисунок 2.1 К - Н) установлено наличие значительного превышения значений коэффициентов концентрации напряжений на контуре выработки упругой модели массива по сравнению с другими рассматриваемыми моделями.

Это объясняется тем, что развитие напряжений в упругой модели ничем не ограничено, в отличие от упругопластических моделей, развитие напряжений в которых ограничено критерием прочности Кулона.

При значительной мощности потолочины (20,5 м и 40,5 м) для линейной модели величины коэффициента наибольшего главного напряжения σ_1 достигают максимальных значений на контуре выработки, а для моделей Кулона-Мора и упрочняющегося грунта, при их достижении критерия прочности Кулона-Мора - на некотором расстояния от контура.

При уменьшении размера глинистой потолочины до 6,5 метров, характер распределения коэффициентов концентрации главных напряжений сохраняется для сечений под углами 0° и 30°, а для сечений под углами 60° и 90° экстремум приходится на точку смены литологической разности.

Установлено, что при заданных деформационных и прочностных свойствах грунтового массива в окрестности выработки формируются зоны предельных состояний для всех рассмотренных глубин (75 м, 60 м, 45 м).

Для моделей E, MC и HS в таблицу 3.5 сведены максимальные значения коэффициентов концентрации главных напряжений. Здесь коэффициент увеличения напряжений по линейной теории, по сравнению с нелинейной, обозначен как *K*_k, в числителе для модели Кулона-Мора, в знаменателе для модели упрочняющегося грунта.

Анализа полученных данных показал незначительное расхождение в величинах $K\sigma_1$ при использовании моделей МС и HS для сечений, направленных под углом большем, чем 30°, при глубине заложения 60 м и 75 м, в связи с чем они не показаны в таблице.

Наибольшие главные напряжения σ_1							
Угол, °\Коэф-т	$K_E \sigma_1$	$K_{MC}\sigma_1$	$K_{HS}\sigma_1$	K_k			
Глубина 75 м							
0°	2,53	1,57	1,26	1,61\2,01			
30°	1,99	1,32	1,16	1,51\1,71			
Глубина 60 м							
0°	2,51	1,55	1,24	1,62\2,02			
30°	1,97	1,30	1,13	1,52\1,74			
Глубина 45 м							
0°	2,65	1,79	1,34	1,48\1,98			
30°	2,15	1,44	1,31	1,49\1,64			
Наименьшие главные напряжения σ_3 в точке смены литологических разностей							
Глубина 45 м							
60°	1,02	1,01	1,19	1\0,86			
90°	1,11	1,16	1,81	0,96\0,61			

Таблица 3.5 – Максимальные коэффициенты концентрации главных напряжений в окрестности выработки

Наибольшее расхождение наблюдается в зоне максимальных главных напряжений вдоль сечения, направленного под углом 0°. Так, коэффициент увеличения напряжений модели Кулона-Мора, по сравнению с моделью упрочняющегося грунта для наибольших главных напряжений, при глубине 75 метров равен: вдоль сечения под углом 0° - 1,25, под углом 30° - 1,17, а под углом 60° уже 1,02.

При расположении выработки на отметке 45 м для сечений, направленных под углами 60° и 90° наблюдается скачок в распределении величин как напряжений, так и деформаций. При рассмотрении сечения под углом 90° скачок наблюдается на расстоянии 10 м от центра выработки, это расстояние соответствует смене заданных геологических горизонтов с РГЭ 3 на РГЭ 2.

Малая мощность глинистой потолочины увеличивает напряжения в замке свода и в боках выработки, и в равной степени, увеличиваются деформации (рисунок 3.3, А – 3), что выражается в большей амплитуде прогиба толщи

потолочины и приводит к значительному росту общих смещений бетонной обделки, рисунок 3.10.

При малой потолочине, в точке смены литологических разностей величина коэффициента концентрации напряжений для горизонтальных напряжений σ_3 значительно больше, чем для в вертикальных σ_1 .

В этой точке коэффициент увеличения напряжений модели HS, по сравнению с моделью MC, для наименьших главных напряжений равен: вдоль сечения под углом 60° - 1,18, под углом 90° - 1,56. Это свидетельствует о том, что использование нелинейных моделей HS не только иначе описывает НДС в окрестности выработки, но и прогнозирует более существенное влияние на НДС при малой мощности глинистой потолочины.

Размеры зоны предельных состояний для модели MC определяются приближенно по значениям максимальных коэффициентов концентрации наибольших главных напряжений.

Установлено, что способ определения размера зоны предельных состояний по наибольшим коэффициентам концентрации напряжений для модели HS не совсем корректен, так как в таком случае определяется размер совместной зоны предельных состояний с зоной сдвигового упрочнения. Ввиду этого границы зон предельных состояний получены по точкам интегрирования, в которых был превышен критерий Кулона-Мора. Границы определены приближенно из-за особенностей вывода данных в программе Plaxis 2D (размер сетки и приближённость расчёта точек интегрирования)

Размеры зон предельного состояния без учета радиуса выработки (от контура) при различных глубинах вдоль сечений сведены в таблице 3.6 (в числителе приведены значения для модели MC, в знаменателе для HS).

Глубина, м\Угол, °	0°	30°	60°
75 м	3,7/1,6	3,29/1,55	0,92/0,5
60 м	3,24/0,7	2,67/0,45	0,81/-
45 м	2,52/0,62	2,39/0,3	0,72/-

Таблица 3.6 - Размеры зон предельного состояния моделей

По результатам моделирования при величине бокового распора, равного 0,5, зона предельного состояния не формировалась вдоль сечения, направленного под углом 90°.

Для модели HS размер зоны предельных состояний значительно меньший в сравнении с моделью MC. С уменьшением глубины охват зоны предельных состояний выработки уменьшается, уже на отметке 60 м зона предельных состояний не формируется вдоль сечения, направленного под углом 60°. При изменении глубины с 60 на 45 метров зона предельных состояний уменьшается в меньшей степени, чем при изменении глубины с 75 до 60 метров, что вызвано увеличившимся влиянием потолочины.

Из сопоставления траекторий нагружения, следует, что при использовании модели МС величина предельного эквивалентного напряжения сдвига выше, чем при использовании модели HS, о чём свидетельствуют данные (рисунок 3.7).



Рисунок 3.11 – Состояние точек интегрирования для модели MC – слева и модели HS – справа. Глубина 75 м

На рисунке 3.11 зеленый, коричневый и синий соответствуют поверхностям текучести 4, 3, 2 рисунка 1.7.

Фиолетовые точки соответствуют зоне упругого деформирования (зона 1 рисунка 1.7), красные точки – зоне, где напряжение достигло поверхности, огибающей разрушение.

Из сопоставления результатов, приведенных на рисунках 1.7 и 3.11 можно судить о том, что для модели упрочняющегося грунта вокруг выработки, помимо

зоны предельного состояния, образовались зоны упрочнения от сдвига, упрочнения от изотропного сжатия, а также зоны упрочнения от сдвига и сжатия.

Отмечена сходимость линий, по которым образовывались точки разрушений в модели, с учётом коэффициента бокового распора, равного 0,5, с линиями скольжения в пластической области, полученными аналитически Качановым Л.М. в [41] (рисунок 3.12).



Рисунок 3.12 – Сопоставление лини скольжения, Булычева[17] (слева) с полученными в результате расчёта в программном комплексе (справа)

Используя координаты точек, в которых начинали формироваться пластические деформации сдвига γ_p , можно определить границу между зоной упрочнения от сдвига и изотропного сжатия и зоной упрочнения от изотропного сжатия.

На основании результатов расчёта были получены размеры зон упрочнения (м), от контура выработки при различных глубинах вдоль сечений №1 - №4 (таблица 3.7).

Началом формирования пластических деформаций было принято считать достижение их величин больше 1·10⁻³ доли единицы.

тиозници 5.7 Тизмеры зоны упро тення модели по					
Глубина, м\Угол, °	0°	30°	60°	90°	
75м	3,9	5,89	1,88	0,11	
60м	3,61	4,51	1,94	-	
45м	2,85	3,57	2,02	-	

Таблица 3.7 - Размеры зоны упрочнения модели HS

3.4.2 Анализ результатов расчёта при учёте коэффициента переуплотнения *OCR*

Коэффициент *OCR* представляет собой отношение между наибольшим (достигнутым исторически) вертикальным напряжением σ_p и эффективным вертикальным напряжением в естественном залегании $\sigma_{\gamma\gamma}^0$.

$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma_{yy}^0} = \frac{p^p}{p^{eq}}$$

В грунтах, которые хотя бы раз за историю их нагружения испытывали напряженное состояние превышающее текущее, коэффициент бокового давления K_0 обычно не соответствует рассчитываемому из теории упругости по гипотезе А.Н. Динника [29]. Для таких случаев существует множество эмпирических и аналитических способов его определения, их сравнительный обзор представлен в [38].

Ограничим задачу, зафиксировав величину коэффициента бокового распора на величине $K_0 = 0.5$, то есть исследуем влияние изменения коэффициента переуплотнения *OCR* на результаты численного моделирования.

Полусферическая шатровая поверхность текучести развивается как функция напряжения предварительного уплотнения p^p (рисунок 1.7). При увеличении *OCR*, увеличивается p^p , начальное положение шатровой поверхности смещается как по оси p, так и по оси q (через коэффициент М), таким образом моделируется слабая сжимаемость грунта при его всестороннем сжатии.

На максимальной из рассмотренных отметке -75 м формируются наибольшие фоновые, гравитационные напряжений, при этом максимальное значение коэффициента переуплотнения равняется 1,86 (рисунок 3.13). Максимальное значение сформировавшегося *OCR* в окрестности выработки позволяет оценить до какой величины учёт переуплотнения коэффициентом *OCR* будет оказывать влияние на происходящие в окрестности процессы изотропного упрочнения в условиях поставленной задачи. Дальнейшее увеличение величины более, 1,96 уже не будет оказывать влияния на результаты численного расчёта. Учтённая сжимаемость приводит к уменьшению зон упрочнения от изотропного сжатия, вплоть до исчезновения, а также уменьшению зон от изотропного сжатия и сдвига. Остаётся только зона предельных состояний и сдвиговая зона упрочнения (рисунок 3.13).

Результаты численного моделирования, приведенные на рисунке 3.9, *а* показывают каким образом увеличение изотропного предварительного напряжения (за счёт увеличения *OCR*) влияет на положение линии разрушения критерия Кулона-Мора в осях p - q и на траекторию его достижения. С увеличением *OCR* величина *p*, при которой линия критерия пересекает ось абсцисс увеличивается с изначально установленной величины с $\cdot \cot \varphi$. Изменяется угол наклона линии критерия прочности, характер изменения угла соответствует представлению, показанному на рисунке 3.9, *б*.



Рисунок 3.13 – а) Распределение коэффициента *OCR* в окрестности выработки, при *OCR* = 1 и $K_0 = 0,5$; б) точки состояния при *OCR* = 1,2; в) точки состояния при *OCR* = 1,35; г) точки состояния при *OCR* = 1,5

За счёт уменьшенной сжимаемости грунта кривые *p* – *q* выполаживаются. Среднее напряжение *p*, при котором достигается предел прочности, увеличивается, эта тенденция приобретает более выраженный характер с уменьшением глубины заложения выработки.

Анализ расчётных данных показал, что при учёте переуплотнения, с OCR > 2 коэффициенты концентрации главных напряжений вырастают в среднем на 5-7 % в районе их экстремумов, а в районе контура уменьшаются на 10 %. Аналогичным образом, в таком же диапазоне изменяются коэффициенты наименьших главных напряжений и коэффициенты наибольших касательных напряжений. При этом зона предельных состояний вдоль сечения под углом 0° уменьшается на ~20 см, а её отличия по всему контуру показаны на рисунке 3.14.



Рисунок 3.14 – Формируемая в окрестности выработки зона предельных состояний, в зависимости от принятого коэффициента переуплотнения

При увеличении коэффициента переуплотнения уменьшается вплоть до нуля величина учитываемых пластических деформаций изменения объёма, в результате уменьшается и величина смещений по контуру выработки, о чём свидетельствует данные рисунка 3.10. В соответствии с этим можно заключить, что при схожем характере распределения эквивалентных смещений их основная часть сконцентрирована в своде и пяте тоннеля.

Учёт уплотнения приводит к уменьшению величины формируемых смещений по контуру свода и сужению ширины зоны над сводом, в которой смещения формируются. В результате, уменьшается ширина мульды и абсолютные смещения поверхности. В процентном соотношении величина наибольших эквивалентных смещений контура выработки при учитываемом уплотнении меньше: на глубине 45 м на 33 %; на глубине 60 м на 31 %; на глубине 75 м на 28 %.

В столбце IV таблицы 3.4 показано влияние совокупно учтённого переуплотнения и применения вместо стандартной модели HS модели HSs. Оценивая устойчивость крепи при изменении глубины заложения выработки и толщины крепи на отметке -75 м, необходимо отметить, что учтённые факторы значительно влияют на полученные результаты, сравнительно с использованием классической модели HS и OCR = 1, более детально данный вопрос рассмотрен ниже.

3.4.3 Анализ влияния изменяемых параметров на формируемые нормальные силы, изгибающие моменты и смещения по контуру монолитной бетонной обделки

Представленные в таблице 3.4 расчётные изгибающие моменты в обделке позволили установить следующее. Величины изгибающих моментов по абсолютной величине значительно меньше осевой силы. Для модели Е и МС с увеличением глубины изгибающие моменты увеличиваются. Для модели HS и HSs они принимают наименьшие значения на глубине 60 м и возрастают как на 75 м, так и на 45 м, что связано с влиянием мощности потолочины глин до следующего РГЭ – 6,5 м и обсуждалось выше.

Форма эпюры изгибающего момента, полученная при использовании модели Е и МС отличается от формы эпюры при использовании моделей HS и HSs. Эпюры изгибающего момента при моделях HS и HSs показывают, что, в отличие от модели Е, наибольшая положительная изгибающая нагрузка не сосредоточена в верхней и нижней точках кольца обделки, а располагается с двух сторон, симметрично, вдоль линий, направленных под некоторым углом к осевой линии. В результате, в верхней и нижней точках крепи, изгибающий момент равен нулю, а при уменьшении толщины крепи даже имеется область смены знака на отрицательный. Степень выраженности этого эффекта уменьшается при увеличении толщины крепи, и, также, но в меньшей степени, присутствует в модели MC. При увеличении толщины крепи величины изгибающих моментов увеличиваются в том числе за счёт увеличения её веса. Полученные данные наибольших N_{max} и наименьших N_{min} величин нормальной осевой силы позволила перевести их в величины напряжений, формируемых в обделке и, с учётом изменяемой глубины, и свести на рисунке 2.10.

Для всех моделей величины нагрузок на крепь p с увеличением глубины заложения выработки возрастают практически линейно, с небольшим отклонением в сторону увеличения нагрузок при уменьшении величины потолочины менее 9 м. На рисунке 3.15 показаны зависимости изменения нагрузки на крепь в своде (рисунок 3.15, δ), и в боках (рисунок 3.15, a) при изменении глубины заложения выработки. Для получения наглядного представления о влиянии мощности потолочины было проведены дополнительное моделирование на отметках -40 м, -42,5 м -47,5 м, -50 м (аналогично для рисунка 3.16).





Модели E, MC и HS показывают близкие результаты, а модель HSs, с учтённым уплотнением по сравнению с остальными моделями прогнозирует большие величины напряжений в своде и меньшие напряжения в боках. Таким образом, при использовании модели HSs нагрузки вокруг выработки распределяются более равномерно, что, вероятно, является результатом учтённого уплотнения.

Наибольшее влияние малая величина потолочины оказывает на относительный прогиб |u| кольца обделки (рисунок 3.16). Наибольшие смещения кольца обделки прогнозируются моделью MC, меньшие величины прогнозируются моделями E и HS, затем, наименьшие величины прогнозируются моделью HSs с учтённым уплотнением, (рисунок 3.10).



Полученные зависимость позволяют определить критический размер потолочины, который при дальнейшем уменьшении будет оказывать значительное влияние на устойчивость выработки. Такая величина соответствует точкам перегиба кривых, полученных на рисунке 3.16 и для заданных параметров равна ~9,5 м. Дальнейшее уменьшение потолочины показывает значительный прирост относительных деформаций крепи.

Увеличение глубины в большей степени влияет на прирост относительных смещений для моделей Е и МС, нежели, чем для моделей HS и HSs с уплотнением. Это объясняется заложенной в моделях упрочняющегося грунта идеи о линейной зависимости между жёсткостью и величиной обжатия, которая возрастает с ростом глубины.

Изменение толщины крепи в пределах 15 с и предсказуемо показало небольшое снижение её относительных смещений и незначительный прирост воспринимаемой вертикальной осевой силы.

Сравнение с натурными данными контактного давления на обделку показывает качественную сходимость результатов с результатами моделирования в плоской постановке, при коэффициенте *dec* = 0,75. На рисунке 3.17 показаны эпюры средних нагрузок на крепь в установившийся период, определённых по методике ЦНИСС [47, 61] а) – перегонного тоннеля "Горьковская" – "Петроградская" б) – одно из опытных участков перегонного тоннеля "Технологический институт" – "Октябрьская", глубина заложения которого около 40 метров; толщина глинистой потолочины – 10 м.



Рисунок 3.17 – Эпюра средних нагрузок на обделку в установившийся период, кПа

Натурные данные рисунка 3.17 показывают, что давление в боковых точках для, рисунка 3.17, а) – на 30% и б) – на 50% больше, чем в своде. Результаты моделирования показывают схожую зависимость, для модели HSs с учтённым переуплотнением на глубине 45 м нагрузка в своде – 81,48 кПа; в боках на 30 % выше и составляет 137,2 кПа. Высокая количественная сходимость полученных результатов с натурными данными подтверждает корректность принятого коэффициента *dec* для заданных условий, но в целом имеющихся натурных данных недостаточно, чтобы сделать однозначный вывод по этому вопросу.

Результаты проведённого уточняющего моделирования показали следующее:

- при увеличении коэффициента бокового распора отношение $q_{60\kappa}/q_{свод}$ снижается, при K_0 больше 1 (который рекомендуется задавать автоматически в Plaxis по уравнениям B. Schmidt (1966) [170] при высоком значении *OCR*) боковое давление на крепь становится меньше, чем в своде;

- уменьшение коэффициента *dec* приводит к росту величин изгибающих моментов и осевых сил, уменьшению смещения контура;

- отношение $q_{60\kappa}/q_{cBOZ}$ увеличивается при учёте длительного воздействия нагрузки и уменьшении модуля упругости крепи по методике СП 63.13330.2012 до длительного модуля деформации бетона класса по прочности B25 $E_{b,t} = 6520$ МПа.

108
3.5 Выводы по главе 3

Ввиду значительного количества влияющих факторов и невозможности способное использовать олно универсальное значение, описывать все пространственной постановке геомеханические протекающие В процессы, обоснованное получение коэффициента *dec* для метода снятия напряжений (*β* – метода) в условиях плоской постановки является нетривиальной задачей и требует отдельного исследования. В работе предложена методика к определению коэффициента dec путём сопоставления результатов моделирования, которая нацелена на получение соответствия НДС в окрестности незакрепленной круговой выработки глубокого заложения в условиях плоской к объёмной постановки.

По результатам моделирования установлены значительные отличия в распределении НДС вокруг выработки круговой формы, расположенной в линейно и нелинейно деформируемой среде на разных глубинах.

Значения коэффициентов концентрации напряжений вдоль всех сечений на глубине 45 м выше, чем на глубинах 60 м и 75 м, что связано с влиянием небольшой мощности глинистой потолочины (6,5 м). Исследование влияния мощности потолочины глин на коэффициенты концентрации напряжений в окрестности круговой выработки при использовании модели МС рассматривались в работе [62]. Исследованием влияния НДС массива, сложенного двумя типами пород в окрестности подкрепленной выработки и малой мощности потолочины, с применением аналитической методики и моделирования, при использовании модели Е проведено в ряде статей А.С. Саммалём с соавторами [65, 169].

Проведенное в текущей работе исследование подтверждает результаты подобных исследований и показывает, что эффект влияния мощности потолочины на формируемое в окрестности выработки НДС проявляет себя более значительно при использовании моделей упрочняющегося грунта.

Установлено, что для рассмотренных глубин, при заданных прочностных и деформационных характеристиках грунта, в окрестности выработки формируется зона предельного состояния, установлены размеры и форма такой зоны. При использовании модели упрочняющегося грунта, помимо зоны предельного состояния формируются зоны упрочнения от изотропного сжатия, зоны упрочнения от напряжений сдвига и зоны упрочнений от изотропного сжатия и сдвига. Ввиду этого были определены величины и характер распределения пластических деформацией от упрочнения при сдвиге, определен размер этой зоны при различных глубинах.

Получено представление о природе формируемых пластических деформаций изотропного сжатия. Установлено, что увеличение коэффициента переуплотнения *OCR* приводит к уменьшению величин эквивалентных смещений контура выработки и изменению НДС в окрестности тоннеля.

Прогнозируемые эпюры распределения осевого напряжения в крепи показали хорошую качественную и удовлетворительную количественную сходимость с результатами натурных наблюдений за формируемым контактным давлением в обделке перегонных тоннелях метрополитена г. Санкт-Петербург. При этом моделированием не учитывались технология монтажа обделки и временной фактор.

Полученные результаты позволили установить минимальный размер глинистой потолочины, до которого влияние мощности потолочины на устойчивость выработки не столь значительно, а её дальнейшее уменьшение приводит к значительному росту смещений контура кольцевой обделки.

Установленные зависимости изменения осевых сил, изгибающих моментов и смещений кольца обделки в зависимости от глубины и толщины крепи показали различные результаты для рассмотренных моделей. При этом моделью HSs с учтённым уплотнением прогнозируются наименьшие смещения и наименьшие нагрузки в крепи.

На основании вышеизложенного можно заключить, что предложенный метод позволяет расширить представление о НДС нелинейно-деформируемого грунтового массива в окрестности подземного сооружения и достаточен для прогнозирования устойчивости выработки кругового сечения.

Предложенная в методика оценки основных параметров НДС и прогноза устойчивости, а также достигнутые результаты представлены автором в работе [61].

ГЛАВА 4 Исследование напряженно-деформированного состояния физически-нелинейного грунтового массива, вмещающего выработку круговой формы в пространственной постановке

"В практике строительства подземных сооружений метод проходки выработок большого сечения вручную, по уступам, с устройством временного крепления грунтового обнажения по-прежнему остается востребованным" [43]. Временное крепление осуществляется по типовым проектам, параметры временного крепления определяются аналитически, исходя из веса объема породы, склонного к вывалу за время поддержания забоя. Типовые проекты включают в себя эмпирический опыт многолетней практики ведения подобных работ и в целом служат достаточной гарантий для обеспечения устойчивости забоя.

Прогноз устойчивости грунтовых обнажений наиболее значим в не типичных условиях или влияющих факторах, которыми становятся: длительная (более суток) выдержка поверхности обнажения с временным креплением; пересечение зон нарушенности или участков с иными физико-механическими характеристиками. В любом случае, представление о характеристиках временного крепления при которых смещения лба забоя значительно снижаются становится рациональным решением. Выполняя контроль основных параметров НДС массива, возможно спрогнозировать влияние от проходки на находящиеся в зоне строительства сооружения или на вклад в формируемую мульды сдвижения земной поверхности.

Результаты исследований, связанными с оценкой влияния эквивалентного давления на лоб проходческого забоя приведены в работах [3, 62, 119, 159, 176]. Анализу устойчивости лба забоя по разнообразным технологиям, включая с уступное раскрытие сечения, посвящены следующие работы [11, 46, 50, 54, 153, 181].

При этом методы прогноза основных параметров НДС нелинейных грунтовых массивов, смещения лба забоя и природа формируемых на временную крепь нагрузок при их пространственной постановке задачи изучены недостаточно.

В связи с чем в работе производится анализ результатов численного моделирования НДС в окрестности выработки кругового сечения, проходка

которой осуществлялась в нелинейно-деформируемых грунтовых массивах. Исследовалось влияние величины отпора крепи (отпор задавался в виде равномерно распределенной нагрузки, приложенной перпендикулярно лбу забоя) на величину смещений лба забоя, характер и природу формируемых впереди лба забоя зон предельных состояний и упрочнений. При моделировании учитывалась технологии разработки сечения по уступам.

В работе предлагается методика построения пространственной численной модели для прогноза напряженно-деформированного состояния (НДС) в окрестности подземного сооружения. Методика рассматривалась на примере выработки глубокого заложения круговой формы, пройденной в грунтовом массиве, при этом решались такие задачи как:

исследование влияния изменения жесткости временного крепления,
 задаваемого равномерно распределённой нагрузкой, приложенной
 перпендикулярно поверхности лба забоя, на геомеханические процессы в
 окрестности выработки. Модель учитывает технологию раскрытия сечения
 тоннеля по уступам.

- проведения анализ процесса образования и качественного изменения зоны предельного состояния и зоны упрочнения впереди лба забоя. Рассмотрение распределения величин коэффициентов концентрации наибольших главных напряжений и наибольших касательных напряжений в окрестности выработки. Для модели Кулона-Мора (МС) их максимальные значения позволили установить размер зоны предельных состояний.

 сопоставление полученных результатов с аналитическими методиками расчёта на примере критерия устойчивости обнажений по сдвигающим напряжениям;

- проведение сравнения величин продольных смещений лба забоя при использовании модели МС и модели упрочняющегося грунта (HSs). В модели Кулона-Мора модуль деформации задавался равным секущему модулю деформации модели упрочняющегося грунта.

- разработка рекомендаций к определению параметров временного крепления на основании проведенного исследования.

4.1 Исследование напряженно-деформированного состояния физическинелинейного грунтового массива, вмещающего выработку круговой формы в объёмной постановке

Исходные данные, приведённые в главе 3.1, были скорректированы и дополнены для возможности их рассмотрения в условиях пространственной постановки задачи.

В объемной постановке геометрические размеры модели составили: по оси х -B = 40 м; по оси у -L = 60 м; по оси z -H = 100 м. Геометрические размеры модели выбирались, также как и для плоской постановки, с учётом приведённых у S. Moller [137] и H. Meissner [135] рекомендаций, но с учётом некоторых уточнений, исключающих влияние граничных условий на результаты расчётов.

Кинематическая и геометрическая схемы рассмотренной задачи представлены на рисунке 4.1.



Рисунок 4.1 – Кинематическая и геометрическая схемы расчётной модели

Геологическое строение принималось аналогичным рассмотренному в главе 3.1, при этом геометрические размеры РГЭ: $H_1 = 10$ м, а $H_2 = 20$ м. Выработка кругового сечения проходится вдоль оси *y*, её свод расположен на отметке $H_2 =$ 26 м. Диаметр тоннеля *d* = 8 м. Условия задачи позволяют рассматривать половину модели, т.к. она симметрична относительно вертикальной осевой плоскости.

Установлено, что увеличение длины модели по оси у до 130 м никаким образом не влияет на результаты расчёта, ввиду чего принятая длина – 60 м, считается достаточной для исключения влияния граничных условий.

Ширина модели также принята меньше рекомендуемой, так как предлагаемая методика не связана с прогнозом оседаний земной поверхности, для которого ширина является значимым фактором.

Границы подобраны исходя из рассматриваемой глубины заложения выработки и использования модели HS.

Граничные условия приняты стандартными для программного комплекса Plaxis 3D: боковые грани зафиксированы от перемещений в направлении оси *x*. Торцевые грани модели зафиксированы от перемещений в направлении *y*, её нижняя грань зафиксирована от перемещений во всех направлениях. Верхняя грань может свободно перемещаться.

При создание конечно-элементной сети грунтовый массив разбивался десяти-узловыми пирамидальными элементами первого порядка. Сетка генерируется автоматически, с учётом заданного параметра сгущения сетки (coarseness factor). Для увеличения достоверности расчёта сетка конечных элементов локально сгущалась. Так, при создании сетки третьего РГЭ коэффициент измельчения принимался равным 0,65. Часть грунтового массива внутри проектируемого тоннеля дополнительно измельчался на 0,25. Для всех РГЭ принималось «хорошее» распределение элементов сетки [95].

Учёт последовательности раскрытия лба забоя по уступам.

На первом шаге расчёта моделировалась природная гравитационная нагрузка. Затем осуществлялось моделирование участка тоннеля, пройдённого и закрепленного длинной $L_1 = 15$ м. На следующем шаге проводилось обнуление деформаций для исключения их влияния на последующие результаты. Затем моделирование осуществлялось по заходкам, с учётом воспроизведения технологии проходки с постепенным раскрытием забоя уступами и временным

креплением лба забоя. Последовательность раскрытия от 1 до 6 уступа приведена на рисунке 4.2.



Рисунок 4.2 – Схема разработки тоннеля диаметром 8 м уступами

Высота первых двух уступов равна 2 м, остальных — принята равной 1,5 м. Временная крепь задавалась равномерно распределённой нагрузкой q, перпендикулярно поверхности обнажения, приложенной таким образом исследовалось влияние величины отпора. Рассматривался диапазон величин q: от 30 кН\м² с увеличением в два раза до 500 кН\м². Нагрузка прикладывалась к обнаженной после разработки уступа поверхности с отставанием в один шаг. Глубина уступа, то есть шаг заходки принят равным одному метру.

После разработки всего сечения моделировалась установка временной крепи и устройство постоянной бетонной крепи по периметру, её ширина равна длине шага заходки. На следующем шаге начиналась разработка первого уступа, и последовательность повторялась. Общая длина проходки $L_2 = 25$ м.

При моделировании учтен монтаж монолитной обделки подземного сооружения, выполненной из бетона класса B25, армированного металлическими стержнями. Начальный модуль упругости бетона принят согласно СП 63.11130.2012 и составили 30000 МПа, а коэффициент поперечной деформации в данном случае принимался равным – v = 0,15. В программном комплексе PIAXIS 3D обделка моделировалась 6-узловыми треугольными элементами. Рассматривалось несколько вариантов толщины крепи.

4.2 Результаты прогноза устойчивости одиночной круговой выработки в условиях объёмной постановки

4.2.1 Результаты исследования формирования зон различных состояний в окрестности лба забоя

На рисунке 4.3 показаны сформировавшиеся пластические точки (точки состояний) в призабойной зоне после разработки захватки № 3.

Семейство красных точек соответствует напряжениям, которые достигли критерия прочности Кулона-Мора. Зелёным, коричневым и синим показаны точки пластических деформаций, полученные при упрочнении от сдвига, изотропного сжатия и сдвига с изотропным сжатием соответственно. Серыми точками показана область, в которой образовавшиеся растягивающие напряжения превысили предел прочности на растяжение.



Рисунок 4.3 – Изменение формы и размера формирующихся точек состояния в зависимости от изменения сцепления и величин эквивалентного давления на лоб забоя *q*

Верхний ряд рисунков соответствуют модели HSs, нижний — модели MC. На рисунке 4.3, *a*, *d* отображена форма и размер потери устойчивости для случая моделирования при уменьшении сцепления до 70 кH\м²; на рисунке 4.3, *б*, *e* величина q = 0 кH\м²; на рисунке 4.3, *в*, $\mathcal{K} q = 75$ кH\м²; на рисунке 4.3, *г* q = 150кH\м²; на рисунке 4.3, *з* q = 250 кH\м². Распределение коэффициентов концентрации наибольшего главного напряжения σ_1 и максимального касательного напряжения τ_{mob} в зависимости от расстояния от центра выработки приведены на рисунке 4.4. Наибольшие главные напряжения направлены вдоль оси *z*, в декартовой системе координат. Для наглядности K_{τ} умножен на -1. Рассмотрение производилось, начиная с контура выработки.



4.2.2 Результаты исследования влияния отпора крепи на устойчивость лба забоя

Для исследования влияния отпора крепи на устойчивость лба забоя установлены зависимости изменений продольных смещений и_у в зависимости от расстояния от лба забоя, вдоль оси тоннеля по направлению его проходки (рис. 4.5). Максимальная величина смещений соответствует q = 0 кH\m², далее, по возрастающей рассмотрены величины q = 10 кH\m²; q = 30 кH\m²; q = 75 кH\m²; q = 150 кH\m²; q = 250 кH\m²; q = 500 кH\m². Для сравнения приведены результаты при моделировании грунтового массива моделью E, при q = 0 кH\m². Дополнительно, зелёными линиям показаны результаты при использовании модели MC, с заданным модулем деформации равным модулю деформации при разгрузке модели HSs E = 610 MПа при q = 0 кH\m², q = 75 кH\m²; q = 150 кH\m².



Показательным является построение зависимости изменения относительных продольных смещений u_y вдоль относительного вертикального диаметра тоннеля, рисунок 4.6. Относительный вертикальный диметр – отношение величины рассматриваемой координаты к величине диаметра. Ось рассмотрения соответствует оси тоннеля от свода к пяте. Аналогично рисунку 4.5 наибольшие смещения соответствуют незакрепленной выработке при q = 0 и уменьшаются по мере увеличения q, также показаны результаты при использовании модели MC, с модулем деформации E = 610 МПа.



119

4.2.3 Результаты учтённой технологии проходки по уступам на устойчивость лба забоя

Для определения степени влияния технологии проходки по уступам на устойчивость лба забоя по итогам конечно-элементного моделирования построены зависимости величин продольных смещений u_y от расстояния от лба забоя, вдоль оси тоннеля по направлению движения проходки, рисунок 4.7. Проанализирован случай без применения временного крепления, q = 0 для $L_1 = 34$ м и $L_2 = 34$ м и проходки на 1 метр. На графике отображены только захватки с полученными наибольшими и наименьшими величинами смещений, захватки с промежуточными результатами не показаны.



Рисунок 4.7 – Влияние технологии проходки по уступам на величины продольных смещений

Технология проходки по уступам влияет и на распределение нагрузок на крепь ввиду того, что при постепенном раскрытии сечения увеличивается формируемая на переднюю часть кольца обделки нагрузка. (рис. 4.8). Отрицательной величины осевой силы N_2 соответствует сжатие. Рассмотрено продвижение заходки на 2 метра, среда задавалась моделью HSs.



Рисунок 4.8 – Влияние технологии проходки на величину вертикальной осевой силы в т. (I), модель HSs

4.2.4 Исследование влияния изменяемых параметров на формируемые нормальные силы, смещения по контуру монолитной бетонной обделки

На рисунке 4.10 показано распределение вертикальной осевой силы в боку выработки (точка (II) рисунка 4.2) при продвижении проходки, начиная с расстояния L_2 . На рисунке 4.9 показано распределение вертикальной сжимающей силы, изгибающих моментов и смещений контура обделки в своде (точка (I) рисунка 4.2) при продвижении проходки, начиная с расстояния L_2 . Положительные осевые силы относятся к растяжению, а отрицательные – к сжатию.





Рисунок 4.9 – Кривые распределение при продвижении проходки в т. (I) а) вертикальной осевой силы; б) изгибающего момента; в) смещений в бетонной крепи



4.3 Анализ результатов прогноза устойчивости нелинейно деформируемого массива конечно-элементным методом в пространственной постановке

4.3.1 Анализ основных параметров НДС нелинейно деформируемого массива конечно-элементным методом в пространственной постановке

Размер зоны предельных состояний представлен на рисунке 4.4. Её размер, определяемый экстремумов на кривой зависимости коэффициентов концентрации, для среды, заданной моделью MC, составил 5 м. Коэффициент концентрации

122

максимальных касательных напряжений K_{τ} при этом равен 2,24, в то время как коэффициент концентрации наибольших главных напряжений K_{σ} равен 1,33.

В результате учёта процесса упрочнения моделью HSs коэффициенты концентрации напряжений имеют иное распределение. Величины K_{σ} в этом случае не превышает 1, а K_{τ} достигает величины 1,46 без ярко выраженной точки перегиба.

Анализ расчётных данных показывает завышение величин напряжений сдвига при их достижении поверхности текучести для модели МС по сравнению с моделью HS. Это объясняется, учитываемым моделью HS, изменением жёсткости при увеличении глубины, нелинейным характером связи между напряжениями и деформациями, а также, пластическими деформациями при сдвиговом и изотропном упрочнении. Без учёта этих факторов траектория достижения огибающей критерия прочности Кулона-Мора происходит по пути, завещающему предельные сдвиговые напряжения.

Из анализа результатов, приведенных на рисунке 4.3, следует, что для модели МС впереди лба забоя формируется зона предельных состояний в форме полусферы. Для модели HSs зона предельных состояний впереди лба забоя не формируется, но, в форме полусферы, охватывающей тоннель, формируется зона пластических деформаций от упрочнения. Подобные геомеханические процессы проявляются в виде вывалов грунтового массива по поверхностям, наблюдаемым при проходке на практике.

Использование численного КЭ моделирования показало предполагаемый объём «отслоившихся грунтов», соответствующий семейству серых точек на рис. 3. Сопротивление пород сдвигу в таком случае ограничивается предельными растягивающими напряжениями. Размер радиуса зоны отслоения при отсутствии крепления составил 1 м. В реальных условиях, в зависимости от естественной неоднородности грунтового массива, его трещиноватости, слоистости, наличия прослоек с отличными свойства, а также от времени до начала последующей проходки размер отслоившейся породы, вероятно, будет стремиться достигнуть размера области предельных состояний. В таких случаях параметры крепи должны рассчитываться с учетом необходимости удержания всего объёма предполагаемо отслоения. Требования к жёсткости временного крепления увеличиваются.

Определяющими основное развитие деформаций в призабойной зоне являются касательные напряжения. Превышение максимальных касательных напряжений сцепления для глубоких выработок характерно при величинах сцепления c < 250 кH\м² и при средней величине угла внутреннего трения $\phi = 20^{\circ}$.

При уменьшении величин сцепления до 70 кН\м² (рис. 4.3, *a*). При применении модели Кулона-Мора полусфера увеличивает свой радиус и охватывает выработку. Для модели HSs происходит образование зоны предельных состояний, которая не формировалась при сцеплении, равном 125 кН\м².

Дальнейшее уменьшение величины сцепления приводило к несходимости расчёта ввиду превышения допустимого отклонения от равновесного состояния — произошло разрушение грунтового массива. Интересным представляется сопоставление данного факта с критерием устойчивости обнажений по сдвигающим напряжениям, полученным аналитическим путем, методом «отсеков» [62].

Минимальное сцепление, необходимое для устойчивого состояния лба забоя, определяется из условия:

$$c \ge \frac{W_i(1 - \operatorname{tg}\varphi)}{2},\tag{4.1}$$

где *W*_i — величина предполагаемого объема отслоившихся пород, величина отсека.

При величине отсека по глубине 1 м с высотой, равной диаметру тоннеля, минимальное сцепление составило $c \ge 52,5$ кН\м². При рассмотрении образующейся зоны отслоения линзовидной формы, с высотой отсека — 1,4 d; $c \ge 72,5$ кН\м².

При используемом в расчётах сцепление *c* = 125 кH\м², критерий устойчивости по сдвигающим напряжениями при высоте отсека — 1,4 *d*; *F*₁=1,42, что соответствует средней устойчивости, требующей крепления лба забоя трубчатыми расстрелами с затяжкой.

При высоте отсека — 1 *d;* F₁=1,81, что также соответствует средней устойчивости.

Критерий устойчивости, основанный на аналитической методике исходит из "предполагаемого" объема отслоившихся пород, основан на критерии прочности Кулона-Мора, эти допущения ограничивают область её достоверности. Проведенное численное КЭ моделирование позволяет установить, форму и объем как отслоившихся пород, так и объем пород, находящихся в предельном состоянии и выбрать жесткость крепления, исключающие развитие нежелательных геомеханических процессов.

Таким образом, при численном анализе методом КЭ в программном комплексе Plaxis 3D аналитическая методика способна дать рекомендацию величины минимального сцеплении, которой достаточно для сходимости КЭ расчёта.

4.3.2 Анализ влияния отпора крепи на устойчивость лба забоя

Анализ результатов расчёта рисунка 4.3, *в*, *г* показывает, что увеличение величины эквивалентного давления *q* при модели MC связано с уменьшением зоны предельных состояний, а при модели HSs с уменьшением зон с пластическими деформациями упрочнения. Дополнительное моделирование показало, что увеличение коэффициента *OCR* уменьшает, вплоть до исчезновения, зоны упрочнения от изотропного сжатия и комбинированную зону упрочнения.

Модель МС при E = 305 МПа, по сравнению с моделью HSs, прогнозирует значительные превышения (~2,7 раза) относительных продольных смешений. При увеличении *q* до значения 500 кH/м² смещения вдоль лба забоя достигают значений соответствующим модели HSs с незакреплённым сечением.

Величины смещений и их распределение при учитываемой технологии раскрытия сечения сопоставимы с величинами и распределением смещений, полученным при физическом моделировании со схожей постановкой задачи, в протерозойских глинах Ю.С. Фроловым, А.Н. Коньковым и А.А. Ларионовым [80, 102].

Увеличение в два раза жёсткости грунта в модели МС ожидаемо привело к снижению значений прогнозируемых смещений в той же пропорции, но при этом, всё равно, их величина превосходит прогнозируемые моделью HSs смещения на ~30%. Это объясняется тем, что модуль деформации в модели MC имеет постоянное значение, а в модели HSs возрастает с увеличением глубины.

Интересно отметить, что расчётные величины смещений лба забоя при модели HSs дают результаты схожие, с полученными при модели E.

На основании вышеизложенного следует, что для решения поставленной задачи модель МС не рекомендуется, как при $E_{MC} = E_{50}^{ref}$, так и при $E_{MC} = E_{ur}^{ref}$. Её использование для целей определения параметров временного или постоянного крепления подземного сооружения приведет к значительному завышению параметров крепи.

Целесообразным решением для обеспечения небольших величин смещений лба забоя становится подбор такой жесткости временной крепи, которая гарантирует определённую величину давления на лоб забоя. При этом давления на лоб проходческого забоя *q* должно быть достаточна, чтобы исключить образование зоны предельных состояний и минимизировать зону отслоения грунтов в окрестности лба забоя. В противном случае, при недостаточной жесткости функция временной крепи сводится к поддержанию отслоившихся грунтов.

Установленные результаты показывают, что величины отпора $q = 75 \text{ кH/m}^2$ для модели HSs достаточно для того, чтобы исключить образование впереди лба забоя не только зоны предельных состояний, но и отслоившихся пород.

Так как потеря устойчивости лба забоя связана с превышением касательных напряжений, представляет интерес оценка влияния от изменения величины эффективного сцепления на устойчивость лба забоя. В работе изучение данного вопроса производится лишь частично и требует отдельного исследования.

4.3.3 Анализ влияния учтённой технологии вскрытия сечения тоннеля по уступам на величину смещений лба забоя и формируемую вертикальную нагрузку на крепь

В соответствии с рисунком 4.7 обнаружено, что наибольшая величина продольных смещений лба забоя проходческого забоя развивается после отработки третьей захватки. Установлены значительные превышения продольных смещений для модели МС по сравнению с моделью HSs. Данное состояние описывается тем, что модель МС имеет неизменный модуль жесткости, не зависящий от величины бокового давления, и линейную зависимость между напряжениями и деформациями в допредельной области деформирования.

Моделирование технологии раскрытия лба забоя по уступам позволило рассмотреть изменение в действующих нагрузках на крепь для каждой заходки. На рисунке 4.8 такое изменение рассмотрено на примере действующей на крепь вертикальной осевой силы, в характерной точке, расположенной в своде кольца обделки.

На начальном этапе для постоянной крепи, смонтированной на 34 - 35 метре, действующие осевые силы на 35ом метре заходки равны нулю, что соответствует красной линии. Затем каждому шагу заходки, ввиду увеличивающегося объема извлечённой породы соответствует увеличение и действующей вертикальной осевой силы (пунктирная синяя линия). На захватке №6 величина N_{22} достигает своего пикового значения, $N_{pik} = -1510$ кН\м. После возведения следующего кольца обделки напряжения выравниваются к средним, аналогичным предыдущему шагу и равны $N_{svod} = -800$ кН\м.

В пределах одного кольца, толщиной один метр наблюдается перепад в осевой силе от -1500 кН\м в передней части кольца, до примерно -1100 кН\м в задней части. Получается зигзагообразный паттерн, который объясняется следующим образом. Незакрепленный лоб тоннеля изгибается, в основном, спереди и в меньшей степени в районе уже смонтированной обделки, что и приводит к скачку в напряжениях. Между этими пиками возможно провести среднюю линию, величина которой составит -1300 кН на метр длины тоннеля.

Необходимо отметить влияние перераспределения НДС в окрестности лба забоя, при подходе к которому среднее значение уменьшается до -1000 кН\м.

4.3.4 Исследование в пространственной постановке влияния изменяемых параметров на формируемые нормальные силы и смещения по контуру монолитной бетонной обделки

Смещения и изгибающие моменты, аналогично осевой силе в пределах одного кольца формируют зигзагообразные паттерны. В дальнейшем рассматривались средние линии, проведенные между их максимумами и минимумами.

На рисунке 4.9, *a*, *б* приведено распределение осевой вертикальной силы N_2 в боку (точка II) и в своде (точка I) выработки. Наибольшие, по величине, значения показывают использованная модель E, меньшие величины - модель MC, наименьшие - модель HSs с учтенным уплотнением. По контору выработки осевые силы распределены неравномерно, и в боку выработки имеют наименьшие значения, а в своде - наибольшие, характер их распределения соответствует плоской постановке, характер распределения соответствует эпюрам полученным в таблице 2.1.

Аналогичным образом изменяются изгибающие моменты и вертикальные смещения в своде. Их уменьшение к началу проходки, которое можно наблюдать на рисунках 4.9, *б*, *в* и в большей степени выраженно в моделях Е и МС связано с влиянием граничных условий. Дополнительное моделирование при увеличении длины проходки до 100м показало, что размер граничных условий равен 8-9 метрам от начала проходки.

Полученные зависимости позволяют установить влияние обнажения лба забоя на перераспределение нагрузок на крепь и её смещений. При приближении ко лбу забоя изгибающие моменты и осевые силы возрастают, а смещения незначительно уменьшаются. С удалением от лба забоя на расстояние 10 метров кривые выполаживаются, что свидетельствует о том, что обнажение лба забоя больше не оказывает влияние на действующие на крепь силы. Установлено, что равномерно распределенная нагрузка q, приложенная перпендикулярно лбу забоя незначительно увеличивает вертикальную нагрузку на крепь и изгибающий момент, при этом уменьшает эквивалентные смещения. При задании $q = 0, 4 \cdot \gamma H$, вертикальная осевая сила в своде увеличивается примерно на 11% для модели MC и на 8% для модели HSs. В боку выработки: на 6% – для модели MC и на 4% – для модели HSs.

В целом, полученные на рисунках 4.10 и 4.9 зависимости показывают характер изменений, аналогичный полученному при плоской постановке задачи.

4.4 Выводы по главе 4

По результатам моделирования установлены значительные отличия в распределении НДС вокруг выработки круговой формы, расположенной в линейно и нелинейно деформируемой среде на разных глубинах. Установлено, что для рассмотренных глубин, при заданных прочностных и деформационных характеристиках грунта, в окрестности выработки формируется зона предельного состояния.

При использовании модели упрочняющегося грунта, помимо зоны предельного состояния, формируются зоны упрочнения от изотропного сжатия, зоны упрочнения от напряжений сдвига и зоны упрочнений от изотропного сжатия и сдвига.

Определены величины и характер распределения зон пластических деформацией от упрочнения при сдвиге, определены размеры этих зон.

На основании вышеизложенного можно заключить, что предложенный метод позволяет расширить представление о НДС нелинейно-деформируемого грунтового массива в окрестности подземного сооружения.

Исследование распределения величины нормальной осевой силы в кольце постоянной обделки позволило установить влияние технологии проходки по уступам. Установлено, что этапе на захватке №6 величина N_{22} достигает своего максимального значения. В пределах толщины одного кольца наблюдается перепад в распределении структурных сил, который при учёте проходки по заходкам

формирует зигзагообразные паттерны. Для исследований необходимо ориентироваться на средние, между пиковыми, значения.

Установлен размер зоны влияния лба забоя на формируемые структурные силы и эквивалентные смещения в кольце обделки, а также отмечено незначительное изменения этих величин при воздействии на лоб забоя эквивалентного давления.

В условиях пространственной постановки задачи использование модели HSs прогнозирует наименьшие величины осевой вертикальной силы, изгибающего момента и смещений в кольце обделки, что соответствует плоской постановке задачи.

Оценка полученных численных решений обнаружила существенные отличия в распределении НДС массива в окрестности выработки кругового сечения, расположенной в упруго-пластической и нелинейно деформируемой средах. В случае применения модели МС установлено, что для заданных условий задачи в окрестности выработки, в большой степени впереди лба забоя формируется зона предельных состояний. При применении модели HSs зона предельного состояния не образуется, но впереди лба забоя образуются зоны упрочнения от всестороннего сжатия, зоны упрочнения от действия дивиаторных напряжений сдвига и комбинированные зоны упрочнения от всестороннего и дивиаторного сжатия.

Проведённое сопоставление результатов численных решений, методом КЭ, с аналитическим методом оценки устойчивости лба забоя по сдвигающим напряжениям (метод отсеков) продемонстрировало качественную сходимость.

Учитывая нелинейное-деформирование грунтовых массивов и пространственную постановку задачи, проведенное исследование позволяет расширить имеющиеся [11, 46, 87] представления о геомеханических процессах в окрестности подземного сооружения на примере выработки круговой формы и глубокого заложения.

Разработанная методика прогноза устойчивости лба проходческого забоя с представленными численными конечно-элементными моделями, а также достигнутые результаты отображена автором в работе [60].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований представляют собой законченную научно квалификационную работу, в которой дано решение актуальной задачи – разработки методики прогноза устойчивости подземных сооружений в нелинейнодеформируемых грунтовых массивах, в окрестности выработки круговой формы.

Основные научные и практические результаты:

Выполненные в диссертационной работе исследования посвящены разработке метода прогноза геомеханических процессов в окрестности выработки, учитывающей нелинейную деформируемость вмещающей среды.

Основные результаты выполненных исследований:

1. Проанализированы упруго-пластические геомеханические модели нелинейно-деформируемого тела и предложена методика по подбору и калибровке параметров модели упрочняющегося грунта с малыми деформациями, которая с некоторыми допущениями, позволяет описывать механическое поведение протерозойских глин.

2. Предложен способ получения коэффициента *dec*, относящийся к методике аппроксимации объёмного состояния вблизи забоя (β – метод) к условиям плоской постановки. Установлено, что предложенная методика способна достоверно описывать напряженное состояние в окрестности выработки и смещения контура, однако, занижает возникающие в обделки внутренние силы.

3. Выполнен сравнительный численный анализ с использованием различных моделей вмещающего грунта, который показал, что использование модели МС приводит к завышению прогнозируемых величин коэффициентов концентрации касательных напряжений, главных напряжений, а также, к завышенной величине главных деформаций. Достижение огибающей критерия прочности Кулона-Мора происходит по траектории, приводящей к завышению размера зоны предельных состояний и большим смещениям контура породного обнажения.

4. Установлено, что для рассмотренных глубин, при заданных прочностных деформационных характеристиках грунта, окрестности выработки И В формируется зона предельного состояния. При численном анализе с использованием модели упрочняющегося грунта, помимо зоны предельного состояния формируются зоны упрочнения от изотропного сжатия, зоны упрочнения от сдвига и зоны упрочнений от изотропного сжатия и сдвига. Были определены величины и характер распределения пластических деформацией от упрочнения при сдвиге, определен размер этой зоны при различных глубинах.

5. Подтвержден известный фактор существенного влияния малой мощности глинистой потолочины на формируемое в окрестности выработки НДС и показано, что этот эффект проявляет себя значительней при использовании моделей упрочняющегося грунта. Установлена величина мощности глинистой потолочины, уменьшение которой приводит к значительному росту смещений контура кольцевой обделки.

6. Получено представление о природе формируемых пластических деформаций изотропного сжатия. Установлено, что увеличение коэффициента переуплотнения *OCR* при неизменной величине коэффициента бокового распора, приводит к уменьшению величин эквивалентных смещений контура выработки, уменьшению ширины свода, в котором смещения в значительной степени формируются. Учтённое переуплотнение коэффициентом *OCR* уменьшает ширину мульды и абсолютные смещения поверхности.

7. Анализ эпюр внутренних усилий и смещений постоянной обделки позволили установить степень влияния таких факторов, как глубина заложения выработки, толщина кольца обделки и применяемая модель грунта. При этом, нелинейной моделью HSs с учтённым уплотнением прогнозируются наименьшие смещения и наименьшие нагрузки в крепи.

8. Установлено, что при численном конечно-элементном моделировании проходки одиночной круговой выработки использование в классической модели грунта МС секущего модуля деформации не рекомендуется, так как это приводит к значительному завышению величин смещений лба забоя.

9. Установлено, что ключевыми факторами устойчивости грунтов проходческого забоя являются: учитываемая моделью нелинейность деформирования, учтённое сдвиговое и изотропное упрочнение, учтённая

132

зависимость изменения жесткости при изменении девиаторной нагрузки, величина эквивалентного давления на грунты проходческого забоя и технология проходки (в случае вскрытия сечения по уступам).

10. Разработана методика определения параметров временного крепления через установление такой величины эквивалентного давления на лоб забоя, при котором исключаются негативные процессы, связанные с формированием в её окрестностях зоны предельных состояний и зоны отслоившихся пород.

Полученные результаты позволяют прогнозировать устойчивость подземных сооружений, на примере выработки круговой формы, в физически нелинейных грунтовых массивах и расширяют сложившиеся представления о протекающих при этом геомеханических процессах.

С точки зрения перспективы дальнейшей разработки темы, по мере совершенствования математических и теоретических представлений, предложенная методика может быть дополнена и уточнена.

Предложенная в работе методика может быть дополнена исследованием влияния фильтрационных процессов, данный фактор способен оказать влияние на основные параметры НДС в окрестности выработки и на форму зоны предельных состояний.

Так как потеря устойчивости лба забоя происходит в результате сдвиговых напряжений, интерес представляет вопрос влияния изменения величины сцепления на устойчивость лба забоя. В работе изучение данного вопроса производится лишь косвенно и требует более тщательного исследования.

Для оценки влияния выделенных факторов и решения поставленных в работе модельных задач осуществлялся комплекс исследований на численных моделях, при обширной вариации заданных условий и входных параметров. Для чего было рассчитано более 60 КЭ моделей в условиях плоской постановки; 70 КЭ моделей в пространственной постановки, расчёт каждой объёмной модели занимал порядка 5 часов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алексеев, А.В. Адаптация модели упрочняющегося грунта (Hardening Soil) для инженерно-геологических условий Санкт-Петербурга / А.В. Алексеев, Г.А. Иовлев // Горный информационно-аналитический бюллетень. – Москва: Горная книга. – 2019. – № 4 – с. 75–87. – doi:10.25018/0236-1493-2019-04-0-75-87.
- Алексеев, А.В. Влияние неоднородности массива на устойчивость проходческого забоя при строительстве метрополитена / А.В. Алексеев, Г.А. Иовлев // Международный научно-исследовательский журнал. 2017. № 8 (62). С. 6–14.
- Алексеев, А.В. Численное моделирование устойчивости лба забоя в зоне неоднородности при недренированной модели массива / А.В. Алексеев, П.Э. Вербило // Известия Уральского государственного горного университета. – Екатеринбург: Уральский государственный горный университет. – Т. 53 – № 1 – 2009. – с. 80–87. – doi:10.21440/2307-2091-2019-1-80-87.
- Алексеев, А.В. Оценка физикомеханических свойств верхнепротерозойских глин, как среды строительства подземных сооружений Санкт-Петербурга и использования щелевой крепи / А.В. Алексеев, С.Л. Нагорный, Т.П. Рютина // АО "Тим". – СПб. – 1993. – с.118.
- 5. Бажин, И.П. Итоги комплексных геомеханических исследований кембрийских глин // Межвузовский сборник научных трудов "Устойчивость и крепление горных выработок". СПб, СПГГИ. 1999. с.58-61.
- Бажин, Н.П. Результаты исследования физико-механических свойств кембрийских глин. // Н.П. Бажин, В.А. Петров, Ю.М. Карташов, А.И. Баженов // Горное давление, сдвижение горных пород и методика маркшейдерских работ. ВНИМИ, Л.: Недра. 1964. с.49-63.
- Баклашов, И.В. Деформирование и разрушение породных массивов // М.: Недра. - 1988. - с.208.

- Безродный, К.П. Геотехническое обеспечение при строительстве двухпутного перегонного тоннеля с помощью ТПМК / К.П. Безродный, М.О. Лебедев, В.А. Марков, А.Ю. Старков // Метро и тоннели. – № 5. – 2015. – С. 16–18.
- Безродный, К.П. Особенности деформирования протерозойских глин / К.П. Безродный, С.Н. Сильвестверов, Ю.М. Карташов // Ж. Метрострой. –№ 6. 1982. с.16.
- 10.Беляков, Н.А. Разработка метода прогноза напряженно-деформированного состояния обделок транспортных тоннелей в нарушенном массиве: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.20 / Беляков Никита Андреевич. – Санкт-Петербург. – 2012. – с.221.
- 11.Беляков, Н.А. Определение пространственного напряженно-деформированного состояния слабого грунтового массива в призабойной части при проходке тоннеля с использованием пригруза забоя / Н.А. Беляков, А.Г. Протосеня // Записки Горного института – Т.190. – 2011. – с.149-157.
- 12.Биргер, И.А. Сопротивление материалов / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов // М.:Наука. 1986. с.560.
- 13.Болдырев, Г.Г. Определение параметров моделей грунтов / Г.Г. Болдырев,
 И.Х. Идрисов, Д.Н. Валеев // Основания, фундаменты и механика грунтов. –№3.
 2006. с.1–14.
- 14.Болдырев, Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов // Пенза. ПГУАС. 2008. 696 с.
- 15.Болдырев, Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов с комментариями к ГОСТ 12248-2010 // 2-е изд. – М.: ООО «Прондо». – 2014. – с. 812.
- 16.Болдырев, Г.Г. Интерпретация результатов лабораторных испытаний с целью определения деформационных характеристик грунтов / Г.Г. Болдырев, В.В. Мельников, Г.А. Новичков // Инженерные изыскания. – № 5–6. – 2014. – с. 98– 105.
- 17.Булычев, Н.С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах // Москва: Недра. 1989. с.270.

- 18.Горькова, И.М. Физико-химические исследования дисперсных осадочных пород в строительных целях // М. : Стройиздат. – 1975. – с.151.
- 19.ГОСТ 28985-91. Породы горные. Метод определения деформационных характеристик при одноосном сжатии. – Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам. – 1992.
- 20.ГОСТ 21153.3-85 Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном растяжении государственный стандарт союза СССР. 1987.
- 21.ГОСТ 12248-2010. Грунты. Методы определения характеристик прочности и деформируемости. Межгосударственная научно-техническая комиссия по стандартизации, техническому нормированию и сертификации в строительстве. 2012.
- 22.Дашко, Р.Э. Особенности инженерно геологических условий Санкт-Петербурга / Р.Э. Дашко, О.Ю. Александрова, П.В. Котюков, А.В. Шидловская
 // Развитие городов и геотехническое строительство. – № 1 – 2011. – с.1–47.
- 23.Дашко, Р.Э. Техногенная трансформация основных компонентов подземного пространства мегаполисов и ее учет в геомеханических расчетах (на примере Санкт-Петербурга) / Р.Э. Дашко, А.В. Шидловская, К.В. Панкратова, А.М. Жукова // Записки Горного института. Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный университет. № 190 2011. с.65–70.
- 24.Дашко, Р.Э. Геотехника и подземная микробиота / Р.Э. Дашко, Д.Ю. Власов,
 А.В. Шидловская // Санкт-Петербург: Институт "ПИ Геореконструкция,". –
 2014. с.280.
- 25.Дашко, Р.Э. Теория и практика инженерно-геологического анализа и оценки водонасыщенных глинистых пород как основания сооружений // диссер. доктора г.-м. наук Дашко Регина Эдуардовна. – Ленинград. – 1985. – с.576.
- 26.Деменков, П.А. Методология прогнозирования напряженно-деформированного состояния конструкций станций метрополитена глубокого заложения с учетом этапов строительства: дис. ... д-ра техн. наук: 25.00.20 / Санкт-Петербург. – 2015. – с.304.

- 27.Джегер, Ч. Механика горных пород и инженерных сооружений // М.: Мир. 1974. с. 256.
- 28. Дидух, Б.И. Упругопластическое деформирование грунтов //М. 1987. 166 с.
- 29.Динник, А.Н. О давлении горных пород и расчёт крепи круглой шахты // Инженерный работник. №7. 1925. с.1-12.
- 30.Зарецкий, Ю.К., Статика и динамика грунтовых плотин / Ю.К. Зарецкий, В.Н. Ломбардо // Изд.: Энергоатомиздат. 1983. с.247-252.
- 31.Ильюшин, А.А. Пластичность: Упруго-пластические деформации // 3-е изд. URSS. 2018. с.392.
- 32. Иовлев, Г.А. Обоснование упруго-пластической модели поведения физически нелинейных грунтовых массивов / Г.А. Иовлев // XVII Всероссийская конференция-конкурс студентов и аспирантов. Тезисы докладов. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный университет. – 2020. – С. 188 – 189.
- 33. Иовлев, Г.А. Определение параметров модели физически нелинейного тела для моделирования геомеханических процессов в слабых аргиллитоподобных протерозойских глинах / Иовлев Г.А. // Ростовский научный журнал. – 2017. – № 6. – С. 286 – 294.
- 34. Иовлев, Г.А. Получение коэффициентов для модели физически нелинейного тела по экспериментальным данным протерозойских глин / Иовлев Г.А. // Современные концепции техники и технологии: проблемы, состояние и перспективы. Чебоксары. Сборник статей по материалам международной онлайн-конференции. 2017. № 6. –Режим доступа: https:/interactive-plus.ru/ru/article/462173/discussion_platform
- 35.Иосилевич, В.А. Об особенностях развития поверхностей нагружения при пластическом упрочнении грунта // Л.И. Рассказов, Ю.М. Сысоев // Избранные труды. – Изд.Московского Университета, – 2005. – с.104-119.
- 36.Исаев, А.И. Обоснование параметров сдвоенного ударного исполнительного органа проходческого комплекса для проведения вспомогательных выработок в кембрийских глинах: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06 // Санкт-Петербург. – 2015. – с.141.

- 37.Карасев, М.А. Прогноз геомеханических процессов в слоистых породных массивах при строительстве подземных сооружений сложной пространственной конфигурации в условиях плотной городской застройки: дис. ... д-ра техн. наук: 25.00.20 // Санкт-Петербург. – 2017. – с.307.
- 38.Карасев, М.А. Исследование механического поведения протерозойских глин / М.А. Карасев, Д.Н. Петров // СПб. – 2016. – с.46.
- 39.Карташов, Ю.М. Ускоренные методы определения реологических свойств горных пород // М.:Недра. 1973. с.112.
- 40.Карташов, Ю.М. Прочность и деформируемость горных пород / Ю.М. Карташов, Б.В. Матвеев, Г.В. Михеев, А.Б. Фадеев // М., Недра. 1979. с.269.
- 41.Качанов, Л.М. Основы теории пластичности // М.: Наука. 1969. 420 с.
- 42.Киреева, В.И. Оценка сдвижений и деформаций горных пород при сооружении перегонных тоннелей большого диаметра тоннелепроходческими механизированными комплексами в сложных горно-геологических условиях: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.16 // Санкт-Петербург. – 2016. – с.198.
- 43.Козин, Е.Г. Геомеханическое обоснование способов поддержания перегонных тоннелей метрополитена: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.20 // Санкт-Петербург. – 2004. – с.20.
- 44.Коробко, А.А. Инженерно-геологический анализ и оценка условий строительства и эксплуатации сооружений различного назначения в пределах предглинтовой низменности (Санкт-Петербургский регион): дис. ... канд. геол.минер. наук: 25.00.08 // Санкт-Петербург. – 2015. – с.224.
- 45.Кузьмин, А.В. Отчет об инженерно-геологическом и гидрогеологическом картировании г. Ленинграда в масштабах 1:25000 и 1:50000 для обоснования Генерального плана развития города с учетом использования подземного пространства // Фонды ЛПСЭ Севзапгеологии. Часть 1. –1984. –Часть 2. 1989. с. 854.
- 46.Лебедев, М.О. Влияние крепления лба забоя тоннеля на развитие геомеханических процессов в породном массиве / М.О. Лебедев, М.А. Карасев, Н.А. Беляков // Известия вузов. Горный журнал. № 3. 2016. с.24–32.

- 47.Лебедев, М.О. Геомеханическое обоснование метода расчета нагрузок на обделки тоннелей метрополитенов: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.20 // Санкт-Петербург. – 2001. – с.163.
- 48.Ломтадзе, В.Д. Инженерно-геологическая характеристика и оценка пород Ленинграда // Отчет по НИР. Фонды СПбГГИ. 1967. с.328.
- 49.Мартиросянц, Е.Э. Геомеханическое обоснование методики прогноза устойчивости породных обнажений при строительстве подземных сооружений в протерозойских глинах: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.20 // Санкт-Петербург. 2002. с.147.
- 50.Маслак, В.А. Опыт обеспечения устойчивости забоя и кровли при строительстве выработок в протерозойских глинах // Записки Горного института. – Санкт-Петербург: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Санкт-Петербургский горный университет. – Т.183 – 2009. – с.297–299.
- 51.Маслак, В.А. Геомеханическое обоснование параметров конструкций пилонной станции метрополитена с малоосадочной технологией строительства: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.20 // Санкт-Петербург. – 2011. – с.135.
- 52.Маслов, Н.Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов // М.: Стройиздат. – 1982. – 511с.
- 53.Мельников, Р.В. Калибровка параметров модели Hardening Soil по результатам лабораторных испытаний в программе SoilTest / Р.В. Мельников, Р.Х. Сагитова // Академический вестник уралниипроект РААСН. № 3. 2016. с.79–83.
- 54.Методические рекомендации по расчету временной крепи тоннельных выработок / В.Е. Меркин, Д.И. Колин, В.Ф. Сарабеев, Л.Л. Старчевская, С.Ю. Хазанов, Л.А. Воробьёв, М.Е. Рыжевский, С.Н. Власов, В.В. Чеботаев, Р.И. Касапов, Н.С. Булычев, Н.Н. Фотиева, Д.М. Голицинский, Б.З. Амусин, Б.С. Кузнецов // Москва: Министерство транспортного строительства СССР. 1984. с. 62.

- 55.Миролюбов, И.Н. К вопросу об обобщении теории прочности октаэдрических касательных напряжений на хрупкие материалы // Труды ЛТИ. Вып. 25. 1953. с.42-52.
- 56.Оловянный, А.Г. Механика горных пород моделирование разрушений // СПб. 2012. с.280.
- 57.Подаков, В.Ф. Исследование деформации земной поверхности на трассе Московско-Петроградского направления // Ж. Метрострой. – № 3–4. – 1963. – с.92.
- 58.Протосеня, А.Г. Геомеханика: учеб. пособие / А.Г. Протосеня, О.В. Тимофеев // Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный институт им. Г.В.Плеханова. – 2008. – с.117.
- 59.Протосеня, А.Г. Определение физико-механических свойств протерозойских глин для выполнения геотехнических расчетов при разработке рабочей документации по объекту: «Строительство Фрунзенского радиуса за станцию «Международная» до станции «Южная», включая проектирование (стадия РД) / М.А. Карасев, Д.Н. Петров, Г.Б. Поспехов // Санкт-Петербург. – 2015. – с.175.
- 60.Протосеня, А.Г. Прогноз пространственного напряженно-деформированного состояния физически нелинейного грунтового массива в призабойной зоне тоннеля / А.Г. Протосеня, Г.А. Иовлев // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2020. № 5. С. 128–139.
- 61.Протосеня, А.Г. Прогноз напряженно-деформируемого состояния в окрестности подземного сооружения в нелинейно-деформируемых грунтовых массивах / А.Г. Протосеня, Г.А. Иовлев // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2020. Вып. 2. С. 215-228
- 62.Протосеня, А.Г. Механика подземных сооружений. Пространственные модели и мониторинг / Ю.Н. Огородников, П.А. Деменков, М.А. Карасев, М.О. Лебедев, Д.А. Потемкин, Е.Г. Козин. // под ред. Л.К. Горшкова. Санкт-Петербург: МАНЭБ. 2011. с. 355.
- 63.Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкции // М.:Наука, 1966. с.752.

- 64.Румынин, В.Г. Зональность физических свойств котлинских глин вендской системы (северо-запад русской платформы) / В.Г. Румынин, А.М. Никуленков // Институт геоэкологии РАН им. Е.М.Сергеева, Санкт-Петербургское Отделение, Санкт-Петербургский государственный университет. 2012. с.197.
- 65. Саммаль, А.С. Математическое моделирования напряженнодеформированного состояния горного массива в окрестности подкрепленной круговой выработки, сооружаемой вблизи границы раздела пород с различными деформационными характеристиками / А. С. Саммаль, С. В. Анциферов, Н.С Павлова // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – Т.6-№1. – 2019. – с.220–224. - doi: 10.15372/FPVGN2019060138.
- 66.Соколов, В.Н. Формирование микроструктуры глинистых пород / В.Н. Соколов // Соросовский Образовательный Журнал. 1998. С. 83–88.
- 67.СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции, Министерство регионального развития РФ, 2018. 124 с.
- 68.СП 120.13330.2012. Метрополитены. Министерство регионального развития РФ, 2012. –269 с.
- 69.СП 248.1325800.2016. Сооружения подземные. Правила проектирования. Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2016. – 174 с.
- 70. Ставрогин, А.Н. Пластичность горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. – Москва: Недра. – 1979. – с.301.
- 71.Ставрогин, А.Н. Исследование предельных состояний и деформации горных пород // Физика Земли. №12. 1969. с.54-69.
- 72. Ставрогин, А.Н. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня // М.: Недра. 1985. с.271.
- 73. Ставрогин, А.Н. Экспериментальная физика и механика горных пород / А.Н. Ставрогин, Б.Г. Тарасов // СПб.: Наука. 2001. с.271.
- 74.Строкова, Л.А. Определение параметров для численного моделирования поведения грунтов // Известия Томского политехнического университета. – T.313 – №1 – 2008. – с.69–74.

- 75.Строкова, Л.А. Определение параметров деформируемости грунтов для упругопластических моделей // Вестник Томского государственного университета. – №367 – 2013. – с.190–194.
- 76. Тер-Мартиросян, А.З. Особенности определения параметров современных моделей грунта в ходе лабораторных испытаний / А.З. Тер-Мартиросян, А.Ю. Мирный, Е.С. Соболев // Геотехника. – №1. – 2016. – с.66—72.
- 77. Терцаги, К. Механика грунтов в инженерной практике / К. Терцаги, Р.Б. Пек // Москва: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам. – 1958. – с.607.
- 78.Фадеев, А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике // Москва: Недра. 1987. с.221.
- 79.Филонов, Ю.А. Обоснование возможности и целесообразности применения опережающей бетонной крепи при сооружении станций метрополитена в Санкт-Петербурге: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.11 // Санкт-Петербург. – 2004. – с.134.
- Фролов, Ю.С. Физическое моделирование в ходе научного сопровождения строительства подземных сооружений метрополитена в условиях Санкт-Петербурга / Ю.С. Фролов, А.Н. Коньков, А.А. Ларионов // Записки Горного института. – Т.199. – 2012. – с.43-50.
- 81.Шашкин, А.Г. Вязко-упруго-пластическая модель поведения глинистого грунта
 // Развитие городов и геотехническое строительство. № 2 2011. с.1–32.
- 82.Шашкин, А.Г. Теоретические и методологические основы обеспечения безопасности строительства и эксплуатации зданий и сооружений в сложных инженерно-геологических условиях Санкт-Петербурга // Дисс. на соискан. уч. степени д.г.-м.н. – 2011. – с.398.
- 83.Шмидт, Р. О зависимости между напряжениями и деформациями в области упрочнения // М.: Изд. иностр. лит. – 1948. – с.256.
- 84.Dassault Systèmes. Abaqus 6.10 Analysis User's Manual. Volume II: Analysis [электронный ресурс] / Dassault Systèmes 2016. 1241 р. Режим доступа:

https://www.sharcnet.ca/Software/Abaqus610/Documentation/docs/v6.10/pdf_books /ANALYSIS_2.pdf

- 85.Al-Tabbaa, A. An experimentally based bubble model for clay / A. Al-Tabbaa, D.M.
 Wood // Proc. 3rd Int. Symp. Num. Models Geomech. Niagara Falls, Canada. 1989. pp. 90-99.
- 86.Altenbach, H. Erweiterte Deformationsmodelle und Versagenskriterien der Werkstoffmechanik / H. Altenbach, A. Zolochevsky // Dt. Verl. für Grundstoffindustrie. – Stuttgart. – 1995. – p.172.
- 87.Anagnostou, G. Tunnel face stability and tunneling induced settlements under transient conditions / G. Anagnostou, R.Schuerch // Technical report. Zurich. 2016. p.182.
- 88.Andrianopoulos, K.I. Bounding surface models of sands: pitfalls of mapping rules for cyclic loading. Prediction, analysis and design in geomechanical applications / K.I. Andrianopoulos, A.G. Papdimitriou, G.D. Bouckovalas // The 11th Conf. of IACMAG. Torino. Vol.1. 2005. pp.241-248.
- 89.Asaoka, A. Compaction of sand and consolidation of clay: a super/subloading yield surface approach. – Prediction, analysis and design in geomechanical applications // The 11th Conf. of IACMAG. Torino. – Vol.4. – 2005. – pp.121-140.
- 90.Atkinson, J.H. Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil / J.H. Atkinson, D.M. Potts // Geotechnique. Institution of Civil Engineers. Vol. 27 № 2 1977. pp.203–215.
- 91.Bardet, J.P. Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials// Journal of Applied Mechanics. 57(3). 1990. pp.498-506.
- 92.Benz, T.A. Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences: PhD thesis/ Benz Thomas. Stuttgart, 2007. 193p.
- 93.Benz, T.A Lode angle dependent formulation of the hardening soil model / T.A. Benz, M. Wehnert, P.A. Vermeer // In Proceedings of the 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics. 2008. pp.653-660.

- 94.Bower, T.A. Constitutive modeling of soils and fibre-reinforced soils / PhD thesis Thomas A. Bower // Cardiff University. – 2017. – 255p.
- 95.Brinkgreve, R.B.J. PLAXIS 3D. Руководство пользователя / R.B.J. Brinkgreve, S. Kumarswamy, W.M. Swolfs, F. Foria. // ООО «НИП-Информатика». 2017. 816р.
- 96.Brinkgreve, R.B.J. Nonlinear finite element analysis of safety factors / R.B.J. Brinkgreve, H.L. Bakker // 7th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics / ed. by G. Beer, J.R. Brooker, J.P. Carter. – Rotterdam: Balkema. – 1991. – pp.1117–1122.
- 97.Brinkgreve, R.B.J. Selection of soil models and parameters for geo technical engineering application // Soil Constitutive Models: Evaluation, Selection, and Calibration. American Society of Civil Engineers. – Vol. 128. – 2005. – pp.69–98.
- 98.Coulomb, C.A. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelquels problemes statique relatifs, a la architecture // Mem. Acad. Roy. Div. Sav. – vol. 7. – 1776. – pp.343—387.
- 99.Cheng, Y.M. Stability of geotechnical structures. Theoretical and numerical analysis
 / Y.M. Cheng, H. Wong, C.J. Leo, C.K. Lau // Frontiers in Civil Engineering. –
 Bentham Science publishers. 2016. 395p.
- Duncan, J.M. Nonlinear analysis of stress and strain in soil / J.M. Duncan, C.Y. Chang // Proceedings of American Society of Civil Engineers. – 1970. – pp.1629–1653.
- 101. Drucker, D.C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design / D.C. Drucker,W. Prager // Q Appl Math. 1952. pp. 157–165.
- 102. Frolov, Y.S. Scientific substantiation of constructive-technological parameters of St. Petersburg subway underground structures / Y.S. Frolov, A.N. Konkov, A.A. Larionov // Procedia Engineering. – Vol. 189. – 2017. – pp.673-680. – doi:10.1016/j.proeng.2017.05.107
- 103. Griffiths, D.V. An explicit form of the plastic matrix for a mohr-coulomb material
 / D.V. Griffiths, S.M. Willson // Communications in applied numerical methods. –
 Vol. 2. 1986. pp.523-529.
- 104. Grande, L. Guidelines for the use of advanced numerical analysis / D. Potts,
 K. Axelsson, L. Grande, H.F. Schweiger, M. Long // London: Thomas Telford. –
 2002. 177p. doi:10.1680/gftuoana.31258.
- 105. Hardin, B.O. Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves / B.O.Hardin, V.P. Drnevich // Proc. ASCE: Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. – 98. – 1972. – pp.667-692.
- 106. Hencky, H. Zur theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material
 // hervorgerufenen. Nachspannungen. ZAMM 4(4). 1924. pp. 323–334.
- Hill, R. The mathematical theory of plasticity // Oxford. UK: Oxford University Press. – 1950. – p.355.
- Hoek, E. Tunnels in weak rock // Rock engineering. North Vancouver. 1995.–
 p.220–221.
- 109. Hsieh, P.G. Analysis of nonlinear stress and strain in clay under the undrained condition / P.G. Hsieh, C.Y. Ou // Journal of Mechanics. – Vol. 27 – № 2 – 2011. – p.201–213. – doi:10.1071/EA9900557.
- Huang, J. Observations on return mapping algorithms for piecewise linear yield criteria / J. Huang, D.V. Griffiths // Int. J. Geomech. – 8(4). – 2008. – pp.253–265.
- Hudson, J.A. Rock Engineering Risk / J.A. Hudson, X.-T. Feng // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. – London: CRC Press/Balkema. – 2015. – 572p. – doi:10.1016/j.jrmge.2015.06.001.
- 112. Hysteretic damping in a small-strain stiffness model // Delft University of Technology & Plaxis. Delft. The Netherlands.
- 113. Ian, M. Programming the Finite Element Method / M. Ian, D.V. Smith, L. Griffiths// Publisher: Wiley. Ed.5. 2004. ISBN: 978-1119973348.
- 114. Janbu, N. Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests // Proc.
 ECSMFE Wiesbaden. 1. 1963. pp.19-25.
- 115. Jefferies, M.G. Dilatancy in General Cambridge–Type Models / M.G. Jefferies,
 D.A. Shuttle // Géotechnique. 52(9). 2005. pp.625–638.
- 116. Jiang, G. The Shrinking Space for Anomalies / G. Jiang, A. Zhang // Journal of Financial Research. – 2012. – pp.299-324.

- 117. Jinsong, H. Return Mapping Algorithms and Stress Predictors for Failure Analysis in Geomechanics / H.Jinsong, D.V. Griffiths // Article in Journal of Engineering Mechanics. – 2009. – DOI: 10.1061/_ASCE_0733-9399_2009_135:4.
- Kondner, R.L. A hyperbolic stress strain formulation for sands / R.L. Kondner, J.S. Zelasko// 1963. pp.289–324.
- Kirsch, A. Experimental and numerical investigation of the face stability of shallow tunnels in sand // ITA-AITES World Tunnel Congress. – Budapest. – 2009. – p.1–8.
- Koiter, W.T. General theorems for elasto-plastic solids // Prog. Solid Mech. North-Holland Publ. Company. – 1960. – p.117-126.
- 121. Kolupaev, V.A. Equivalent stress concept for limit state analysis / V.A. Kolupaev
 // Springer. Structmat. Vol. 86. 2018. P. 374. doi.org/10.1007/978-3-319-73049-3
- 122. Kondner, R.L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. Soil mechanics and foundations division // Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. – Vol. 89. – Paper 3429. – 1963. – pp. 115–143.
- 123. Lagioia, R. On the existence of a unique class of yield and failure criteria comprising Tresca, von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb, Galileo Rankine, Matsuoka-Nakai and Lade-Duncan / R. Lagioia, A. Panteghini // DICATAM University of Brescia, Via Branze, Italy. Article in Proceedings of The Royal Society A 2016. p.472. DOI: 10.1098/rspa.2015.0713.
- 124. Lagioia, R. On the existence of a unique class of yield and failure criteria comprising Tresca, von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb, Galileo-Rankine, Matsuoka-Nakai and Lade-Duncan / R.Lagioia, A. Panteghini // Proc R Soc A Vol. 472(2185). 2016 DOI:10.1098/rspa.2015.071
- 125. Lebedev, A.A. Development of the theories of strength in the mechanics of materials // Strength Mater. – 42(5). – 2010. – pp. 578–592.
- 126. Leca, E. Preliminary design for NATM tunnel support in soil / E. Leca, G. W. Clough // Journal of Geotechnical Engineering. Vol. 118 № 4 1992. pp.558-575 -doi:10.1061/(asce)0733-9410(1992)118:4(558)

- 127. Leca, E. Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material / E. Leca, L. Dormieux // Géotechnique. –Vol.40. №4. 1990. P.581–606. doi:10.1680/geot.1990.40.4.581.
- 128. Li, X.S. Dilatancy for cohesionless soils / X.S. Li, Y.F. Dafalias // Geotechnique.
 50(4). 2000. pp. 449-460.
- 129. Liu, M.D. Effect of sample preparation method on sand behaviour simulated be the Sydney Soil Model. Prediction, analysis and design in geomechanical applications / M.D. Liu, J.P. Carter // The 11th Conf. of IACMAG. Torino. Vol.1. 2005. pp.401-408.
- 130. Lubliner, J. P. Plasticity Theory // MacMillian. New York. 1990. p.356.
- Mang, H.A. Hofstetterg festigkeitslehre // Aktualisierte Auflage edn. SpringerVieweg. – Berlin. – 4. – 2013. – p. 486.
- Marcher, T. Macromodelling of softening in non-cohesive soils / T. Marcher, P.A.
 Vermeer // Continuous and discontinuous modelling of cohesive-frictional materials.
 vol.568. 2001. pp.129-170.
- Martin, J. Plasticity: fundamentals and general results // Cambridge, MA. USA:
 MIT Press. 1937. p.931.
- Matsuoka, H. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses / H. Matsuoka, T. Nakai // Proc. JSCE 232. – 1974. – pp.59-70.
- 135. Meissner, H. Tunnelbau unter Tage // Empfehlungen des Arbeitskreises. Numerik in der Geotechnik.
- Mohr, O. Welche umstände bedingen die elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials // Zeitschrift des VDI 45:1524–1530. – 1900. – pp. 1572-1577.
- 137. Moller, S.C. Tunnel induced settlements and structural forces in linings: PhD thesis
 / Moller Sven. Stuttgart, 2006. 174p.
- 138. Moller, S.C. On numerical simulation of tunnel installation / S.C. Moller, P.A. Vermeer // Tunneling and Underground space technology. Vol.23-№4. –2008. pp.461-475. doi: 10.1016/j.tust.2007.08.004.

- Moller, S.C. NATM-tunnelling in softening stiff clays and weak rocks / S. Moller,
 P. A. Vermeer, T. Marcher // In Numerical Models in Geomechanics: Proceedings of the 9th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics. Taylor & Francis. 2004. pp. 407-414.
- 140. Mollon, G. Probabilistic Analysis of Circular Tunnels in Homogeneous Soil Using Response Surface Methodology / G. Mollon, D. Dias, A. Soubra // Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering. – ASCE, 2009. – Vol. 135 – № 9 – P. 1314–1325.
- 141. Mróz, Z. On the description of anisotropic workhardening // J. Mech. Phys. Solids.
 Vol.15,no.3. 1967. pp.163-175.
- 142. Nakai, T. Shear behaviors of sand and clay under three-dimensional stress condition / T. Nakai, H. Matsuoka // Soils and Foundations. – Vol.23. – 1983. – pp.87-105.
- 143. Nayak, G.C. Plasticity and large deformation problems by finite element method // Ph.D. Thesis. – University of Wales, Swansea. – 1971.
- 144. Nayak, G.C. Convenient forms of stress invariants for plasticity / G.C. Nayak, O.C. Zienkiewicz // Proceedings of the ASCE Journal of the Structural Division vol. 98. no. ST4. 1972. pp. 949–954.
- 145. Nayak, G.C., Elastic-plastic stress analysis: A generalisation for various constitutive relations including strain softening / G.C. Nayak, O.C. Zienkiewicz // Int. J. Numer. Methods Eng. 1972. pp. 113–135.
- 146. Obrzud, R. The hardening soil model a practical guidebook / R.Obrzud, A. Truty// Zace Services Ltd. 2010. p.104.
- 147. Obrzud, R. The hardening soil model with small strian stiffness // 2011. pp.104.
- 148. Obrzud, R. Constitutive virtual laboratory or assistance in parameter determination in soil // 2016. – pp.21.
- 149. Oh, S. An anisotropic hardening constitutive model for dilatants soils. Prediction, analysis and design in geomechanical applications / S. Oh, T.K. Kim, H.I. Park // The 11th Conf. of IACMAG. Torino. – Vol.1. – 2005. – pp. 441-448.
- 150. Ohde, J. Grundbaumechanik // Hütte III (Bautechnik). -27. -1951. pp.886-945.

- 151. Oreste, P. The stability of the excavation face of shallow civil and mining tunnels
 // Acta Geotechnica Slovenica. 2011. Vol. 8 № 2 P. 57–65.
- 152. Oreste, P. The convergence-confinement method: roles and limits in modern geomechanical tunnel design // American Journal of Applied Sciences. Vol.6 № 4 2009. pp.757-771.
- 153. Oreste, P. Evaluation of the tunnel face stability through a ground stress analysis with a hemispherical geometry approximation // American Journal of Applied Sciences. – Science Publications Group. – Vol.12–№11 – 2014. – pp.1995–2003. – doi:10.3844/ajassp.2014.1995.2003.
- 154. Owen, D.R.J. Finite elements plasticity: Theory and Practice Department of Civil Engineering / D.R.J. Owen, E. Hinton // University College of Savansea. U.K. – Pineridge Press Limited Swansea. – 1980. – p.604.
- 155. Pan, X.D. A Simplified Three Dimensional Hoek-Brown Yield Criterion / X.D.
 Pan, I.A. Hudson // Proc. Symposium on Rock Mechanics and Power Plants. Madrid.
 1988. P. 95–103. DOI:10.1016/0148-9062(89)90069-7.
- 156. Pan, Q. Safety factor assessment of a tunnel face reinforced by horizontal dowels / Q. Pan, D. Dias // Engineering Structures. Vol.142 2017. pp.56–66. doi:10.1016/j.engstruct.2017.03.056.
- 157. Pande, G.N, Numerical Models in Geomechanics / G,N, Pande, S. Pietruszczak // Taylor & Francis Group. – London. – 2007. – ISBN 978-0-415-44027-1.
- 158. Patel, K.V. Nonlinear analysis of steel moment connections / K.V. Patel, W. Chen // ASCE. – 110(ST8). – 1984. – pp.1861–1874.
- 159. Peila, D. A theoretical study of reinforcement influence on the stability of a tunnel face // Geotechnical and Geological Engineering. Vol.12 № 3 1994. pp.145–168. doi:10.1007/BF00426984.
- 160. Pietruszczak, S. Finite element analysis of deformation of strain-softening materials / S. Pietruszczak, Z. Mroz // Computers and Geotechnics. – Vol.1(2). – 1985. – pp.99-115 – doi:10.1016/0266-352X(85)90030-8.
- Pisarenko, G.S. Deformation and strength of materials under complex stress / G.S.
 Pisarenko, A.A. Lebedev // Naukowa Dumka. Kiev. 1976.

- 162. Potts, D.M. Finite element analysis in geotechnical engineering: theory / D.M.
 Potts, L. Zdravkovic // Thomas Telford. London. 1999. 500p.
- 163. Prountzopoulos, G. Investigation of the excavation face stability in shallow tunnels: Doctoral thesis / Prountzopoulos George. – Athens, 2012. – 452p.
- 164. Romo, M.P. Face stability and ground settlement in shield tunneling / M.P. Romo, C.M. Diaz // The 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. – Stockholm: Balkema. – 1981. – pp.357–360.
- Roscoe, K.H. On the generalized stress-strain behavior of wet clay / K.H. Roscoe,
 J.B. Burland // Engineering plasticity / ed. by J. Heyman, F.A. Leckie. Cambridge:
 The University press. 1968. pp.535–609.
- 166. Rowe, P.W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact // In Proceedings of the Royal Society of London. – vol.62 of A. – Mathematical and Physical Sciences. – 1962. – pp.500-527.
- 167. Sanchez, F. Elastoplasticity within the framework of microplane models. Part II, applicable models for their use in geotechnical analyses– Prediction, analysis and design in geomechanical applications / F. Sanchez, N.A. Gonzales // The 11th Conf. of IACMAG. Torino. Vol.1. 2005. pp.497-504.
- 168. Santos, J.A. Reference threshold shear strain of soil. Its application to obtain a unique strain-dependent shear modulus curve for soil / J.A. Santos, A.G. Correia // In proceedings 15th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. – Istanbul, Turkey. – Vol.1. – 2001. – pp.267-270.
- 169. Sammal, A. S. Mathematical and computer modeling of the stress-strain state of the rock mass composed of two rock types near the circular pressure excavation / A.S. Sammal, S.V. Antsiferov, N.S. Pavlova // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal. № 7 2018. pp. 37-44. DOI: 10.21440/0536-1028-2018-7-37-44.
- Schmidt, B. Discussion of earth pressure at rest related to stress history // Canadian Geotechical Journal. – 4(4). – 1966. – pp.239-242.

- 171. Schanz, T. The hardening soil model: Formulation and verification / T. Schanz,
 P.A. Vermeer, P.G. Bonnier // In beyond 200 in Computational Geotechnics. 1999.
 pp. 281-296.
- 172. Schofield A. Critical State Soil Mechanics / A. Schofield, P. Wroth // Lecturers in Engineering at Cambridge University. – 1968. – 228 p.
- Schikora, K. Berechnungsmethoden Moderner Bergmannischer Bauweisen beim U-Bahn-Bau / K. Schikora, T. Fink // Bauingenieur. – 57. – 1982. – pp. 193-198.
- Simo, J.C. Computational inelasticity. In Interdisciplinary Applied Mathematics /
 J.C. Simo, T.J.R Hughes // Springer, New York, NY, USA. Vol.7. 2006.
- 175. Simo, J.C. Consistent tangent operators for2 rate-independent elastoplasticity / J.C.
 Simo, R.L. Taylor // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 48(3). 1985. pp.101– 118.
- 176. Sitarenios, P. The interplay of face support pressure and soil permeability on face stability in EPB tunneling / P.Sitarenios, D.Litsas, M. Kavvadas // World Tunnel Congress (WTC). – San Fransisco, CA, USA. – 2016. – pp. 1-1
- 177. Sokolovskii, V.V. Statics of granular media // Oxford. UK:Pergamon Press. –
 1965. p.284.
- 178. Soreide, O.K. Mixed hardening models for frictional soils / PhD thesis. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. – 1990.
- 179. Surarak, C. Stiffness and strength parameters for hardening soil model of soft and stiff Bangkok clays / C. Surarak, S. Likitlersuang, D. Wanatowski, A. Balasubramaniam, E. Oh, H. Guan // Soils and Foundations. Tokyo. Vol. 52 № 4 2012. pp.682–697. doi:10.1016/j.sandf.2012.07.009.
- Tresca, H. Mémoire sur l'ecoulement des corps solids soumis a de fortes pressions.
 Comptes Rendus de l'Academie des Sciences // 59. 1864. pp. 754-758.
- 181. Ukritchon, B. Three-dimensional undrained tunnel face stability in clay with a linearly increasing shear strength with depth / B. Ukritchon, K. Yingchaloenkitkhajorn, S. Keawsawasvong // Computers and Geotechnics. Elsevier. Vol. 88 2017. pp.146–151 doi:10.1016/J.COMPGEO.2017.03.013.

- 182. Vermeer, P.A. Die stabilitat der tunnelortsbrust im homogenen baugrund /
 P.A. Vermeer, N. Ruse // Geotechnik. Vol. 24–№3 2001. pp.186–193.
- 183. Vermeer, P.A. Non_associated plasticity for soils, concrete and rock // Heron. №29(3). – 1984. – 62p.
- Vermeer, P.A. Formulation and analysis of sand deformation problems // PhD thesis. – Delft University of Technology. – 1980. – 142p.
- 185. Vermeer, P.A. A double hardening model for sand // Geotechnique. 28(4). –
 1978. 413p.
- 186. von Mises, R. Mechanik des festen körpers im plastischen deformablen zustand. Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften Göttingen // Mathematischphysikalische. – Klasse. – 1913. – pp. 589–592.
- 187. Wang, W.D. Determination of parameters for hardening soil small strain model of Shanghai clay and its application in deep excavations / W.D. Wang, Q. Li, Z.H. Xu // Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. – Seoul. – 2017. – pp.2065–2068.
- 188. Wehnert, M. Ein Beitrag zur drainerten und undrainierten analyse in der Geotechnik / PhD thesis. Universitat Stuttgart, Institut fur Geotechnik. 2006. 2p.
- Wood, D.M. Soil behaviour and critical state soil mechanics // Cambridge University Press. – 1990. – 462 p.
- 190. Wood, D.M. Soil behavior and critical state soil mechanics // Cambridge university press. 1991. 457 p.
- 191. Yu, M.H. Unified strength theory and its applications // Springer. Berlin. 2004.
 263p.
- 192. Zienkiewicz, O.C., Elasto-plastic solutions of engineering problems The initial stress finite element approach / O.C. Zienkiewicz, S. Valliapan, I.P. King // Int. J. Numer. Methods Eng. – 1969. – pp.75–100.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Условные обозначения, определение тензора и инвариантов напряжений

Ввиду использования понятий тензора напряжений и понятий инвариантов тензора как основных для дальнейшей ясности приведет ниже их определения, используемые в данной работе. В разделе даётся определение инвариантов напряжений и деформаций в декартовой системе координат. Тензоры приведены в векторной форме, подходящей для использования при вычислениях напряженнодеформированного состояния.

Напряжение в тензорном виде приобретают вид:

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\boldsymbol{\sigma}_{x} \, \boldsymbol{\sigma}_{y} \, \boldsymbol{\sigma}_{z} \, \boldsymbol{\sigma}_{xy} \, \boldsymbol{\sigma}_{yz} \, \boldsymbol{\sigma}_{xz}\right]^{\mathrm{T}},\tag{A.1}$$

а деформации:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\mathrm{x}} \ \varepsilon_{\mathrm{y}} \ \varepsilon_{\mathrm{z}} \ \varepsilon_{\mathrm{xy}} \ \varepsilon_{\mathrm{yz}} \ \varepsilon_{\mathrm{xz}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{A.2}$$

Среднее напряжение определяется как:

$$p = \frac{\sigma_{\rm x} + \sigma_{\rm y} + \sigma_{\rm z}}{3},\tag{A.3}$$

Девиаторное (сдвиговое) напряжение определяется:

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(\sigma_{x} - \sigma_{y} \right)^{2} + \left(\sigma_{y} - \sigma_{z} \right)^{2} + \left(\sigma_{z} - \sigma_{x} \right)^{2} \right] + 3 \left(\sigma_{xy}^{2} + \sigma_{yz}^{2} + \sigma_{xz}^{2} \right),$$
(A.4)

Угол Лоде определяется как:

$$\theta = \arcsin\frac{1}{3} \left(\frac{-27J_3}{2q^3}\right),\tag{A.5}$$

где третий инвариант напряжений определяется следующим образом:

$$J_{3} = (\sigma_{x} - p) [(\sigma_{y} - p)(\sigma_{z} - p) - \sigma_{yz}^{2}] - \sigma_{xy} [\sigma_{xy}(\sigma_{z} - p) - \sigma_{yz}\sigma_{xz}] + \sigma_{xz} [\sigma_{xy}\sigma_{yz} - (\sigma_{y} - p)\sigma_{xz}].$$
(A.6)

Угол Лоде, определенный в уравнении равен $\pi/3$ при трёхосном сжатии и - $\pi/3$ при трёхосном расширении.

Инвариант деформаций - относительная объемная деформация, равна:

$$\varepsilon_{v} = \varepsilon_{x} + \varepsilon_{y} + \varepsilon_{z} = \varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} + \varepsilon_{3}, \tag{A.7}$$

Другой инвариант деформаций – сдвиговая (девиаторная) деформация определяется как:

$$\gamma = \frac{1}{3} \sqrt{2 \left[\left(\varepsilon_{x} - \varepsilon_{y} \right)^{2} + \left(\varepsilon_{y} - \varepsilon_{z} \right)^{2} + \left(\varepsilon_{z} - \varepsilon_{x} \right)^{2} \right] + 3 \left[\varepsilon_{xy}^{2} + \varepsilon_{yz}^{2} + \varepsilon_{xz}^{2} \right] \right]},$$
(A.8)

Для случая трёхосных испытаний, при $\epsilon_2=\epsilon_3$:

$$\gamma = \frac{2}{3} |\varepsilon_1 - \varepsilon_3| \tag{A.9}$$

Матрица жёсткости для изторопного материала:

$$D^{e} = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & \frac{1-2\nu}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$
(A.10)

Для возможности отображения критерия прочности в декартовой системе координат, в пространстве главных напряжений удобно выражать критерии прочности через инварианты напряжений. Общепринятое выражение, через инварианты I_1 , $\sqrt{J_2}$ и θ вероятно впервые было предложено G.C. Nayak [143] и развито в его статье с проф. C. Zienklewicz [144]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \frac{2\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sin\left(\theta + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) \\ \sin(\theta + \frac{4 \cdot \pi}{3}) \end{bmatrix} + \frac{I_1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(A.11)

Основные постулаты теории пластического течения [41]:

- материал изначально и в процессе деформирования однородный и изотропный;

- относительное изменение объема мало и является упругой деформацией, пропорциональной среднему давлению

- полные приращения деформации $d\varepsilon_{ij}$ складываются из приращений их упругой $d\varepsilon^{e}_{ij}$ и пластической частей $d\varepsilon^{p}_{ij}$;

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p; \tag{A.12}$$

- приращения составляющих упругой части связаны с приращениями напряжений по закону Гука, через матрицу жёсткости *D*^{*e*};

$$d\sigma = D^e \cdot d\varepsilon^e_{kl}; \tag{A.13}$$

- из экспериментов известно, что девиатор приращений пластических D_{de}^p деформаций пропорционален девиатору приращений напряжений D_{σ} .

$$D_{de}^{p} = d\lambda \cdot D_{\sigma}; \tag{A.14}$$

- помимо функций текучести вводится пластический потенциал $g(\sigma_{ij})$, который позволяет представить уравнений пластического течения в виде:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}; \tag{A.15}$$

где λ – скалярный множитель пластичности, ограниченный условием Kuhn-Tucker: $f \leq 0$; $d\lambda \geq 0$; $d\lambda f = 0$.

Из постулата Дрюкера [101] следует, что уравнение (А.15) определяет поверхность пластического потенциала, причём вектор пластического течения $d\varepsilon^p$ направлен по нормали к поверхности пластического потенциала при условии его выпуклости.

Функция пластического потенциала определяет только относительную величину приращения пластических деформаций, а пластический скалярный множитель позволяет перейти к абсолютной величине пластических деформаций.

Случай, когда функция текучести $f(\sigma_{ij})$ совпадает с функцией пластического потенциала $G(\sigma_{ij})$ называется ассоциированным законом пластического течения.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Исследование поверхностей текучести и способ их графического построения в пространстве главных напряжений

Критерии Треска (Сен-Венана) (1864).

$$f_T = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{J_2} \left[\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right] - Y(k), \tag{5.16}$$

Рисунок Б.1 – Геометрическое изображение критерия прочности Треска

Критерий Вон-Мизеса (1913).

$$f_{VM} = q - k,$$
 (5.17)
a) σ_3 σ_2 σ_1 σ_2

Рисунок Б.2 – а) Геометрическое изображение критерия прочности Мизеса; б) Двухмерное представление критерия прочности треска и Вон-Мизеса

Поверхность текучести Треска представляет собой шестиугольник с расстояниями $\sqrt{2/3}Y$ от начала координат до вершины на π плоскости, тогда как поверхность текучести Вон-Мизеса представляет собой круг радиуса $\sqrt{2} \cdot k$. При соответствующем выборе постоянной Y критерии могут быть согласованы друг с другом и с экспериментом для одного напряженного состояния. Для того, чтобы окружность описывала шестиугольник, как показано на рисунке, $Y = \sqrt{3} \cdot k$ предел текучести при простом растяжении.

Критерий Кулона-Мора.

$$f_{MC} = \frac{I_1}{3} \sin \varphi + \sqrt{J_2} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right) - c \cdot \cos \varphi.$$
(5.18)

Рисунок Б.3 – а) Геометрическое изображение критерия прочности Кулона-Мора с = 1, $\phi = -16^\circ$; б) Двухмерное представление критерия прочности Кулона-Мора при $\phi = 0^\circ$ и при $\phi = 90^\circ$

При $\phi = 0^{\circ}$, критерий прочности Кулона-Мора превращается в критерий Треска, а при $\phi = 90^{\circ}$, критерий соответствует модели вязкой среды Ранкина, и выглядит как правильный треугольник.

Критерий Дрюкера-Прагера или Миролюбова (1952).

$$f_{DP} = \sqrt{J_2} - a \cdot I_1 - k. \tag{5.19}$$

Рисунок Б.4 – а) Геометрическое изображение критерия прочности Дрюкера-Прагера; б) Двухмерное представление критерия прочности Кулона-Мора описанного критерием Дрюкера-Прагера, согласно уравнение (Б.19)

Поверхность текучести представляет из себя конус в пространстве главных напряжений и окружность в девиаторной плоскости (Рисунок Б.4). При чём окружность может описывать (Б.20) критерий прочности Кулона-Мора 2 или может быть вписана (Б.21) (Рисунок Б.4 б) в него.

$$a = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}, \ k = \frac{6 c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}, \tag{5.20}$$

$$a = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}, \ k = \frac{6 c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}$$
(5.21)

Критерии Матсуока-Накаи.

$$f_{MN} = \sqrt{\frac{9I_3 - I_1I_2}{I_3 - I_1I_2}}$$
(Б.22)



Рисунок Б.5 – а) Геометрическое изображение критерия прочности Матсуоки-Накаи; б) Двухмерное представление критерия прочности Кулона-Мора описанного критерием Матсуоки-Накаи

При построении критерия прочности в пространстве главных напряжений критерий Матсуоки-Надаи на π плоскости описывает каждый край поверхности текучести Кулона-Мора, Рисунок Б.5.

```
Критерии строились в программном комплексе Matlab, программный код:
888 Алгоритм построения поверхностей текучести в пространстве главных
%%% напряжений:
% 1) Вводятся входные параметры для построения поверхности;
% 2) Дискретизируются функции, необходимые для построения пространства
% главных напряжений: гидростатическая ось (р), угол Лоде (th). Из этих
% функций формируется сетка в пространстве Хай-Вестергаарда.
% 3) Для каждого набора величин (p, th) определяется соответствующая
% радиальная координата (r), которая рассчитывается исходя из выбранного
% критерия;
% 4) Применяется преобразование Хай-Вестергаарда (ур. А.11), для
% получения координат в пространстве главных напряжений;
% 5) Поверхность строится, с учётом заданных графических настроек.
clear azim;
clear elev;
clear all;
hold on
% Вывод поверхности, с заданным углом рассмотрения
subplot(1,1,1),YieldSurfaces(60,27)
function [xx,yy,zz] = YieldSurfaces(azim,elev)
if nargin < 1, elev = 0;end</pre>
if nargin < 2, azim = 0;end</pre>
% входные параметры построения, меняются в зависимости от строящейся
% поверхности
m=2;
n=2;
mm = 6*m-5;
pmin = 0.01;
pmax = 104;
```

```
% Для Cam-Clay: pmin=0.1; pmax=100
% Для D-P: pmin=0; pmax=50
% Для Cam-Clay M: pmin=0.01; pmax=104;
% Для v-M: n=10; m=10; pmin=0; pmax=10
% угол полярной системы координат [0, 2*pi]
phi = linspace(0, 2*pi, mm);
% угол Лоде (periodic (0, pi/3], (pi/3, 0]):
ith1 = linspace(0, pi/3, m);
ith2 = linspace(pi/3, 0, m);
th1 = ith1(2:end);
th2 = ith2(2:end);
th = [ith1, th2, th1, th2, th1, th2];
% гидростатическая ось:
p = linspace(pmin, pmax, n);
% создание сетки:
Aphi = repmat(phi, n, 1);
Ath = repmat(th, n, 1);
P = repmat(p', 1, mm);
% Выбирается критерий прочности, который необходимо построить:
     1. Критерий Треска:
응응
% Определяется входной параметр критерия:
8
    k=30;
% Критерий формулируется через второй инвариант:
8
     J1=sqrt(3)*P;
     J2 = (k ./ (sqrt(2/3)*sqrt(2)*(cos(Ath)-cos(Ath+2*pi/3)))).^2;
8
2
     J3=(2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^{(3/2)};
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
         r=sqrt(2*J2);
8
00
          r1=sqrt(2/3)*r;
          X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
2
          Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
2
          Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
2
88
      2. Вон-Мизеса:
% Определяются входные параметры критерия:
8
            k=18;
% Критерий формулируется через второй инвариант:
8
            J1=sqrt(3)*P;
8
            J2=k^2;
8
            J3=(2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^(3/2);
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
8
            r=sqrt(2*J2);
8
            r1=sqrt(2/3)*r;
8
            X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
8
            Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
            Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
8
응응
     3. Критерий Кулона-Мора:
% Определяются входные параметры критерия:
% fi=-30;
% c=1;
% Критерий формулируется через второй инвариант:
8
           J1=sqrt(3)*P;
8
           J2 = ((c*cosd(fi) - sind(fi)/3*J1) ./ (cos(Ath) - )
sin(Ath)*sind(fi)/sqrt(3))).^2;
           J3 = (2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^(3/2);
%
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
00
          r=sqrt(2*J2);
8
          r1=sqrt(2/3)*r;
8
          X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
8
          Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
8
          Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
응응
      4. Критерий Дрюкера-Прагера:
```

160

```
% Определяются входные параметры критерия:
% k = 0.05;
% alpha = 0.1;
% Критерий формулируется через второй инвариант:
9
           J1=sqrt(3)*P;
8
           J2=(k-alpha*J1).^2;
00
           J3=(2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^(3/2);
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
00
           r=sqrt(2*J2);
9
           r1=sqrt(2/3)*r;
%
           X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
8
           Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
8
           Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
응응
     5. Критерий Матсуока-Накаи:
% Определяются входные параметры критерия:
8
      fr=133;
8
      kmn = (9 - sind(fr)^2) / (1 - sind(fr)^2);
8
      A1 = (kmn - 3) / (kmn - 9);
8
      A2 = kmn/(kmn - 9);
      meh=A2/A1^{(3/2)};
8
% Критерий формулируется через второй инвариант:
8
        J1=sqrt(3)*P;
        J2= (J1 ./ sqrt(3)) ./ (2/sqrt(3)*sqrt(A1)*cos(1/3*(cos(meh*sin(3*fr))^(-
00
1))))
        J3=(2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^{(3/2)};
2
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
        r=sqrt(2*J2);
8
8
        r1=sqrt(2/3)*r;
         X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
2
         Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
2
         Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
2
응응
      7. Поверхность текучести модели Cam-Clay:
% Определяются входные параметры критерия:
          Mcam=0.9;
8
8
          pec=105;
% Критерий формулируется через второй инвариант:
8
          J1=sqrt(3)*P;
8
          pe=J1./sqrt(3);
          J2= (-1) * (Mcam * pe).^2 / 3. .* log(pe/pec).^2;
8
          J3=(2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^(3/2);
8
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
8
          r=sqrt (2*abs(J2));
00
          r1=sqrt(2/3)*r;
8
          X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
90
          Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
8
          Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
응응
      8. Поверхность текучести Modified Cam-Clay:
% Определяются входные параметры критерия:
%
         Mcam=0.95;
8
         pec=30;
% Критерий формулируется через второй инвариант:
8
         J1=sqrt(3)*P;
8
         J2= (-1) * (Mcam.^2 / 27.) .* J1 .* (6 * pec - J1) ;
8
         J3=(2/3/sqrt(3)*cos(3*Ath)).*J2.^(3/2);
% Строится в пространстве главных напряжений, в соответствии с ур. А.11
% (приложение А):
2
         r=sqrt (2*abs(J2));
8
         r1=sqrt(2/3)*r;
8
         X = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi);
8
         Y = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi-2*pi/3);
8
         Z = P/sqrt(3) + r1.*cos(Aphi+2*pi/3);
```

```
%% Ниже приводятся функции, для визуальной настройки графика:
if nargout == 0
figure (1);
h = surf(X, Y, Z);
% Настройки строящийся поверхности
h.FaceAlpha = 0.2;
h.FaceColor = [0 \ 0 \ 0];
%h.FaceColor = 'flat';
%h.FaceColor = 'none';
%h.MeshStyle = 'both'
%h.LineStyle = 'none'
h.LineWidth = 0.1
%h.EdgeColor = 'flat'
%mesh(X, Y, Z);
%surfc(X, Y, Z);
%shading faceted;
%shading flat
%shading interp
%alpha 0.2
colormap (gray); %or white or copper or hsv or flag or cool or [0 0 0]
view(azim,elev);
axis([-15 170 -15 150 -15 170]);
axis ('equal');
%set(gca,'Visible', 'off ' )
set(gca,'xcolor','w','ycolor','w', 'zcolor', 'w', 'xtick',[],'ytick',[],
'ztick',[])
% Настройка осей:
1=mm+55;
w=1;
hidrosta=line([0 1],[0 1],[0 1]);
p=text(l+1,l+1,l+1,'p');
set(hidrosta,'LineStyle', '- -','LineWidth',0.2,'Color',[1 0 0]);
set(p,'FontSize',12,'FontName','ISOCPEUR');
arrow3d([0 1],[0 1],[0 1], .90, 0, 1.4, [1 0 0]);
assx=line([-1 1],[0 0],[0 0]);
set(assx,'LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);
s1=text(l,w,w,'\sigma 1');
set(s1, 'FontSize', 12, 'FontName', 'ISOCPEUR');
arrow3d([-1 1+2],[0 0],[0 0], .90, 0, 2, [0 0 0]);
assy=line([0 0],[-1 1],[0 0]);
set(assy,'LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);
s2=text(w,l,w,' sigma_2');
set(s2, 'FontSize', 12, 'FontName', 'ISOCPEUR')
arrow3d([0 0],[-1 1+2],[0 0], .90, 0, 2, [0 0 0]);
assz=line([0 0],[0 0],[-1 1]);
set(assz,'LineWidth',1,'Color',[0 0 0]);
s3=text(w,w,l,'\sigma 3');
set(s3, 'FontSize', 12, 'DefaultAxesFontName', 'ISOCPEUR');
arrow3d([0 0],[0 0],[-1 1+2], .90, 0, 2, [0 0 0]);
else
    xx = X; yy = Y; zz = Z;
end
end
```

161