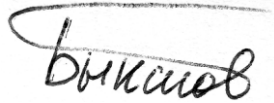


На правах рукописи

Быкасов Дмитрий Александрович



**МЕТОД ОБРАБОТКИ МНОГОТОЧЕЧНЫХ
ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ
НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

Специальность 25.00.32 – Геодезия

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Санкт-Петербург – 2022

Диссертация выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет».

Научный руководитель:

доктор технических наук, доцент

Мустафин Мурат Газизович

Официальные оппоненты:

Ямбаев Харьес Каюмович

доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», кафедра геодезии, профессор;

Волков Никита Викторович

кандидат технических наук, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», кафедра геодезии, землеустройства и кадастров, доцент.

Ведущая организация – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», г. Санкт-Петербург.

Защита диссертации состоится 29 июня 2022 г. в 14 часов 00 минут на заседании диссертационного совета ГУ 212.224.08 Горного университета по адресу: 199106, г. Санкт-Петербург, 21-я В.О. линия, д.2, ауд. № 1171а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Горного университета и на сайте www.spmi.ru.

Автореферат разослан 29 апреля 2022 г.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
диссертационного совета



КУЗИН
Антон Александрович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Благодаря технологическим достижениям последних лет, в области приборостроения и компьютерных технологий, у современного геодезиста, появилась возможность использовать в ходе решения инженерных задач прогрессивные средства измерений такие как: лазерные сканеры, роботизированные тахеометры с функцией сканирования, фотограмметрические камеры, расположенные на беспилотных летательных аппаратах, позволяющие получать уже не точечные данные, а огромные массивы информации об объекте - облака точек. При этом множество избыточных измерений следует свести к единственному (надежному) решению, удовлетворяющему принятым критериям точности. В ряде случаев требуется проведение операций фильтрации, сшивки и уравнивания облаков точек в ограниченное время, например воздушная лазерно-сканирующая съемка, фотосъемка или съемка объектов в движении. Как показала практика, использование традиционных подходов не всегда эффективно. Таким образом, появление многоточечных измерений определяет необходимость решения задачи их обработки и уравнивания с обеспечением заданной точности, что требует проведения специальных исследований.

Развитие компьютерных технологий позволяет применять методы обработки измерений, которые ранее считались или сложными или избыточными. В случае геодезических многоточечных измерений целесообразно вместо классических методов уравнивания, например, параметрического способа, использовать методы нелинейного программирования с производными второго порядка, а также методы прямого поиска. Такой подход позволит повысить скорость решения за счет сокращения итерационных циклов, но связан с более сложной алгоритмизацией. Автоматизация обозначенного вычислительного процесса обеспечивает решение задачи и определяет актуальность диссертационной работы. Кроме того, в свете реализации курса на импортозамещение программных продуктов создание собственных программных модулей обработки многоточечных геодезических измерений представляется весьма важной научно-производственной работой.

Тема диссертации соответствует пунктам 4 и 11 паспорта специальности 25.00.32 «Геодезия».

Степень разработанности темы исследования

Совершенствованию методов и алгоритмов обработки геодезических данных, полученных в ходе измерений, посвящено много научных трудов таких известных геодезистов как: З. Адамчевский, В.Д. Большаков, П.А. Гайдаев, М.Д. Герасименко, В.В. Голубев, В.А. Гордеев, Б.Н. Дьяков, Ч.Н. Желтко, И.Г. Журкин, В.И. Забнев, В.Г. Зданович, А.А. Изотов, Л.Н. Келль, Н.Г. Келль, Ю.В. Кемниц, С.А. Коробков, В.А. Коугия, Ф.Н. Красовский, Г.П. Левчук, Н.Л. Макаренко, Ю.И. Маркузе, М.М. Машимов, М.С. Молоденский, А.И. Науменко, А.И. Прусаков, Н.А. Урмаев, А.В. Хлебников, А.С. Чеботарёв, З.М. Юршанский, Х.К. Ямбаев и другие.

Использование современных технологий в геодезии и обработки многоточечных измерений, с применением оптимизационных методов отражено в исследованиях: В.А. Валькова, А.В. Комиссарова, Е.М. Медведева, А.И. Науменко, В.А. Середович и других.

Развитием теории оптимизации и исследованием работоспособности методов нелинейного программирования занимались ученые–математики: Д.И. Батищев, Дж.Б. Данциг, Р. Беллман, Л.В. Канторович, В.В. Лесин, И.Н. Лященко, Дж. Фон Нейман, Р.П. Федоренко, Дж Хедли, Д. Химмельблау, В.А. Ходоковский.

Применение методов нелинейного программирования в математической обработке геодезических измерений рассматривали многие геодезисты, в числе которых: З. Адамчевский, М.Я. Брынъ, П.И. Дуда, Б.Н. Дьяков, Ч.Н. Желтко, А.В. Зубов, М.И. Коробочкин, В.А. Коугия, Б.Т. Мазуров, Г.В. Макаров, Ю.И. Маркузе, В.И. Мицкевич, А.И. Науменко, В.Г. Растрин, Д.И. Степанов, З.М. Юршанский.

Вместе с тем применению методов нелинейного программирования второго порядка при решении оптимизационных геодезических задач уделено недостаточно внимания. Настоящее исследование, в котором математическая обработка геодезических многоточечных измерений изучается на основе компьютерного моделирования, позволит решить поставленную задачу.

Цель работы – увеличение вариативности, избирательности и оперативности при выборе методов обработки геодезических многоточечных измерений за счёт их оптимизации с применением методов прямого поиска и производных второго порядка.

Объект исследований – природные и техногенные объекты, их размеры, формы и результаты измерений.

Предмет исследований – методы математической обработки результатов геодезических многоточечных измерений, компьютерные технологии, автоматизирующие вычислительный процесс.

Идея работы заключается в проведении численного моделирования способов обработки геодезических измерений ряда геодезических задач оптимизационными методами, моделирование их комбинаций и разработка метода, использующего поисковые алгоритмы и метод Ньютона второго порядка, позволяющего эффективно работать с многоточечными измерениями и уменьшить зависимость процесса решения от предварительных значений определяемых параметров.

Основные задачи исследований:

1. Проанализировать существующие методы обработки геодезических измерений и обосновать целесообразность применения методов оптимизации второго порядка.

2. Исследовать структуру алгоритма метода Ньютона второго порядка, сходимость метода для обоснования его применения при обработке многоточечных измерений.

3. Разработать программный алгоритм по обработке многоточечных геодезических измерений, включающий метод Ньютона второго порядка и методы прямого поиска.

4. Тестирование созданного алгоритма для решения нелинейных оптимизационных геодезических задач на практических примерах.

Научная новизна работы:

1. Доказана эффективность использования метода Ньютона второго порядка при обработке многоточечных геодезических измерений.

2. Создан программный алгоритм обработки многоточечных геодезических измерений, включающий оценку точности и уравнивание по методу Ньютона второго порядка, дополненный методом прямого поиска, что существенно расширяет область сходимости итерационного процесса и делает его менее зависимым от предварительных значений определяемых параметров по сравнению с методами первого порядка.

3. Получены зависимости сходимости метода и скорости процесса решения оптимизационной задачи от используемого метода и вида решаемой задачи.

Теоретическая и практическая значимость работы:

Теоретическая значимость работы состоит в научной обоснованности метода математической обработки геодезических многоточечных измерений, за счет использования вторых частных производных и методов прямого поиска в одном алгоритме, что позволяет повысить производительность вычислительного процесса и скорость решения задачи, по сравнению с методами нелинейного программирования первого порядка.

Практическая значимость работы заключается в разработке практических рекомендаций по применению метода Ньютона второго порядка при математической обработке многоточечных геодезических измерений, создана методика и программные модули, реализующие разработанный алгоритм.

Разработанный алгоритм внедрен в процесс математической обработки геодезических измерений производимых ООО «Научно-производственное предприятие «БЕНТА», что подтверждается актом внедрения от 21.02.2022. Эффективность алгоритма проверена при решении прикладных задач, в частности для определения параметров перехода между прямоугольными системами координат в ходе выполнения сканирования объектов с нескольких точек стояния.

Методология и методы исследования. При выполнении исследований применялся системный подход, базирующийся на: анализе результатов ранее опубликованных исследований, построении расчетных схем и моделей для нахождения решения оптимизационных геодезических задач различными методами, сравнение полученных результатов, поиск и исследование в области оптимизации обработки многоточечных измерений, создания программных алго-

ритмов и их реализации посредством написания специальных программных модулей на языке программирования Visual Basic for Application для автоматизации решения, апробация предложенных рекомендаций и их приложение при решении практически важных оптимизационных геодезических задач.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Применение оптимизационного метода Ньютона второго порядка для обработки геодезических измерений повышает эффективность процесса решения задачи по фактору времени в 2-3 раза и по фактору числа итераций в 5-10 раз относительно методов первого порядка в зависимости от предварительных значений определяемых параметров и количества обрабатываемых точек.

2. Разработанный программный алгоритм, основанный на методе Ньютона второго порядка и использующий методы прямого поиска, существенно расширяет область сходимости итерационного процесса и делает его менее зависимым от предварительных значений определяемых параметров по сравнению с методами первого и второго порядка.

3. Разработанный программный алгоритм обработки многоточечных геодезических измерений применим при решении ряда практически важных инженерно-геодезических задач и обеспечивается контролем на основе традиционных геодезических принципов определения точности.

Степень достоверности результатов исследования использованием фундаментальных и известных в теории оптимизации методов обработки, равенством результатов поиска минимума целевых функции с использованием новых методов и решением данных задач в программном комплексе Mathcad 15 с помощью специальных встроенных функций; равенством параметров уравнения тренда, определенных методами нелинейного программирования второго порядка, с параметрами, полученными специальными функциями, встроенными в Microsoft Excel; а также обсуждением основных результатов исследования посредством научных конференций и опубликованных статей.

Апробация результатов. Основные положения и результаты работы докладывались и получили положительную оценку на всероссийских и международных конференциях: Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы инже-

нерной геодезии» (г. Санкт-Петербург, 2019 г.); III Всероссийская научная конференция «Современные образовательные технологии в подготовке специалистов для минерально-сырьевого комплекса» (г. Санкт-Петербург, 2020 г.); XVIII Всероссийская конференция-конкурс студентов и аспирантов «Актуальные проблемы недропользования» (г. Санкт-Петербург, 2020 г.); XVI Международный форум-конкурс студентов и молодых учёных «Актуальные проблемы недропользования» (г. Санкт-Петербург, 2020 г.); XIX Всероссийская конференция-конкурс студентов и аспирантов «Актуальные проблемы недропользования» (г. Санкт-Петербург, 2021 г.); Научная конференция студентов и молодых ученых «Полезные ископаемые России и их освоение» (г. Санкт-Петербург, 2021 г.); XVII Международный форум-конкурс студентов и молодых учёных «Актуальные проблемы недропользования» (г. Санкт-Петербург, 2021 г.).

Личный вклад автора состоит в участии формулирования и постановки цели и задач диссертационной работы, самостоятельной разработке метода обработки многоточечных геодезических измерений, создании программы на основе методов нелинейного программирования второго порядка с использованием языка программирования Visual Basic for Applications для автоматизации геодезических вычислений, выполнении вычислительных экспериментов для определения корректности работы применяемых методов, анализе зарубежной и отечественной научной литературы по теории оптимизации, анализ и обобщение полученных экспериментальных результатов, написание и оформление научных статей, апробация основных положений диссертационной работы на научных конференциях.

Публикации по работе. Результаты диссертационного исследования в достаточной степени освещены в 8 печатных работах, в том числе в 1 статье – в издании из перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, в 4 статьях – в изданиях, входящих в международную реферативную базу данных и систему цитирования Scopus. Получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура работы. Диссертации состоит из оглавления, введения, четырех глав с выводами по каждой из них, заключения, списка литературы, включающего 194 наименования, и 27 приложений. Диссертация изложена на 162 страницах машинописного текста, содержит 35 рисунков и 10 таблиц.

Благодарности. Автор диссертации выражает благодарность преподавателям и сотрудникам кафедры инженерной геодезии Горного университета и лично научному руководителю д.т.н. Мустафину М.Г. за помощь на каждом этапе исследования. Автор выражает благодарность к.т.н. Зубову А.В. за идеи, советы и поддержку в ходе выполнения диссертации.

Автор диссертации выражает благодарность и признательность своей супруге – Быкасовой В.И., за всестороннюю поддержку, оказываемую в ходе написания работы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования; сформулированы цель, идея, задачи и научная новизна работы; определены объект и предмет исследований; раскрыты теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования; изложены положения, выносимые на защиту; приведены степень достоверности результатов исследования, их апробация, а также личный вклад соискателя, данные о публикациях, структура работы и благодарности.

В первой главе представлены основы теории оптимизации, которые необходимо знать геодезисту. Рассмотрены примеры и структура основных оптимизационных задач существующих на сегодняшний момент в геодезии. Представлена современная структура методов оптимизации, которые могут быть применены для обработки геодезических данных, особенно подробно отражены сведения о методах нелинейного программирования второго порядка.

Из анализа научной литературы по теме диссертации стало понятно, что нельзя выбрать один метод, который позволял бы решить все без исключения оптимизационные геодезические задачи. На сегодняшний день, наметилась тенденция перехода к прямым (поисковым) методам для решения геодезических задач. Это вызвано тем, что современные компьютеры позволяют выполнять большой объем вычислений за короткий промежуток времени, что дает возможность отказываться от производных различного порядка в вы-

числительном процессе. Однако отказ от производных ведет к увеличению количества приближений для достижения минимума функции. С другой стороны, стоит учитывать, что пока существует малое количество проверенных и отработанных поисковых методов адаптированных для решения конкретно геодезических задач.

Стоит отметить, что особую роль, на сегодняшний день, в геодезии играет скорость получения определяемых параметров, а также автоматизация вычислительного процесса.

Исходя из результатов проведенного анализа, в конце первой главы были сформулированы цель и задачи научного исследования.

Во второй главе представлены основные сведения для того, чтобы сформулировать основные задачи оптимизации при использовании методов нелинейного программирования.

Проведен анализ приведенных методов нелинейного программирования с точки зрения возможности их использования в геодезии, представлены положительные и отрицательные стороны методов. Раскрыты особенности реализации каждого из приведенных методов, а так же сложности с которыми может столкнуться пользователь. Представлены общие формулы каждого метода, по которым будет строиться итерационный процесс.

Основываясь на теоретических исследованиях основным, лучшим методом решения оптимизационных геодезических задач является метод Ньютона второго порядка. Главным плюсом данного метода является квадратическая скорость сходимости решения и малая зависимость от предварительных значений определяемых параметров сходимости метода, основным недостатком сложный вычислительный процесс.

Описаны способы вычисления производных, это очень важно, так как методы первого и второго порядка используют в итерационном процессе производные, которые необходимо вычислять на каждой итерации. Приведена информация, позволяющая грамотно сформулировать критерий останова вычислительного процесса.

Основным моментом в геодезии является оценка точности полученных значений в ходе вычислительного процесса. Приведены основные положения по оценке точности полученных значений методами нелинейного программирования. В ходе теоретического исследования научных работ Г.В. Макарова, В.И. Мицкевича и Г.Г.

Шевченко, был приведен общий алгоритм для выполнения оценки точности полученных параметров, который был использован данными авторами для оценки точности вычисленных параметров с использованием методов прямого поиска.

В третьей главе изложены основные принципы решения оптимизационных геодезических задач методами нелинейного программирования. Проведено сравнение метода Ньютона второго порядка с методами первого порядка, которые нашли широкое применение в геодезии.

На основе теоретических и практических исследований разработан программный алгоритм, реализующий метод Ньютона второго порядка. Приведены результаты решения семи тестовых оптимизационных геодезических задач: определение параметров перехода между плоскими прямоугольными системами координат для оценки стабильности опорных и деформационных геодезических сетей, определение параметров перехода между пространственными прямоугольными системами координат, вычисление координат определяемого пункта в многократной пространственной линейной засечке, решение многократной линейной засечки в пространстве с двумя определяемыми пунктами, решение обратной линейно-угловой засечки на плоскости, получение координат определяемых пунктов в плановой сети трилатерации (с разным числом определяемых пунктов), аппроксимация функции для автоматизированного построения сечения по массиву точек. Задачи решены при различных вариантах задания предварительных значений определяемых параметров и числа исходных данных для определения степени эффективности применяемых методов.

В результате сравнительного анализа стало ясно, что при увеличении числа определяемых параметров, возрастает объем вычислений на каждой итерации, особенно это заметно при вычислении матрицы Гессе. При уравнивании сети трилатерации с разным числом определяемых пунктов видно, как возрастает время решения задачи при увеличении числа пунктов при использовании метода Ньютона второго порядка. Стоит отметить, что методам первого порядка требуется больше времени, чтобы решить аналогичную задачу. Анализ данных полученных в ходе использования метода Ньютона второго порядка показал, что число итераций в меньшей

степени зависит от начальных значений определяемых параметров, по сравнению с методами первого порядка.

В ходе применения разработанного программного алгоритма были выявлены следующие недостатки: зависимость сходимости метода от предварительных значений определяемых параметров, снижение производительности метода при увеличении числа определяемых параметров.

В четвертой главе рассмотрен алгоритм модифицированного метода Ньютона второго порядка, который был разработан автором диссертации с целью уменьшения влияния недостатков метода Ньютона второго порядка на процесс решения задачи.

Предложено использовать стратегию алгоритмов прямого поиска для уменьшения влияния предварительных значений определяемых параметров на рост числа итераций. Исследование показало, что комбинация метода Пауэлла-Дэвиса-Свена-Кемпи (ДСК) с классическим методом Ньютона второго порядка позволяет сохранить квадратическую скорость сходимости и увеличить область сходимости метода.

Классический метод Ньютона, квазиньютоновский метод BFGS, а также разработанный автором диссертации модифицированный метод Ньютона второго порядка были применены при решении четырех тестовых оптимизационных геодезических задач.

Для проверки работоспособности разработанного модифицированного метода были выбраны именно те задачи, с которыми классический метод Ньютона второго порядка либо не справился при данных предварительных значениях определяемых параметров, либо очень долго происходил процесс решения задачи (сеть трилатерации с большим числом определяемых пунктов). Полученные результаты показали, что модифицированный метод Ньютона второго порядка является наиболее эффективным по сравнению с квазиньютоновским и классическим методом и дает верное решение за минимальное число итераций. Для апробации разработанного алгоритма на реальных измерениях, была решена задача по определению параметров ориентирования сканов по опорным точкам.

В заключении изложены основные результаты и выводы, полученные в ходе исследований.

Основные результаты отражены в следующих защищаемых положениях.

1. Применение оптимизационного метода Ньютона второго порядка для обработки геодезических измерений повышает эффективность процесса решения задачи по фактору времени в 2-3 раза и по фактору числа итераций в 5-10 раз относительно методов первого порядка в зависимости от предварительных значений определяемых параметров и количества обрабатываемых точек.

Метод Ньютона второго порядка представляет собой итерационный метод, применяющий квадратичную аппроксимацию исходной целевой нелинейной функции на каждой итерации. Чтобы оценить сходимость метода, необходимым условием является трижды дифференцируемость исследуемой функции. Существование второй производной в точке экстремума, обеспечивает высокую скорость сходимости метода, по сравнению с методами первого порядка и методами прямого поиска.

Скорость сходимости, а также направление поиска зависит от матрицы Гессе (1):

$$H(x_1, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^1 \partial x^1} & \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^1 \partial x^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^1 \partial x^n} \\ \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^2 \partial x^1} & \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^2 \partial x^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^2 \partial x^n} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^n \partial x^1} & \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^n \partial x^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x^1, \dots, x^n)}{\partial x^n \partial x^n} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Скорость сходимости метода Ньютона в окрестности точки строго локального минимума очень велика (квадратичная). Метод не будет работать, если матрица Гессе вырождена (определитель матрицы равен нулю). Стоит отметить, что в оперативной памяти компьютера должно быть место для хранения информации о матрицах, ведь если определяемых параметров 50, то матрица Гессе будет состоять из 2500 элементов, а ее необходимо также сделать обратной для этого изначальную матрицу необходимо сохранить в оперативной памяти компьютера. Это был один из аспектов, почему ранее метод Ньютона второго порядка не применялся в геодезии – из-за «дороговизны» каждой итерации. Следовательно, ранее обработка больших объёмов данных указанным методом была практически (физически) невозможной. Итерационная формула метода для многомерного случая (функции нескольких переменных) имеет вид (2):

$$X_{k+1} = X_k - H_k^{-1} \cdot \nabla f_k, \quad (2)$$

где ∇f_k – вектор-столбец матрицы первых производных (градиент) целевой функции в k приближении, H_k – матрица вторых частных производных (матрицы Гессе) целевой функции размерностью $n \times n$ в k приближении; X_k – вектор-столбец определяемых параметров в k приближении; X_{k+1} – вектор-столбец определяемых параметров в $k+1$ приближении.

Метод Ньютона второго порядка был применен при решении семи тестовых оптимизационных геодезических задач. Полученные данные были проанализированы и были соотнесены с данными полученными в ходе использования традиционных методов уравнивания. На основе исследований скорости решения методом Ньютона установлено, что на первых итерациях, когда значения определяемых параметров далеки от истинных изменение значения матрицы Гессе является большим, что позволяет за достаточно малое число итераций попасть в область минимума целевой функции при условии, если предварительные значения определяемых параметров находятся в области сходимости метода. На рисунке 1 показана схема итерационного процесса при определении параметров перехода между прямоугольными системами координат. На рисунке 2 показана схема итерационного процесса при вычислении координат двух пунктов пространственной линейной засечки. В таблицах 1-2 приведены результаты решения двух тестовых задач при различных вариантах исходных данных, а также представлено число итераций и время поиска решения для каждой задачи с учетом применяемого метода.

Из представленных расчетов видно, что если начальное значение определяемых параметров заданы далеко от истинных, то метод Ньютона позволяет достаточно быстро найти минимум целевой функции. Причем с увеличением количества точек метод гарантированно позволяет решить поставленную задачу, при условии задания предварительных значений определяемых параметров, которые принадлежат области сходимости метода. Это говорит об эффективности применения метода для многоточечных измерений.

2. Разработанный программный алгоритм, основанный на методе Ньютона второго порядка и использующий методы прямого поиска, существенно расширяет область сходимости итерационного процесса и делает его менее зависимым от предварительных значений определяемых параметров по сравнению с методами первого и второго порядка.

На сегодняшний день является необходимым разработка алгоритмов, применение которых дает пользователю возможность за короткий промежуток времени и без учета влияния предварительных значений определяемых параметров получить верный, с высокой точностью ответ. Метод Ньютона второго порядка обладает такими ресурсами, за счет использования вторых частных производных целевой функции, скорость решения задачи выше, при меньшем числе приближений по сравнению с методами первого порядка.

В ходе вычислительного эксперимента при решении тестовых оптимизационных геодезических задач, было обнаружено, что не при всех предварительных значениях определяемых параметров данный метод дает верное решение, иногда метод просто не работает. В первую очередь это связано с тем, что матрица Гессе определяет направление в сторону уменьшения функции только при условии, если она положительно определена. Поэтому пользователю необходимо подготавливать задачу к решению, а именно вычислять предварительные значения определяемых параметров с учетом того, чтобы они не делали матрицу Гессе отрицательной. Если не следовать этому условию, то метод может расходиться и метод теряет свое главное преимущество – это скорость решения.

В работе предложено создание программного алгоритма основанный на методе Ньютона второго порядка и на методах прямого поиска, в частности методе Пауэлла и методе Дэвиса-Свена-Кемпи (ДСК). Использование данного программного алгоритма позволит усилить положительные стороны метода Ньютона второго порядка, а именно уменьшить зависимость от предварительных значений определяемых параметров и повысить скорость решения задачи. Пользователю было бы удобно использовать алгоритм, в котором число итераций не зависит от предварительных значений определяемых параметров. Главной причиной соединения метода Ньютона второго порядка с методами прямого поиска является увеличение

потенциала метода с точки зрения повышения быстродействия оптимизационного процесса.

Автор диссертации предлагает следующий алгоритм с использованием метода Ньютона второго порядка:

1. Пользователь создает целевую функцию $F(x^1, x^2, \dots, x^n)$ и выбирает, с каким ограничением будет определяться минимум целевой функции, задает любые предварительные значения определяемых параметров (рекомендуется задать либо заранее известные близко расположенные к истинным значениям, либо принять все параметры равными нулю).

2. С использованием методов квадратической аппроксимации, а именно методом Пауэлла-ДСК за определенное число приближений производится уточнение предварительных значений параметров по формуле (3):

$$x^{1*} = x^1 + \frac{\Delta x_1 (F(x^1 - \Delta x_1, x^2, \dots, x^n) - F(x^1 + \Delta x_1, x^2, \dots, x^n))}{2 \cdot (F(x^1 - \Delta x_1, x^2, \dots, x^n) - 2 \cdot F(x^1, x^2, \dots, x^n) + F(x^1 + \Delta x_1, x^2, \dots, x^n))}, \quad (3)$$

где x^1, x^2, \dots, x^n — значения определяемых параметров, x^1 — предварительное значение определяемого параметра, x^{1*} — вновь определенное значение определяемого параметра.

3. Производится создание матрицы Гессе по формуле (1) и проверяется ее положительность, если условие выполняется, то уточненные предварительные значения используются на следующем этапе, полученные уточненные предварительные значения используются в методе Ньютона второго порядка, формируется матрица первых производных и матрица вторых производных.

4. Выполняется итерационный процесс по формуле (2), пока не будет выполнен критерий останова и производится оценка точности полученных значений параметров.

Было произведено сравнение трех методов: классического метода Ньютона второго порядка, квазиньютоновского метода Бroyдена — Флетчера — Гольдфарба — Шанно (BFGS) и разработанного автором диссертации метода. Данные полученные в ходе уравнивания сети трилатерации с пятью определяемыми пунктами приведены в таблице 3. В таблице 4 приведены данные позволяющие увидеть, как при увеличении числа определяемых пунктов в сети

растет число итераций и время для решения задачи. На рисунке 3 показана как расширяется область сходимости модифицированного метода Ньютона второго порядка, по сравнению с другими методами

Классический метод Ньютона, квазиньютоновский метод BFGS, разработанный автором диссертации модифицированный метод Ньютона второго порядка были применены при решении четырех тестовых оптимизационных геодезических задач. Были выбрана именно те задачи для проверки работоспособности разработанного модифицированного метода, с которыми классический метод Ньютона второго порядка либо не справился при данных предварительных значений определяемых параметров, либо очень долго происходил процесс решения задачи (сеть трилатерации с большим числом определяемых пунктов). Полученные результаты показали, что разработанный метод является наиболее эффективным по сравнению с квазиньютоновским и классическим методом и дает верное решение за минимальное число итераций.

3. Разработанный программный алгоритм обработки многоточечных геодезических измерений применим при решении ряда практически важных инженерно-геодезических задач и обеспечивается контролем на основе традиционных геодезических принципов определения точности.

Вопрос оценки точности полученных результатов является для геодезии достаточно важным моментом. Именно поэтому этот вопрос занимает особое место в современных исследованиях по применению новых методов для решения оптимизационных геодезических задач. Использование классических методов уравнивания дает исполнителю готовый алгоритм оценки точности. Использование напрямую методов нелинейного программирования не дает сразу ответ на вопрос, с какой точностью получены параметры. Существуют критерии останковки итерационного процесса, однако эти величины не могут выступать критериями точности в геодезическом смысле слова, так как не позволяют найти такие параметры как: весовую матрицу, среднюю квадратическую ошибку положения определяемого пункта и т.д.

При выполнении уравнивания геодезических измерений методами нелинейного программирования появляются трудности в выполнении оценки точности, так как итерационный процесс методов первого и второго порядка не требует составления матрицы

нормальных уравнений неизвестных, поэтому найти обратную весовую матрицу Q не представляется возможным.

Исходя из анализа научных трудов таких авторов как В. И. Мицкевича, Г.В. Макарова, а также Г.Г. Шевченко (которая в своих работах конкретизировала и применила данный алгоритм для оценки точности значений определяемых параметров, которые были получены с применением методов прямого поиска). А также благодаря изучению существующих алгоритмов вычисления производных, был применен алгоритм вычислений для оценки точности определяемых параметров, полученных при решении произвольной оптимизационной геодезической задачи с использованием модифицированного метода Ньютона второго порядка. Общая схема алгоритма представлена на рисунке 4. Представленная методика применена в программе для определения параметров перехода между плоскими прямоугольными системами координат. Использование модифицированного метода Ньютона второго порядка с использованием методики оценки полученных результатов показало практическую значимость разработанного алгоритма.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация представляет собой законченную научно - квалификационную работу, в которой предлагается новое решение актуальной научной задачи – разработке автоматизированного метода оптимизации многоточечных геодезических измерений. По результатам выполнения диссертационной работы сделаны следующие выводы и рекомендации:

1. Доказана и обоснована целесообразность изучения, развития и использования в геодезическом вычислительном процессе методов нелинейного программирования, в частности метода Ньютона второго порядка, особенно для многоточечных измерений. При этом показана сравнительная оценка эффективности и производительности различных методов нелинейного программирования в ходе решения ряда оптимизационных геодезических задач.

2. Разработан программный алгоритм, реализующий метод Ньютона второго порядка, который за счёт использования матрицы частных производных второго порядка позволяет выполнять квад-

ратичную аппроксимацию целевой функции для нахождения ее минимума.

3. Разработаны автоматизированные программы, реализующие методы нелинейного программирования в ходе обработки геодезических измерений.

4. Разработан автоматизированный метод оптимизации многоточечных геодезических измерений, базирующийся на использовании метода Ньютона второго порядка и метода Пауэлла-ДСК (относится к методам прямого поиска). Новый метод позволяет упростить вычислительный процесс, дает возможность пользователю не вычислять с высокой точностью предварительные значения определяемых параметров, так как использование данного метода позволяет расширить область сходимости решения задачи.

5. Эффективность разработанного метода подтверждена в ходе решения семи различных тестовых оптимизационных геодезических задач при различных исходных данных.

6. Проведено исследование влияния количества определяемых параметров на скорость решения оптимизационной задачи, что весьма важно для использования метода при обработке многоточечных измерений (лазерное сканирование, цифровая фотосъемка).

7. Перспектива дальнейшего исследования заключается в расширении спектра решаемых задач разработанным методом, выявлении его эффективности при оценке динамических и трехмерных моделей.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикация в издании из Перечня ВАК:

1. Зубов, А.В. Применение метода Ньютона второго порядка при решении маркшейдерско-геодезических задач / А.В. Зубов, Д.А. Быкасов // Маркшейдерский вестник. – 2020. – №5 (138). – С. 22-27. – ISSN 2073-0098.

Публикации в изданиях, входящих в международные базы данных и системы цитирования Scopus:

2. Bykasov, D.A. Applying Newton's second order optimization method to define transition keys between planar coordinate systems /

D.A Bykasov, A.V. Zubov, M.G. Mustafin // E3S Web of Conferences. – 2020. – Vol. 224. – № 1. – 01003 DOI 10.1051/e3sconf/202022401003.

3. Bykasov, D.A. Application of Newton's method to solve optimization geodetic tasks / **D.A Bykasov**, A.V. Zubov, M.G. Mustafin // Topical Issues of Rational Use of National Resources. – E3S Web of Conferences. – 2021. – Vol. 226. – 03001. DOI 10.1051/e3sconf/202126603001.

4. Mustafin, M.G. Adjustment of planned surveying and geodetic networks using second-order nonlinear programming methods / M.G. Mustafin, **D.A Bykasov** // Computation . – MDPI. – 2021. – Vol. 9. – 131. DOI 10.3390/computation9120131.

5. Kosarev, O.V. Modeling of industrial iot complex for underground space scanning on the base of arduino platform / O.V. Kosarev, P.S. Tsvetkov, A.B. Makhovikov, E.G. Vodkaylo, V.A. Zulin, **D.A. Bykasov** // Topical Issues of Rational Use of National Resources. – CRC Press. – 2019. – Vol. 1. – Pp 407 – 412.

Свидетельства:

6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619091 Российская Федерация. Программа для параметрического уравнивания геодезического четырёхугольника и пересчёта координат из одной системы в другую с использованием метода Ньютона второго порядка / **Д.А. Быкасов**, В.Г. Филиппов, А.В. Зубов; заявитель и правообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет». – № 2021618302; заявл.02.06.2021;зарегистр.04.06.2021;опубл.04.06.2021,Бюл.№6.–1с.

7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018611417 Российская Федерация. Программа расчета широты места по зенитальным наблюдениям Солнца методом Ньютона / О.В. Косарев, А.Б. Маховиков, **Д.А. Быкасов**, Е.В. Катунцов; заявитель и правообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет». – № 2017662654; заявл. 06.12.2017; зарегистр. 06.12.2017; опубл. 01.02.2018, Бюл. №6. – 1 с.

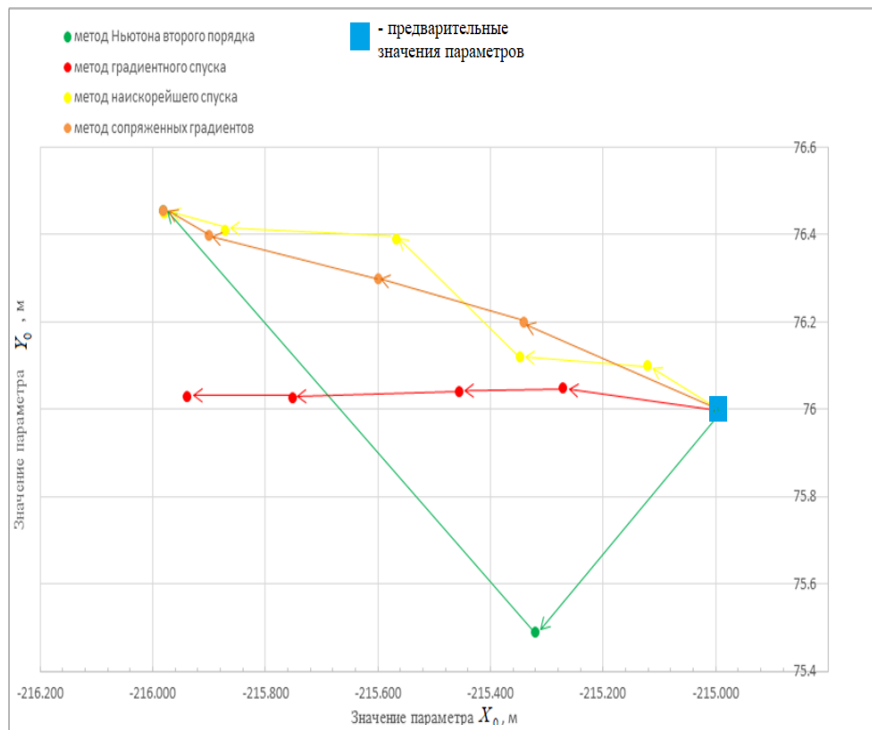


Рисунок 1 – Графическое представление вычисления параметров X_0 и Y_0 для определения параметров перехода

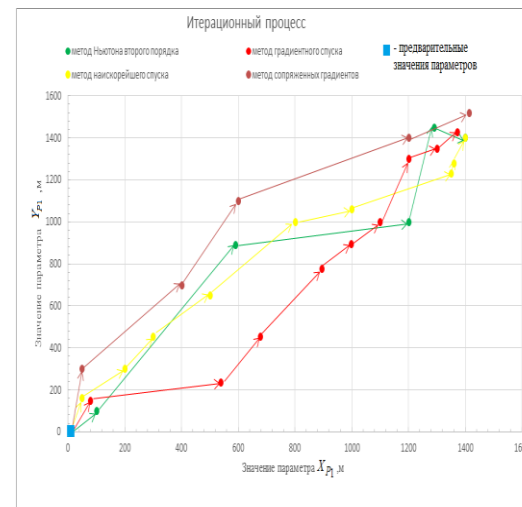


Рисунок 2 – Графическое представление процесса вычисления параметров X_{P1} и Y_{P1} при решении пространственной линейной засечки с двумя определяемыми пунктами



Таблица 1 – Результаты вычисления параметров перехода между плоскими системами координат

Параметры		Метод решения задачи			
		метод градиентного спуска*	метод наискорейшего спуска*	метод сопряженных градиентов	метод Ньютона второго порядка
Число итераций		–	–	445	9
Начальное значение целевой функции		7.421×10^6			
Предварительное значение искомых параметров	$X_0, м / Y_0, м / \alpha, рад / t$	0.000 / 0.000 / 0.0000000 / 0.000			
Время решения задачи, с		–	–	1.9	0.8
Конечное значение целевой функции		–	–	24.493×10^3	53.773×10^{-3}
Полученные значения искомых параметров	$X_0, м / Y_0, м$	–	–	-0.039 / 0.014	-215.982 / 76.455
	$\alpha, рад / t$	–	–	-0.2690000 / 0.876	-0.4416416 / 1.000
Средняя квадратическая ошибка единицы веса $\mu, м$		–	–	110.5954	0.1691

Таблица 2 – Результаты решения пространственной многократной линейной засечки с двумя определяемыми пунктами

Параметры		Метод решения задачи			
		метод градиентного спуска	метод наискорейшего спуска	метод сопряженных градиентов	метод Ньютона второго порядка
Число итераций		4156	5946	670	39
Начальное/ конечное значение целевой функции		$8.510 \times 10^6 / 4.311 \times 10^3$	$8.510 \times 10^6 / 0.776 \times 10^0$	$8.510 \times 10^6 / 6.162 \times 10^4$	$8.510 \times 10^6 / 8.606 \times 10^{-7}$
Начальные значения параметров	$X_{P1} / Y_{P1} / Z_{P1}$	10.000 / 1.000 / 1.000			
	$X_{P2} / Y_{P2} / Z_{P2}$	1.000 / 1.000 / 1.000			
Время решения задачи, с		41.0	45.0	9.0	5.0
Полученные параметры	$X_{P1} / Y_{P1} / Z_{P1}$	1371.551 / 1426.295 / -503.011	1399.946 / 1400.886 / 559.603	1413.255 / 1518.320 / 28.788	1400.000 / 1400.000 / 559.999
	$X_{P2} / Y_{P2} / Z_{P2}$	1374.008 / 1315.63 / -522.906	1402.252 / 1310.646 / 598.832	1410.258 / 1291.019 / 28.044	1401.000 / 1302.000 / 561.000

Таблица 3 – Решение сети трилатерации №1 модифицированным методом Ньютона второго порядка матрица Гессе вырождена

Параметры		Метод решения задачи		
		классический метод Ньютона второго порядка *	квазиньютоновский метод BFGS	модифицированный метод Ньютона второго порядка
Число итераций		—	294	28
Начальное значение целевой функции		5.082×10^6		
Предварительное значение искомых параметров	$x_1 / y_1 \quad x_2 / y_2 \quad x_3 / y_3$	0.000 / 0.000 0.000 / 0.000 0.000 / 0.000		
	$x_4 / y_4 \quad x_5 / y_5$	0.000 / 0.000 0.000 / 0.000		
Конечное значение целевой функции		—	44.863×10^3	131.825×10^{-9}
Полученные значения искомых параметров	$x_1 / y_1 \quad x_2 / y_2$	—	288.806 / 1070.175 652.085 / 777.799	213.736 / 1241.368 580.501 / 867.247
	$x_3 / y_3 \quad x_4 / y_4$	—	201.616 / 380.299 -63.580 / 810.951	159.346 / 588.653 -146.870 / 961.206
	x_5 / y_5	—	71.944 / 39.043	43.240 / 287.266
Средняя квадратическая ошибка единицы веса μ , мм		—	122288.2	0.6
Средние квадратические ошибки координат определяемого пункта	$m_{x_1} / m_{y_1}, мм \quad m_{x_2} / m_{y_2}, мм$	—	122859.0 / 137861.9 103131.0 / 89048.9	0.5 / 0.6 0.4 / 0.4
	$m_{x_3} / m_{y_3}, мм \quad m_{x_4} / m_{y_4}, мм$	—	108866.2 / 121819.8 123931.2 / 189717.5	0.5 / 0.5 0.5 / 0.9
	$m_{x_5} / m_{y_5}, мм$	—	161274.7 / 143656.5	0.7 / 0.8

Таблица 4 – Исследование скорости решения задачи по уравниванию сети трилатерации при различном числе определяемых пунктов

Название сети	Число определяемых пунктов	Метод решения			
		Метод BFGS		Модифицированный метод Ньютона второго порядка	
		Число итераций	Время решения в среде MathCAD 15, с	Число итераций	Время решения в среде MathCAD 15, с
№1	5	294	1.2	15	1.0
№2	10	353	1.8	16	1.1
№3	15	401	2.3	18	1.2
№4	20	456	2.9	19	1.5
№5	25	501	3.3	21	1.7

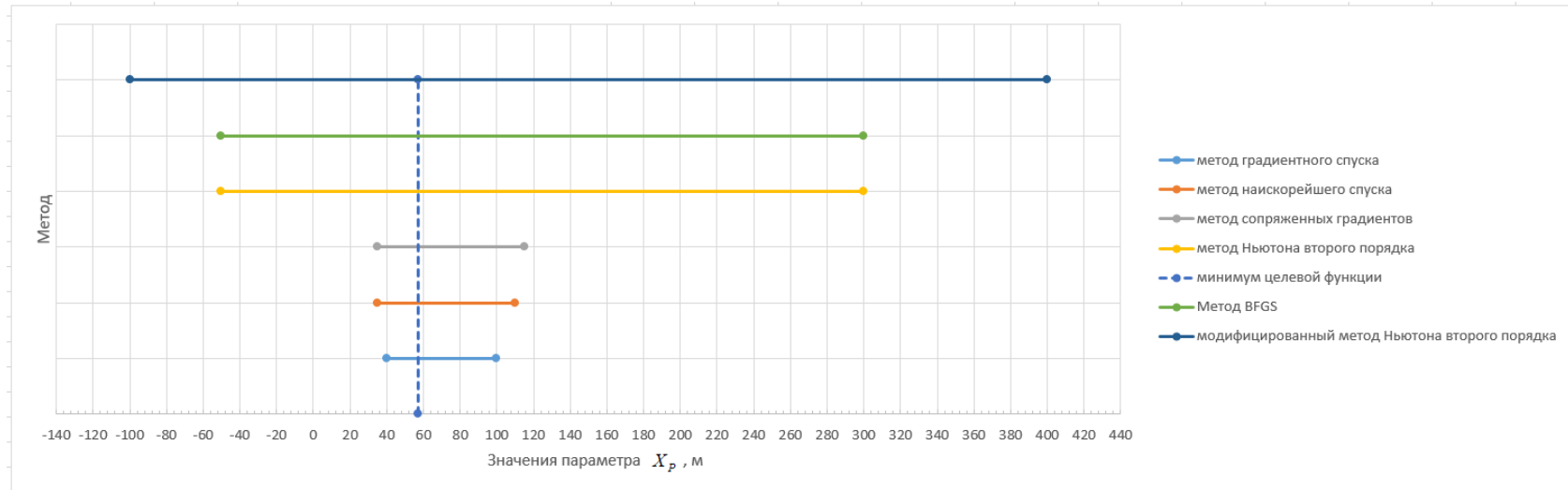


Рисунок 3 – Область сходимости методов при вычислении параметра X_p в многократной пространственной засечке

Оценка точности с геодезической точки зрения

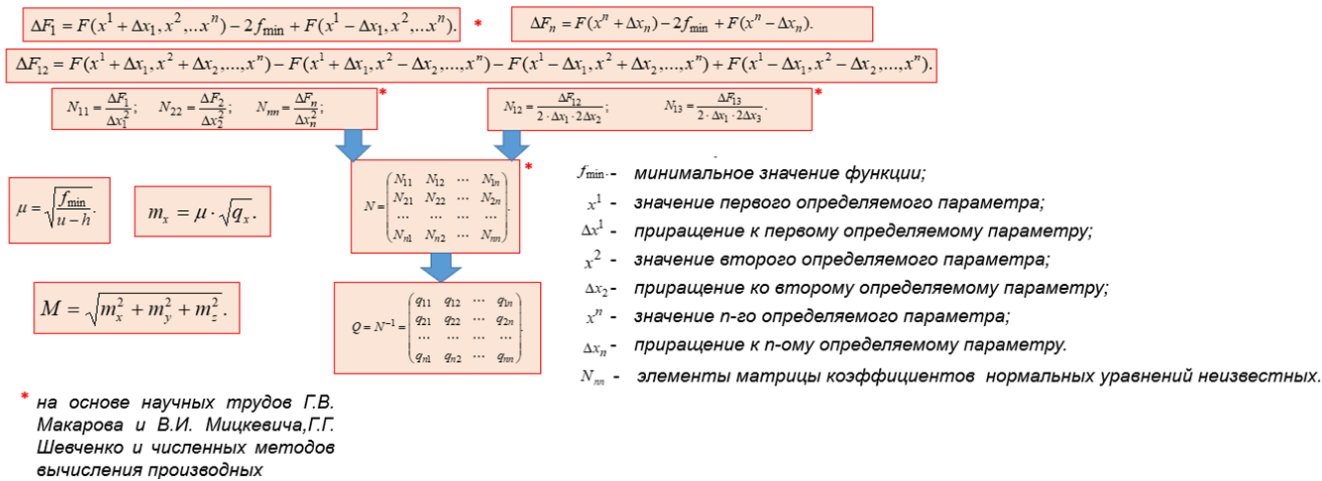


Рисунок 4 – Схема алгоритма оценки точности вычисленных параметров с применением модифицированного метода Ньютона второго порядка