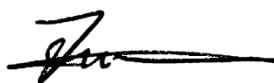


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II»

На правах рукописи

Мусса Хиба



ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ КВАЗИГЕОИДА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПУТНИКОВЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ
И МНОГОХОДОВОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕСПУБЛИКИ ЛИВАН

Специальность 1.6.22. Геодезия

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
Мустафин М.Г.

Санкт-Петербург – 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ.....	10
1.1 Общие сведения о высоте местности.....	10
1.2 Глобальные геопотенциальные модели.....	13
1.3 Системы высот.....	15
1.4 Связь нормальных, геодезических высот и квазигеоида....	23
1.5 Создание базы данных.....	23
1.6 Геометрическое нивелирование.....	25
1.7 Обзор методов ГНСС.....	26
1.8 Уклонение отвесной линии.....	27
1.9 Анализ результатов использования технологий спутниковых определений для построения моделей геоида/квазигеоида.....	30
1.9.1 Состояние вопроса об определении нормальных высот в Ливане.....	37
1.10 Выводы по Главе 1.....	39
ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБЩЕЙ КОНЦЕПЦИИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ЛОКАЛЬНОГО КВАЗИГЕОИДА	40
2.1 Методика определения высоты квазигеоида (аномалии высоты).....	40
2.2 Разработка методики определения локального квазигеоида.....	42
2.2.1 Подготовка к измерениям и учет поправок.....	45
2.2.2 Применение метода наименьших квадратов	47
2.3 Определение уклонения отвеса.....	48
2.4 Об ошибках и поправочном коэффициенте при обобщении модели квазигеоида.....	58
2.5 Метод интерполяции IDW.....	61
2.6 Пространственная коррекция с использованием интерполяции IDW.....	64
2.7 Метод обобщения модельных результатов на территорию Ливана.....	65

2.8 Выводы по Главе 2.....	67
ГЛАВА 3 ТЕСТИРОВАНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ.....	68
3.1 Объекты тестирования методики.....	68
3.1.1 Измерение геодезических высот с помощью статических измерений в технологии ГНСС.. ..	70
3.1.2 Обработка ГНСС измерений.....	74
3.1.3 Измерение нормальной высоты с помощью метода точного нивелирования.....	76
3.2 Уклонение отвесной линии.....	82
3.3 Разработка масштабного коэффициента для улучшения высоты геоида.....	83
3.4 Выводы по Главе 3.....	91
ГЛАВА 4 ДЕМОНТРИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ЛОКАЛЬНОГО КВАЗИГЕОИДА НА ПРАКТИКЕ.....	93
4.1 Проверка работоспособности поправочных коэффициентов к спутниковому нивелированию для территории Ливана.....	93
4.2 Методика уточнения поправочного коэффициента	95
4.3 Обобщение методики на пограничные зоны.....	97
4.4 Пример применения разработанной методики на инженерном проекте.....	101
4.5 Выводы по Главе 4.....	105
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	108
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	109
СПИСОК ИЛЛЮСТРАТИВНОГО МАТЕРИАЛА.....	126
ПРИЛОЖЕНИЕ А Результаты геометрического нивелирования.....	129
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Настройка сети.....	134
ПРИЛОЖЕНИЕ В Коды MATLAB и Python.....	139
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Акт внедрения.....	146

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Одной из наиболее важных задач геодезических измерений является получение нормальных высот достаточной точности, обеспечивающей строительство зданий и сооружений. Их определение при наличии развитой плано-высотной сети не представляет особой сложности. Другое дело, когда встает вопрос о ее создании. Такая ситуация сложилась в Ливане. Создание нивелирной сети с использованием традиционного подхода на основе нивелировочных работ связано с большими затратами, как людскими, так и финансовыми. В этой связи широкое распространение получило применение глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Однако точность определения нормальных высот без дополнительных изысканий остается не всегда приемлемой. Существенное развитие этого вопроса получило разработка моделей Земли (EGM), позволяющие определять по данным ГНСС аномалии и далее нормальные высоты. Однако и в этом случае требуется проведение специальных исследований для проверки получаемых результатов и разработки корректирования модели высот и построения локального квазигеоида. К настоящему времени национальные геодезические службы многих стран ведут исследования в этом направлении.

Построение локального квазигеоида актуальная задача для любой страны. Особенно она востребована в странах, где отсутствует высотная геодезическая сеть, и территория Ливана относится к таким регионам. Наличие модели квазигеоида обеспечивает уточнение модели Земли, основной задачи геодезии. Кроме того, сегодня технологии измерений с использованием ГНСС становятся одними из главных, позволяющих посредством компьютерных технологий удобно и эффективно осуществлять основной принцип измерений: их единство. Главной задачей остается достижение требуемой точности модели квазигеоида.

Диссертация направлена на разработку модели квазигеоида с использованием спутниковых определений и геометрического нивелирования. При этом геометрическому нивелированию уделяется особое внимание: выполнение по

нескольким маршрутам позволит более надежные значения нормальных высот для конкретного участка. Важно при этом обеспечение вертикальности нормалей к визирной линии, что также требует разработки дополнений к технологии геометрического нивелирования. Эти вопросы, а также обобщение и обработка результатов измерений, определение характеристических коэффициентов для репрезентативных участков и, в конечном итоге, построение локальной модели квазигеоида для Республики Ливан составляют решение актуальной задачи.

Содержание диссертации соответствует паспорту научной специальности 1.6.22. Геодезия по пунктам 3, 5 и 11.

Степень разработанности темы исследования

Изучением вопросов определения нормальных высот для инженерных приложений занимались многие специалисты-геодезисты. Следует выделить работы таких ученых, как В.Б. Непоклонов, А.П. Карпик, В.Н. Баландин, М.Я. Брынь, А.Н. Майоров, В.Н. Баранов, И.М. Кравчук, Г.В. Демьянов, Н.И. Рудницкая, В.И. Обиденко, О.А. Опритова, А.П. Решетов, Ву Хонг Куонг, Фунг Чунг Тхань, Мохамед Абделвадод Абделмгед Елшеви, Йессуфу Мукадаму Жослин, O.F. Oduyebo, M.N. Ono, E.S. Okiemute, E.Y. Belay, W. Godah, M. Szelachowska, R. Tenzer, T.A. Herbert, O. Eteje, D.T. Vu, S. Bruinsma, S. Bonvalot, A.J. Aljanbi, H. Dibs, В.Н. Alyasery в которых заложены основы использования ГНСС технологий для определения нормальных высот.

Примеры и методики практической реализации спутникового нивелирования рассмотрены в работах Башировой Д.Р., Юнес Жад, Чан Тхань Шон, Idoko I.A., Sam A.A., Eboigbe M.A., Raufu I.O., Tata H., Williams S.D.P., Penna N.T., Ноа Н.М.

Вместе с тем вопросам совершенствования технологии спутникового нивелирования в части разработки технологии определения нормальных высот на основе вариаций метода геометрического нивелирования и алгоритма корректировки данных спутниковых определений для уточнения локальных квазигеоидов пока уделяется недостаточно внимания.

Предмет исследования – методы определения нормальных высот.

Объект исследования – поверхность участка Земли и нормальные высоты ее точек.

Цель диссертационной работы

Повышение точности производства геодезических работ в Республике Ливан за счет разработка методики определения нормальных высот.

Идея заключается в комплексном использовании современных технологий геодезических измерений и их обработки для создания локального квазигеоида, при котором на основе модели Земли, спутникового позиционирования и геометрического нивелирования, проводимого на репрезентативных участках по маршрутам, обеспечивающим стационарирование на всей площади, корректируются результаты спутникового нивелирования, определяются зональные коэффициенты, по которым строится высотная модель для территорий Ливана.

Задачи исследования

1. Анализ состояния изученности вопроса о построении высотной основы и разработка методики детальных исследований.
2. Разработка методики натуральных измерений и общей концепции построения модели локального квазигеоида.
3. Проведение геодезических измерений, включая спутниковые определения, геометрическое нивелирование и разработка поправочного коэффициента для спутникового нивелирования.
4. Разработка технологии построения модели локального квазигеоида и ее демонстрация на конкретном объекте.

Научная новизна

1. Разработана методика построения локального квазигеоида на основе спутниковых определений и многоходового геометрического нивелирования с коррекцией его поверхности по отвесной линии.
2. Получены зависимости точности определения нормальных высот от количества ходов и маршрутов геометрического нивелирования.

3. Разработан алгоритм определения поправочного коэффициента, уточняющий метод спутникового нивелирования.

Теоретическая и практическая значимость работы

В диссертации приведено теоретическое обоснование технологии построения локального квазигеоида на основе использования спутниковых определений, которые совместно с оригинальными способами применения геометрического нивелирования создают предпосылки для развития традиционных методов геодезических измерений и их увязывании с технологиями ГНСС-измерений, что весьма значимо в целом для геодезии. Практическая значимость состоит в разработке инженерной методики измерений для построения локального квазигеоида на территории Республики Ливан. Разработанная методика определения нормальных высот по данным спутниковых определений и частичного применения геометрического нивелирования принята к использованию в системе геодезических работ компанией ООО «БЕНТА», что подтверждается актом внедрения от 01.12.2023 (Приложение Г).

Методология и методы исследований

Анализ и обобщение результатов теоретических и практических исследований при обосновании актуальности темы работы и решаемых задач; полевые исследования, включая экспериментальные геодезические измерения с использованием технологий ГНСС; методы математической статистики и метод наименьших квадратов при обработке измеренных величин; математическое моделирование рельефа местности для сравнения результатов разных территорий и определения поправочного коэффициента.

Положения, выносимые на защиту

1. Использование метода геометрического нивелирования, проведенного по нескольким взаимосвязанным маршрутам, повышает точность определения высот локального квазигеоида в два и более раз в зависимости от рельефа местности.

2. Создание высотной основы для территории с недостаточно развитой геодезической сетью, к которым относится Республика Ливан, для целей

строительства зданий и сооружений возможно на основе разработанного алгоритма определения поправочных коэффициентов к нормальным высотам, получаемым по методу спутникового нивелирования.

Степень достоверности результатов исследования обеспечена достаточным объемом натурных измерений, поведенных на разных ландшафтных территориях, обоснованностью теоретических расчетов, согласованностью результатов с альтернативными независимыми исследованиями, применением сертифицированного оборудования, приборов и программного обеспечения.

Апробация результатов. Основные положения и результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. XVII International Forum-Contest of Students and Young Researchers «Topical Issues of Rational Use of Natural Resources (июнь 2021 г., г. Санкт-Петербург),

2. XIX International Forum-Contest of Students and Young Researchers «Topical Issues of Rational Use of Natural Resources (май 2023 г., г. Санкт-Петербург),

3. The International Conference on Geosynthetics and Environmental Engineering (март 2023 г., Южная Корея).

Личный вклад автора заключается в: участии формулирования цели диссертации и обоснования задач исследований; анализе зарубежной и отечественной научной литературы по теме исследования; проведении полевых работ в трех различных регионах Ливана, анализе и обработке полученных результатов и разработке математической модели; обобщении результатов исследований; разработке программных модулей по оптимизации точности измерения нормальных высот и разработке математической модели высот.

Публикации

Результаты диссертационного исследования в достаточной степени освещены в 7 печатных работах (пункты списка литературы № 32, 33, 34, 100, 101, 102, 103), в том числе в 3 статьях - в изданиях из перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой

степени доктора наук, в 1 статья - в изданиях, входящих в международные базы данных и системы цитирования (Scopus). Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографического списка, содержит 146 страниц машинописного текста, 38 рисунков, 24 таблицы, список литературы из 132 наименований и 4 приложения на 19 страницах.

Благодарности

Выражаю благодарность своему научному руководителю – доктору технических наук Мустафину М.Г. за помощь, оказанную при работе над диссертацией, преподавателям и сотрудникам кафедры инженерной геодезии Санкт-Петербургского горного университета императрицы Екатерины II, коллегам, друзьям и своей семье за бесценную поддержку на протяжении всего периода работы над диссертацией.

ГЛАВА 1 СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ

1.1 Общие сведения о высоте местности

В соответствии с ГОСТ 22268-76 «Геодезия. Термины и определения» [10], геодезические координаты есть три величины, две из которых характеризуют направление нормали к поверхности земного эллипсоида в данной точке пространства относительно плоскостей его экватора и начального меридиана, а третья является высотой точки над поверхностью земного эллипсоида. Таким образом, важными составляющими являются такие понятия, как «земной эллипсоид» и «нормаль к поверхности земного эллипсоида». Также эта формулировка связывает все три координаты, которые опираются на модель земного эллипсоида.

Вместе с отмеченным следует подчеркнуть, что геодезическая высота строго определяет отметку нормально земному эллипсоиду. Для практических нужд используют нормальную высоту, которая откладывается нормально поверхности геоида или квазигеоида.

Термин «Геоид» широко используется почти 200 лет, с тех пор, как впервые был введен К.Ф. Гауссом в 1828 г. Геоид определяется как эквипотенциальная поверхность гравитационного поля Земли. Последнее определяется детальной структурой Земли, что пока выявлено только приблизительно. В этой связи геоид весьма трудно использовать в практике напрямую. Взамен этого используется геодезический подход, заключающийся в использовании отвесных линий и перпендикулярных им направлений (метод геометрического нивелирования) для построения рельефа земной поверхности [58, 123]. Получаемая при этом поверхность получила название «квазигеоид». Квазигеоид представляет собой поверхность, близкую к геоиду, и определяемую по результатам измерений на земной поверхности [43, 44, 70].

Созданная в России (СССР) государственная геодезическая сеть (ГОСТ Р 55024-2012 Сети геодезические. Классификация. Общие технические требования)

регламентирована, используется и совершенствуется (уточняется). При этом высотные отметки пунктов высших классов (I и II) определяются с учетом результатов гравиметрических измерений. Классы меньшей точности опираются на пункты высших классов и их высоты можно определять чисто из геометрического нивелирования [12].

В случае отсутствия высотной иерархической сети, подобно той, что отмечена выше, есть ли возможность создания высотной основы с наименьшим применением гравиметрических измерений. Этот вопрос возникает во многих странах. Остро эта проблема стоит и в Ливане. Вопрос также интересен в плане развития собственно геодезических методов измерений с привлечением расчетных методов оценки напряженно-деформированного состояния, которые могут заменить или в значительной степени ограничить гравиметрические измерения при создании высотной основы.

Создание модели геоида/квазигеоида с более высокой точностью обсуждается в геодезических областях уже много лет (Рисунок 1.1). Главным препятствием всегда было то, что распределение плотности массы внутри Земли никогда не будет точно известно, чтобы мы могли вычислить геоид с удовлетворяющим (необходимым) уровнем точности [98]. С появлением ГНСС – измерений и возможности более точно определять рельеф местности и градиенты высот относительно эллипсоида, дискуссия по этому вопросу возобновилась. В последние годы разные группы исследователей пытались повысить точность определений геоида, либо квазигеоида [67, 82, 97, 118].

В настоящее время широкое и постоянно растущее использование глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) определяет необходимость создание более точной модели геоида или квазигеоида, чтобы сделать возможным определение нормальных высот лишь по данным спутниковых определений [21, 78]. Действительно, при использовании ГНСС координаты определяются относительно геоцентрической системы координат WGS84 (Всемирная геодезическая система координат, 1984 г.). Геодезические высоты получают пересчетом и их возможно преобразовать в местную систему

координат [1, 88]. Проблема возникает при определении нормальных высот, поскольку необходимо знать поверхность, высоту геоида или квазигеоида.

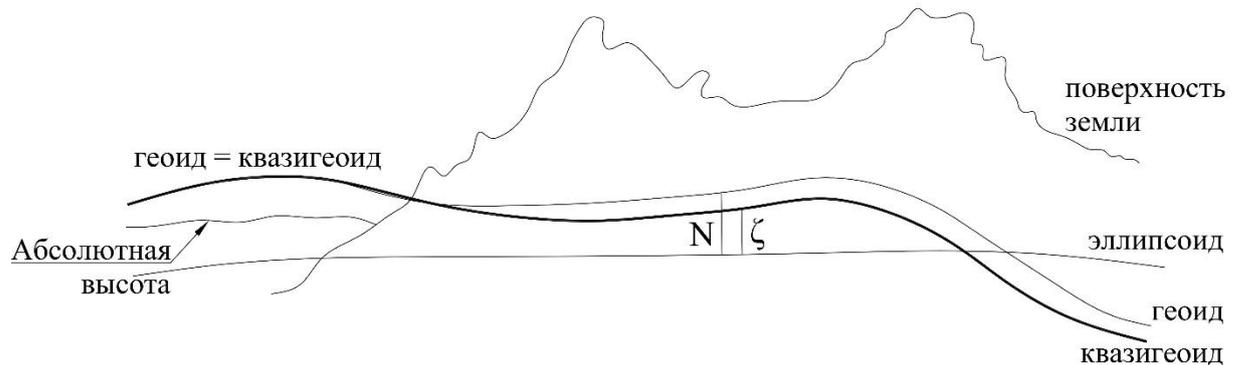


Рисунок 1.1 – Связь между геоидом, квазигеоидом и эллипсоидом [119]

Методы определения формы геоида

Существуют различные методы определения формы геоида. Гравиметрические измерения, пожалуй, представляют собой основной метод для определения формы геоида. Они основаны на измерении ускорения силы тяжести в различных точках земной поверхности. Различия в ускорении силы тяжести очевидно связаны с различиями формы геоида (высоты) этих точек. Используют также астрономические наблюдения для определения астрономической широты, которая является углом между отвесной линией (перпендикуляром к геоиду) и плоскостью экватора Земли. Еще один способ расчета геодезической широты — использование измерений поверхности Земли. Геодезическая широта определяется как угол между линией, перпендикулярной эллипсоиду, которая моделирует форму Земли, и экваториальной плоскостью эллипсоида. С другой стороны, геоцентрическая широта — это угол между линией, проходящей от центра земного эллипсоида и его экваториальной плоскостью. [3, 4, 71, 76, 86, 93, 113, 130].

В последние годы широко используется геометрический метод заключается в использовании высот геоида (модели геоида). По ГНСС измерениям определяют геодезические высоты и затем по модели геоида нормальные высоты. Этот метод получил название спутниковое нивелирование [8, 14, 21, 45]. Разница между этими параметрами представляет собой аномалию высоты (ζ), используя ее можно вычислить нормальные высоты. Недостатком этого подхода является то, что

результаты пока существенно уступают тем, которые получаются при геометрическом нивелировании.

Гравиметрические методы используют, наземные, надводные, воздушные и космические гравитационные приборы и оборудование для измерений и составления карты гравитационного поля Земли. Преимущество этого метода в том, что относительно легко собирать данные на очень больших площадях. С использованием этого метода построена глобальная гравиметрическая модель (глобальная геопотенциальная модель) EGM2008.

1.2 Глобальные геопотенциальные модели

Глобальные геопотенциальные модели (ГГМ) — это математическое представление геопотенциального поля Земли, описывающее изменения гравитационного поля и формы Земли. ГГМ представляет собой эквипотенциальную поверхность, которая лучше всего соответствует нормальной высоте. С середины 1960-х годов было разработано много ГГМ, которые применяются при моделировании геоида. Геопотенциальные модели, определяемые наборами коэффициентов, которые представляют аномальный гравитационный потенциал, расширенный в сферические гармоники, рассчитываются путем объединения данных различного вида и точности [8, 23].

В настоящее время геопотенциальные модели стали частью геодезических систем отсчета и широко используются в качестве эталонного поля земных и океанических гравитационных данных для локальных и региональных представлений гравитационного поля Земли. Однако географическое распределение доступных гравитационных данных для расчета коэффициентов высокой степени по-прежнему очень неравномерно в глобальном масштабе, и гравитационное поле, рассчитанное с помощью этих моделей, отражает этот недостаток [62]. Следовательно, при представлении аномального гравитационного поля в регионах с недостатком гравитационных данных необходимо проверить пространственное разрешение, соответствующее более высокой степени модели геопотенциала, чтобы выбрать наилучшую степень, которая будет использоваться.

К самым последним и широко используемым глобальным геопотенциальным моделям относятся:

- EGM2008 (Гравитационная модель Земли 2008 г.): модель высокого разрешения, разработанная Национальным агентством геопространственной разведки (NGA) в сотрудничестве с NASA и другими международными организациями. Он предоставляет подробную информацию о гравитационном поле Земли до 2190 градусов и порядка. Он основан на сочетании спутниковых гравитационных данных, земных гравитационных данных и альтиметрических измерений. Точность EGM2008 варьируется в разных регионах, глобальная точность составляет около 10 см по высоте геоида [41].

- GGM05S (Глобальная геопотенциальная модель 2005S): Модель сферической гармоник, разработанная «Bureau Gravimétrique International, BGI». Он обеспечивает глобальное покрытие до 360 градусов и порядка. GGM05S основан на спутниковых гравитационных данных миссии «Gravity Recovery and Climate Experiment, GRACE», а также на других наземных данных и данных альтиметрии, и его точность оценивается примерно в 15 см [99].

- EIGEN6-C4 (Европейская модель Земли с улучшенной гравитацией) — это статическая глобальная модель комбинированного гравитационного поля, включающая данные градиентометрии всей миссии «GOCE, Gravity field and steady-state. Ocean Circulation Explorer, ESA». Полученное решение до степени/порядка 370 было расширено до степени/порядка 2190 с помощью блочного диагонального решения с использованием глобальной сетки данных о гравитационных аномалиях DTU10 [87].

В недавних исследованиях различные ГГМ тщательно сравнивались и оценивались на предмет точности измерения аномалий силы тяжести, аномалий высоты и других важных факторов [82, 87, 93]. Однако важно отметить, что всеобъемлющая глобальная модель, которая точно отображает всю Землю, еще не разработана. Например, в некоторых странах было обнаружено, что EGM2008 точно соответствует топографии, в то время как другие исследования, напротив,

показали, что EIGEN6-C4 или GGM05 обеспечивают наиболее подходящую модель.

1.3 Системы высот

Любая точка, расположенная на земной поверхности, имеет высоту, определяемое как расстояние по вертикали между этой точкой и заданной опорной поверхностью. Существуют различные виды систем высот, которые можно в общих чертах классифицировать в зависимости от способа определения гравитационного поля Земли (т.к. гравитацию можно измерять, моделировать или вовсе не использовать).

Разница высот между точками на поверхности Земли традиционно измеряется с помощью различных методов нивелирования, включая барометрическое, геометрическое и тригонометрическое нивелирование. На протяжении всей истории эти методы эффективно удовлетворяли потребности профессионалов в таких областях, как геодезия, картография, океанография и техника определения высот. Хотя геометрическое нивелирование является дорогостоящим и трудоемким процессом, оно известно своей высокой точностью [73]. Случайные ошибки, связанные с геометрическим нивелированием, могут возникать из нескольких источников, таких как атмосферная рефракция, температурные изменения, вибрации инструментов, вызванные ветром, и неровности местности. Эти ошибки обычно уменьшаются за счет применения метода наименьших квадратов [123]. Однако следует иметь в виду, что национальные высотные сети, созданные таким образом, включают большие наборы измерений, собранные в неоднородных условиях, таких как разный рельеф местности, окружающая среда и инструменты, разные наблюдатели и в разных периодах времени. Это приводит к ряду ошибок, которые учитываются посредством специальных методов обработки [108, 120].

Использование только метода геометрического нивелирования позволяет определять превышения точек с определенной погрешностью, связанной относительной независимостью уровенных (эквипотенциальных) поверхностей точек стояния нивелира. Получается, что результаты нивелировки зависят от пути,

пройденного от одной точки к другой и в общем случае получаются разными. В этой связи при нивелировании I, II класса точности, а также III класса для гористой местности используют гравиметрические поправки. Таким образом, можно определить ряд различных систем высот, для которых используются измерения вертикальных приращений между эквипотенциальными поверхностями на пути нивелирования (dn) и силы тяжести (g), в соответствии с формулой 1.1 [75]:

$$C_P = \int_{P_0}^P g \cdot dn, \quad (1.1)$$

где C_P — число геопотенциала и представляет собой разность потенциалов между постоянным значением в геоиде W_0 и потенциалом в точке P на поверхности W_P (Рисунок 1.2). Это может быть выражено также в виде (формула 1.2):

$$C_P = W_0 - W_P, \quad (1.2)$$

Все точки имеют уникальный номер со своим геопотенциалом относительно геоида, и его можно вычислить и получить значение высоты в любой точке Земли. В то же время в зависимости от значения силы тяжести, можно получить различные высоты.

В следующем разделе ортометрические высоты и динамические высоты будут кратко определены как разные системы высот.

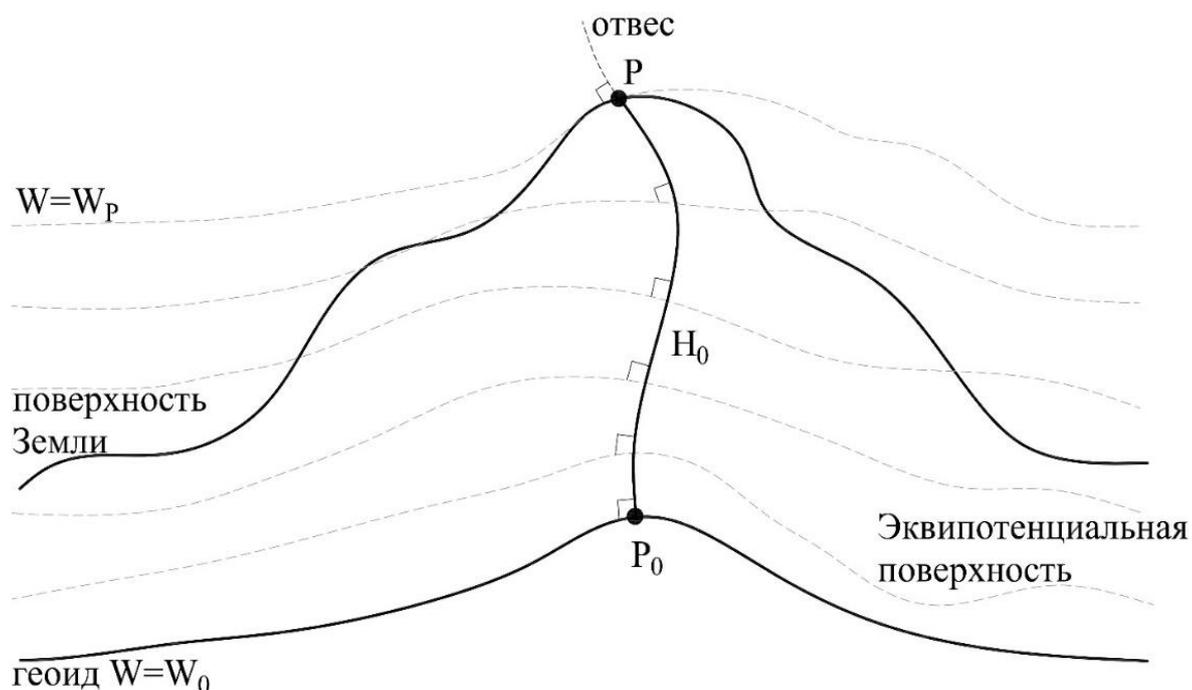


Рисунок 1.2 – Схема расчета ортометрической высоты для точки P [73]

А) *Ортометрическая высота*

Ортометрическая высота H_0 определяется как длина изогнутой отвесной линии от точки Р до ее пересечения с геоидом P_0 , как показано на рисунке 1.2, и определяется по формуле (1.3):

$$H_0 = \frac{c}{\bar{g}}, \quad (1.3)$$

где \bar{g} — интегральное среднее значение силы тяжести по отвесу, м/с².

Точный расчет потребует полного знания массовой плотности земной коры, что практически не осуществить на сегодня. Поэтому необходимо сделать приближения, чтобы получить соответствующие значения ортометрической высоты. Это важный момент, который следует понимать при работе с ортометрическими высотами на практике, поскольку поставщики данных (разработчики программных продуктов) могут не указывать явно фундаментальные выкладки, сделанные при вычислении среднего значения силы тяжести [38]. Поэтому следует проявлять особую осторожность при объединении разных типов данных о высотах или при работе с разными национальными базами данных ортометрических высот \bar{g} .

Одной из самых широко используемых ортометрических систем высот являются высоты Гельмерта, которые основываются на редукции силы тяжести по методу Пуанкаре-Прея, при которой определяется поверхность Бугера. Основным недостатком поправки Бугера является замена реальных массивов горных пород слоями с уменьшенной плотностью.

При практических расчетах делается упрощение, при котором ортометрическая высота описывается как расстояние вдоль эллипсоидальной нормали, называемое проекцией Гельмерта [75, 78]. Ошибка, вызванная пренебрежением разницей длины изогнутого отвеса и нормали к эллипсоиду, пренебрежимо мала для всех топографических высот на поверхности Земли.

В) *Нормальная высота*

Нормальное гравитационное поле — это поле, формирующееся Земным эллипсоидом и вращается с постоянной угловой скоростью, более или менее эквивалентной скорости вращения Земли [36, 73, 106]. Ее можно использовать для определения высот, что позволяет избежать данных о плотности Земли. Нормальные высоты (H^N) для практического использования были предложены в 1954 г. отечественным ученым Молоденским Михаилом Сергеевичем (Молоденский М.С. и др., 1962).

Нормальные высоты легко вычислить, поскольку они не требуют знания внутренней структуры массы и плотности Земли; в этом достоинство теории Молоденского. Нормальные высоты могут быть совместимы с высотами ГНСС, так как они опираются на квазигеоид.

Согласно Heiskanen and Moritz (1967), если предположить, что гравитационное поле Земли нормальное, то $W = U$, $g = \gamma$, и $P_0 = 0$ (формула 1.4). Таким образом, формула (1.1) примет вид:

$$W_0 - W = C = \int_0^{H^N} \gamma dH^N, \quad (1.4)$$

Физический смысл нормальных высот менее очевиден, чем смысл ортометрических высот, поскольку они зависят от используемого опорного эллипсоида. Хотя они являются базовыми в новых теориях физической геодезии, они имеют искусственный характер по сравнению с ортометрическими высотами. Их легко вычислить, а порядок нормальных поправок примерно такой же, как и ортометрических.

Если значение силы тяжести в уравнении (1.3) заменить средней нормальной силой тяжести вдоль отвесной линии, то мы получим нормальные высоты, обозначаемые H^N и вычисляемые по формуле (1.5):

$$H^N = \frac{C}{\gamma}, \quad (1.5)$$

Как ортометрические, так и нормальные высоты имеют четкую геометрическую интерпретацию, с ключевым отличием в том, что нормальные высоты относятся к квазигеоиду. С вычислительной точки зрения нет

необходимости делать аппроксимацию плотности земной коры для расчета C_P , и поэтому H^N_P можно вычислить точно. Подробный анализ теории нормальных высот приведен в работах (Молоденский М. С. Метод совместной обработки гравиметрических и геодезических материалов для изучения гравитационного поля Земли и её фигуры, // Изв. АН СССР. Геогр. геофиз., 1951. вып. 86) и [78]. Геометрическая связь между геодезической высотой (H), ортометрической высотой (H_O) и высотой геоида (N) определяется уравнением (1.6, 1.7):

$$H - H_O - N = 0, \quad (1.6)$$

Заменяя ортометрические высоты нормальными высотами (H^N), а высоты геоида высотами квазигеоида (ζ), уравнение принимает вид:

$$H - H^N - \zeta = 0, \quad (1.7)$$

В таком случае геоид заменяется квазигеоидом, который тесно связан с геоидом и практически совпадает с ним на уровне моря [2, 64, 104, 118]. Важно отметить, что в отличие от геоида, квазигеоид не является эквипотенциальной поверхностью гравитационного поля Земли (Рисунок 1.3).

Разница между нормальной и ортометрической высотой увеличивается с высотой. Марти (2003) показал, что различия между нормальной и ортометрической высотой в Швейцарских Альпах составляют около 2 см, но могут превышать 10 см на вершинах гор высотой более 3000 м. Как и другие высоты, нормальную высоту можно рассчитать, применив барометрические поправки к разнице высот, если на маршруте нивелировки имеются достаточно плотные измерения силы тяжести.

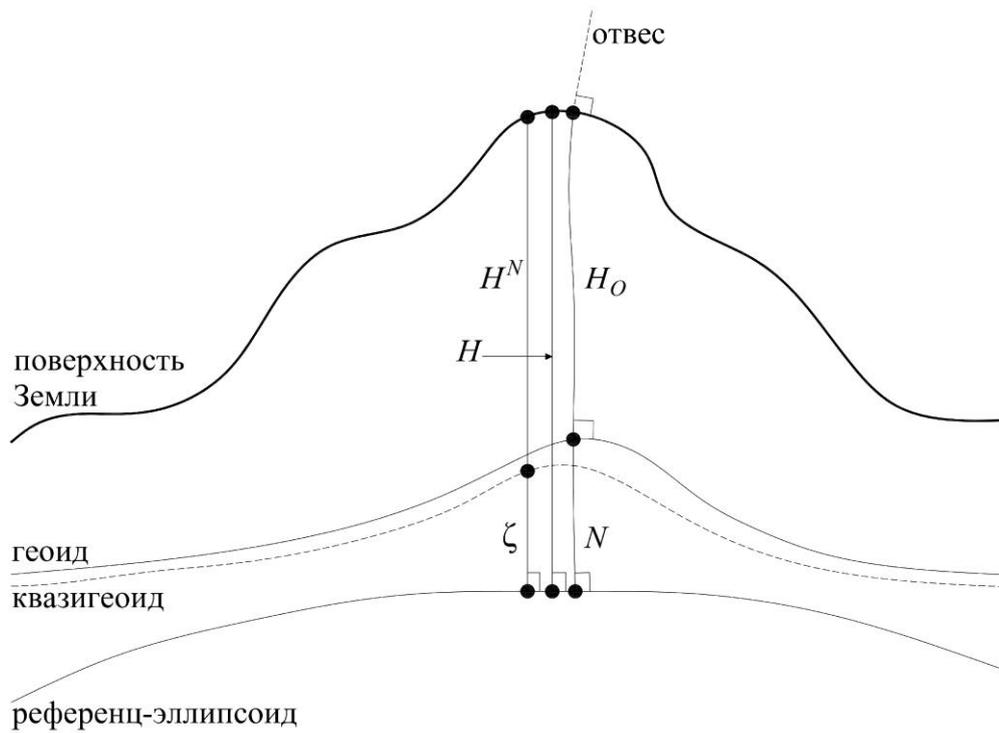


Рисунок 1.3 – Схемы различных систем высот и их поверхности [71]

С) *Динамическая высота*

Динамическая высота определяется в уравнении (1.8):

$$H^D = \frac{c}{\gamma_0}, \quad (1.8)$$

где значение силы тяжести в уравнении (1.3) заменяется на γ_0 (нормальная сила тяжести для фиксированной широты), обычно принимаемую равной 45° .

Значимо отметить, что динамические высоты лишены геометрической интерпретации и сводятся к преобразованию геопотенциальных чисел в единицы длины.

Очевидно, что динамическая высота отличается от числа геопотенциала в конкретной точке только масштабом или единицей измерения: деление на константу γ_0 преобразует число геопотенциала в длину. Динамическая высота скрывает истинный физический смысл потенциального неравенства. [75, 78]. Следовательно, числа геопотенциала обычно предпочтительнее динамических высот из-за более четкого представления физических явлений. Тем не менее, динамические высоты выделяются как единственный тип среди трех, который имеет физическое значение для определения направления потока воды. Это связано с тем, что при сравнении двух точек, имеющих одинаковую

ортометрическую высоту, они часто располагаются на разных эквипотенциальных поверхностях, что заставляет воду течь из точки с более высокой динамической высотой.

D) Геодезическая высота

Математическая модель поверхности Земли часто использует эллипсоид вращения, который определяется двумя основными параметрами: большой полуосью (a) и коэффициентом сжатия (f). Все остальные характеристики формы и размеров эллипсоида, такие как малая полуось (b), и эксцентриситет (e^2) могут быть вычислены на основе этих параметров. Благодаря своей гладкой и четко определенной форме, эллипсоид является удобной базовой поверхностью для различных математических операций, и широко применяется в геодезии для определения координат [75, 79, 132]. Геодезическая широта (B) и долгота (L) определены на рисунке 1.4, где предполагается, что центр эллипсоида совпадает с центром масс Земли, малая ось эллипсоида совпадает с опорным полюсом Земли, а ось (p) является пересечением плоскости меридиана с плоскостью экватора.

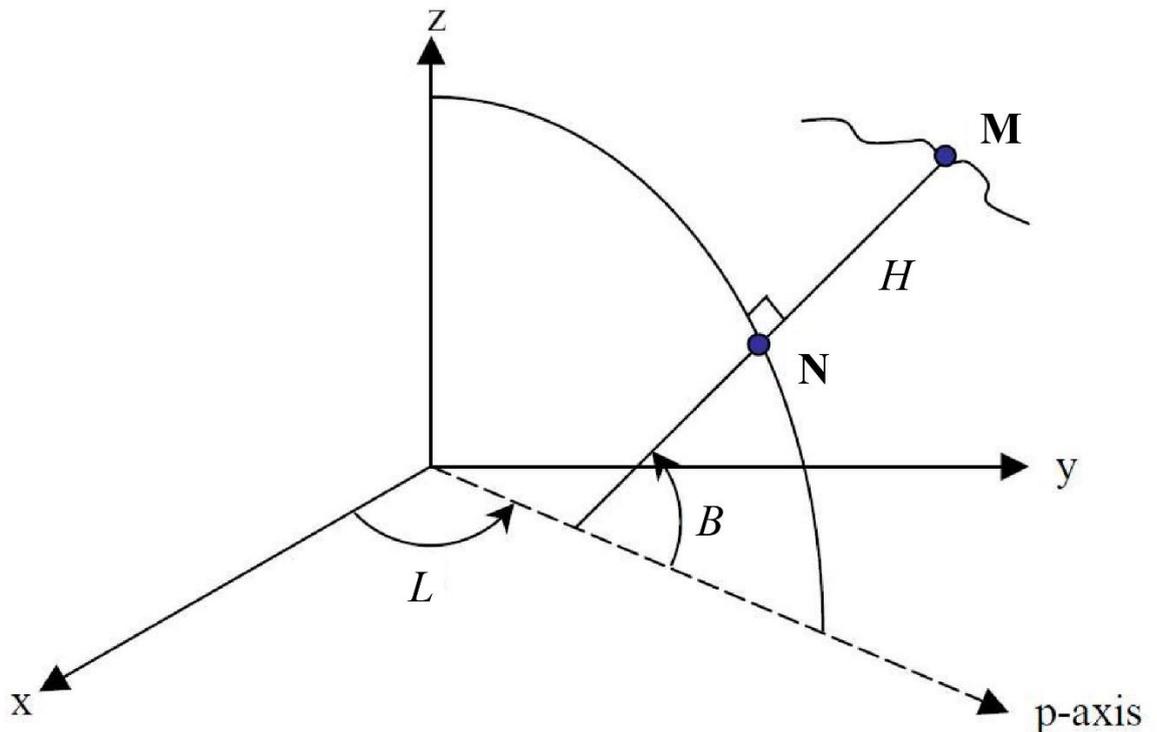


Рисунок 1.4 – Геодезические координаты точки (P) на земной поверхности [71]

Геодезическая высота (H) представляет собой расстояние по прямой между точкой (M) на поверхности Земли и ее проекцией (N) по нормали к эллипсоиду.

Местоположение точки (М) также может быть определено в декартовых координатах (x, y, z), что значительно упрощается с использованием спутниковых методов. С помощью ГНСС трехмерные координаты приемника спутникового сигнала могут быть определены в той же системе отсчета, которая используется для определения координат спутников.

Определение геодезических высот с использованием измерений ГНСС обычно представляет собой более сложную задачу, чем вычисление горизонтальных координат. Хотя общие источники ошибок, влияющие на точность позиционирования, оказывают воздействие на все три координаты, существуют несколько основных различий, приводящих к ухудшению качества вычислений высоты. Факторы, влияющие на это, подробно описаны в работах Дударев В.И.:

- Геометрию спутника можно наблюдать только в одном полушарии, что ограничивает количество доступных спутников;
- Необходимость оценки временных поправок приемника в каждую эпоху;
- Оценка тропосферной поправки в зените каждый час, поскольку изменения в атмосферных условиях могут существенно влиять на время прохождения сигналов.

Наиболее ограничивающим фактором остаётся сильная взаимосвязь между временными поправками приёмника и параметрами задержки в тропосфере и зените, что существенно затрудняет достижение высокой точности в вычислениях геодезической высоты, даже в отсутствие других возможных ошибок и систематических искажений [117]. Предлагается использовать данные ГНСС при низких углах наблюдения для частичной коррекции высоты.

В конечном итоге выбор между типами высот для использования зависит от наличия национальных баз данных, которые традиционно предпочитают одну систему над другой. Фактически, каждая из этих систем высот обеспечивает уникальное определение вертикальной координаты точки на поверхности Земли, основываясь на собранных данных о нивелировках и измерениях гравитации. Поскольку они связаны через число геопотенциала, в теории возможно осуществление преобразования между любыми типами высот.

1.4 Связь нормальных, геодезических высот и квазигеоида

Определение взаимосвязи высот квазигеоида, нормальных и геодезических высот эффективно используется на практике и ряде приложений. Это иллюстрируется простым геометрическим соотношением, существующим между тройкой высот, выраженным в уравнении (1.7) и изображенным на рисунке 1.3. Традиционные методы определения высот хотя и точны (геометрическое нивелирование), но очень трудоемки, затратны и даже трудно используемы в суровых условиях. С другой стороны, высоты квазигеоида могут быть эффективно использоваться при ГНСС измерениях, хотя и с более низким уровнем точности. Основная проблема при этом заключается в том, что высоты относятся к эталонному эллипсоиду, аппроксимирующему форму Земли, и поэтому содержат существенные погрешности. Связь между геодезическими высотами и нормальными высотами обеспечивается наличием высот квазигеоида.

Признавая присущие каждому типу систем высот их преимущества и ограничения, становится ясно, что сочетание разнообразных высот с анализом ошибок может принести пользу многим областям, не ограничиваясь только геодезией. Например, океанография, картография и экология могут значительно выиграть от использования разнообразных данных о высоте. Несколько важных областей применения включают управление прибрежной зоной, развитие городской инфраструктуры и моделирование климата, все они могут извлечь пользу из оптимального сочетания разнородных наборов данных о высоте:

- Модернизация региональных вертикальных данных;
- Объединение национальной системы отсчета по вертикали для глобальной системы отсчета по вертикали;
- Преобразование между различными типами данных о высоте;
- Уточнение и тестирование существующих гравиметрических моделей геоида.

1.5 Создание базы данных высот

Для создания базы данных высот необходимо выбрать тип системы высот и опорную земную поверхность. После того, как этот выбор сделан и наблюдаемые

превышения высот скорректированы (уравнены) с учетом погрешностей [58], возможно создание базы данных высот.

В идеале эта реализация должна быть сделана либо на основе геопотенциальных чисел, либо на основе превышений. Однако это не всегда возможно из-за отсутствия гравитационных наблюдений или несовершенства поправок. При этом высоты точек должны находиться на одной эквипотенциальной поверхности. Если это не так, база данных будет искажена.

Выбор типа системы высот обычно зависит от имеющихся данных. Например, если гравитационные наблюдения недоступны, можно использовать только нормальную, ортометрическую или эллипсоидальную системы высот.

Используя предположение, что геоид/квазигеоид и высота в морях и океанах одинаковы, можно связать модели геоида/квазигеоида с нормальными высотами, используя местные наблюдения высот (геометрическое нивелирование).

Определение абсолютной высоты

Поверхность системы высот (база), построенная по набору данных измерений, будет совпадать с геоидом (ортометрическая система высот) или квазигеоидом (нормальная система высот). Однако, поскольку не существует инструмента, который мог бы напрямую измерить абсолютное значение геопотенциала Земли, физически наблюдать геоид невозможно. Над океанами геоид и квазигеоид совпадают и представляют собой эквипотенциальную поверхность, которая обычно приближается к абсолютной высоте в океанах [24]. Таким образом, получение данных наблюдений за уровнем моря с помощью мареографов является наиболее распространенным методом определения абсолютной высоты и, следовательно, определения базы данных высот. На наблюдения за абсолютной высотой влияют три основные проблемы:

- Наличие приливов и других временных явлений;
- Наличие рельефа морской поверхности, штормовых нагонов, нелинейных приливов и т.п. в прибрежной зоне;
- Вековые изменения уровня моря из-за воздействия климата.

Следовательно, для определения абсолютной высоты независимо от приливных эффектов необходимо проводить регулярные наблюдения за уровнем моря в течение как минимум 18,6-лет [114]. Это требование продолжительности не было выполнено в Ливане.

1.6 Геометрическое нивелирование

Определение нормальной высоты посредством геометрического нивелирования включает в себя измерение разницы высот между точками на поверхности Земли. Построенная таким образом сеть формирует базовую плоскость, которая используется для измерения высот и обеспечения их единообразия в строительстве и развитии инфраструктуры. В методе геометрического нивелирования используются специальные инструменты, такие как цифровые нивелиры, для измерения превышений с высокой точностью. Тщательно анализируя измерения и учитывая такие факторы, как атмосферное давление и температура, геодезисты могут точно определить нормальную высоту, что позволяет успешно реализовать различные проекты. Однако проекты, относящиеся к субмиллиметровой точности, должны обязательно учитывать изменения гравитационного поля.

Как пояснил Л.В. Огородов [37], в гравитационном поле расстояние между уровнями поверхностями $W = W_1$ и $W = W_2$, обозначаемое (h), прямо пропорционально разности потенциалов $W_2 - W_1$. Сила тяжести на уровнях поверхностях разная, поэтому поверхности не параллельны, а расстояния (h) при перемещении точек 1–2 неодинаковы. Таким образом, при геометрическом нивелировании расстояния h_1 и h_2 между поверхностями уровня, проходящими через точки 1' и 2'', различны (Рисунок 1.5).

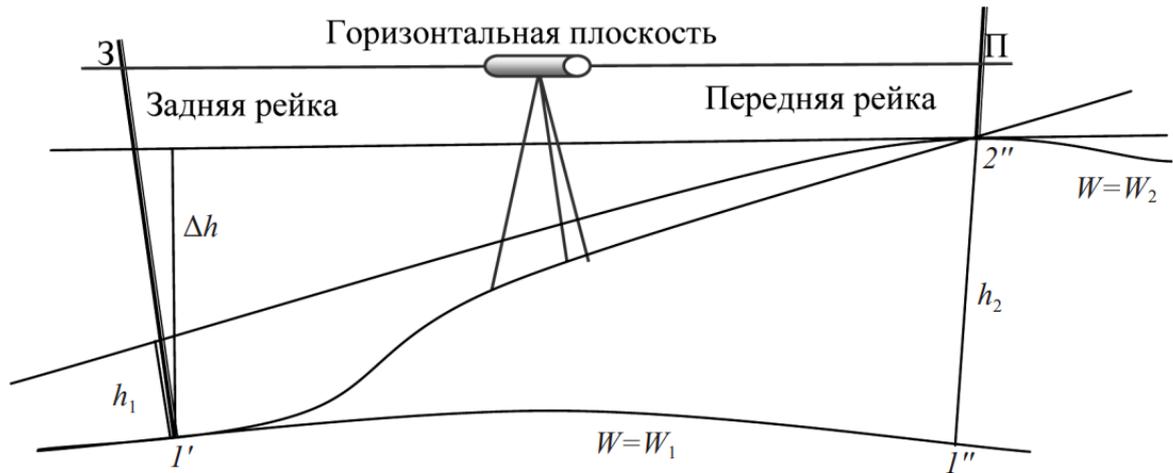


Рисунок 1.5 – Схема геометрического нивелирования и гравитационное поле [36]

1.7 Обзор методов ГНСС

Сегодня в мире работает уже много навигационных спутниковых систем. Некоторые из них являются глобальными, а другие предоставляют услуги только в пределах определенного региона. Наиболее известными навигационными спутниковыми системами являются Глобальная навигационная спутниковая система Российской Федерации (GLONASS), китайская навигационная спутниковая система BeiDou (BDS), европейская система Galileo, американская система глобального позиционирования (GPS), индийская система навигации с индийской группировкой (NavIC) и Японская спутниковая система «Квазизенит» (QZSS). ГНСС по всему миру предоставляет пользователям непрерывную, трехмерную информацию о местоположении. Также с учетом соответствующего приемного оборудования, также показывается время в рамках шкалы времени всемирного координированного времени (UTC). Наземная сеть управления/мониторинга следит за исправностью и состоянием спутников [42, 50].

Для формулировки математической задачи спутниковой навигации необходимо выбрать опорную систему координат, в которой могут быть представлены состояния как спутника, так и приемника. Система координат, используемая в ГНСС, основана на Мировой геодезической системе (WGS84). WGS84 — это геоцентрическая и фиксированная наземная система отсчета и геодезические данные. Она основана на последовательном наборе констант и

параметров модели, которые описывают размер, форму, гравитационные и геомагнитные поля Земли [35, 48, 61, 119].

Приемники ГНСС работают в разных режимах. Наиболее точным является статический режим. При режиме «статика» время сеанса приема занимает продолжительное время (Рисунок 1.6).

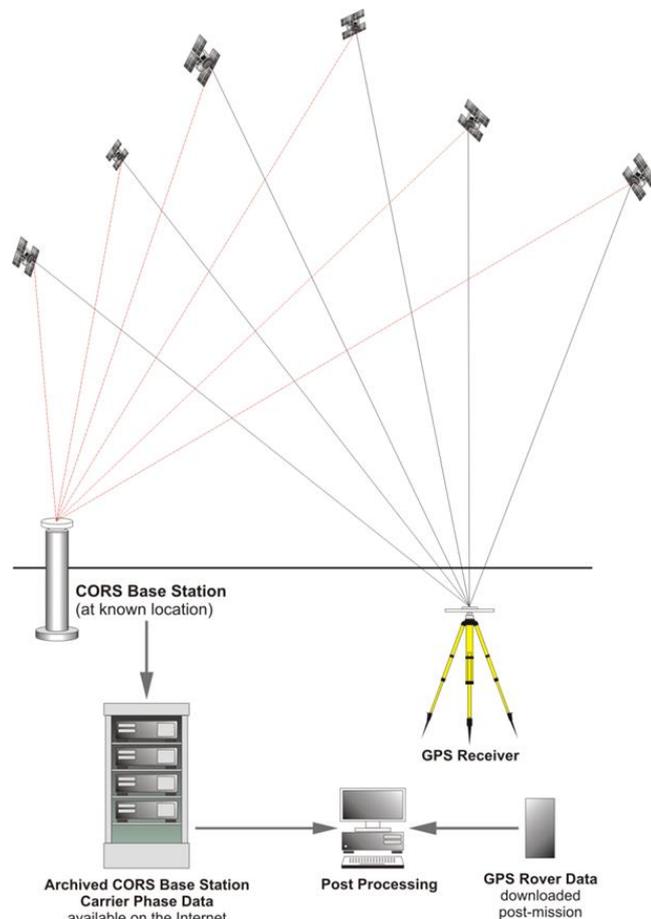


Рисунок 1.6 – Процесс ГНСС при сборе данных [112]

Плохая погода не мешает наблюдениям ГНСС, также как и отсутствие взаимной видимости между станциями по крайней мере, при постобработке ГНСС [40, 57, 96, 126].

1.8 Уклонение отвесной линии

Уклонение отвесной линии (ϵ) — это угол между отвесной линией точки на земной поверхности (перпендикулярным поверхности геоида) и линией, перпендикулярной поверхности опорного эллипсоида. Оно состоит из двух компонентов: компонента север-юг (ξ) и компонента восток-запад (η). Компонент север-юг (ξ) положителен, когда астрономический зенит находится к северу от геодезического зенита, а компонент восток-запад (η) положителен, когда

астрономический зенит находится к востоку от геодезического зенита. Уклонения отвесной линии классифицируется как абсолютное, когда оно относится к геоцентрическому эллипсоиду, и относительное, когда оно относится к локальному (референц) эллипсоиду [63, 72, 120].

Традиционно определение отклонений отвесной линии было прерогативой астрономической или гравиметрической геодезии. Это не входило в обязанности инженера-геодезиста. Однако, когда появилась возможность спутниковых определений, а также различные компьютерные технологии, геодезисты получили мощный аппарат увязывания и перерасчета различных данных, в том числе трансформирование данных в разные системы координат. Отклонение отвеса может быть определено в различных точках на поверхности Земли. Однако, из-за неоднородного распределения массы Земли направление вектора силы тяжести меняется на разных уровнях глубин [22, 122, 125, 128, 129].

Астро-геодезическое определение:

Астрономо-геодезический метод является основным методом определения составляющих отклонения отвеса, он основан на сравнении астрономических координат с геодезическими координатами точки (формулы 1.9, 1.10).

$$\xi = \Phi - B, \quad (1.9)$$

$$\eta = (A - L) \cdot \cos(B), \quad (1.10)$$

где (Φ, A) — астрономические координаты, °,

(B, L) — геодезическими координатами, °.

Геодезические координаты могут быть получены непосредственно через спутниковые определения. Астрономические методы определения географических координат подразделяются на две основные категории: зенитные и азимутальные. В зенитных методах широта и время (долгота) определяются через измерения зенитных расстояний между светилами, разности зенитных расстояний между светилами, либо наблюдения групп звезд с одинаковыми зенитными расстояниями. Азимутальные методы астрономических определений позволяют определить время и широту на основе измерения азимутов двух звезд, разности азимутов звезд,

или наблюдений групп звезд в одной вертикали. Астрономо-геодезические методы позволяют определять астрономические координаты с точностью от 0,5" до 0,1" [120].

Гравиметрическое определение:

Гравиметрический метод основан на использовании гравитационных измерений и позволяет расчет отклонения отвесной линии. Измерения наземной силы тяжести сводятся к определению аномалии силы тяжести (разность наблюдаемого значения силы тяжести, приведенного с помощью редукции к уровню геоида, и нормального значения.) в свободном воздухе.

Гравиметрический метод позволяет определить отклонение отвеса с точностью от 1" до 2" [54, 72, 121]. Фактором, ограничивающим более высокую точность, является отсутствие точных данных о гравитационных аномалиях во разных частях мира.

Геометрическое определение:

Первая статья, в которой обсуждалось расширение приложений GPS для оценки отклонения отвесной линии, была опубликована Томасом Солером [120], который экспериментировал с определением отклонения отвесной линии с использованием геодезических координат и ортометрических высот в 1989 году. Он подтвердил свое исследование, сравнив геометрический метод с астрономо-геодезическим. Геодезические координаты были получены с помощью GPS-приемников на пяти станциях тестовой сети, проведено восемь дней шестичасовых сеансов наблюдений. В своем исследовании Солер использовал четыре базовые линии GPS, исходящие от контрольной станции на высоте от 1200 м до 4800 м. Нормальные высоты были определены путем нивелирования первого порядка. Собрав необходимые наблюдения, Солер использовал математические модели для расчета параметров отклонения отвесной линии, применяя метод наименьших квадратов, чтобы получить наилучшее приближение вместе с остатками и дисперсиями. Внимание к уточненному определению уклонений отвесной линии в мире все более повышается в связи с расширением применения ГНСС-измерений.

1.9 Анализ результатов использования технологий спутниковых определений для построения моделей геоида/квазигеоида

С каждым годом растет число разработок, связанных с использованием технологии ГНСС измерений, в том числе для построения моделей геоида/квазигеоида для различных стран и регионов [7, 33].

В Российской Федерации накоплен большой практический опыт и сформирована теоретическая основа построения моделей геоида или квазигеоида различных классов точности. Технические проекты разрабатываются в соответствии с нормативными документами [2, 4, 9].

Что касается стран, где нет локальной модели геоида/квазигеоида, таких как Республики Ливан, то предстоит проделать значительный объем работы по созданию нормативной базы.

Касаясь вопроса об определении высот можно привести высказывание Майорова Андрея Николаевича, одного из первых специалистов, работающего в области создания моделей квазигеоида с использованием спутниковых технологий позиционирования. в его работе [29] он высказал мысль о том, что геодезические высоты, рассчитанные по спутниковым измерениям, и нормальные высоты, определяемые геометрическим нивелированием, существуют независимо друг от друга, но существует необходимость установления связи между обеими этими системами. Эта идея представляется весьма глубокой и ее решения дадут эффект на всех уровнях топографо-геодезического производства. Здесь возникает вопрос, как объединить эти системы.

В исследованиях [16, 29] были представлены результаты анализа точности цифровой модели рельефа SRTM (Shuttle Radar Topography Mission). Обнаружено, что точность высот рельефа, полученных из этой модели, коррелирует с максимальными углами наклона поверхности земли вблизи изучаемых точек. В целом, точность модели рельефа SRTM приблизительно соответствует точности отображения рельефа на масштабе 1:50000. Была разработана аппроксимация корреляционной зависимости ошибок высот рельефа в SRTM. Установлено, что использование высот SRTM для расчета гравиметрических высот квазигеоида с

каждыми 10 м среднеквадратической ошибки в высотах рельефа приводит к 1 см среднеквадратической ошибке в высотах квазигеоида. Были получены численные оценки влияния осреднения аномалий силы тяжести и высот рельефа на точность гравиметрических высот квазигеоида для трапеций размером 5' x 7.5'. Показано, что в равнинных районах влияние ошибок осреднения незначительно. В гористых районах осреднение рельефа может привести к ошибкам в гравиметрических высотах квазигеоида до 0.5 м.

Была разработана модель высот квазигеоида, которая устанавливает связь между геодезическими высотами в системе, определенной на точках ФАГС/ВГС, пространственными координатами и нормальными высотами в системе Балтийской 1977 года. Эта модель создана с целью обеспечения решения широкого спектра геодезических задач, включая высокоточные измерения.

Проведенные исследования точности созданной модели высот квазигеоида показали, что среднеквадратическая ошибка определения абсолютных значений высот квазигеоида составляет 10 см. Точность определения различий в высотах квазигеоида позволяет использовать данную модель для выполнения спутникового нивелирования с уровнем точности, сравнимым с геометрическим нивелированием 3—4 классов.

В настоящее время, в формирующейся системе геодезического обеспечения, модели квазигеоида играют важную роль, поскольку они определяют связь между геодезическими высотами в пространственной системе координат и нормальными высотами. Они также обеспечивают распространение методов спутникового определения координат для большинства топографо-геодезических работ. В связи с этим непрерывно уточняются методики расчета нормальных высот и создается глобальная модель геоида.

В работе В.Ф. Канушина и коллег [20] представлен подробный анализ современных моделей квазигеоида. Исследование, проведенное на основе данных глобальных моделей геопотенциала, таких как EIGEN-6C, EIGEN-6C3stat, GO_CONS_GCF_2_TIM_R5, EIGEN-6C4 и EGM2008, позволяет сделать следующие выводы. Статистические параметры, характеризующие разницу между

высотами квазигеоидов, полученных из указанных моделей, и высотами квазигеоида, полученными с помощью геометрического нивелирования и ГНСС-измерений на территории Центральной России и Сибири, показывают, что стандартные отклонения для рассматриваемых моделей изменяются в пределах 10–20%. Среднее значение разностей для данных моделей имеет отрицательное значение и колеблется от -0,210 до -0,326 метра, что свидетельствует о наличии систематической погрешности. Эта погрешность, возможно, вызвана выбором начала отсчета высот, неравенством нуля разности реального и нормального потенциалов в футштоке, а также погрешностями геодезических высот, полученных из ГНСС-измерений. Высокоточные модели EIGEN-6C3stat и EIGEN-6C4 показали улучшение пространственного разрешения и точности высот квазигеоида на исследуемых территориях по сравнению с моделью EGM2008 на 5%.

Необходимо отметить и базироваться на фундаментальной работе Демьянова Глеба Викторовича «Разработка принципов развития системы нормальных высот на основе современных спутниковых технологий». В своей докторской диссертации Г.В. Демьянов отмечает, что основная идея новых принципов установления единой общемировой системы нормальных высот состоит в том, что единую систему отсчета высот определяет поверхность общего земного эллипсоида и потенциал на поверхности этого эллипсоида, принимаемого за нормальный. Понятие геоида в этом случае формулируется как эквипотенциальная поверхность с потенциалом, равным нормальному потенциалу на поверхности общеземного эллипсоида. В этом случае не постулируется равенство нулю нормальной высоты в уровенных постах, принятых в качестве исходных. При этом подходе исходные нивелирные пункты вообще в принципе отсутствуют, как отсутствует исходный пункт в общемировой геоцентрической системе координат. Систему нормальных высот определяет вся совокупность геодезических пунктов, в каждом из которых с высокой точностью по спутниковым данным определена геодезическая (эллипсоидальная) высота и высота квазигеоида по гравиметрическим данным. На территории России такой совокупностью пунктов

могут служить пункты ФАГС и ВГС. В ходе проведенных исследований одним из результатов стало определение принципов построения детальных моделей высот квазигеоида по гравиметрическим данным при условии согласования их с нивелирными и спутниковыми данными в пунктах ФАГС и ВГС. Фактически показан подход к совершенствованию определения нормальных высот с широким использованием спутниковых определений, опирающихся на данные нивелирования [16].

Следующей работой отечественных исследователей стала диссертация Ивана Михайловича Кравчука «Разработка методов вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений в инженерно-геодезических работах». Предлагаемый алгоритм вычисления нормальных высот состоит в определении условной поверхности высот квазигеоида в конкретном районе, которая формируется при наличии пунктов с известными координатами.

Диссертация Дениса Николаевича Голдобина, «Разработка методики комплексного определения характеристик гравитационного поля по данным глобальных моделей геопотенциала», представляет собой разработку методики и алгоритма для учета гравитационного влияния топографических масс на отклонение отвесной линии в ближней зоне в горных районах. Этот метод учитывает радиус участка, определяемый по заданной плотности горных пород на основе геологических данных. Применение этой методики в горных районах Западной Сибири привело к уменьшению стандартных отклонений между отклонениями отвеса, полученными моделированием рядом Фурье по системе сферических функций с учетом гармоник модели геопотенциала EIGEN-6C4 до степени 2190, и астрономо-геодезическими отклонениями отвеса, полученными из измерений на пунктах Лапласа, в 2 раза. Голдобин Д.Н. также разработан комплекс программ, который реализует процесс определения характеристик гравитационного поля Земли по данным современных глобальных моделей геопотенциала [22]. Особенностью данной работы является интеграция плотности горных пород и геологических данных в анализ, помимо широкого использования спутниковых определений и моделей Земли. Этот аспект представляется важным и

открывает перспективы для дальнейших исследований, по мнению автора текущей работы.

Интересной в плане разработки новых подходов к определению нормальных высот представляется работа Елагина Александра Викторовича: «Методика определения конечно-элементной модели гравитационного поля Земли», в которой разработана конечно-элементная модель гравитационного поля Земли, использующая данные спутниковых и наземных измерений. Представляется, что глубокое вовлечение метода конечных элементов, является весьма эффективным при решении задач построения локальных квазигеоидов и определения нормальных высот [18].

В 2018 году Олуйори П.Д. и другие [108] провели исследования для расчета волнистости (аномалий высоты) геоида с использованием метода спутникового нивелирования с использованием EGM2008. Отмечено, что волнистость геоида может быть определена на основе глобальных, региональных и локальных моделей геоида. ГНСС по умолчанию интегрирована с глобальной моделью EGM2008. Для практического применения геодезических данных необходима оценка глобальной модели геоида по сравнению с другими моделями. Одера и Фукуда [107] отметили, что глобальные модели слишком обобщены, чтобы их можно было использовать для локальных измерений и практического применения.

В Нигерии, где нет официальной национальной геодезической сети, модели геоида являются основой для разработки местного квазигеоида и очень важно для развития строительства. Павлис и др. [111] подтвердили, что при отсутствии данных о гравитационном поле Нигерии при разработке модели квазигеоида с применением EGM2008 из-за волнистости геоида получаются низкие результаты точности определения нормальных высот. Чтобы устранить эффект волнистости при решении практических задач необходимо построение локального квазигеоида. Авторы использовали в своих исследованиях геометрический метод ввиду наличия контрольных точек с известными нормальными высотами (H^N).

Приведены различия нормальных высот, полученные по результатам спутникового нивелирования (ГНСС/нивелирование) и моделью EGM2008 (Таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Результаты применения спутникового нивелирования в Нигерии

	Минимум (м)	Максимум (м)	Среднее (м)	σ (м)
$N_{\text{ГНСС}} - N_{\text{EGM2008}}$	-0,313	1,272	0,836	0,419

Расчеты выполнены с учетом спецификаций Американского общества фотограмметрии и дистанционного зондирования (ASPRS 1993). Делается вывод, что результаты можно использовать для создания топографических планов с высотой сечения рельефа 4 м для использования в технико-экономическом обосновании генеральных планов или картах землепользования. Для геодезических приложений в чистом виде спутниковое нивелирование пока невозможно из-за невысокой точности.

Представленные исследования продемонстрировали определение нормальных высот без применения гравиметрических измерений. [71, 88, 91, 93, 108, 131]. Однако, существует много исследований с использованием данных наземной гравиметрии [72, 99].

В 2013 году Физерстоун и Оливер [71] использовали вертикальные отклонения для оценки точности модели высот EGM2008. Установлено, что хотя результаты таких оценочных исследований зависят от нескольких факторов (качество внешних данных, их согласованность, применяемая методология тестирования и т.д.), в целом они позволяют достоверно оценить уровень точности ГГМ для разных областей применения.

Модель гибридного геоида Турции 2009 (THG-09) [54], новейшая региональная модель гравитационного геоида для Турции, имеет внешний уровень точности ± 9 см. Это означает, что ортометрические (нормальные) высоты по данным ГНСС наблюдений можно рассчитать с точностью ± 9 см с помощью модели THG-09. Работоспособность ГГМ оценивается по разнице физической и геометрической высот геоида. При этом были использованы современные наблюдения, собранные на различных испытательных полигонах в Турции. Работа

авторов была сосредоточена на оценке EGM96 и EGM2008 в Турции с использованием метода спутникового нивелирования.

Высоты геоида были рассчитаны с использованием службы вычислений ICGEM для EGM96 и EGM2008. EGM2008 лучше соответствует локальному гравитационному полю в каждом тестовом регионе со стандартными отклонениями в диапазоне от 4,5 см до 12,7 см, что указывает на превосходную стабильность модели высокого разрешения. Некоторое несоответствие полученных результатов указывает на систематический характер и определяет сдвиг между поверхностью EGM2008 и местным вертикальными отметками в Зонгулдаке и Бурсе. С практической точки зрения EGM2008 предоставил вполне удовлетворительные результаты по преобразованию эллипсоидных высот ГНСС в локальные вертикальные отметки. Однако эти результаты свидетельствуют о необходимости продолжения исследований для разработки локальной модели геоида и обеспечения более высокой точности для его использования в геодезических и топографических приложениях.

На территории Вьетнама [5] были созданы 12 вариантов-моделей локального квазигеоида на основе комбинации GOCE спутниковых ГГМ, EGM 2008, EIGEN-6C, цифровой модели рельефа, гравиметрических данных, мировых гравиметрических карт и пунктов GPS-нивелирования. Полученные модели были сопоставлены с данными 62 контрольных пунктов GPS-нивелирования, распределенных по всей территории Вьетнама. Три наиболее точные модели, обозначенные как QG03, QG04 и QG12, демонстрируют стандартное отклонение (СТО) по всей территории Вьетнама на уровне 12 см. Показано, что СТО в различных районах Вьетнама различается: в северных регионах, где преобладают высокогорные местности, СТО составляет около 15-16 см, в то время как южном регионе СТО находится в диапазоне 9-10 см, что связано с более ровным рельефом.

В работе Фунг Ч.Т. [46] применена модель SGG-UGM-2 для создания локального квазигеоида на территории Северного Вьетнама, получено СКО расхождения порядка 0.09 м и делается заключение о возможности использования методики в качестве альтернативы традиционному нивелированию IV класса.

1.9.1 Состояние вопроса об определении нормальных высот в Ливане

Ливан расположен в северном полушарии в зоне 36N, на восточном берегу Средиземного моря. Это маленькая страна с площадью 10452 км², что делает ее очень интересной территорией для исследования сразу на уровне страны. Ливан имеет богатое разнообразие ландшафтов. Он состоит из узкой береговой линии, за которой следует крутая горная гряда (западный хребет). Далее следует плоская долина (долина Бекаа), а затем менее крутая горная гряда (восточный хребет) на восточной стороне (Рисунок 1.7). Ливан — морская страна с общей береговой линией 210 км на западной стороне, а самая высокая вершина называется «Черным пиком» и имеет высоту 3088 м от уровня моря.

В 1918 г. французы основали Топографическое бюро Леванта. После 1920 г. сеть триангуляции была продлена на восток вдоль северной границы Сирии с Турцией до Ирака. Основной причиной ее создания было фиксирование объектов недвижимости для кадастровых нужд.

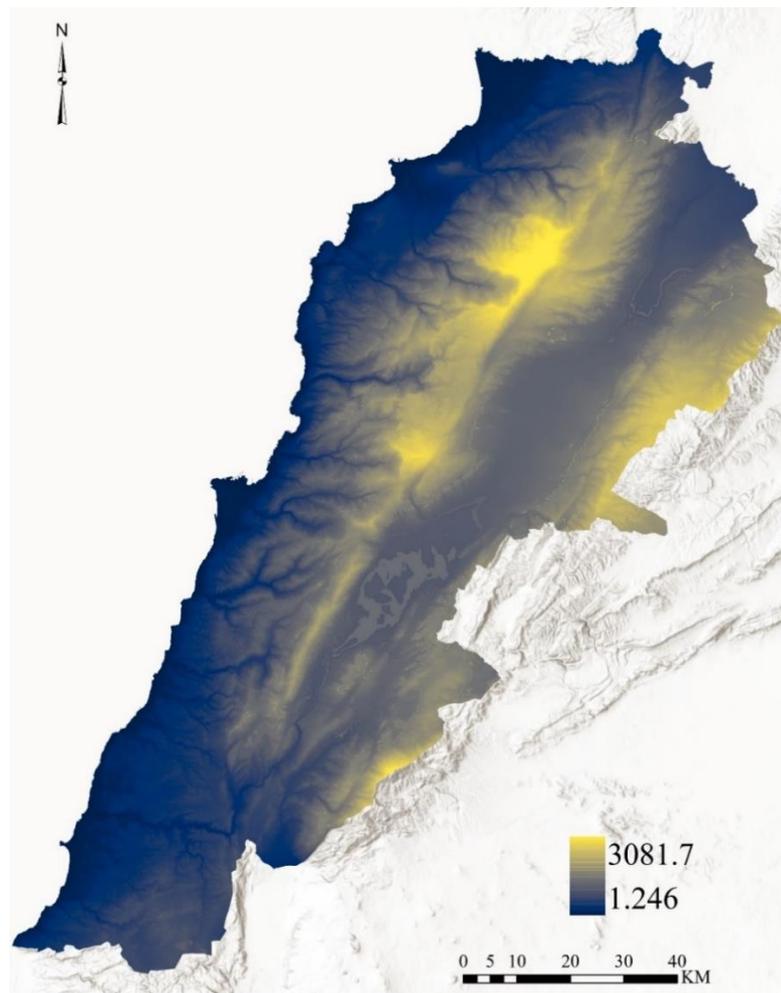


Рисунок 1.7 – Цифровая модель рельефа земной поверхности Ливана

Созданные сети включали разные классы. Триангуляционная сеть первого класса: длина стороны треугольника находится в диапазоне от 20 до 30 км, сеть второго класса, которая опирается на сеть первого класса со сторонами треугольника около 20 км, сеть третьего класса, которая была создана на основе первых двух сетей, где длина стороны треугольников составляет примерно 5 км, и заканчивающейся полиномиальной сетью четвертого класса, которая создана на основе трех предыдущих сетей и удобна для определения точек съемки по всей территории страны (Рисунок 1.8).

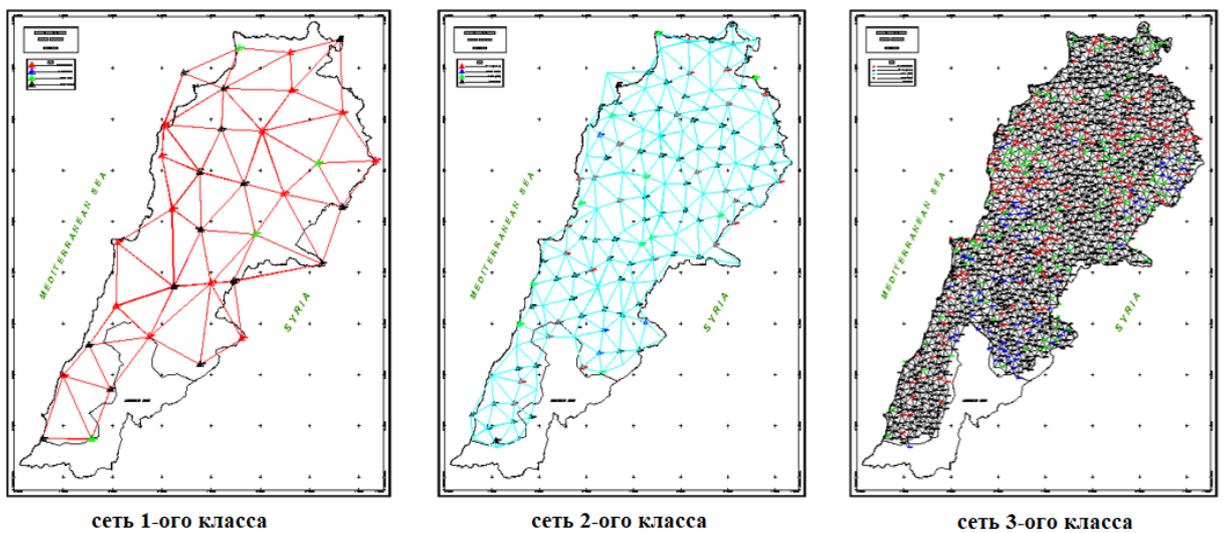


Рисунок 1.8 – Первый, второй и третий классы ливанской геодезической сети

Фактически, в Ливанской Республике не существует официальной национальной модели геоида/квазигеоида, поскольку гравиметрических системных исследований не проводилось. Управление по географическим вопросам ливанской армии все еще использует ортометрические высоты для точек класса I или глобальную модель геоида EGM2008.

Таким образом, для Ливана острым вопросом является создание методики определения нормальных высот. Использование имеющихся данных давно не соответствует уровню точности, необходимому для решения различных геодезических задач и прежде всего обеспечения строительства зданий и сооружений. По этой причине создание локальной модели квазигеоида очень важно для развития страны.

1.10 Выводы по первой главе

Проведен анализ состояния изученности вопроса о построении высотной основы. Рассмотрены ключевые понятия и вопросы, связанные с определением высот. Показаны их виды и основные принципы определения.

Основной уклон в настоящем обзоре и анализе делается на использовании ГНСС-технологии определения координат, которая существенно меняет традиционные представления об определении высот. Приведены современные тенденции, которые состоят в построении моделей квазигеоида на основе ГНСС-технологий. Подробно разъяснены определения геоида, квазигеоида, систем высот, геометрического нивелирования, ГНСС и отклонений отвеса, что закладывает основу для проведения исследований.

Представленный обзор и анализ состояния изученности вопроса об определении нормальных высот для Республики Ливан, в которой отсутствует развитая высотная сеть, позволяет заключить, что тема диссертации весьма актуальна.

Цель работы состоит в повышении точности производства геодезических работ в Республике Ливан за счет разработку методики определения нормальных высот.

Поставленная в диссертационной работе цель достигается посредством разработанной методики детальных исследований, которая состоит решения следующих задач:

1. Разработка методики натурных измерений и общей концепции построения модели локального квазигеоида.
2. Проведение геодезических измерений, включая спутниковые определения, геометрическое нивелирование и разработка поправочного коэффициента для спутникового нивелирования.
3. Разработка технологии построения модели локального квазигеоида и ее демонстрация на конкретном объекте.

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБЩЕЙ КОНЦЕПЦИИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ЛОКАЛЬНОГО КВАЗИГЕОИДА

В предыдущей главе были отмечены особенности построения модели квазигеоида, как весьма важной составляющей для определения нормальных высот посредством лишь спутниковых определений. Для его создания проводят специальные натурные измерения на полигонах (методом геометрического нивелирования) [102, 103], и результаты которых корректируются гравиметрическими измерениями. На практике, как правило, используют нормальные высоты, хотя, как было показано в главе 1, при ирригационных работах применяют динамические высоты.

В данной главе приводится методика для весьма распространенного для ряда стран случая, когда гравиметрические данные недоступны. Предлагается разработанный и применяемый в Ливане геометрический метод измерения и корректировки нормальных высот для расчета аномалий высот с помощью геодезических высот, измеренных приемниками ГНСС. При этом важным аспектом является применение специфических технологических схем нивелировочных работ, позволяющих в определенной степени компенсировать гравиметрические измерения. Также представляется интересным расчеты уклонения отвеса по методике Томаса Солера [120]. Использование уклонения отвеса в перспективе дает мощный инструмент корректирования как результатов геометрического нивелирования, так и спутникового нивелирования в целом.

2.1 Методика определения высоты квазигеоида (аномалии высоты)

Гравиметрический подход:

Как заявили Агрэн в 2004 г., Шеберг и Багербанди в 2017 г., высота квазигеоида (или аномалия высоты) в точке поверхности P определяется формулами (2.1 – 2.3):

$$\zeta_P = (\zeta_P) + d\zeta_P, \quad (2.1)$$

где

$$(\zeta_P) = \frac{(T_0 + T_1)_P}{\gamma} + \frac{R}{4\pi\gamma} \Delta g d\sigma_Q, \quad (2.2)$$

и

$$d\zeta_P = \frac{R}{4\pi\gamma_0} (H_P - H_Q) \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial H} \right)_Q d\sigma_Q + 3 \frac{\zeta_P}{R} H_P, \quad (2.3)$$

где T_P , T_0 , T_1 — аналитически продолженные возмущающие потенциальные гармоники нулевой и первой степени,

γ — нормальная сила тяжести, м/с²,

γ_0 — нормальная сила тяжести на опорном эллипсоиде, м/с²,

Δg — гравитационная аномалия, мГал,

R — средний радиус Земли, км,

H — ортометрическая высота, м.

Спутниковое нивелирование.

Нормальную высоту можно определить с помощью уравнения (1.5), обсуждавшегося в главе 1, где C — число геопотенциала (определяемое путем геометрического нивелирования), а $\bar{\gamma}$ — среднее значение нормальной силы тяжести (γ) между опорным эллипсоидом и квазигеоидом. Поскольку γ плавно уменьшается с высотой, H^N можно легко получить от приблизительного значения [19, 30, 118]. Наконец, высота квазигеоида следует из геодезической высоты (H), определенной по ГНСС технологии с использованием уравнения (1.7).

Это показывает, что аномалия высоты может быть определена с помощью лишь ГНСС измерений и нивелирования. Отсюда рельефно вытекают преимущества разработанного М.С. Молоденским понятия «нормальной высоты» и квазигеоида, заключающиеся в том, что эти параметры можно определить без какой-либо информации о распределении плотности пород в толще Земли.

Получается, что для определения с использованием ГНСС измерений достаточно точных значений нормальных высот необходимо уточнить модель квазигеоида.

2.2 Разработка методики определения локального квазигеоида

Геометрическое нивелирование — это особенный метод определения разности высот точек геодезическим прибором нивелиром. Принцип его основан на передаче посредством электроники или оптико-механики уровня водной поверхности на параллельную ей ось зрительной трубы. Поверхность воды – есть нормаль отвесной линии и таким образом, каждая стоянка нивелира – это уровенная поверхность. Последняя, является истинной характеристикой геоида или квазигеоида, отражая его неравномерность (волнистость). Это объясняет тот факт, что зачастую геометрическое нивелирование, проведенное по разным ходам, дает разные значения отметок. В то же время, по известным отметкам нивелировочных пунктов возможно получение отметок точек стояния нивелира или поправки за гравитацию (силу притяжения), что собственно выполняется гравиметрической съемкой при геометрическом нивелировании высоких классов. В случае, когда отметки пунктов неизвестны многоходовое нивелирование для типизированных рельефов местности позволяет исключить волнистость квазигеоида, что также существенно уточняет и даже компенсирует гравиметрические поправки. Таким образом, геометрическое нивелирование это мощный и самодостаточный инструментарий для построения квазигеоида. Необходимо использовать его возможности, особенно в купе с технологией ГНСС измерений. Говоря о неравномерности гравитационных сил на земной поверхности, следует указать на их причины, и можно ли их отслеживать и учитывать геодезическими методами. Выше было отмечено, что рельеф существенно влияет на гравитационные силы. Действительно, с высотой увеличивается масса пород и соответственно сила притяжения. Другим фактором является неравномерное распределение массы внутри Земли, вызванное разной плотностью горных пород, что также приводит к волнистости геоида/квазигеоида.

Гравиметрические поправки при обработке данных нивелирования [27] определяют как разницу измеренных высот, которую пересчитывают в разности геопотенциальных чисел. Затем для каждой точки их преобразовывают в условные

(нормальные или ортометрические) высоты. Как видно, натурные геодезические измерения необходимы для определения геопотенциальных чисел.

Предлагается альтернативный способ построения локального квазигеоида, исключительно геодезическим (геометрическим) нивелированием. Суть его состоит в проведении на полигоне многоходового (трехмаршрутного) нивелирования. Полученные отметки точек полигона усредняются, что дает уменьшение волнистости квазигеоида. Аномалия высоты будет служить своеобразным (поправочным) коэффициентом для спутникового нивелирования или опорной точкой при обобщении на соответствующий тип рельефа. Подбор полигонов по типу рельефа позволит распространить поправочный коэффициент на большую территорию.

Технологическая схема процесса нивелирования показана на рисунке 2.1.

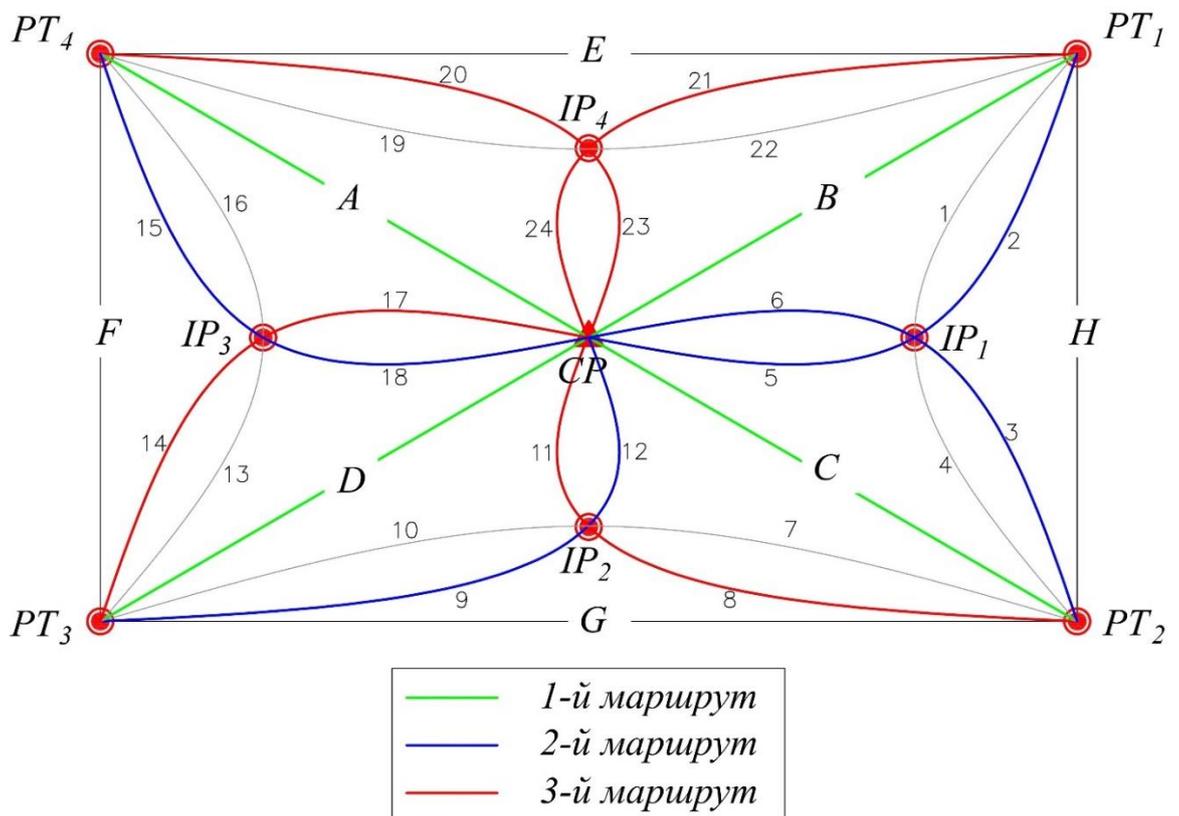


Рисунок 2.1 – Схема высотной сети геодезического полигона: Угловые точки полигона PT_{1-4} ; A, B, C, D, E, F, G, H – прямолинейные нивелирные ходы; 1-24 — криволинейные нивелирные ходы; CP – центральная точка

Нивелирование осуществляют по базовым линиям (прямые линии между точками полигона) и криволинейным маршрутам, проложенным между этими же точками. Различия в измеренных высотах по трем различным маршрутам

определил волнистость гравитационного поля, а усреднение будет отвечать введению гравиметрической поправки.

Для реализации предлагаемой методики необходимо проведение геометрического нивелирования не ниже III класса (нивелирные ходы должны проводиться в прямом и обратном направлениях) [32-34, 102, 103]. Определяются нормальные высоты четырех контрольных точек, образующих квадрант (примерно прямоугольная форма полигона) с центральной точкой, соединяющейся ходами с каждой угловой. Процесс определения высоты каждой точки фокусируется на результатах прохождения в общей сложности трех различных путей (1 прямой путь и 2 криволинейных пути): между двумя основными точками, проходящих через промежуточную точку на каждом криволинейном пути. Например, контрольные точки PT_1 и CP измеряются три раза. При этом нивелировка проводится по 1-му пути (прямой путь: базовая линия — В), затем по 2-му пути (криволинейный путь: базовые линии — 2 и 5) и снова пройдя через промежуточную точку IP_1 , а затем по 3-му пути (криволинейный путь: базовые линии — 21 и 24), пройдя через IP_4 . Тот же процесс повторяется и для других линий.

Результаты измерений (Таблица 2.1) дают три различных значения нормальной высоты. Разница между этими измерениями определяет уровенные поверхности и соответственно гравитационное влияние.

Таблица 2.1 – Превышения точек по каждой базовой линии на разных маршрутах

Базовая линия	Маршрут	ΔH^N		
		Зона А	Зона Б	Зона В
CP - PT_1	1	-2,4989	-0,7375	-48,6068
	2	-2,4998	-0,7703	-48,5185
	3	-2,4993	-0,7718	-48,5176
CP - PT_2	1	-1,4008	83,3547	-28,7205
	2	-1,4001	83,3126	-28,7403
	3	-1,4013	83,3387	-28,7241
CP - PT_3	1	2,9119	49,7310	-71,7871
	2	2,9130	49,7668	-71,7924
	3	2,9122	49,7597	-71,8097
CP - PT_4	1	3,0359	40,1385	0,6196
	2	3,0371	40,1509	0,5500
	3	3,0373	40,1464	0,5528

2.1.1 Подготовка к измерениям и учет поправок

В соответствии с ГОСТ Р 8.792 – 2012 системы измерительные «цифровой нивелир — кодовая рейка» проведена поверка нивелира [13], включающая: проверку внешнего состояния и комплектности; опробование; проверка установочного уровня; проверка правильности установки сетки зрительной трубы; проверка правильности установки круглого уровня рейки; определение угла i .

Важной характеристикой, определяющей качество работы нивелира, является угол i .

Угол i определяют, нивелируя точки 3 и 4 (Рисунок 2.2), установленные на расстоянии 40 — 60 м. Нивелир устанавливают по створу в точку 1 на расстоянии 3—5 м от точки 3 и снимают отсчеты l_1 и l_2 по кодовым рейкам, установленным в точках 3 и 4. Переносят нивелир в точку 2, удаленную от точки 4 на 3 — 5 м внутри створа между рейками, и по рейкам снимают отсчеты l_{11} и l_{22} .

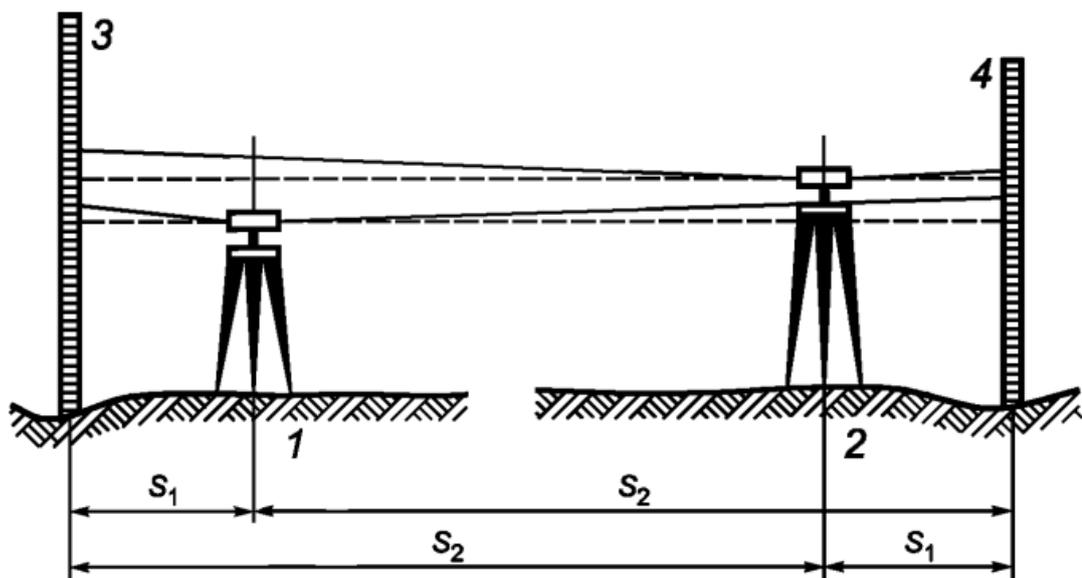


Рисунок 2.2 – Схема к определению угла i

Значение угла i в угловых секундах вычисляют по формуле (2.4):

$$i = \frac{(l_{11} - l_{22}) - (l_1 - l_2)}{2(S_2 - S_1)} p, \quad (2.4)$$

где S_1 — расстояние между точками 1 и 3, м,

S_2 — расстояние между точками 2 и 3, м,

p — мера одного радиана в угловых секундах ($p = 206265''$).

Значение угла i должно быть не более 10". Проведенная поверка показала 5".

Атмосферная рефракция и учет кривизны Земли (C_{CR}):

Для повышения точности проведен учет кривизны Земли и преломления луча зрения. Атмосфера преломляет горизонтальную линию визирования вниз, из-за чего показания уровня становятся меньше. Совокупный эффект атмосферной рефракции и кривизны Земли приводит к тому, что точки кажутся ниже, чем они есть на самом деле, поскольку эффект кривизны выше, чем эффект рефракции (Рисунок 2.3). Обычно эффект рефракции эквивалентен 14% кривизны Земли.

Комбинирующая поправка, обусловленная кривизной и рефракцией, равна:

$$C_{CR} = 0.0673 \times D^2, \quad (2.5)$$

где D — расстояние от прибора до станции, км.

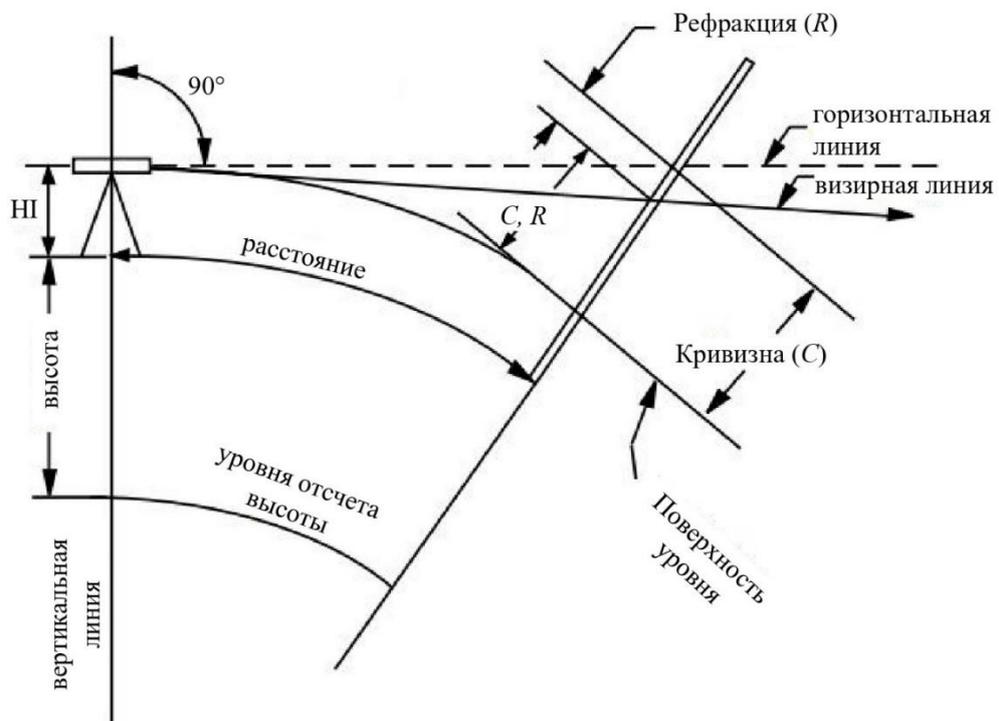


Рисунок 2.3 – Комбинирующая поправка на кривизну Земли и атмосферную рефракцию при геометрическом нивелировании

Температурная поправка (C_t):

Температурная поправка применяется при нивелировании I и II классов. В нашем случае она понадобится, так как перепады температуры в Ливане весьма существенны [13] и наша задача как можно точнее выполнить нивелирование в связи с поставленной задачей выявления и учета волнистости квазигеоида. Поправка рассчитывается по формуле (2.6) и добавляется с полученным алгебраическим знаком к наблюдаемому перепаду высот на участке.

$$C_t = (t_m - t_s) \times D \times CTE \quad (2.6)$$

где t_m — температура воздуха, °,

t_s — стандартная температура, °,

D — наблюдаемая разница высот между точками, м,

CTE — средний коэффициент теплового расширения на единицу длины на градус температуры, °.

Невязки (P):

При создании высотной основы для Ливана фактическая высота начальной и конечной точек неизвестна. В этом случае нивелирование выполняется дважды, при этом выполняются измерения вперед и назад, чтобы вернуться к начальной точке. Сумма отчетов по задним точкам должна быть равна сумме на передние точки. Так как между двумя суммами всегда имеется некоторое расхождение (невязка), которая в случае соответствия допуску распределяется по всем превышениям с обратным знаком.

2.1.2 Применение метода наименьших квадратов

Регрессионный анализ, вероятно, является одним из наиболее часто используемых статистических методов в инженерных приложениях. Кроме того, для такого регрессионного анализа часто используется метод наименьших квадратов (МНК). МНК предполагает, что наилучшей кривой данного типа является кривая, имеющая минимальную сумму квадратов отклонений. Он работает путем минимизации суммы смещений или остатков точек построенной кривой и используется для прогнозирования поведения зависимых переменных [67, 77, 115]. Этот метод дает общее обоснование размещения линии наилучшего соответствия среди изучаемых точек данных. МНК выражается уравнениями (2.7–2.13).

Весовая матрица для эквивалентного наблюдения:

$$W_e = [A \cdot Q \cdot A^T]^{-1}, \quad (2.7)$$

где A — матрица Якобиана,

Q — диагональная матрица софактора.

Неизвестные параметры рассчитываются по формуле:

$$\Delta = [B^T \cdot W_e \cdot B]^{-1} [B^T \cdot W_e \cdot f] , \quad (2.8)$$

где B — матрица коэффициентов параметрических уравнений,
 f — вектор разницы расчетных и измеренных величин.

Поскольку это нелинейная система уравнений, поправки в матрице применяются к начальным приближениям, и метод повторяется до тех пор, пока система не сходится (Δ).

Поправки к высотам: V_e

$$V_e = B\Delta - f , \quad (2.9)$$

Поправки к превышениям:

$$V = QA^T W_e V_e , \quad (2.10)$$

Эталонное отклонение (единицу веса) для корректировки можно вычислить с использованием эквивалентных поправок по уравнению:

$$\sigma_0^2 = \frac{V_e^T \cdot W_e \cdot V_e}{r} , \quad (2.11)$$

где r — количество избыточных измерений в системе и определяется как: $r = n - m$.

Ковариационная матрица ошибок:

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \sigma_0^2 \cdot [B^T \cdot W_e \cdot B]^{-1} , \quad (2.12)$$

Стандартное отклонение отдельных скорректированных параметров получается из:

$$\sigma_i = \sigma_0 \cdot \sqrt{q_{i,i}} , \quad (2.13)$$

где $q_{i,i}$ — i -й диагональный элемент ковариационной матрицы $\Sigma_{\Delta\Delta}$.

2.2 Определение уклонения отвеса

Уклонение отвесной линии (УОЛ, \mathcal{E}) выражается в угловых секундах. УОЛ имеет две составляющие: компонент север-юг (ζ) и компонент восток-запад (η). Компонент север-юг положителен, когда астрономический зенит находится к северу от геодезического зенита, а компонент восток-запад положителен, когда астрономический зенит находится к востоку от геодезического зенита (Рисунок 2.4). Уклонение отвесной линии классифицируется как абсолютное, когда оно

относится к геоцентрическому эллипсоиду, и относительное, когда оно относится к локальному эллипсоиду [28, 43, 60, 65].

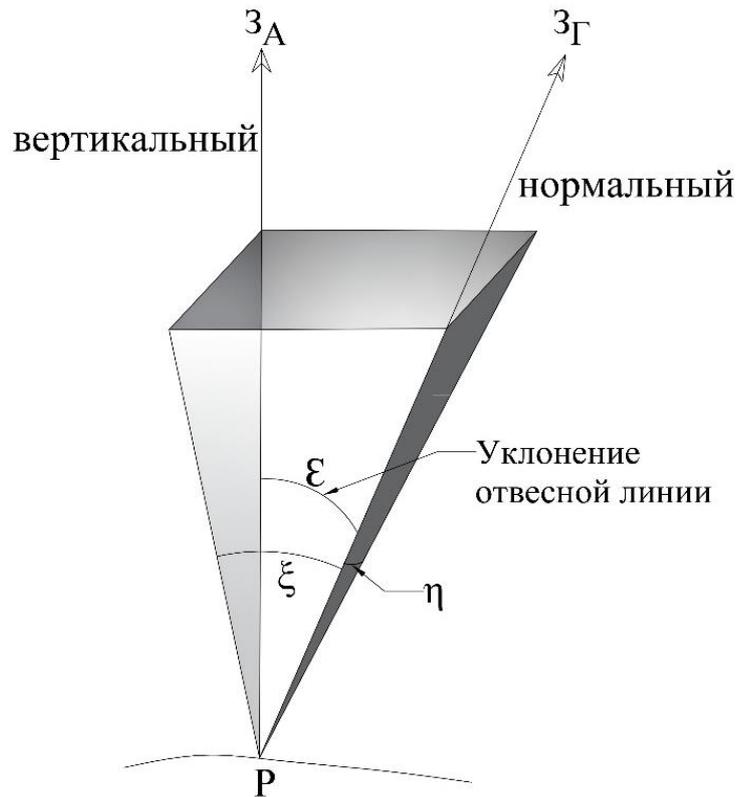


Рисунок 2.4 – Схематизация УОЛ [29]

В геодезической практике для измерения высот чаще всего используется метод геометрического нивелирования, а значения силы тяжести получаются в основном путем интерполяции полной аномалии Буге. В главу 1 были показаны недостатки такого подхода.

Выше приведена методика проведения геометрического нивелирования, позволяющая сгладить волнистость квазигеоида без использования гравиметрических измерений. В дополнение к ней возможно использовать технологию ГНСС измерений, благодаря которой возможно в существенной мере скорректировать результаты геометрического нивелирования.

Суть корректирования состоит в следующем. После выполнения обработки геометрического нивелирования, проведенного по схеме рисунку 2.1, можно получить поверхность нормальных высот полигона и затем по ней построить плоскость локального квазигеоида. Касательные к точкам квазигеоида должны располагаться нормально отвесной линии (Рисунок 1.5). Тогда возможно

проведение корректировки полученной поверхности на основе вычисления отвесной линии по уклонению отвеса. Для этого по координатам произвольной точки полигона, например центральной точки CP (Рисунок 2.1) определяется уклонение отвеса (g) и уравнение отвесной линии. Вычисляется поверхность нормали к отвесной линии, проходящая через точку CP на квазигеоиде. По МНК сравниваются эта плоскость и плоскость локального квазигеоида. В результате, если плоскости совпадают или отклонения минимальны, то достаточно результатов первой обработки. В противном случае делается корректировка плоскости локального квазигеоида.

Получение поправочных коэффициентов на всей территории Ливана требует выделения репрезентативных зон (построения подобных полигонов в разных регионах), в которых следует провести подобные нивелировки. Компоненты уклонений отвеса могут быть рассчитаны с использованием программного обеспечения MATLAB.

А) Расчет прогибов вертикальных составляющих

Проводится вычисление поправок, апостериорной дисперсии, апостериорного стандартного отклонения и стандартного отклонения каждого из неизвестных компонентов (формулы 2.14 – 2.27).

- *На поверхности Земли:*

Если высота геоида (N) является функцией координат L и B ($N = f(L, B)$) и dL, dB являются небольшими, то N можно вычислить с помощью полного дифференциального уравнения:

$$dN = \frac{\partial N}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial N}{\partial B} \cdot dB, \quad (2.14)$$

где (B, L) — геодезические координаты.

Компоненты уклонения отвеса у поверхности Земли и в направлении главного вертикала и меридиана определяются уравнениями (2.15, 16).

$$\eta = - \frac{1}{(N+H)\cos B} \cdot \frac{\partial N}{\partial L}, \quad (2.15)$$

$$\xi = - \frac{1}{(M+H)} \cdot \frac{\partial N}{\partial B}, \quad (2.16)$$

где N – высота геоида, м,

N – главный вертикальный радиус кривизны, м,

M – меридиональный радиус кривизны, м,

H – геодезическая высота, м.

При рассмотрении разделения между геоидом и эллипсоидом в двух близко расположенных точках А и В на поверхности Земли высоты геоида можно определить через геодезическую (H) и ортометрическую высоты (H^0) с помощью следующих уравнений:

$$N_A = H_A - H_A^0, \quad (2.17)$$

$$N_B = H_B - H_B^0, \quad (2.18)$$

Разность высот геоида (ΔN_{AB}) между точками А и В можно рассчитать по формуле:

$$\Delta N_{AB} = N_B - N_A = (H_B - H_A) - (H_B^0 - H_A^0) = \Delta H_{AB} - \Delta H_{AB}^0 \quad (2.19)$$

Дифференциальные элементы в уравнении (2.14) заменяются разностями, полученными при геодезических измерениях, в результате чего получается следующий результат:

$$\Delta N = \frac{\partial N}{\partial L} \cdot \Delta L + \frac{\partial N}{\partial B} \cdot \Delta B, \quad (2.20)$$

После объединения этих уравнений результат будет следующим:

$$\Delta H - \Delta H^0 = - (N + H) \cdot \cos B \cdot \Delta L \cdot \eta - (M + H) \cdot \Delta B \cdot \xi \quad (2.21)$$

• *На поверхности Геоида:*

Уклонение отвеса (ε) вдоль геодезического азимутального направления α определяется уравнением (2.22).

$$\varepsilon = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha, \quad (2.22)$$

где α – геодезический азимут, °.

Дифференциальная связь между высотой геоида и уклонение отвеса на поверхности геоида определяется по следующей формуле:

$$\varepsilon = -\frac{dN}{dS}, \quad (2.23)$$

где dN – изменение высоты геоида, м,

dS – эллипсоидное расстояние, м.

После объединения этих формул результат следующий:

$$-\frac{dN}{dS} = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha, \quad (2.24)$$

Дифференциальные элементы в уравнении (2.24) заменяются разностями, полученными при геодезических измерениях, поэтому получается следующее выражение:

$$-\frac{\Delta N}{\Delta S} = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha, \quad (2.25)$$

Используя уравнение (2.19) разность высот геоида (ΔN_{AB}) можно вычислить.

Подстановка приведенного выше выражения в уравнение даст:

$$\frac{\Delta N^O - \Delta N}{\Delta S} = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha, \quad (2.26)$$

После расчета компонентов величину уклонения отвеса можно рассчитать по формуле:

$$\varepsilon = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}, \quad (2.27)$$

В) Модель наименьших квадратов

Используя метод наименьших квадратов, можно оценить параметры обеих моделей, применяемых на поверхности эллипсоида и геоида. На блок-схеме показана следующая методика получения значений отклонения вертикали в каждой зоне (Рисунок 2.5).

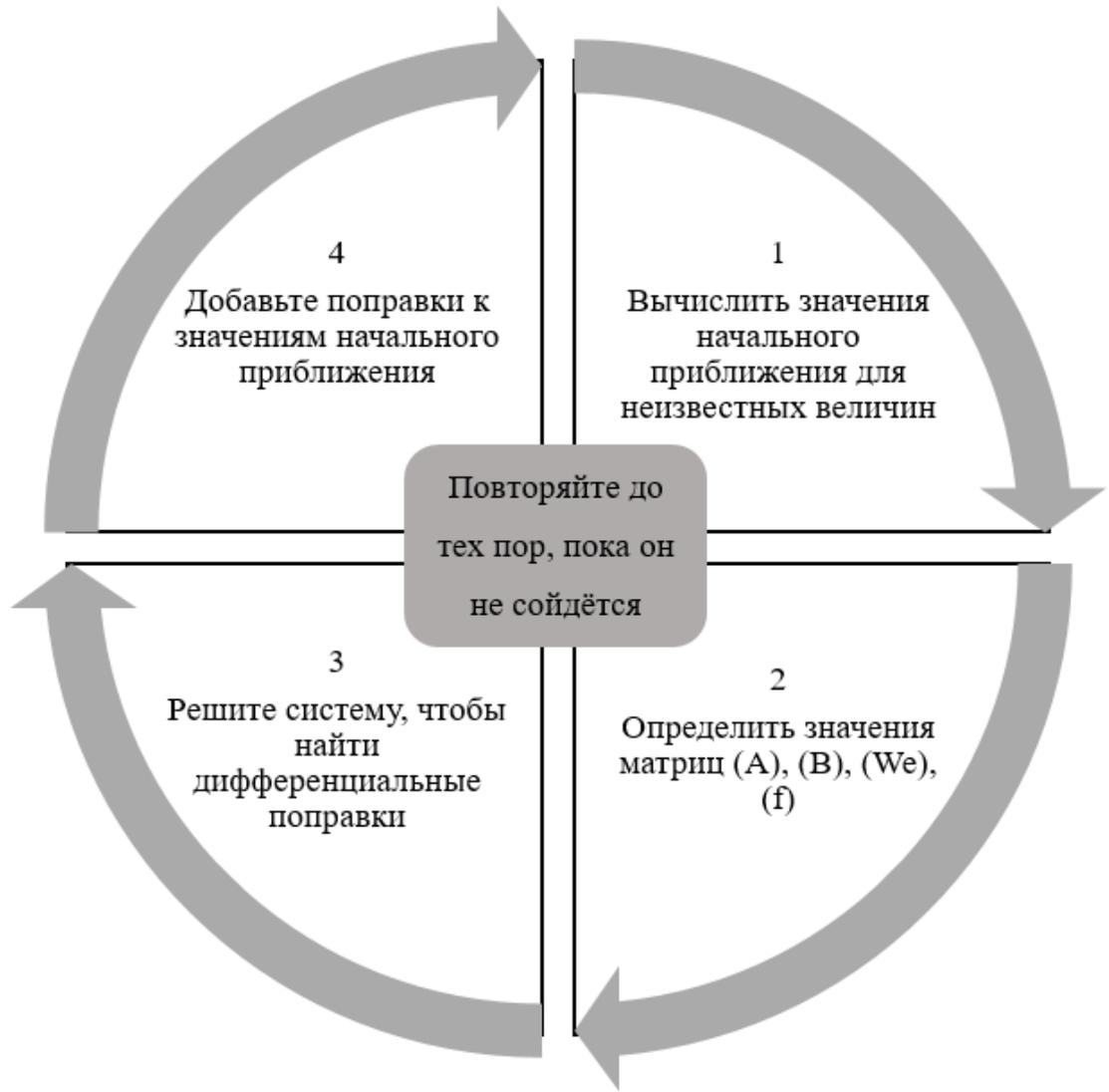


Рисунок 2.5 – Блок-схема алгоритма по методу наименьших квадратов

- *Расчет параметров уклонения отвеса у поверхности Земли:*

Система уравнений количеством n формируется с использованием МНК, где « n » это количество станций, исключая центральную станцию (формулы 2.28 – 2.42).

Функциональная модель, используемая для расчета отклонений вертикальных составляющих на поверхности Земли:

$$F(L, \Delta) = (\Delta H + V_{\Delta H}) - (\Delta H^0 + V_{\Delta H^0}) + (N + H) \cdot \cos B \cdot (\Delta \lambda + V_{\Delta \lambda}) \cdot \eta + (M + H) \cdot (\Delta B + V_{\Delta B}) \cdot \xi = 0, \quad (2.28)$$

где $\Delta \lambda, \Delta B, \Delta H$ and ΔH^0 — поправки к результатам наблюдений $V_{\Delta \lambda}, V_{\Delta B}, V_{\Delta H}$ and $V_{\Delta H^0}$ — соответственно наблюдения.

Вектор измеренных величин (L):

$$L = \begin{bmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta B_1 \\ \Delta H_1 \\ \Delta H_1^O \\ \vdots \\ \Delta L_n \\ \Delta B_n \\ \Delta H_n \\ \Delta H_n^O \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

Функциональная модель является нелинейной моделью, поэтому для получения линеаризованной формы уравнения следует применить аппроксимацию в виде ряда Тейлора первого порядка:

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta L} V_{\Delta L} + \frac{\partial F}{\partial \Delta B} V_{\Delta B} + \frac{\partial F}{\partial \Delta H} V_{\Delta H} + \frac{\partial F}{\partial \Delta H^N} V_{\Delta H^N} + \frac{\partial F}{\partial \eta} d_\eta + \frac{\partial F}{\partial \xi} d_\xi = -(\Delta H - \Delta H^O + (N + H) \cdot \text{Cos } B \cdot \Delta L \cdot \eta_0 + (M + H) \cdot \Delta B \cdot \xi_0), \quad (2.30)$$

Начальные приближения как для η , так и для ξ находятся путем использования двух точек и решения системы уравнений.

Матричная форма в общем методе наименьших квадратов:

$$AV + B\Delta = f, \quad (2.31)$$

Матрица Якоби «A» с частными производными по наблюдениям формируется как:

$$A = \frac{\partial F}{\partial L}, \quad (2.32)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \Delta L_1} & \frac{\partial F}{\partial \Delta B_1} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_1^O} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F}{\partial \Delta L_2} & \frac{\partial F}{\partial \Delta B_2} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_2^O} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial F}{\partial \Delta L_n} & \frac{\partial F}{\partial \Delta B_n} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_n} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_n^O} \end{bmatrix}$$

где частные производные:

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta L_i} = (N + H). \text{Cos } B. \eta, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta B_i} = (M + H). \xi, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta H_i} = 1, \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta H_i^0} = -1, \quad (2.36)$$

Матрица коэффициентов параметрических уравнений «B» и частные производные по параметрам формируются как:

$$B = \frac{\partial F}{\partial \Delta}, \quad (2.37)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \eta} & \frac{\partial F_1}{\partial \xi} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \eta} & \frac{\partial F_2}{\partial \xi} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial \eta} & \frac{\partial F_n}{\partial \xi} \end{bmatrix}$$

где частные производные:

$$\frac{\partial F_i}{\partial \eta} = (N + H). \text{Cos } B. \Delta L, \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \xi} = (M + H). \Delta B, \quad (2.39)$$

Поправки к превышениям — это просто поправки, которые следует применить к начальным приближениям составляющих вертикального отклонения:

$$\Delta = \begin{bmatrix} d_\eta \\ d_\xi \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

Вектор разницы расчетных и измеренных величин:

$$f = \begin{bmatrix} \Delta H_1^0 - \Delta H_1 - (N + H). \text{Cos } B. \Delta L_1. \eta - (M + H). \Delta B_1. \xi \\ \Delta H_2^0 - \Delta H_2 - (N + H). \text{Cos } B. \Delta L_2. \eta - (M + H). \Delta B_2. \xi \\ \vdots \\ \Delta H_n^0 - \Delta H_n - (N + H). \text{Cos } B. \Delta L_n. \eta - (M + H). \Delta B_n. \xi \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

Матрица обратных весов (Q) представляет собой диагональную матрицу, представляющую относительные дисперсии наблюдений, и имеет следующий формат:

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta L_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta B_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_1^0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta L_2}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta B_2}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_2}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_2^0}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{\Delta L_n}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta B_n}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_n}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_n^0}^2 \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

- Расчет параметров уклонения отвеса на поверхности геоида:

Функциональная модель, используемая для расчета компонентов уклонения отвесной линии на поверхности геоида (формулы 2.43 – 2.55):

$$F(L, \Delta) = \frac{(\Delta H + V_{\Delta H}) - (\Delta H^0 + V_{\Delta H^0})}{(\Delta S + V_{\Delta S})} + \xi \cdot (\cos(\alpha + V_\alpha)) + \eta \cdot (\sin(\alpha + V_\alpha)) = 0, \quad (2.43)$$

где $\Delta L, \Delta B, \Delta H$ and ΔH^0 — поправки к результатам наблюдений $V_{\Delta L}, V_{\Delta B}, V_{\Delta H}$ and $V_{\Delta H^0}$ - результаты наблюдений.

Вектор измеренных величин (наблюдений):

$$L = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \Delta H_1 \\ \Delta H_1^0 \\ \Delta S_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \Delta H_n \\ \Delta H_n^0 \\ \Delta S_n \end{bmatrix}, \quad (2.44)$$

После применения приближения ряда Тейлора для получения линеаризованной формы уравнение будет иметь вид:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} V_{\alpha} + \frac{\partial F}{\partial \Delta H} V_{\Delta H} + \frac{\partial F}{\partial \Delta H^O} V_{\Delta H^O} + \frac{\partial F}{\partial \Delta S} V_{\Delta S} + \frac{\partial F}{\partial \xi} d_{\xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} d_{\eta} = \frac{\Delta H^O - \Delta H}{\Delta S} - \xi_0 \cdot \text{Cos } \alpha - \eta_0 \cdot \text{Sin } \alpha, \quad (2.45)$$

Матричная форма показана в уравнении (2.31).

Матрица Якоби «A» и частные производные по наблюдениям формируются как:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_1} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_1^O} & \frac{\partial F}{\partial \Delta S_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_2} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_2^O} & \frac{\partial F}{\partial \Delta S_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial F}{\partial \alpha_n} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_n} & \frac{\partial F}{\partial \Delta H_n^O} & \frac{\partial F}{\partial \Delta S_n} \end{bmatrix}, \quad (2.46)$$

где частные производные:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_i} = \eta \cdot \text{Cos } \alpha - \xi \cdot \text{Sin } \alpha, \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta H_i} = \frac{1}{\Delta S}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta H_i^O} = -\frac{1}{\Delta S}, \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta S_i} = \frac{\Delta H^O - \Delta H}{\Delta S^2}, \quad (2.50)$$

Матрица коэффициентов параметрических уравнений «B» и частные производные по параметрам формируются как:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \xi} & \frac{\partial F_1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \xi} & \frac{\partial F_2}{\partial \eta} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial \xi} & \frac{\partial F_n}{\partial \eta} \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

где частные производные:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \xi} = \text{Cos } \alpha , \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \eta} = \text{Sin } \alpha , \quad (2.53)$$

Поправки к превышениям подставляем в уравнение (2.40).

Вектор разницы расчетных и измеренных величин получается в виде:

$$f = \begin{bmatrix} \frac{\Delta H_1^O - \Delta H_1}{\Delta S_1} - \xi_0 \cdot \text{Cos } \alpha_1 - \eta_0 \cdot \text{Sin } \alpha_1 \\ \frac{\Delta H_2^O - \Delta H_2}{\Delta S_2} - \xi_0 \cdot \text{Cos } \alpha_2 - \eta_0 \cdot \text{Sin } \alpha_2 \\ \vdots \\ \frac{\Delta H_n^O - \Delta H_n}{\Delta S_n} - \xi_0 \cdot \text{Cos } \alpha_n - \eta_0 \cdot \text{Sin } \alpha_n \end{bmatrix} , \quad (2.54)$$

Матрица обратных весов (Q):

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{\alpha_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\Delta H_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_1^O}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta S_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\alpha_2}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_2}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_2^O}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta S_2}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{\alpha_n}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_n}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta H_n^O}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Delta S_n}^2 \end{bmatrix} , \quad (2.55)$$

2.3 Об ошибках и поправочном коэффициенте при обобщении модели квазигеоида

К основным факторам, вызывающим расхождения при совмещении разнородных высот, относятся следующие:

Случайные ошибки в вычислении высот H , H^N и N

Ковариационные матрицы для каждого типа высот обычно получаются в результате отдельных сетевых корректировок отдельных типов высот. Основные ошибки, влияющие на данные, были описаны в главе 1.

Различия в исходных данных связаны с разными типами высотных систем.

Например, данные о высоте, полученные с помощью ГНСС, относятся к опорному эллипсоиду, который используется для определения орбит спутников. Нормальные высоты, полученные через геометрический нивелир, связаны с местной вертикальной базой данных. А геоидальные отклонения, которые интерполируются из гравиметрической модели геоида, относятся к опорной поверхности, используемой в глобальной модели геопотенциала, и могут отличаться от поверхности, используемой для измерения гравитационных аномалий.

Систематические эффекты и искажения данных о высоте

Систематические эффекты в основном обусловлены длинноволновыми ошибками геоида, которые возникают при вычислении гармонических коэффициентов на основе данных спутниковой градиентометрии. Эти ошибки обычно связываются с глобальными моделями геопотенциала, такими как EGM2008. В гравиметрическую модель геоида также могут вноситься погрешности из-за различий между источниками данных, использующими немного различные системы отсчета.

Допущения, сделанные при обработке данных наблюдений

Общие приближения включают использование неточных коррекций на нормальную или ортометрическую высоту, а также использование нормальных значений силы тяжести вместо фактических значений поверхностной силы тяжести при вычислении ортометрических высот [124]. Расчет региональных или континентальных моделей геоида также подвержен недостаточной аппроксимации используемого метода моделирования гравитационного поля (де Мин, 1990).

Нестабильность центров опорных станций с течением времени

Временные отклонения координат контрольной станции могут быть объяснены геодинамическими эффектами, такими как послеледниковый отскок, движение земной коры и оседание суши. Большинство программ обработки данных ГНСС автоматически компенсируют все приливные эффекты при вычислении окончательных разностей координат. Для обеспечения единообразия рекомендуется использовать неприливный геоид [66]. Более подробная информация об ошибках, вызванных смешиванием геодезических высот, относящихся к неприливной коре, и ортометрических высот, опорной поверхностью которых является средний или нулевой геоид, приведена в работе Routanen и других [114].

Совокупное воздействие этих факторов приводит к неправильной оценке значений высоты и, что более важно, к неточной оценке результатов, достижимых с помощью спутниковых наблюдений и геометрического нивелирования. До сих пор бремя борьбы с большинством этих факторов (в основном с систематическими ошибками и несоответствиями исходных данных) было возложено на использование модели корректирующей поверхности. Учитывая теоретическую взаимосвязь между различными типами данных о высоте и использование соответствующей корректирующей модели поверхности, ортометрическая высота для новой точки (не принадлежащей исходной сети с несколькими данными) получается с использованием скорректированной высоты геоида, рассчитанной по формуле (2.56):

$$N_{corrected} = a(H - H^0), \quad (2.56)$$

где a — поправочный масштабный коэффициент (формула 2.57), рассчитываемый по уравнению (2.56).

$$a = \frac{\zeta}{N}, \quad (2.57)$$

Обсуждение типа модели коррекции вначале базируется на использовании одной модели для представления всего региона. Этот подход иногда ограничен, так как предполагает, что однородный набор расхождений существует по всему

региону, независимо от его размера и распределения данных. Рассмотрим, например, задачу выбора единой модели для адекватного исправления всех несоответствий в больших регионах, где распределены относительно редкие контрольные точки нивелирования ГНСС. В таком случае единая модель будет сталкиваться с различными топографическими несоответствиями. [81, 85, 127]. Один из методов решения этой проблемы заключается в разделении региона на несколько более мелких субрегионов и подгонке соответствующей модели к каждому из них, используя удобный поправочный коэффициент, который соответствует конкретному субрегиону. Тип модели или ее масштаб (например, порядок полинома) может различаться для каждого субрегиона. При реализации этого подхода возникают новые проблемы, такие как разделение региона на подзоны и соединение соседних субрегионов. Для устранения местных расхождений в выбранных зонах Ливана используется полиномиальная модель первого порядка для расчета поправочного коэффициента. Предлагаемый поправочный коэффициент опирается на набор значений аномалии высоты, вычисленных на основе скорректированных нормальных и геодезических высот контрольных точек в каждой зоне. Эти значения затем умножаются на высоты геоида, полученные из модели EGM2008, с целью повышения ее точности [15, 26, 84].

2.4 Метод интерполяции IDW

При обобщении результатов измерений (нивелировок), направленных на построение квазигеоида, возникает задача корректного численного распределения поправочных коэффициентов на местности. Эта математическая задача связана с интерполяцией данных. Ниже приведен метод для реализации таких обобщений.

Интерполяция с обратным взвешиванием по расстоянию (IDW) — это метод пространственной интерполяции, используемый для оценки значений в неизвестных местоположениях на основе значений в известных местоположениях. Предполагается, что влияние известной величины уменьшается по мере удаления от неизвестной точки (Рисунок 2.6). Процедура IDW:

- Идентифицирует набор близлежащих известных точек данных вокруг неизвестного местоположения.
- Вычисляет расстояния между неизвестным местоположением и каждой из близлежащих известных точек.
- Присваивает веса каждой известной точке в зависимости от ее расстояния до неизвестного местоположения. Ближайшие точки получают более высокие веса, а более дальние точки получают меньшие веса.
- Вычисляет средневзвешенное значение значений в известных точках, где веса определяются расстояниями. Это среднее значение представляет собой расчетное значение в неизвестном месте.
- Для контроля процесс повторяется.

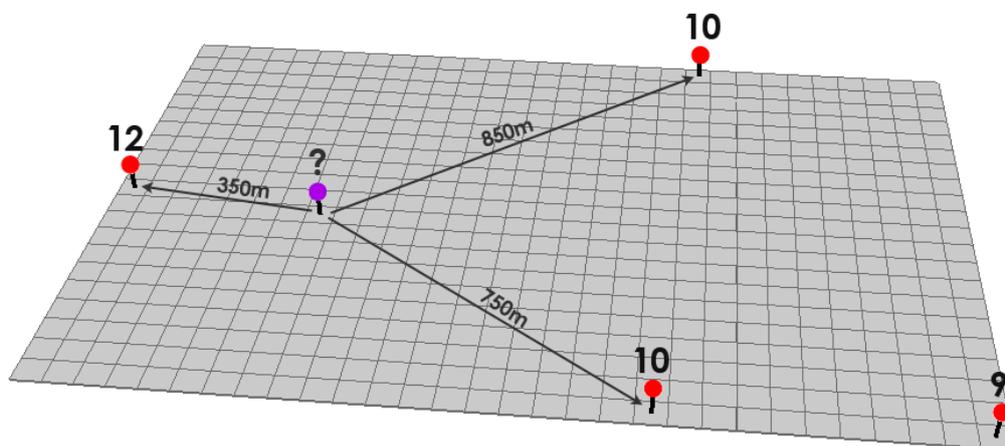


Рисунок 2.6 — Схема, показывающая, как работает метод интерполяции IDW [70]

IDW полагается главным образом на обратную величину расстояния, возведенную в степень. Параметр «мощность» (аналог веса) позволяет вам контролировать значимость известных точек в интерполируемых значениях на основе их расстояния от выходной точки. Это положительное действительное число, его значение по умолчанию — 2.

Определив более высокое значение мощности, можно сделать больший акцент на ближайших точках. Таким образом, наибольшее влияние будут иметь близлежащие данные, а поверхность будет более детализированной (менее гладкой). По мере увеличения мощности интерполированные значения начинают приближаться к значению ближайшей точки выборки. Указание более низкого значения мощности даст большее влияние окружающим точкам, которые

находятся дальше, что приведет к более гладкой поверхности. Оптимальным значением мощности можно считать такое, при котором минимальная средняя абсолютная ошибка минимальна. При переменном радиусе поиска указывается количество точек, используемых при вычислении значения интерполируемой ячейки, в результате чего расстояние по радиусу варьируется для каждой интерполируемой ячейки в зависимости от того, как далеко нужно искать вокруг каждой интерполированной ячейки, чтобы достичь указанного числа входных точек [6, 39, 44, 51]. Таким образом, некоторые окрестности будут маленькими, а другие большими, в зависимости от плотности измеряемых точек вблизи интерполируемой ячейки.

Некоторые из наиболее распространенных преимуществ использования IDW перед другими методами интерполяции:

- *Сохранение локальной изменчивости:* IDW стремится сохранять локальную изменчивость в наборе данных. Это дает более высокие веса близлежащим точкам, а это означает, что локальные различия, вероятно, будут отражены в интерполированных значениях.
- *Подходит для небольших наборов данных:* IDW может быть особенно полезен для небольших наборов данных, где другие более сложные методы интерполяции могут оказаться неосуществимыми или ненужными. Он обеспечивает достаточно точные результаты при относительно низких вычислительных затратах.
- *Интерполяция за пределами диапазона данных:* IDW может интерполировать значения даже для местоположений за пределами диапазона известных точек данных. Эта функция может быть полезна в сценариях, где требуется экстраполяция.
- *Применимость к различным пространственным масштабам:* IDW может эффективно применяться для интерполяции значений в различных пространственных масштабах, от локальных до региональных, что делает его универсальным для различных приложений в таких областях, как геодезия, геология, гидрология, экология и дистанционное зондирование.

Математически IDW выражается, как показано в формуле (2.58):

$$H_p = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{d_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i}}, \quad (2.58)$$

где H_p – неизвестная высота любой точки, м,

H_i – известная высота, м,

d_i – расстояние между пространством и неизвестными точками, м.

2.5 Пространственная коррекция с использованием интерполяции IDW

Интеграция IDW при создании поверхности коррекции интерполяции имеет большое значение из-за ее способности эффективно обрабатывать неравномерно расположенные точки данных и обеспечивать плавное, непрерывное представление поверхности. IDW позволяет пользователям указывать один поправочный коэффициент для любой точки внутри зоны интерполяции, что делает его особенно полезным для сценариев, где пространственные отношения и расстояния между точками данных имеют решающее значение [53, 56]. Такой подход не только упрощает процесс коррекции, но и гарантирует, что интерполированные значения сохраняют пространственную согласованность (Рисунок 2.7).

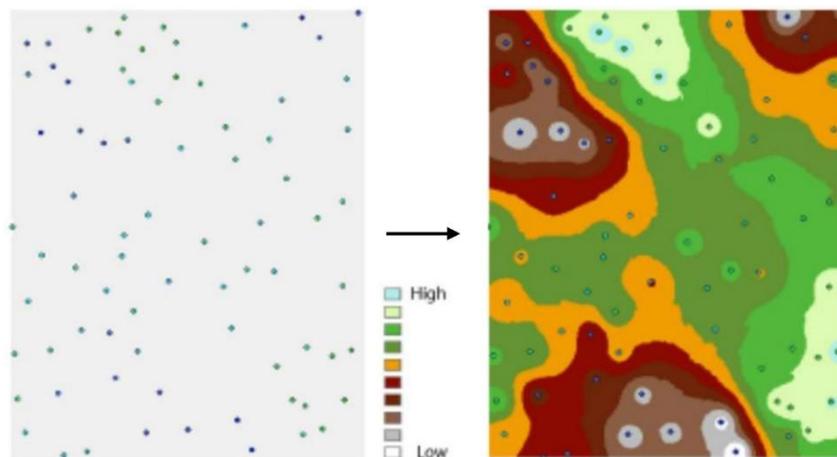


Рисунок 2.7 – Фрагмент пространственной интерполяции: слева точки высот, справа интерполированная поверхность высот [53]

После определения поправочных коэффициентов в каждой точке внутри обозначенной зоны применяется метод интерполяции IDW для создания

специализированной поверхности, известной как «поверхность коррекции». Эта поверхность играет жизненно важную роль в корректировке высот геоида, полученной на основе модели EGM2008, основанной на спутниковых измерениях и методах геометрического нивелирования.

2.6 Метод обобщения модельных результатов на территорию Ливана

Интерполированная поверхность коррекции применима по всей исследуемой области. В этом разделе мы описываем предлагаемый подход, который повышает гибкость использования нескольких поверхностей коррекции при работе с различными зонами и более крупными географическими областями. Чтобы применить это исследование в масштабе всей страны, необходимо проанализировать несколько зон, используя ту же методологию определения нормальных и геодезических высот, описанную ранее в этой главе. Следовательно, поверхность коррекции для каждой зоны может быть установлена путем использования рассчитанных масштабных коэффициентов внутри этой конкретной зоны. Однако при работе с обширными площадями построение адекватной интерполированной поверхности среди множества других может стать проблемой. Чтобы решить эту проблему, крайне важно определить местоположение используемого набора данных и определить соответствующую поверхность коррекции. Это достигается за счет использования опции «площадь по координатам» для проверки местоположения. Таким образом, становится возможным идентифицировать соответствующую поверхность коррекции, связанную с оригинальным набором данных.

Процесс начинается с использования формул площади по координатам для вычисления площади каждого многоугольника (формулы 2.59 – 2.61), образованного в любой заданной зоне. Эти многоугольники очерчены вершинами, представляющими точки с известными нормальными и геодезическими высотами (Рисунок 2.8).

Затем выбирается произвольная точка и предполагается, что ее геодезическая высота известна. Цель состоит в том, чтобы скорректировать высоту геоида с использованием корректирующей поверхности для определения точной

ортометрической высоты. Для этого вычисляется площадь треугольников, примыкающих к произвольной точке внутри выбранного многоугольника. Следующий шаг – это идентификация многоугольника. Это достигается путем сравнения суммы площадей четырех образованных треугольников с площадью многоугольника (формула 2.62).

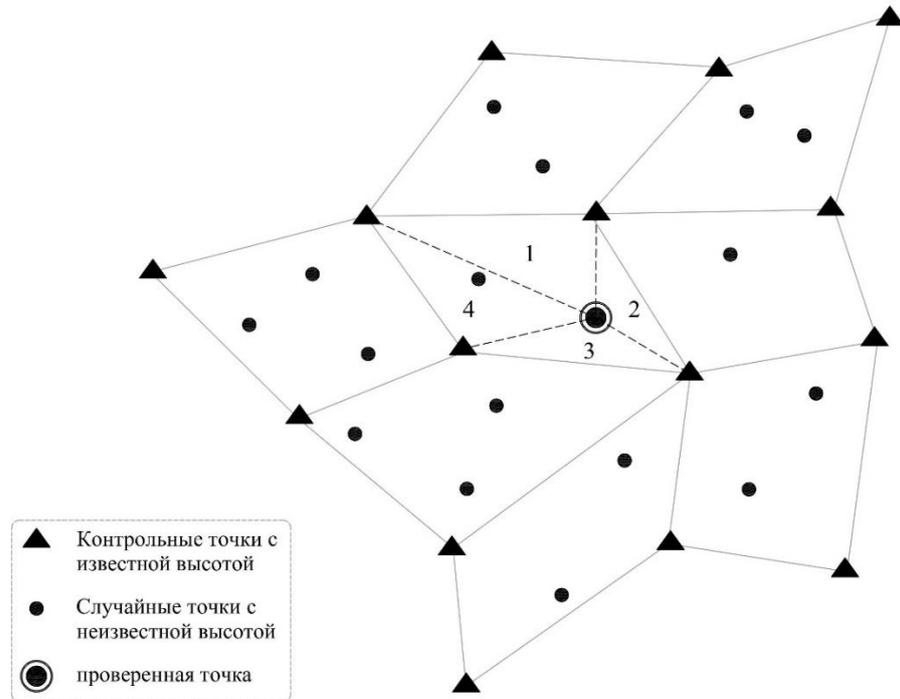


Рисунок 2.8 – Схема, показывающая процедуру определения местоположения точки внутри заданного многоугольника

Формула площади многоугольника по координатам точек имеет следующий

вид:

$$A = \frac{1}{2} |M - N|, \quad (2.59)$$

где,

$$M = X_1 Y_2 + X_2 Y_3 + X_3 Y_4 + \dots + X_n Y_1, \quad (2.60)$$

$$N = Y_1 X_2 + Y_2 X_3 + Y_3 X_4 + \dots + Y_n X_1, \quad (2.61)$$

Применительно к треугольникам выражение упрощается:

$$A = \frac{1}{2} |X_1 (Y_2 - Y_3) + X_2 (Y_3 - Y_1) + X_3 (Y_1 - Y_2)|, \quad (2.62)$$

После обнаружения многоугольника реализуется метод интерполяции IDW для определения поправочного коэффициента. Практическое применение приведено в главе 4.

2.7 Выводы по второй главе

В главе 2 приведено обоснование и разработка методики натурных измерений и общей концепции построения модели локального квазигеоида. Рассмотрены критически важные аспекты определения нормальных высот. Подчеркивается эффективность и необходимость создания локальной модели квазигеоида в свете развития идеи комплексного использования имеющихся технологий измерений, и главным образом, применение ГНСС измерений.

Разработанная методика создания локального квазигеоида предусматривает закладку специальных полигонов, проведение натурные измерений по методу геометрического нивелирования по нескольким маршрутам, обработку измерений и выявление поправки к спутниковому нивелированию.

Выбор полигонов предусматривает их расположение в разных по типу рельефа и высотам местностях. Эти обеспечиться охватить как можно большей территории Ливана, для которого выполняется данная разработка. Применение многоходового нивелирования как показано в главе позволит определить степень влияния гравитационного фактора и путем усреднения результатов существенно снизить это влияние. Показано важность учета влияющих на измерения факторов, таких как температура среды, тщательная калибровка прибора, и др., что позволяет повысить точность измерений для обеспечения обнаружения волнистости квазигеоида. При усреднении результатов используется метод интерполяции IDW, на основе которого определяется поправочный коэффициент для облегчения точного определения нормальных высот в рассматриваемой области.

Отдельно рассмотрен вопрос об определении уклонения отвесной линии. Показано как можно повысить точность расчета нормальной высоты путем корректирования геометрического нивелирования.

Таким образом, в главе представлен комплексный и обобщенный подход к определению нормальных высот, отвечающий потребностям Ливана, и во многих инженерных приложениях он окажется полезным и для России.

ГЛАВА 3 ТЕСТИРОВАНИЕ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ

Как было показано в предыдущих главах, проведение геометрического нивелирования по разным маршрутам позволяет выявить неоднородность гравитационного поля. Если при этом получаются согласованные конечные результаты (отметки), то это указывает на однородное гравитационное поле. Следовательно, все точки принадлежат одной и той же уровенной поверхности. Обратное говорит о неоднородном гравитационном поле.

Методика построения квазигеоида, описанная в главе 2, прошла тестовую проверку в Ливане.

3.1 Объекты тестирования методики

На территории Республики Ливана выбраны три зоны, каждая из которых характеризуется уникальными особенностями рельефа, чтобы обеспечить репрезентативную оценку предлагаемой методики. К этим зонам относятся Машгара в провинции Бекаа, Дамур в провинции Горный Ливан и Аккар в провинции Север (Рисунок 3.1). Выбирая области с разнообразными топографическими профилями и геодезической высотой, ставилась цель оценить эффективность методологии на различных типах местности для дальнейшего обобщения на большую территорию. Как было ранее отмечено данные, полученные на геодезических полигонах в отмеченных регионах будут обработаны с использованием математического моделирования, включающего метод наименьших квадратов для получения модели квазигеоида [102].

Город	Расположение	Площадь	Высота
Машгара, Бекаа (А)	$\varphi = 35^{\circ} 39' 29''$ $\lambda = 33^{\circ} 31' 09''$	37,000 М ²	>879 m, <885 m
Дамур, Гора Ливан (Б)	$\varphi = 35^{\circ} 28' 07''$ $\lambda = 33^{\circ} 43' 27''$	1,000,000 М ²	>129 m, <253 m
Бире, Аккар (В)	$\varphi = 34^{\circ} 37' 08''$ $\lambda = 36^{\circ} 07' 58''$	1,000,000 М ²	>140 m, <212 m

Рисунок 3.1 – Данные о выбранных для тестирования территорий расположения полигонов (зон) в Ливане (А, Б и В)

Кроме того, исследуемые зоны А, Б и В расположены в восточном, западном и северном Ливане (Рисунок 3.2), что говорит об охвате главных географических регионов, и позволяет в последствии использовать данные как опорные точки при обобщении результатов исследований.

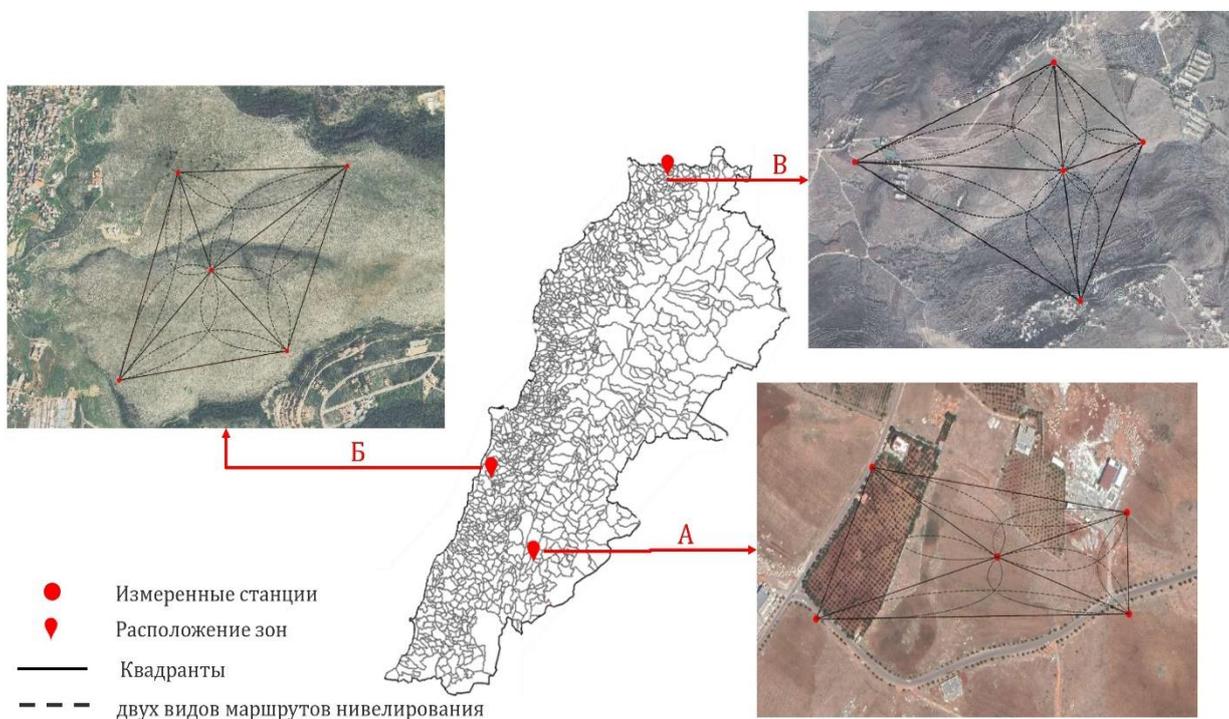
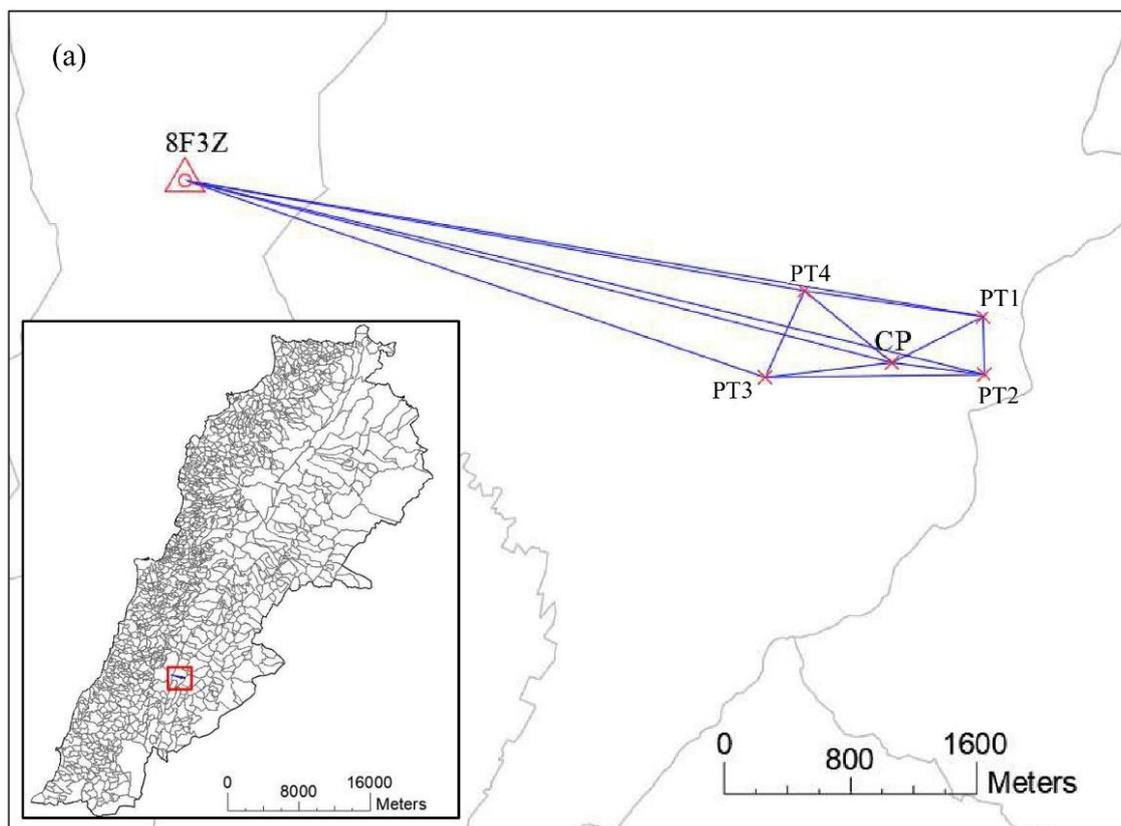


Рисунок 3.2 – Места расположения полигонов в разных регионах Ливана

3.1.1 Измерение геодезических высот с помощью статических измерений в технологии ГНСС

На рисунке 3.3 наглядно изображено распределение точек внутри каждой зоны (полигона). Начало всех измерений приемниками ГНСС было привязано к контрольным точкам (базовым станциям), принадлежащим к классам II и III, в пределах каждой исследуемой территории. Так, на полигоне А в качестве базовой станции использована контрольная точка 8F3Z, отнесенная к классу III. Вблизи этой точки закрепили вспомогательные точки, обозначенные $PT_1 - PT_4$. Точки расположили так, чтобы сформировать квазипрямоугольник с центральной точкой CP. Базовые линии, соединяющие эти вспомогательные точки с контрольной точкой (8F3Z), были точно измерены, чтобы создать основу для последующих измерений и оценок.

Такая же процедура была проведена на полигоне Б, где были выделены три доступные контрольные точки в регионе и на их основе проводились измерения. Контрольные (базовые станции) точки — 7MR5, 7JLB и 7PRP — III класса. На полигоне В выбранной контрольной точкой (базовой станцией) был пункт QDF7, относящийся ко II классу.



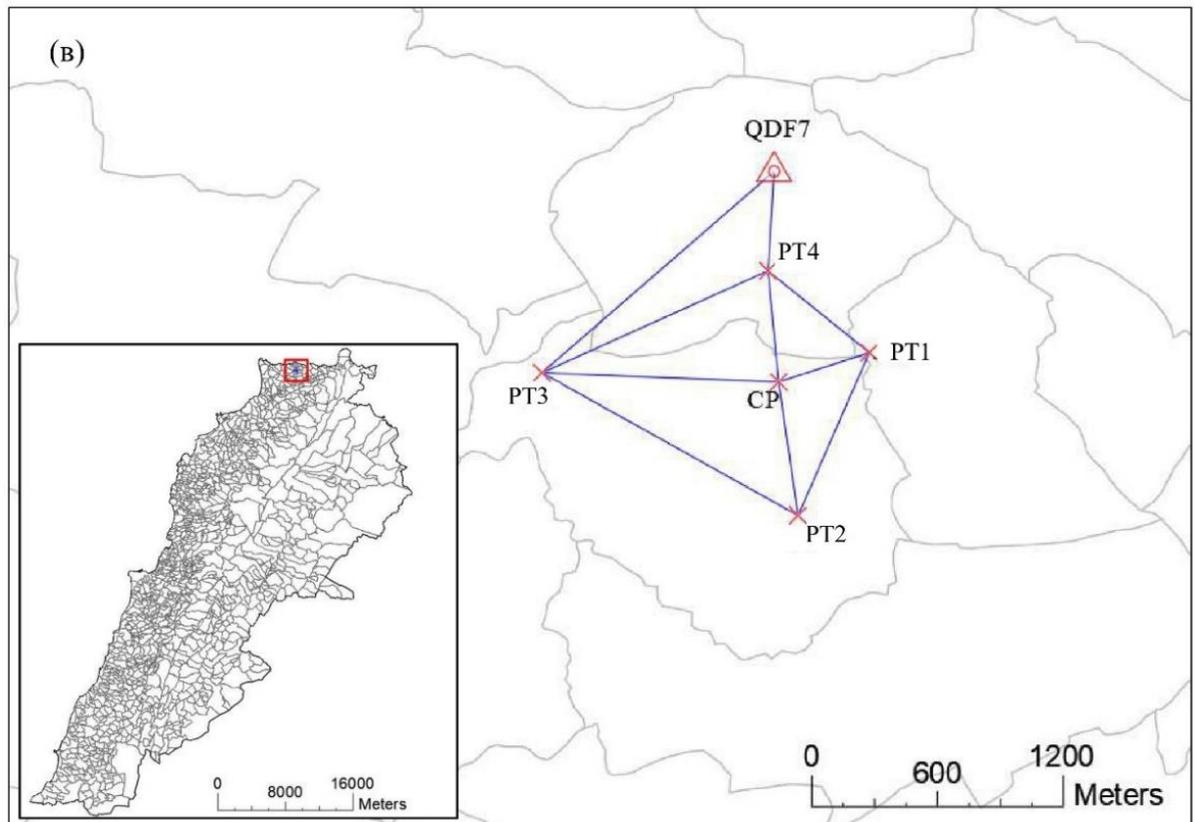
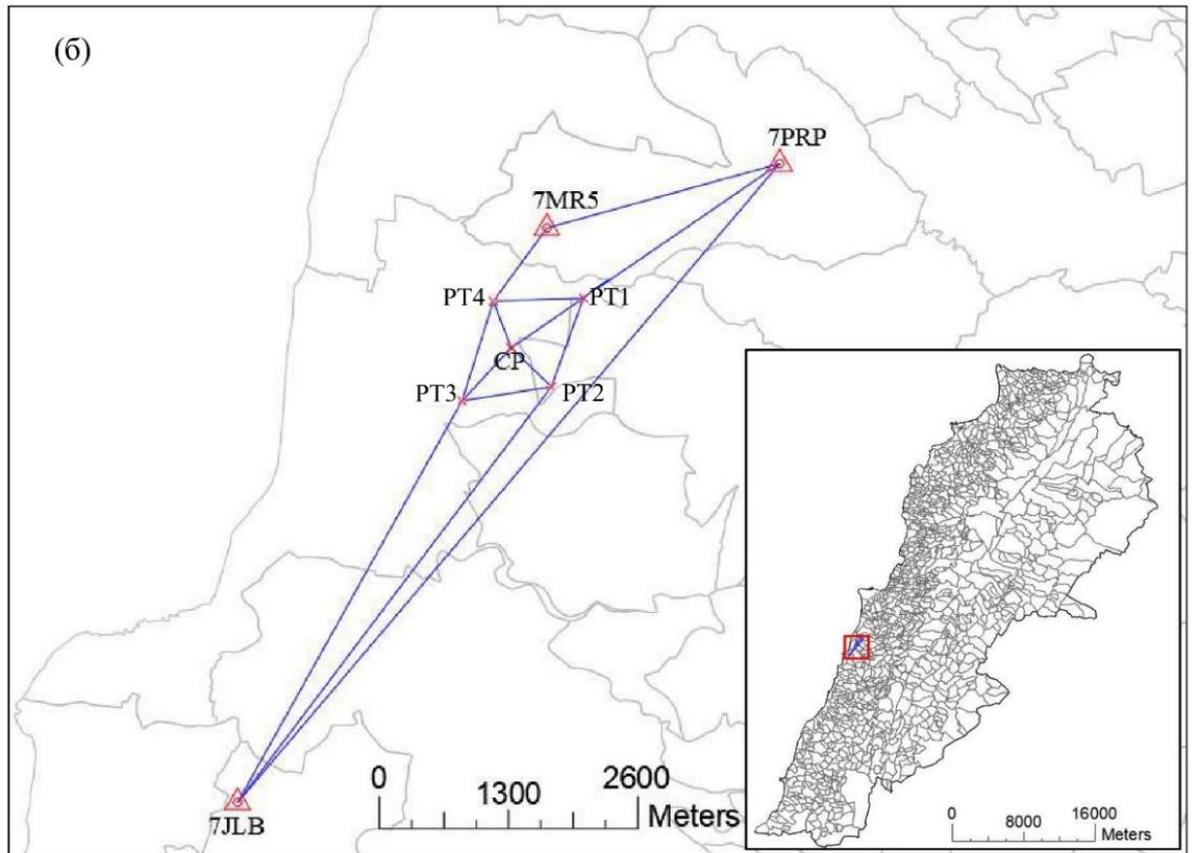


Рисунок 3.3 – Схема геодезических полигонов А - расположен в районе Машгара, Б - находится в районе Дамур и В - находится в районе Аккара

ГНСС-наблюдения проводились с использованием ГНСС-приемников Topcon HiPer-V и соответствующих контроллеров. Чтобы максимально исключить погрешности измерений, приемники закреплялись на штативах со специальными трегерами, как показано на рисунке 3.4. До и после каждого сеанса наблюдений измерялась высота инструмента с использованием стандартной измерительной ленты. По наблюдениям ГНСС получены комплексные данные, включая плановые координаты, азимут, геодезическую высоту и высоты эллипсоида.



Рисунок 3.4 – Вид измерительной станции

Каждый ГНСС-наблюдений длился около двух часов. Для каждого наблюдения регистрировались дата, продолжительность (время начала и окончания), а также инструментальная высота. Та же процедура применялась в трех зонах. В таблице 3.1 показаны наблюдений, проходившие в зоне «В», где аналогичные данные были собраны для двух других зон. Исходные данные измерений ГНСС показаны в приложение Б.

Таблица 3.1 – Полевые примечания для измерений ГНСС в зоне В

Наблюдение 1				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
PT ₁	10:18	12:18	0,3	21.01.2023
PT ₂	10:18	12:18	0,2	
QMAV	10:18	12:18	0,3	
QDF7	10:18	12:18	0,2	

Продолжение таблицы 3.1

Наблюдение 2				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
QF5A	13:50	15:50	0,2	21.01.2023
QMAV	13:50	15:50	0,3	
PT ₂	13:50	15:50	0,2	
PT ₃	13:50	15:50	0,3	
Наблюдение 3				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
PT ₃	9:47	11:34	0,3	22.01.2023
PT ₄	9:47	11:34	0,2	
QF5A	9:47	11:34	0,2	
Q8BD	9:47	11:34	0,3	
Наблюдение 4				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
PT ₁	13:53	14:50	0,3	22.01.2023
PT ₄	13:53	14:50	0,2	
QDF7	13:53	14:50	0,2	
Q8BD	13:53	14:50	0,3	
Наблюдение 5				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
PT ₁	9:13	11:00	0,3	24.01.2023
PT ₂	9:13	11:00	0,3	
PT ₄	9:13	11:00	0,2	
CP	9:13	11:00	0,2	
Наблюдение 6				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
PT ₁	11:20	13:10	0,3	24.01.2023
PT ₂	11:20	13:10	0,2	
PT ₃	11:20	13:10	0,3	
CP	11:20	13:10	0,2	
Наблюдение 7				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
QF5A	8:39	10:33	0,2	28.01.2023
QMAV	8:39	10:33	0,3	
CP	8:39	10:33	0,2	
QDF7	8:39	10:33	0,3	
Наблюдение 8				
точка	время начала	время окончания	высота инструмента (м)	Дата
QF5A	11:25	13:16	0,2	28.01.2023
CP	11:25	13:16	0,2	
Q8BD	11:25	13:16	0,3	
QDF7	11:25	13:16	0,3	

3.1.2 Обработка ГНСС измерений

Использование программного обеспечения Trimble Business Center позволяет эффективно обрабатывать и корректировать базовые линии в сети. Однако прежде чем приступить к базовой обработке, необходимо правильно настроить параметры проекта. Кроме того, наблюдения ГНСС должны подвергаться специальному редактированию, чтобы исключить зашумленные данные и нездоровые спутниковые сигналы, обеспечивая целостность набора данных.

При обработке базовых показателей применяются строгие критерии приемки данных. Впоследствии используется метод свободной корректировки для выявления и исправления любых ошибочных наблюдений в сети. Это предполагает систематическое удаление проблемных наблюдений, начиная с самых больших расхождений, для поддержания статистической целостности сети. Если какие-либо базовые линии будут удалены во время этого процесса, корректировку необходимо выполнить интерактивно снова, чтобы оценить новые значения ошибок [100, 101]. После корректировки проводится тест хи-квадрат для оценки соответствия сети ожидаемым статистическим распределениям. Если тест не пройден, стратегия взвешивания корректируется путем изменения масштабного коэффициента весов, эффективного устранения любых несоответствий и прохождения теста хи-квадрат.

Необработанные данные, полученные в результате статических наблюдений в трех зонах, сначала передаются с приемников ГНСС на компьютер. С помощью программного обеспечения Magnet Office Tools данные преобразуются из формата .tps в формат RINEX, а затем обрабатываются и корректируются для получения основных параметров, таких как геодезические координаты, азимут, высота, эллипсоидное расстояние и отклонения для станций.

Интервал обработки установлен в автоматический режим, что позволяет программному обеспечению Trimble Business Center динамически определять оптимальную настройку интервала на основе характеристик базовой линии и периода продолжительности наблюдений. Этот адаптивный подход эффективно регулирует эффективность обработки и качество результатов.

После постобработки контрольные точки используются для проведения корректировки результатов, привязывая наблюдения к расчетным данным. Это гарантирует, что скорректированные координаты всех остальных точек сети будут точно привязаны к исходной точке проекта, что способствует точному геодезическому позиционированию и уравниванию. Уточненные геодезические координаты (B , L) и геодезические высоты (H) показаны в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Уточные геодезические координаты

Зона	точка	B	L	H (м)
А	PT ₁	N33°31'04,23088	E35°40'19,02209"	879,954
	PT ₂	N33°31'01,24131	E35°40'19,23139"	881,054
	PT ₃	N33°31'00,71578"	E35°40'05,80162"	885,348
	PT ₄	N33°31'05,25177"	E35°40'08,02764"	885,476
	CP	N33°31'01,69385	E35°40'13,54181"	882,446
Б	PT ₁	N33°43'39,48678"	E35°28'28,34842"	276,318
	PT ₂	N33°43'10,03531"	E35°28'17,11964"	242,354
	PT ₃	N33°43'04,36187"	E35°27'42,56322"	152,362
	PT ₄	N33°43'37,40257"	E35°27'53,33982"	193,239
	CP	N33°43'22,26857"	E35°28'00,94609"	192,581
В	PT ₁	N34°36'52,51739"	E36°07'53,08944"	214,957
	PT ₂	N34°36'39,53158"	E36°08'13,63695"	195,238
	PT ₃	N34°36'12,38280"	E36°08'00,49453"	238,286
	PT ₄	N34°36'34,61689"	E36°07'08,98025"	165,769
	CP	N34°36'34,27561"	E36°07'55,86680"	166,600

В таблице 3.3 представлены геодезические азимуты и эллипсоидальные расстояния линий в пределах обследованных полигонов. Эти значения служат важными компонентами для сопоставления пространственных отношений и геометрических конфигураций между точками съемки. Эллипсоидные расстояния – это расстояния на эллипсоиде.

Таблица 3.3 – Геодезический азимут и эллипсоидальные расстояния базовых линий

Зона	базовая линия	Геодезический азимут	Эллипсоидальное расстояние (м)
А	СР-РТ ₁	61°04'19"	161,601
	СР-РТ ₂	95°25'21"	147,503
	СР-РТ ₃	261°25'20"	202,029
	СР-РТ ₄	307°36'18"	179,640
Б	СР-РТ ₁	233°04'07"	882,689
	СР-РТ ₂	312°09'22"	561,653
	СР-РТ ₃	40°37'58"	726,905
	СР-РТ ₄	157°13'28"	505,725
В	СР-РТ ₁	352°49'54"	566,533
	СР-РТ ₂	70°19'22"	480,850
	СР-РТ ₃	170°05'31"	684,825
	СР-РТ ₄	270°30'54"	1194,651

Геодезические координаты, первоначально относящиеся к Всемирной геодезической системе 1984 г. (WGS84), подверглись процессу преобразования, чтобы соответствовать двойной стереографической проекции «Дейр-эз-Зор» (местная система координат). Это преобразование, необходимое для регионального картографирования и анализа на плоскости, было выполнено с использованием метода преобразования координат их одной системы в другую (преобразования Гельмерта). Сначала выполнено преобразование на эллипсоид Кларка 1880 г., который используется как эталонный для геодезических построений в Ливане.

3.1.3 Измерение нормальной высоты с помощью метода точного нивелирования

Во время полевых работ использовался цифровой нивелир DL 201 вместе с 5-метровой рейкой со штрих-кодом NSA-50M и алюминиевым штативом. Несмотря на соблюдение технологии измерений, неизбежно существуют систематические ошибки, которые невозможно полностью устранить. Чтобы смягчить эти присущие неточности, были сделаны соответствующие корректировки измеренных величин [89].

А) *Коррекция ошибок методом наименьших квадратов*

Процесс корректировки измерений, выполненных при нивелировании по 3 маршрутам, был выполнен для минимизации систематических ошибок путем применения поправок, адаптированных к каждому выявленному типу ошибок, как описано в главе 1. Эти поправки применялись к необработанным наблюдениям, полученным для каждой зоны (полигоны А, Б, В). Приняв начальную высоту в 100 м в начальной точке, превышения высот между всеми соответствующими точками были рассчитаны и скорректированы на основе поправок (Таблицы 3.4, 5 и 6).

После корректировки разницы высот (ΔH^N) был использован метод наименьших квадратов (МНК) для дальнейшего уточнения измерений и минимизации ошибок в максимально возможной степени. Применение МНК включало комплексный процесс вычислений, направленный на оптимизацию корректировки измеренных данных, как подробно описано в Приложении В. Результаты корректировки приведены в таблицах 3.4, 3.5, 3.6, соответственно для полигонов (зон) А, Б и В.

Таблица 3.4 – Скорректированные систематические ошибки и уравненные превышения по МНК для зоны А

Базовая линия	Маршрут	Скорректированные систематические ошибки (мм)				ΔH^N (м)	ΔH^N МНК (м)
		i	C_{CR}	C_t	P		
СР-РТ ₁	1	0,046	0,026	-0,548	1,50	-2,499	-2,501
	2	0,161	0,058	-0,595	1,00		
	3	0,506	0,181	-0,799	1,00		
СР-РТ ₂	1	0,176	0,069	-0,247	0,50	-1,401	-1,401
	2	0,653	0,218	-0,467	0,50		
	3	0,482	0,172	-0,248	-1,00		
СР-РТ ₃	1	-0,083	0,002	0,436	-1,00	2,912	2,913
	2	0,0189	-0,003	0,596	1,00		
	3	0,191	0,036	0,970	-0,50		
СР-РТ ₄	1	-0,089	-0,018	0,754	-1,00	3,037	3,038
	2	0,041	0,015	0,607	0,50		
	3	0,267	0,057	1,095	0,50		

Таблица 3.5 – Скорректированные систематические ошибки и уравненные превышения по МНК для зоны Б

Базовая линия	Маршрут	Скорректированные систематические ошибки (мм)				ΔH^N (м)	ΔH^N МНК (м)
		i	C_{CR}	C_t	P		
СР-РТ ₁	1	0,186	0,004	0,040	-5,00	83,335	83,334
	2	0,185	0,004	0,074	1,00		
	3	0,239	0,005	0,058	-1,00		
СР-РТ ₂	1	0,046	0,003	0,010	2,00	49,746	49,755
	2	0,247	0,005	0,052	-4,00		
	3	0,053	0,004	0,013	-3,00		
СР-РТ ₃	1	0,102	0,001	-0,038	4,00	-40,145	-40,145
	2	0,064	0,004	-0,018	-1,00		
	3	0,424	0,001	-0,027	3,00		
СР-РТ ₄	1	0,496	0,001	-0,037	0,00	0,755	0,755
	2	0,055	0,001	0,062	-2,00		
	3	0,679	0,002	0,030	-5,00		

Таблица 3.6 – Скорректированные систематические ошибки и уравненные превышения по МНК для зоны В

Базовая линия	Маршрут	Скорректированные систематические ошибки (мм)				ΔH^N (м)	ΔH^N МНК (м)
		i	C_{CR}	C_t	P		
СР-РТ ₁	1	-0,268	0,312	-0,010	-1,00	-48,557	-48,549
	2	0,175	1,137	-0,009	-1,00		
	3	-0,238	1,170	-0,007	0,00		
СР-РТ ₂	1	-0,280	0,358	-0,004	-1,00	-28,732	-28,737
	2	0,243	1,190	-0,005	-1,00		
	3	0,331	1,575	-0,007	0,00		
СР-РТ ₃	1	0,050	0,315	-0,025	-2,00	-71,820	-71,816
	2	0,231	1,349	-0,019	5,00		
	3	0,140	1,049	0,009	5,00		
СР-РТ ₄	1	-0,686	0,517	0,000	1,00	0,576	0,573
	2	0,173	1,148	0,001	-4,00		
	3	0,289	1,385	0,001	1,00		

Чтобы оценить достигнутую точность предложенного метода (3-маршрутное нивелирование), тот же процесс корректировки был проведен для нивелировки только одного маршрута (прямой путь между двумя точками), исключая два криволинейных маршрута. После исправления всех систематических ошибок был применен МНК. Сравнивались стандартные отклонения, полученные обоими

методами (классическое нивелирование и 3-маршрутное нивелирование для трех полигонов А, Б и В, Рисунок 3.5). В отличие от классического метода, метод нивелирования по трем маршрутам показывает постоянные значения стандартного отклонения в трех зонах. Постоянное стандартное отклонение подразумевает надежность работы модели, и, таким образом, надежные измерения с меньшей вероятностью будут содержать систематические ошибки или систематические ошибки.

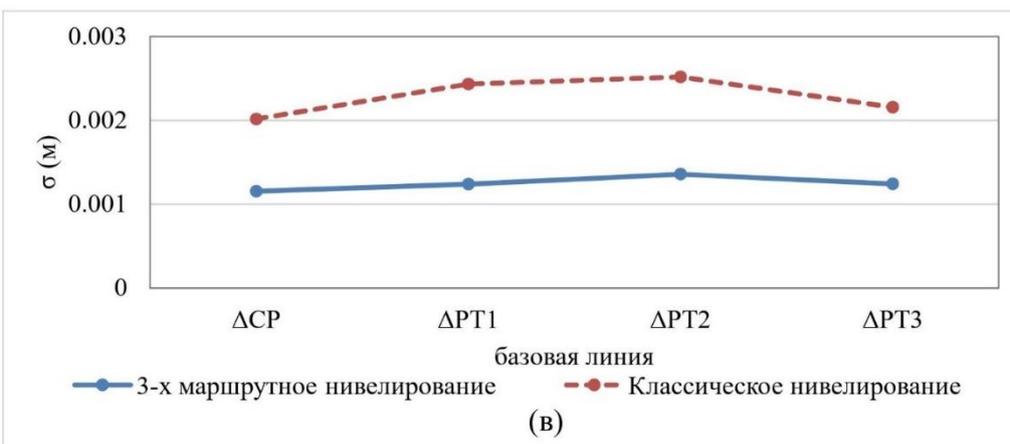
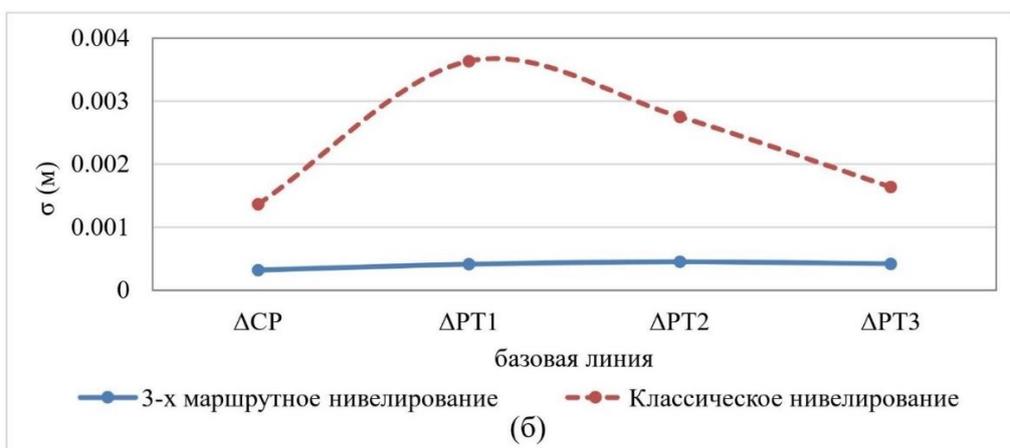
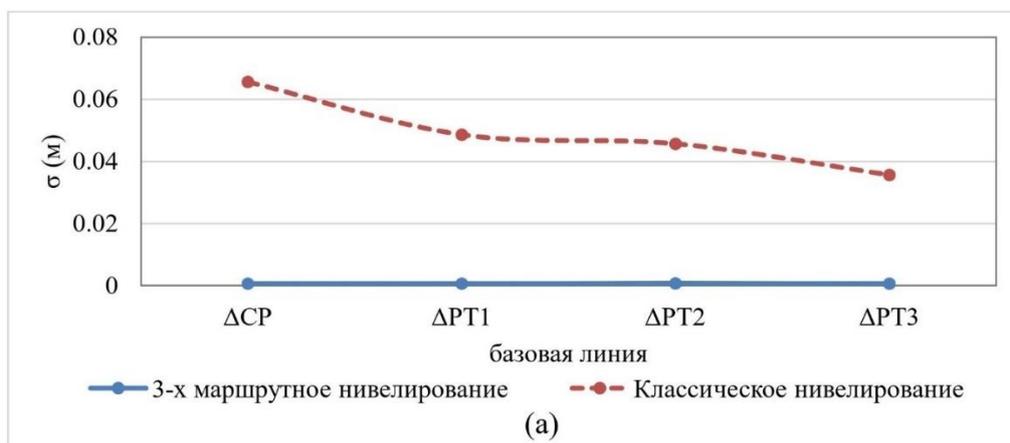


Рисунок 3.5 – Графики стандартного отклонения высот для трех полигонов

Процесс определения нормальных высот начался с корректировки превышений. Впоследствии был проведен сравнительный анализ нормальных высот, полученных с помощью разработанной технологии 3-маршрутного нивелирования (H_I^N). Окончательные значения нормальных высот получены в результате сравнительного анализа, в котором для каждой зоны (полигона) выбиралась точка (контрольная) отклонения от которой были минимальны. В результате в зоне (А) за контрольную точку принята РТ₄, служившая отправной точкой для всех измерений. В зонах (Б и В) эту роль взял на себя РТ₁. В результате получены окончательные значения (Таблица 3.7), которые дают информацию о точности и эффективности используемой технологии.

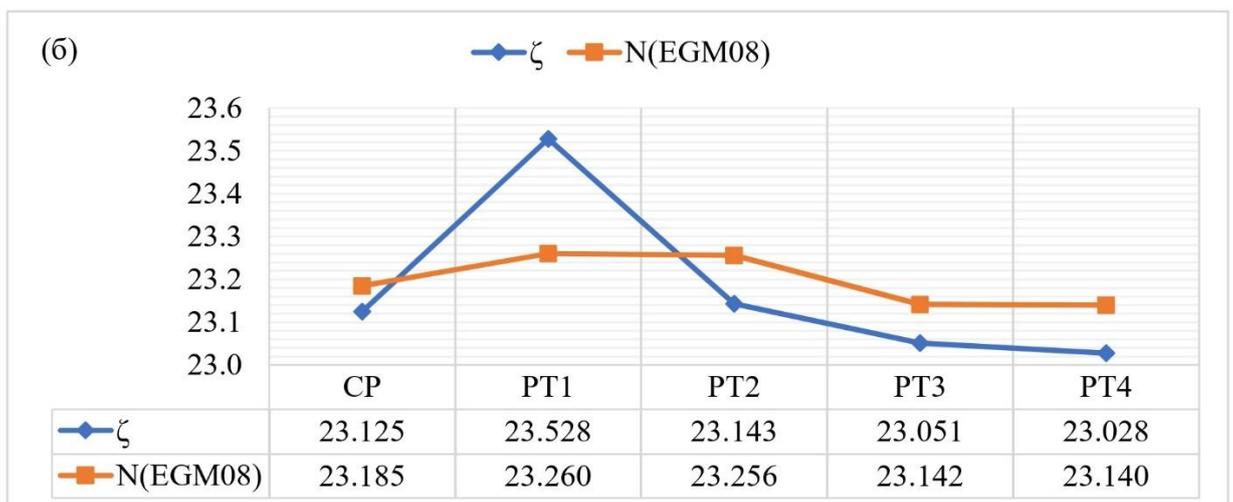
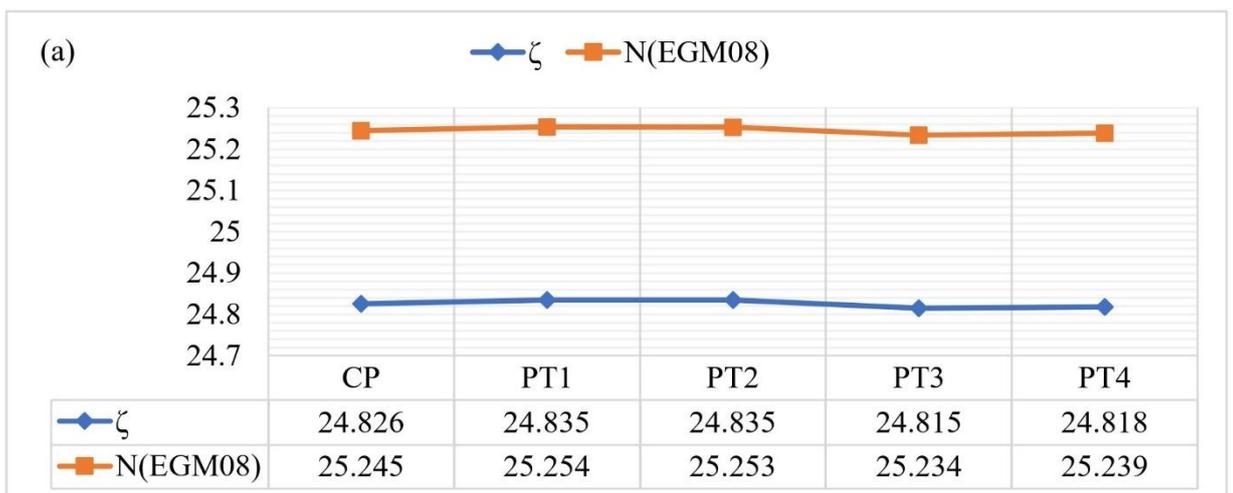
Таблица 3.7 – Скорректированные нормальные высоты, измеренные обоими методами (3-маршрутное нивелирование и классическое нивелирование)

точка	Зона	B	L	$H_I^N (м)$	$H_2^N (м)$	$\Delta H^N (см)$
РТ ₁	А	33,51784	35,67195	855,119	855,121	-0,187
РТ ₂		33,51701	35,67201	856,219	856,219	0,036
РТ ₃		33,51687	35,66828	860,533	860,532	0,132
РТ ₄		33,51813	35,66890	860,658	860,658	0,000
СР		33,51714	35,67043	857,619	857,618	0,100
РТ ₁	Б	33,72764	35,47454	252,790	252,790	0,000
РТ ₂		33,71945	35,47142	219,210	219,198	1,230
РТ ₃		33,71788	35,46182	129,310	129,343	-3,295
РТ ₄		33,72706	35,46482	170,210	170,210	-0,027
СР		33,72285	35,46693	169,460	169,478	-1,786
РТ ₁	В	34,61459	36,13141	189,190	189,190	0,000
РТ ₂		34,61098	36,13712	169,380	169,292	8,780
РТ ₃		34,60344	36,13347	212,460	212,391	6,884
РТ ₄		34,60962	36,11916	140,070	140,000	7,042
СР		34,60952	36,13219	140,640	140,616	2,430

В) Определение аномалии высоты (ζ)

Для расчета высоты квазигеоида (аномалии высоты ζ) для каждой зоны использовались скорректированные нормальные высоты, полученные методом трехмаршрутного нивелирования, и геодезические высоты, полученные на основе

измерений ГНСС [92, 108]. Значения аномалии высоты сравниваются с данными EGM2008, чтобы оценить их точность на территории Ливана (Рисунок 3.6). Сравнивая полученные аномалии высот на каждом из трех участков с данными, полученными на основе модели EGM2008, можно заметить, что EGM2008 можно использовать на равнинных участках (зона А), поскольку они имеют высокое сходство значений аномалий высот. Однако на неровной местности (зоны Б и В) EGM2008 показывает большие расхождения в аномалии высоты, что обеспечивает фактическое гравитационное влияние на точность высоты в этих областях. Фактически эти расхождения обусловлены отсутствием гравиметрических данных в стране, в связи с чем предлагаемый геометрический метод рекомендуется использовать в инженерных приложениях, требующих высокой точности вертикального позиционирования. Точность модели может быть достигнута и в других районах страны, имеющих схожие топографические характеристики.



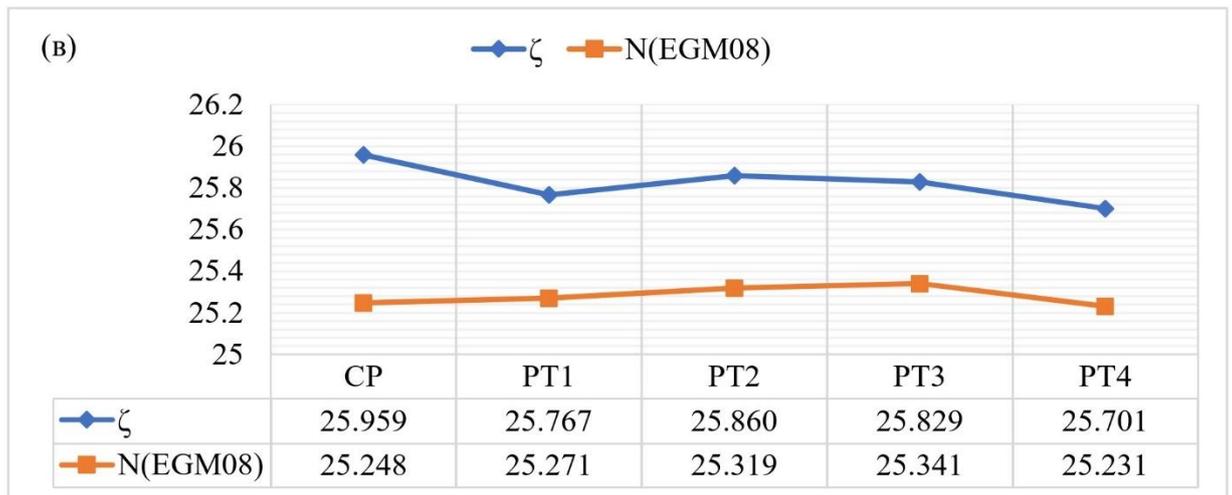


Рисунок 3.6 – Сравнительные графики аномалий высот для трех зон (А, Б, В)

3.2 Уклонение отвесной линии

Как обсуждалось ранее в главе 2, отклонение отвесной линии состоит из двух компонентов: компонента север-юг (ξ) и компонента восток-запад (η). Их определение проводилось на поверхности эллипсоида и поверхности геоида (EGM2008 и нормальные высоты).

- *Статистическая оценка*

Использовался МНК. При этом параметры: весовая матрица (W_e), поправки к превышениям (Δ), поправки к высотам (V_e), поправки к измеренным величинам (V), ошибка единицы веса (σ_0^2), ковариационная матрица ошибок ($\Sigma_{\Delta\Delta}$) и стандартного отклонения (σ) приведены в главе 2, раздел (2.2.1) подробно.

Расчет уклонения отвеса проводился для трех обозначенных зон, как для поверхности эллипсоида, так и для поверхности геоида. Это включало использование геодезических высот, полученных на основе спутниковых определений, ортометрических высот, полученных из модели Земли EGM2008, и нормальных высот, полученных посредством геометрического нивелирования по трем маршрутам.

Анализ компонентов отклонения отвесной линии выявил незначительное отклонение между поверхностью эллипсоида и EGM2008 со средним расхождением 0,0003 секунд в компоненте север-юг и 0,001 секунд в компоненте восток-запад (Таблица 3.8). Однако по сравнению с компонентами, полученными

на основе нормальных высот, наблюдались заметно более высокие различия: в среднем 1,103 секунды в компоненте север-юг и 0,969 секунд в компоненте восток-запад. Кроме того, изучение полученных стандартных отклонений по трем поверхностям выявило самые низкие значения, присущие поверхности с нормальными высотами, что означает большую согласованность и меньшую изменчивость в наборе данных.

Таблица 3.8 – Данные расчетов составляющих уклонения отвесной линии для трех разных поверхностей (в секундах)

Компоненты УОЛ	Эллипсоид	EGM2008	H^N
Зон (А)			
ξ	$-3,19445 \pm 0,15175$	$-3,19486 \pm 0,15174$	$-2,44530 \pm 0,11065$
η	$-12,19047 \pm 0,06166$	$-12,19217 \pm 0,06165$	$-12,48468 \pm 0,04496$
Зон (Б)			
ξ	$7,80716 \pm 0,00264$	$7,80747 \pm 0,00265$	$6,23261 \pm 0,00255$
η	$-26,34716 \pm 0,00283$	$-26,34817 \pm 0,00283$	$-23,88771 \pm 0,00163$
Зон (В)			
ξ	$9,40585 \pm 0,00184$	$9,40621 \pm 0,00384$	$8,42064 \pm 0,00170$
η	$-12,28564 \pm 0,01587$	$-12,28597 \pm 0,01587$	$-12,44136 \pm 0,00857$

Уклонение отвесной линии рассчитывалось по уравнению (2.25), приведенному в главе 2 (Таблица 3.9).

Таблица 3.9 – Значения уклонения отвесной линии на разных поверхностях в трех зонах (в секундах)

Зон	УОЛ, \mathcal{E}		
	Эллипсоид	EGM2008	H^N
(А)	12,60206	12,60381	12,72190
(Б)	27,47953	27,48058	24,68741
(В)	15,47278	15,47326	15,02314

3.3 Разработка масштабного коэффициента для улучшения высоты геоида

Коэффициенты играют фундаментальную роль в различных научных исследованиях, выступая в качестве мультипликативных факторов, которые масштабируют или изменяют величины в уравнениях или формулах. В математических выражениях коэффициенты определяют величину и направление

вклада конкретного члена в общий результат. Обычно коэффициенты представляют собой константы, которые сопровождают переменные, влияя на их поведение и результаты. Они функционируют, предоставляя числовое значение, которое характеризует взаимосвязь между различными элементами в математическом уравнении или модели. Общие типы коэффициентов включают линейные коэффициенты, квадратичные коэффициенты и коэффициенты корреляции, каждый из которых служит различным целям в своих соответствующих областях.

В геодезии коэффициенты незаменимы при определении высоты, где они используются для калибровки инструментов, корректировки измерений с учетом факторов окружающей среды и моделирования гравитационного поля Земли. Например, коэффициенты, полученные на основе геопотенциальных моделей, имеют решающее значение для преобразования гравитационных аномалий для уточнения измеренных высот. Кроме того, различные корректировки с использованием коэффициентов необходимы при преобразовании геодезических данных и моделировании геоида [119].

Коэффициенты также используют как настраиваемые параметры, которые позволяют калибровать модели для более точного соответствия наблюдаемым данным, тем самым повышая точность прогнозов и интерпретаций. Более того, коэффициенты служат факторами, которые позволяют корректировать точность конкретного набора данных на основе сравнения с другими справочными наборами данных. Например, в геодезии коэффициенты, полученные на основе спутниковых наблюдений и наземных измерений, используются для уточнения определения высоты и геодезических вычислений, обеспечивая более высокую точность в приложениях позиционирования и навигации [74]. Благодаря стратегическому применению коэффициентов специалисты-практики могут эффективно адаптировать точность и надежность своего анализа в соответствии с конкретными требованиями и стандартами, что в конечном итоге приводит к более надежным и достоверным результатам.

В контексте повышения точности ортометрических высот и их согласования с установленными нормальными высотами применяется подход с использованием масштабного коэффициента. Коэффициент масштабирования, действующий как коэффициент, получается путем деления аномалии высоты, рассчитанной на основе нормальных и геодезических высот, на высоту геоида, определенную из EGM2008, по контрольным точкам, которые используются в качестве опорных точек. Затем этот коэффициент используется для систематической корректировки ортометрических высот для дополнительных точек данных, обеспечивая согласованное нивелирование с более точными нормальными высотами, присутствующими в наборе данных [69]. Используя этот коэффициент масштабирования, в каждой точке применяется корректировка, учитывающая индивидуальные различия между нормальной и ортометрической высотами. Этот подход направлен на повышение общей точности и единообразия ортометрических измерений высоты, тем самым способствуя более надежному представлению данных о высоте в геодезических съемках и связанных с ними приложениях.

А) Зональные коэффициенты для преобразования геодезических высот

В Ливане используется модель Земли EGM2008, дополненная цифровой моделью рельефа (ЦМР) с разрешением около 10 м. Эта ЦМР основана на топографических картах, созданных в результате фотограмметрических исследований, проведенных в 1960 г. Несмотря на широкое использование, как EGM2008, так и ливанская ЦМР имеют ограничения в удовлетворении строгих требований различных инженерных приложений, требующих точного определения высоты. Следовательно, существует заметный пробел в адекватном удовлетворении потребностей сообщества пользователей ГНСС, которое в значительной степени зависит от точной информации о высоте геоида/квазигеоида. Чтобы решить эту проблему, необходимо повысить точность определения высоты геоида, полученной на основе модели EGM2008. Введение коэффициентов, предназначенных для повышения точности аномалий высоты надежное решение для инженерных приложениях по всему Ливану.

Из-за разнообразной топографии Ливана, различные зоны классифицируются на основе диапазонов высот. Эта классификация служит практическим подходом, позволяющим идентифицировать отдельные географические регионы со схожими характеристиками высоты. Очерчивая эти зоны, становится возможным установить специальные коэффициенты, адаптированные для каждой зоны, которые можно использовать независимо для преобразования геодезических высот в нормальные высоты. Этот подход особенно эффективен при использовании разработанного метода определения нормальных высот – многоходовой нивелировки. За счет включения коэффициентов, специфичных для зон, точность высот повышается, гарантируя, что процесс преобразования точно отражает уникальные топографические особенности каждой зоны в Ливане. Эта стратегия упрощает процесс определения высоты, предлагая стандартизированную структуру, которая оптимизирует эффективность и надежность геодезических съемок по всему региону.

В) Расчет коэффициентов для трех зон (А, Б, В)

В Таблице 3.10 аномалии высот, полученные по данным EGM2008 (спутниковое нивелирование), показана рядом с соответствующими расчетными величинами аномалии высоты и определяемый коэффициент в каждой точке.

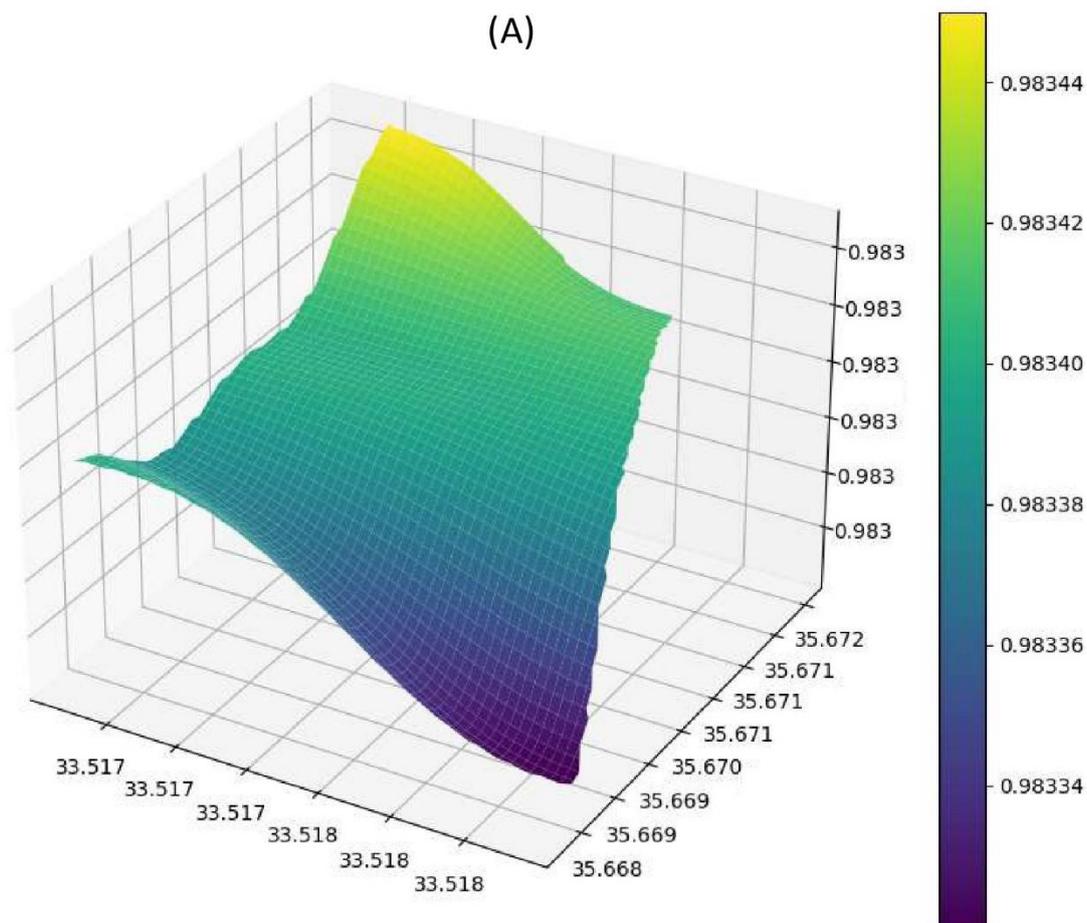
Таблица 3.10 – Значения аномалий высот: по разработанной технологии (ζ) и спутниковым нивелированием (EGM2008) для 3 зон, и определяемый коэффициент

Точка	ζ (м)			N (EGM2008, м)			a		
	А	Б	В	А	Б	В	А	Б	В
PT ₁	24,84	23,53	25,77	25,25	23,26	25,27	0,983409	1,011,509	1,019,627
PT ₂	24,84	23,14	25,86	25,25	23,26	25,32	0,983448	0,995145	1,021,367
PT ₃	24,82	23,05	25,83	25,23	23,14	25,34	0,983395	0,996081	1,019,257
PT ₄	24,82	23,03	25,70	25,24	23,14	25,23	0,983319	0,995151	1,018,628
CP	24,83	23,13	25,96	25,25	23,19	25,25	0,983403	0,997421	1,028,161

Процесс включал деление зарегистрированных значений аномалий высоты в каждой точке в пределах трех обозначенных зон на соответствующие высоты геоида для тех же самых точек. В результате этого расчета был получен масштабный коэффициент для каждой точки, представляющий собой соотношение

между наблюдаемой аномалией высоты и высотой геоида (см. уравнения 2.56 и 2.57 в главе 2).

Впоследствии для создания поверхности коррекции внутри каждой зоны использовался метод интерполяции обратного взвешивания по расстояниям (IDW). В этом методе интерполяции использовались координаты долготы и широты в качестве осей x и y соответственно, а значения масштабного коэффициента служили входными данными по оси z для построения поверхности коррекции [7, 17, 109, 116]. Подробное объяснение этой процедуры представлено в Главе 2, где дается подробное описание используемой методологии. Результаты этого процесса визуально изображены на рисунке 3.7, обеспечивая графическое представление, которое эффективно передает поверхности коррекции, полученные методом интерполяции по исследуемым зонам.



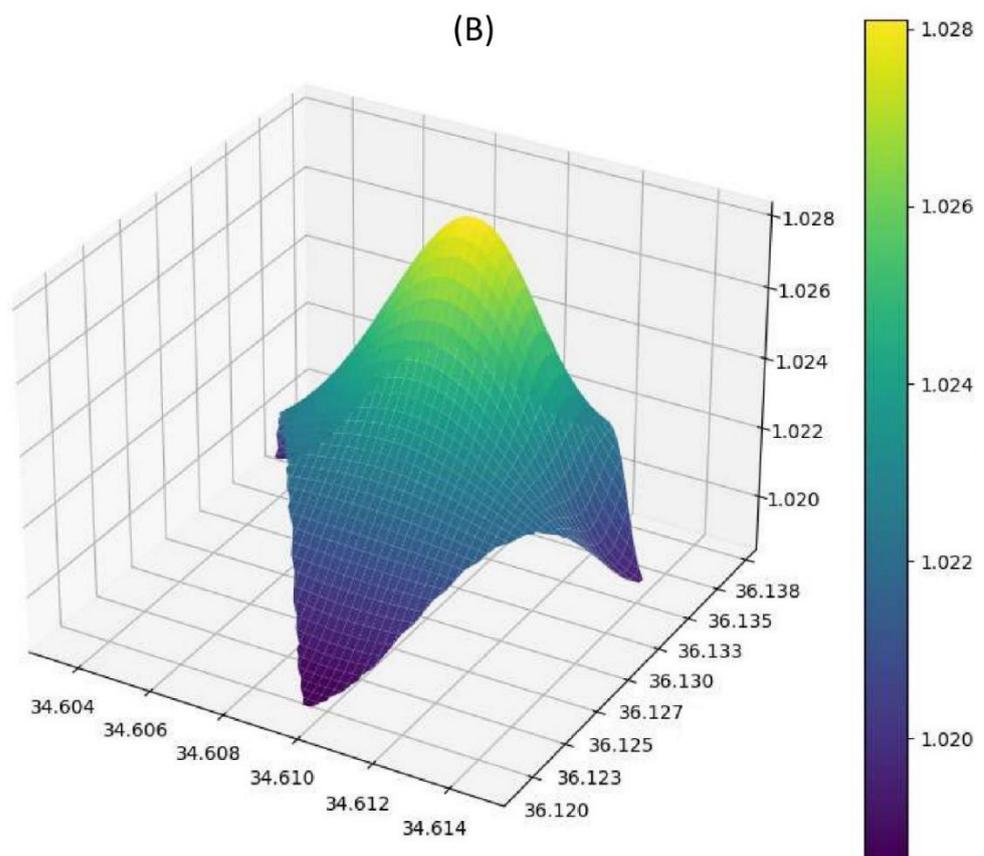
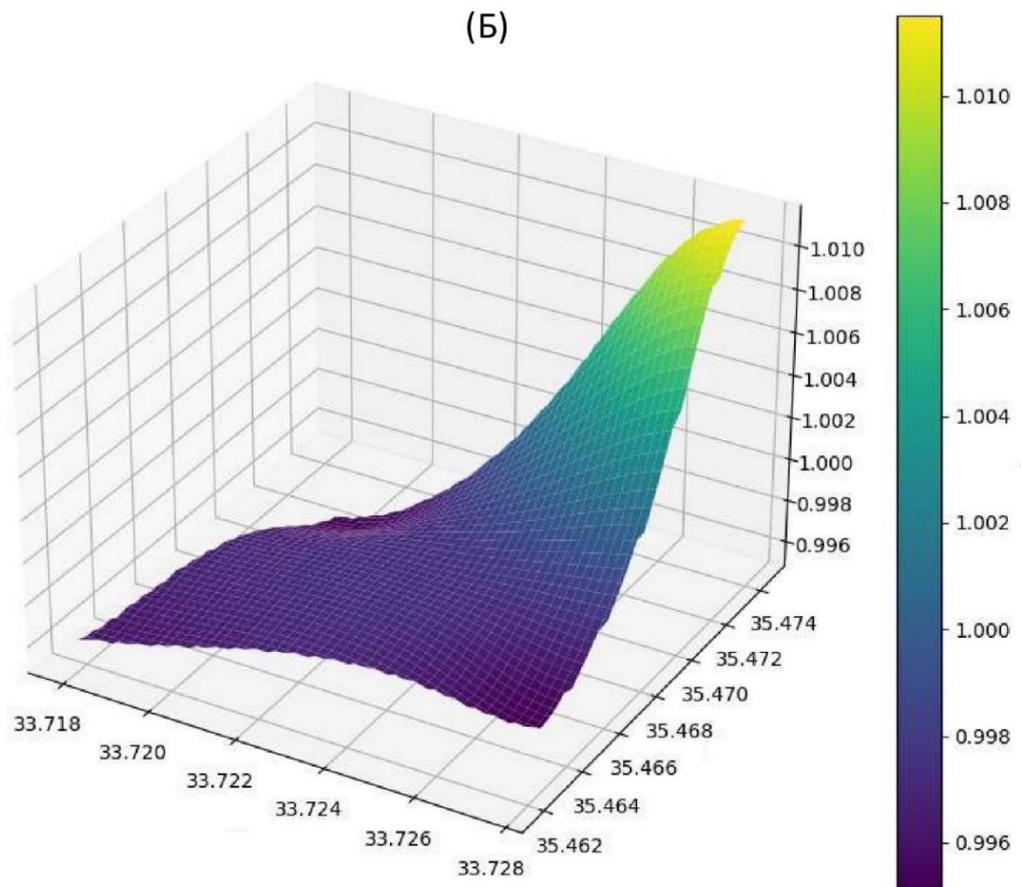
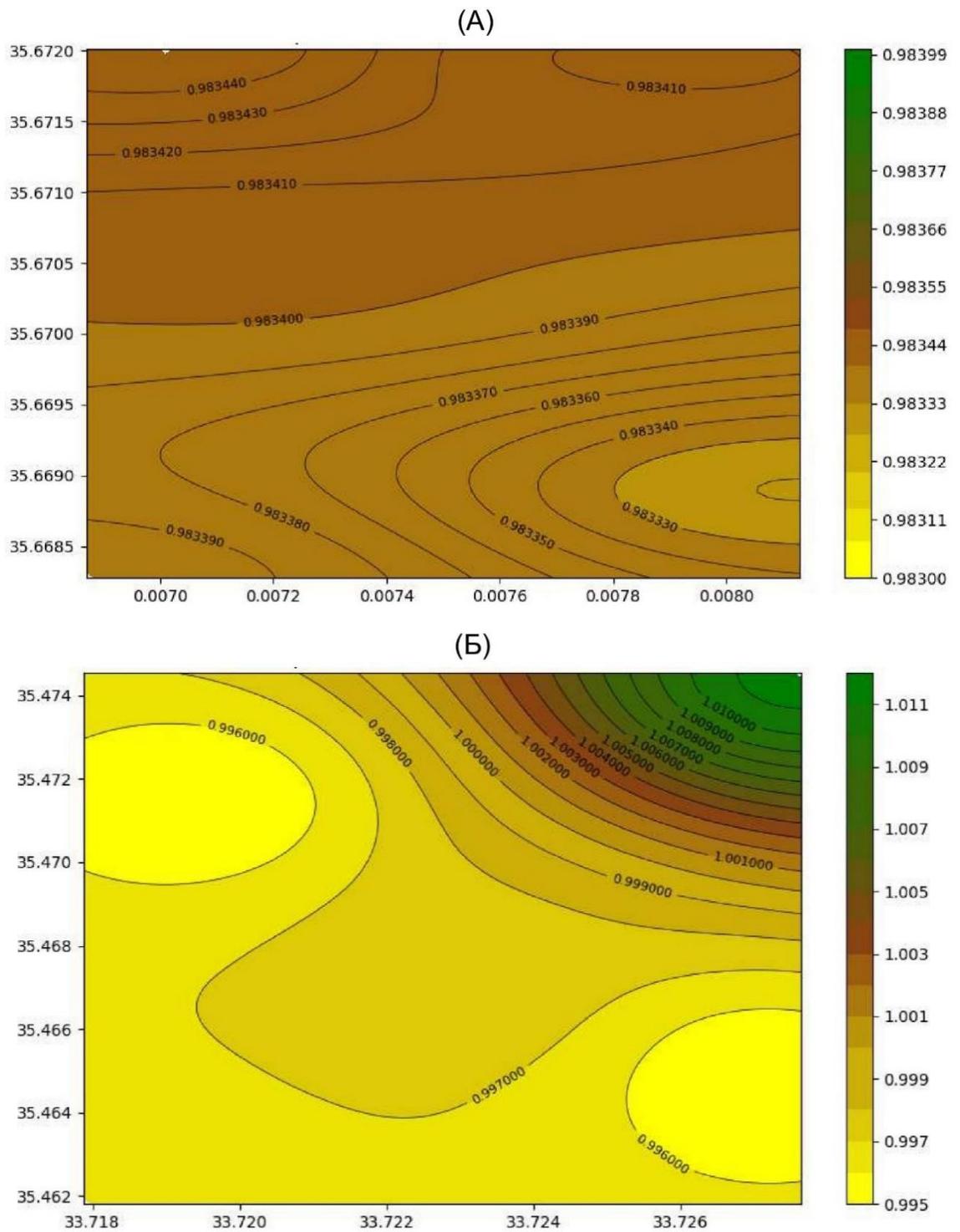


Рисунок 3.7 – Поверхность интерполяции с использованием масштабного коэффициента для трех зон (А, Б, В)

Затем три поверхности отображаются в виде рельефных поверхностей на плоскости с интервалами высот. На рисунок 3.8 показаны три построенные поверхности.



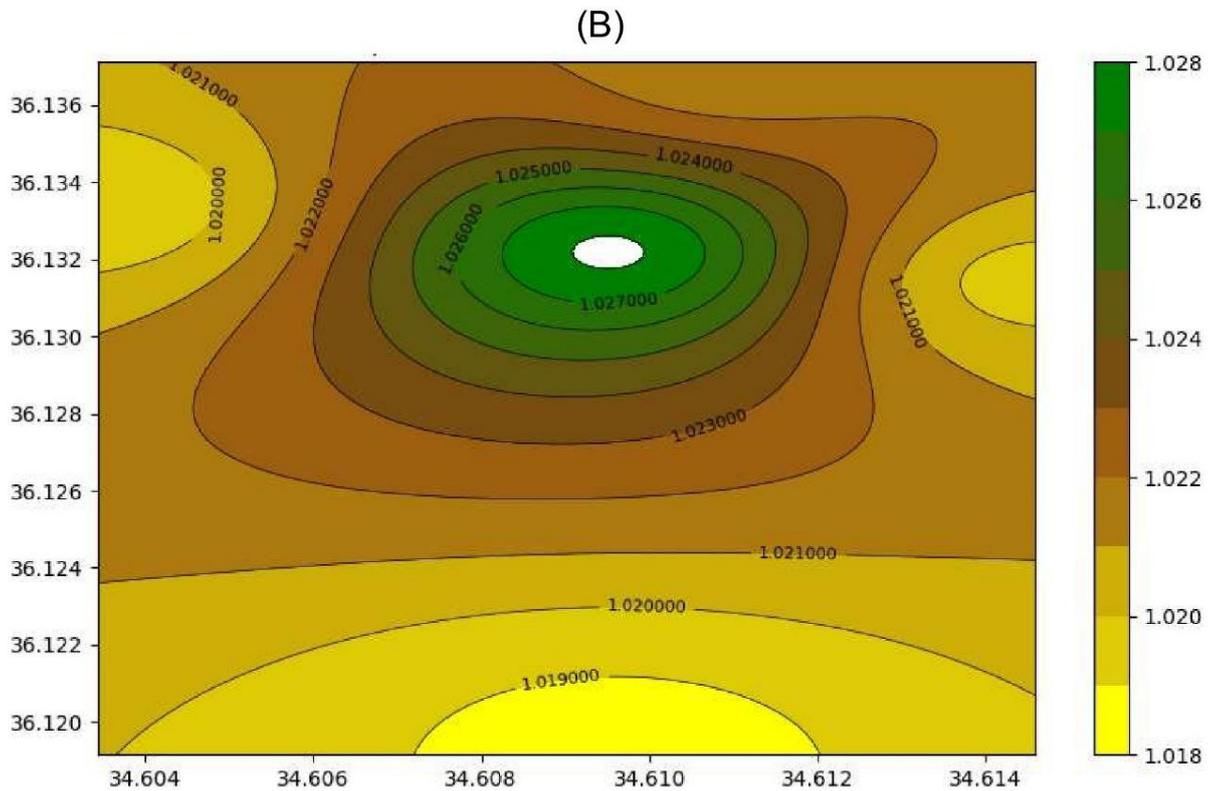


Рисунок 3.8 – Рельефная поверхность на плоскости для промежуточной области между тремя зонами.

Полученные результаты коррелируются с проведенным моделированием напряженно-деформированного состояния (НДС) массива горных пород.

Моделирование выполнено для зоны Б. Решалась упругая задача о перемещениях с использованием программного комплекса НЕДРА [35]. Массив горных пород моделировался с модулем упругости 4 гПа и объемным весом 2 т/м²(0,2 кПа). На поверхности рассматриваемой области заданы условия, соответствующие рельефу местности (заданы высоты). На рис. 3.9 приведены изолинии напряжений, действующие вертикально.

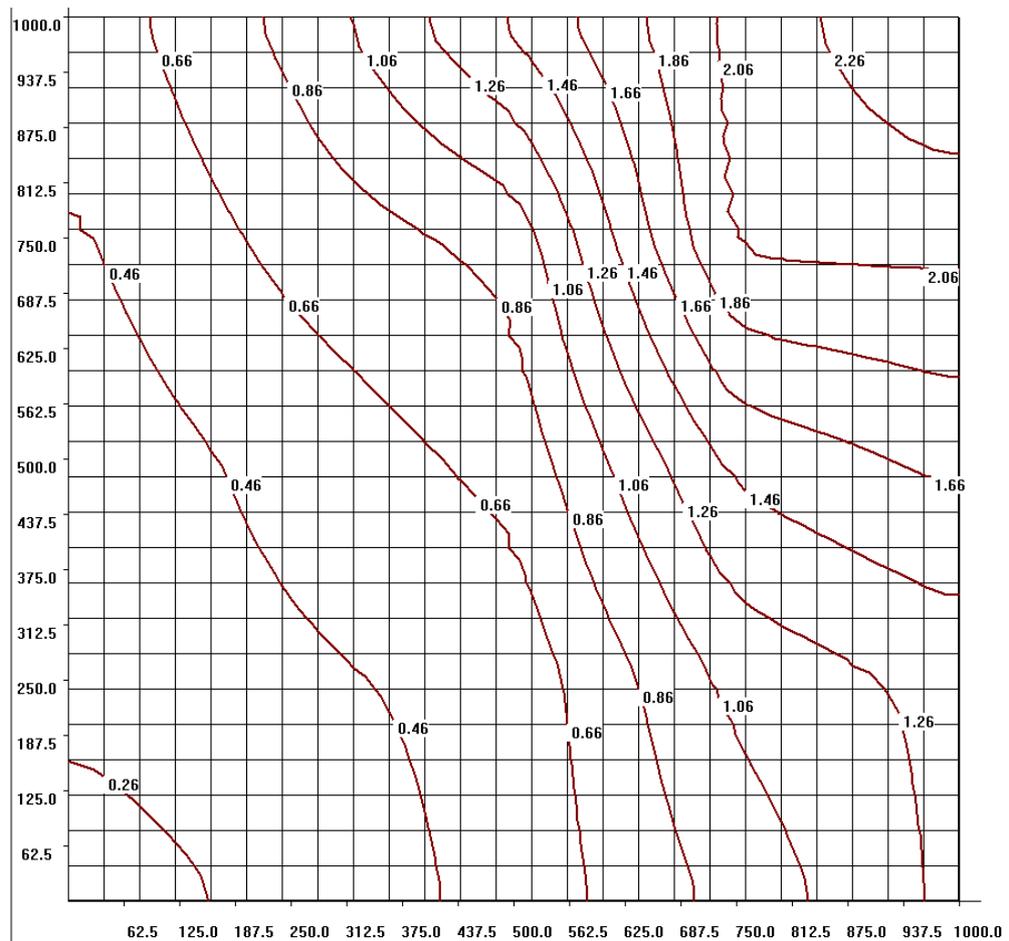


Рисунок 3.9 – Вертикальные напряжения, действующие на уровне поверхности (110 м), МПа

Можно заметить подобие рис. 3.8, б и рис. 3.9, что косвенно подтверждает правильность подхода выявления нормальных высот на основе геометрического нивелирования по специальной схеме. В то же время на будущее следует рассмотреть вопрос об активном использовании расчетов НДС для выявления поправочного коэффициента.

3.4 Выводы по третьей главе

В главе 3 показаны результаты тестовой реализации разработанной методологии определения нормальных высот.

В результате экспериментальных исследований на различных территориях Ливана был проверен трехмаршрутный метод геометрического нивелирования, продемонстрировавший его надежность в регионах, где отсутствуют гравиметрические данные.

Показано, что интеграция статических измерений по технологии ГНСС и разработанной технологии геометрического нивелирования обеспечивается определение нормальных высот. При этом анализируется уклонение отвесной линии и вводится масштабный коэффициент для повышения точности расчета аномалий высоты.

Полученные результаты подчеркивают важность и возможность учета неоднородного гравитационного поля путем сугубо геодезических измерений. Это не только повышает мобильность оценок нивелирования, но и существенно расширяет знания в области геодезии.

На основе приведенных исследований сформулированы научные положения:

- Использование метода геометрического нивелирования, проведенного по нескольким взаимосвязанным маршрутам, повышает точность определения высот локального квазигеоида в два и более раз в зависимости от рельефа местности.

- Создание высотной основы для территории с недостаточно развитой геодезической сетью, к которым относится Республика Ливан, для целей строительства зданий и сооружений возможно на основе разработанного алгоритма определения поправочных коэффициентов к нормальным высотам, получаемым по методу спутникового нивелирования.

ГЛАВА 4 ДЕМОНСТРИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ЛОКАЛЬНОГО КВАЗИГЕОИДА НА ПРАКТИКЕ

На основе практических примеров в главе демонстрируется валидация разработанной методологии в различных регионах Республики Ливана. Эти тематические исследования подчеркивают эффективность методологии в решении уникальных географических особенностей и проблем, возникающих в различных областях.

Кроме того, эта глава призвана упростить и оптимизировать процессы определения высоты путем создания модели нормальной высоты и описания процесса территориального зонирования. Интегрируя эти методологии в существующую нормативную базу, мы стремимся обеспечить согласованность и точность геодезических измерений по всему Ливану, что в конечном итоге улучшает наше понимание топографии страны и пространственной динамики.

4.1 Проверка работоспособности поправочных коэффициентов к спутниковому нивелированию для территории Ливана

Чтобы подтвердить повышение точности определения аномалии высоты с использованием методики поправочных коэффициентов, выбраны 12 контрольных точек $V_1 - V_{12}$, каждая из которых характеризуется известными нормальными и геодезическими высотами и территориально размещается в окрестностях трех исследуемых зон (А, Б, В). Эти пункты тщательно выбраны с учетом разнообразия высот и характеристик местности, подобные тем, для которых были разработаны поправочные коэффициенты.

Используя геодезические координаты (B, L, H) этих контрольных точек, соответствующие высоты геоида (N) и ортометрические высоты были взяты из модели Земли EGM2008. Далее определялся поправочный коэффициент и проводилась корректировка аномалии высоты (см. уравнение 2.35, глава 2). В Таблице 4.1 представлена подробная сводка измеренных геодезических и нормальных высот, а также полученные значения высоты геоида (N) из модели EGM2008 и соответствующие им ортометрические высоты.

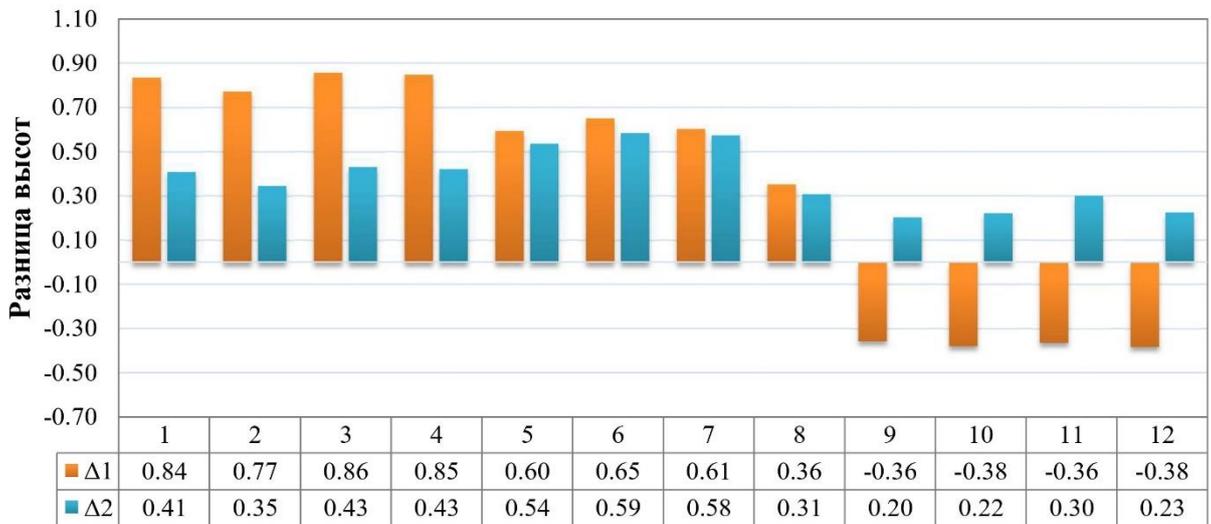
Таблица 4.1 – Геодезические координаты (B , L , H), нормальные высоты (H^N) контрольных точек и высоты геоида и ортометрические высоты из EGM2008

Контрольные точки	B	L	H	H^N	N	H^O
V_1	35,669	33,517	884,15	859,33	25,66	858,49
V_2	35,669	33,518	884,26	859,37	25,66	858,60
V_3	35,671	33,517	880,48	855,68	25,66	854,82
V_4	35,672	33,518	879,4	854,60	25,65	853,75
V_5	35,465	33,720	185,78	162,63	23,75	162,03
V_6	35,466	33,726	185,27	162,18	23,74	161,53
V_7	35,469	33,724	204,90	181,80	23,71	181,19
V_8	35,470	33,722	230,40	207,04	23,71	206,69
V_9	36,127	34,608	163,32	137,54	25,42	137,90
V_{10}	36,130	34,610	169,72	143,91	25,43	144,29
V_{11}	36,132	34,610	168,63	142,84	25,43	143,20
V_{12}	36,132	34,611	185,29	159,48	25,43	159,86

После использования интерполяции IDW для создания поверхности коррекции внутри каждой зоны коэффициенты, присвоенные отдельным точкам, определяются на основе их пространственного положения. Эти коэффициенты затем используются для корректировки исходных высот геоида, в результате чего получаются новые рассчитанные высоты геоида. Эти скорректированные высоты геоида впоследствии вычитаются из геодезических высот для получения новых ортометрических высот.

На рисунке 4.1 приведена диаграмма, показывающая работу поправочных коэффициентов. Сравниваются значения ортометрических высот с известными нормальными высотами на всех контрольных точках. Разница первоначальных ортометрических высот (полученных по модели Земли EGM2008) с истинными нормальными высотами обозначена на диаграмме синим цветом ($\Delta 1$). Разница после корректировки (использования поправочного коэффициента) обозначена столбиками оранжевого цвета ($\Delta 2$). Видно, что полученные ортометрические

высоты с помощью коэффициентов имеют более высокую точность, что подтверждает обоснованность предлагаемого метода.



Контрольные точки

Рисунок 4.1 – Различия между нормальными высотами и полученными ортометрическими высотами до и после применения коэффициентов к высотам геоида

Этот подход не только повышает точность определения ортометрической высоты, но также обеспечивает согласованность и достоверность на всей исследуемой территории. Используя пространственные характеристики и методы интерполяции, этот метод предлагает надежное решение для повышения точности геодезических измерений на основе дополнительных полигонов, подобных тем, которые послужили разработке поправочных коэффициентов.

4.2 Методика уточнения поправочного коэффициента

После успешной проверки предложенной методологии уточнения нормальных высот и повышения точности гравитационной модели Земли (EGM2008) возникает необходимость распространить этот подход на более широкий национальный масштаб. Это предполагает интеграцию различных методологий для точного определения местоположений и определения соответствующих масштабных коэффициентов для точного определения ортометрических высот. Однако прежде чем внедрять эту методологию в более крупном регионе, важно начать с основополагающего шага: «обнаружения зоны» с использованием метода площади по координатам.

Обнаружение зон с помощью метода «площадь по координатам» предполагает систематическое определение зон на основе географических координат точек данных. Этот первоначальный шаг имеет решающее значение, поскольку он создает основу для последующего анализа и корректировок. Чтобы выполнить этот процесс, мы обращаемся к уравнениям (2.59 – 2.61), обсуждаемым в главе 2, для расчета площади каждой зоны. Эти рассчитанные площади затем сравниваются с определенными площадями сформированных треугольников между каждой контрольной точкой и всеми существующими точками внутри трех зон, как указано в уравнении (2.50) главы 2.

На практике реализация обнаружения зон и метода интерполяции IDW обычно осуществляется с использованием языка программирования «Python». Предполагается, что местоположения контрольных точек проверки в трех зонах неизвестны, поэтому они вводятся в программу. Затем программа обрабатывает эти точки данных, чтобы определить зону, в которой расположена каждая точка. Например, на рисунке 4.2 мы наблюдаем пример, когда тестируется точка V_3 , и на основании проведенных расчетов оказывается, что она находится в пределах первой зоны [102].

После успешного завершения обнаружения зоны следующим шагом является применение интерполяции IDW, при которой рассчитывается масштабный коэффициент для назначенной точки. Умножив масштабный коэффициент на высоту геоида, можно получить более точное значение ортометрической высоты для этой точки. Этот процесс позволяет более точно настроить и повысить точность определения ортометрической высоты, способствуя повышению общей точности методологии уточнения EGM2008 на более широких уровнях [44, 53, 68, 116].

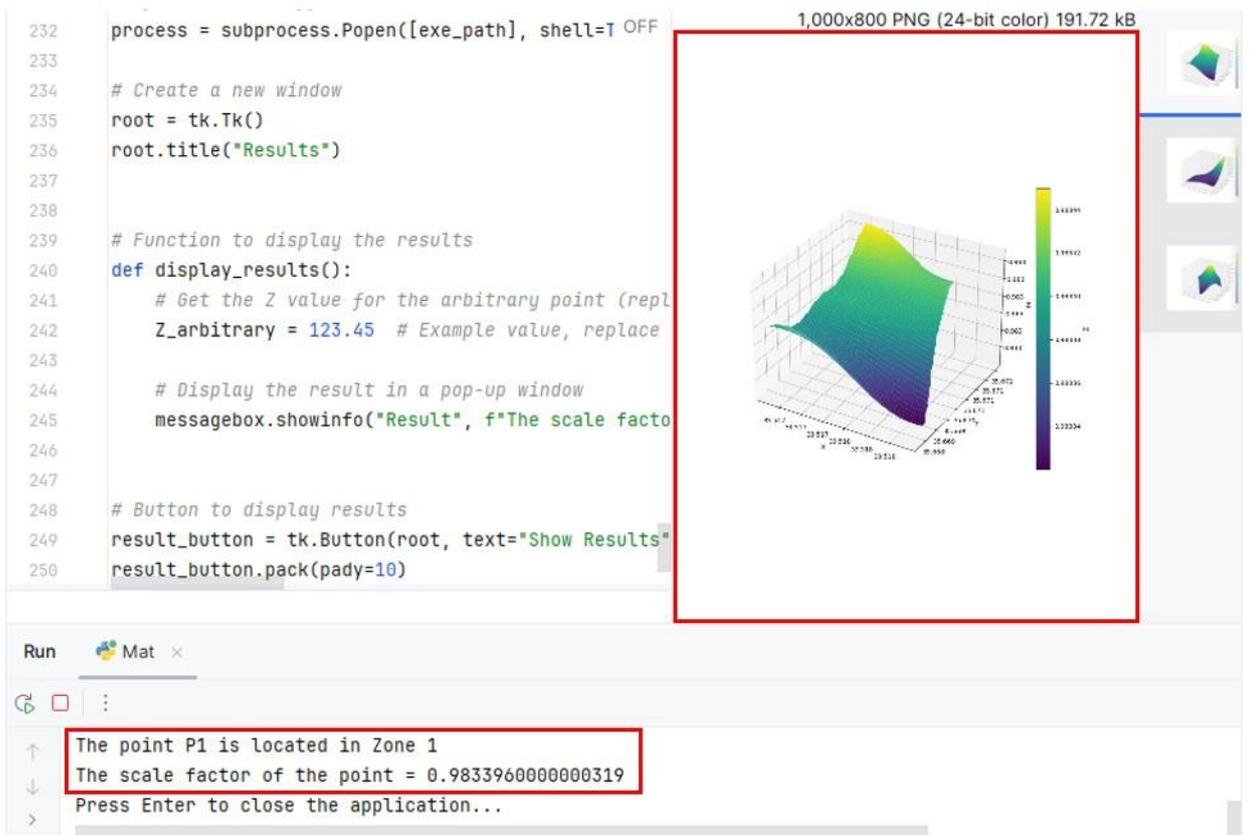


Рисунок 4.2 – Программный интерфейс для обнаружения зон и интерполяции IDW

Эта методология не только облегчает систематическое разделение географического региона на зоны, но также обеспечивает основу для дальнейшего анализа и уточнения. Благодаря точному определению зон и их соответствующих границ. Другими словами, интерполяция IDW способствует повышению точности определения поправочного коэффициента.

4.3 Обобщение методики на пограничные зоны

Учитывая подтвержденную применимость методологии определения нормальных высот на базе многоходового геометрического нивелирования в Ливане, в работе рассмотрена возможность ее использования для охвата территорий, лежащих между зонами, на которых выполнены нивелировки. Для реализации этого метод интерполяции IDW также может быть использован.

Применяя метод интерполяции IDW к этим промежуточным областям, создается поверхность коррекции. Эта поверхность служит для уточнения определения значений высоты в переходных областях, где точки данных могут

быть редкими или отсутствовать. Полученная поверхность коррекции обеспечивает непрерывное представление изменений высоты по всей рассматриваемой географической области.

На рисунке 4.3 изображена поверхность коррекции, что дает представление о пространственном распределении поправок по высоте в промежуточных регионах. Благодаря включению этой корректирующей поверхности в методологию создается более полная и точная основа для определения ортометрических высот на территории Ливана. Этот более широкий подход гарантирует, что оценки высоты уточняются не только в пределах заранее определенных зон, но и в переходных областях между ними, повышая общую точность и надежность процесса уточнения EGM2008.

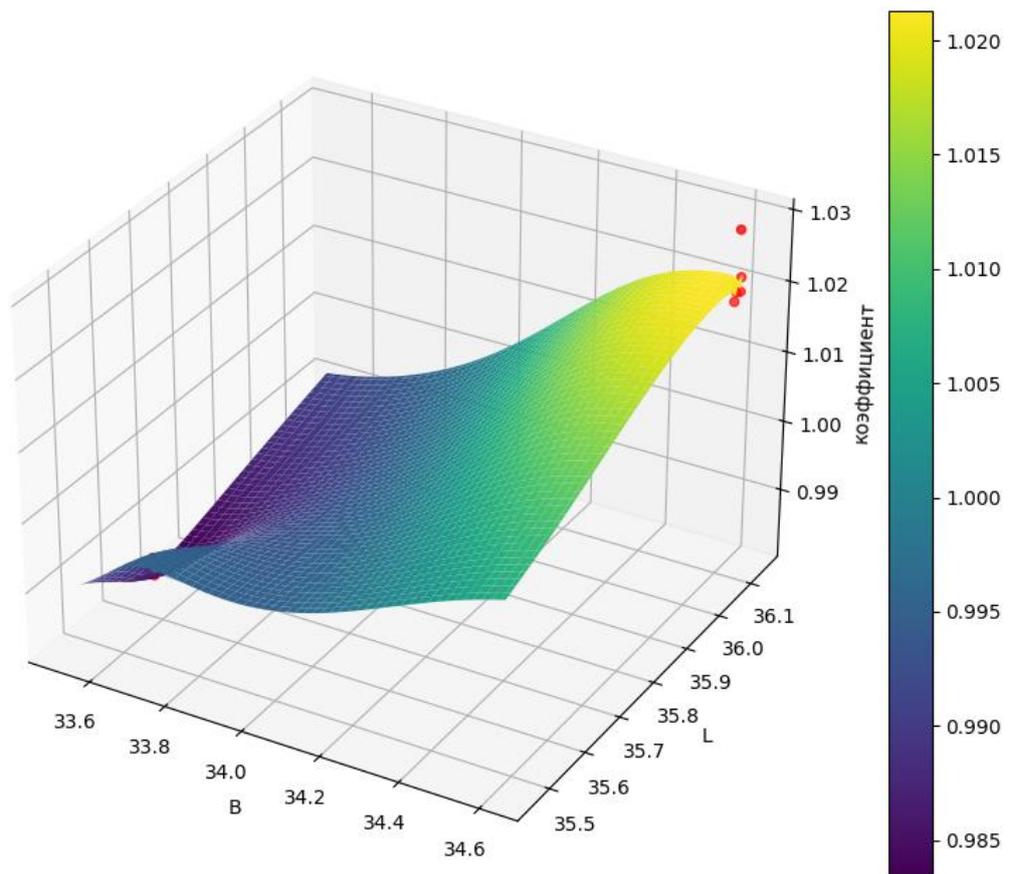


Рисунок 4.3 – Поверхность коррекции, созданная интерполяцией IDW для переходных областей

Та же процедура приведена с иллюстрацией плоской поверхности для промежуточной области между тремя зонами (Рисунок 4.4).

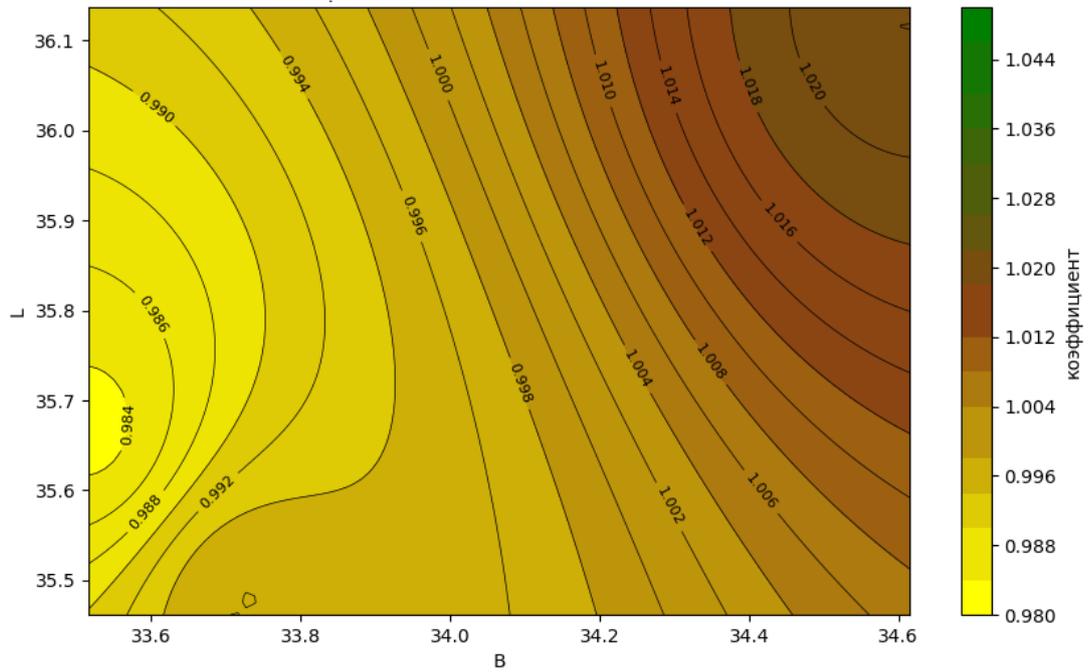


Рисунок 4.4 – Рельефная поверхность на плоскости для промежуточной области между тремя зонами

Чтобы оценить надежность корректирующей поверхности, полученной методом IDW-интерполяции, мы провели детальное исследование путем поиска существующих контрольных точек в пределах переходной области. Эти контрольные точки, отнесенные к классам II и III, обладают известными геодезическими и ортометрическими высотами, что обеспечивает надежную основу для проверки. Используя ту же методологию проверки, изложенную в разделе 4.1, мы применили строгие проверки этих контрольных точек, чтобы оценить точность корректирующей поверхности. Геодезические координаты контрольных точек приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Геодезические координаты (B , L , H) контрольных точек

Контрольная точка	класс	B	L	H
8DNS	II	33,69810	35,63213	1056,93
88EC	II	33,61206	35,57311	1039,04
Б64Б	III	33,77247	35,50393	363,23
QDF7	II	34,61901	36,13272	248,09

Результаты этого процесса проверки представлены в таблице 4.3, демонстрируя сравнение между полученными ортометрическими высотами из

EGM2008 (H_{EGM}) и известными ортометрическими высотами (H^0) контрольных точек. Примечательно, что после умножения высот геоида, полученных с помощью EGM2008, на масштабный коэффициент, определенный по корректирующей поверхности в каждой точке, различия между рассчитанными и известными высотами значительно уменьшаются. Хотя некоторые различия могут сохраняться, эти результаты подчеркивают важность использования корректирующей поверхности для повышения точности оценки высоты. Вновь определенные высоты геоида обозначаются (N'), соответствующие новые ортометрические высоты обозначаются (H'_{EGM}), а $\Delta 1$ и $\Delta 2$ представляют собой разницу между известными ортометрическими высотами и ортометрическими высотами, полученными из EGM, до и после применения коэффициентов.

Таблица 4.3 – Сравнение ортометрических высот до и после нанесения корректирующей поверхности

Контрольная точка	H	H_{EGM}	N	Коэфф.	N'	H'_{EGM}	$\Delta 1$	$\Delta 2$
8DNS	1032,30	1031,80	25,13	0,99080	24,90	1032,03	0,50	0,27
88EC	1014,68	1014,40	24,64	0,98921	24,37	1014,67	0,28	0,01
Б64Б	340,13	339,80	23,42	0,99561	23,32	339,91	0,33	0,22
QDF7	223,91	222,29	25,25	1,02104	25,78	222,31	1,62	1,60

Хотя наблюдаемые различия все же следует признать несколько высокими, однако они показывают возможность использования корректирующей поверхности для определения нормальных высот при условии дополнительных натуральных измерений. Это упражнение по проверке усиливает полезность корректирующей поверхности при уточнении значений высоты, особенно в переходных областях, где данные могут быть ограничены или разрежены.

Для достижения еще большей точности определения высоты мы рекомендуем расширить применение трехмаршрутной методики геометрического нивелирования, чтобы охватить дополнительные площади и зоны. Расширяя охват большего количества зон, метод интерполяции IDW может генерировать

промежуточные значения более высокой точности, что, следовательно, повышает точность определения ортометрической высоты. Этот итеративный подход обеспечивает постоянное уточнение и совершенствование процессов оценки высоты, что в конечном итоге приводит к получению более надежных геопространственных данных и моделей.

4.4 Пример применения разработанной методики на инженерном проекте

Определение и использование данных о высоте являются основополагающими факторами в инженерных проектах, поскольку даже небольшие неточности могут привести к серьезным последствиям и неблагоприятным последствиям. Неточные измерения высоты могут привести к неверным расчетам уклонов, перекосу конструкций и нарушению функциональности инфраструктуры. Например, при строительстве водных каналов просчеты в уклонах могут привести к неконтролируемому потоку воды, что приведет к наводнениям, эрозии и повреждению окружающей собственности. Аналогичным образом, при проектировании транспортной инфраструктуры, такой как автомобильные и железные дороги, неправильные характеристики высоты могут привести к небезопасным уклонам, затрудняющим транспортный поток и ставящим под угрозу безопасность. Более того, в проектах городского планирования неточности в данных о высоте могут повлиять на дренажные системы, увеличивая риски наводнений и подрывая устойчивость сообществ к стихийным бедствиям. Таким образом, тщательный сбор и точное использование данных о высоте необходимы для обеспечения безопасности, функциональности и устойчивости инженерных проектов.

В качестве примера таких случаев был выбран предлагаемый проект канала длиной 4,5 км на юге Ливана (Рисунок 4.5). Сбор данных о высоте проводился с использованием приемников ГНСС измерений вдоль проектной трассы канала. Эти измерения показали, что средняя разница высот между начальной и конечной точками канала составляет примерно 3 метра.

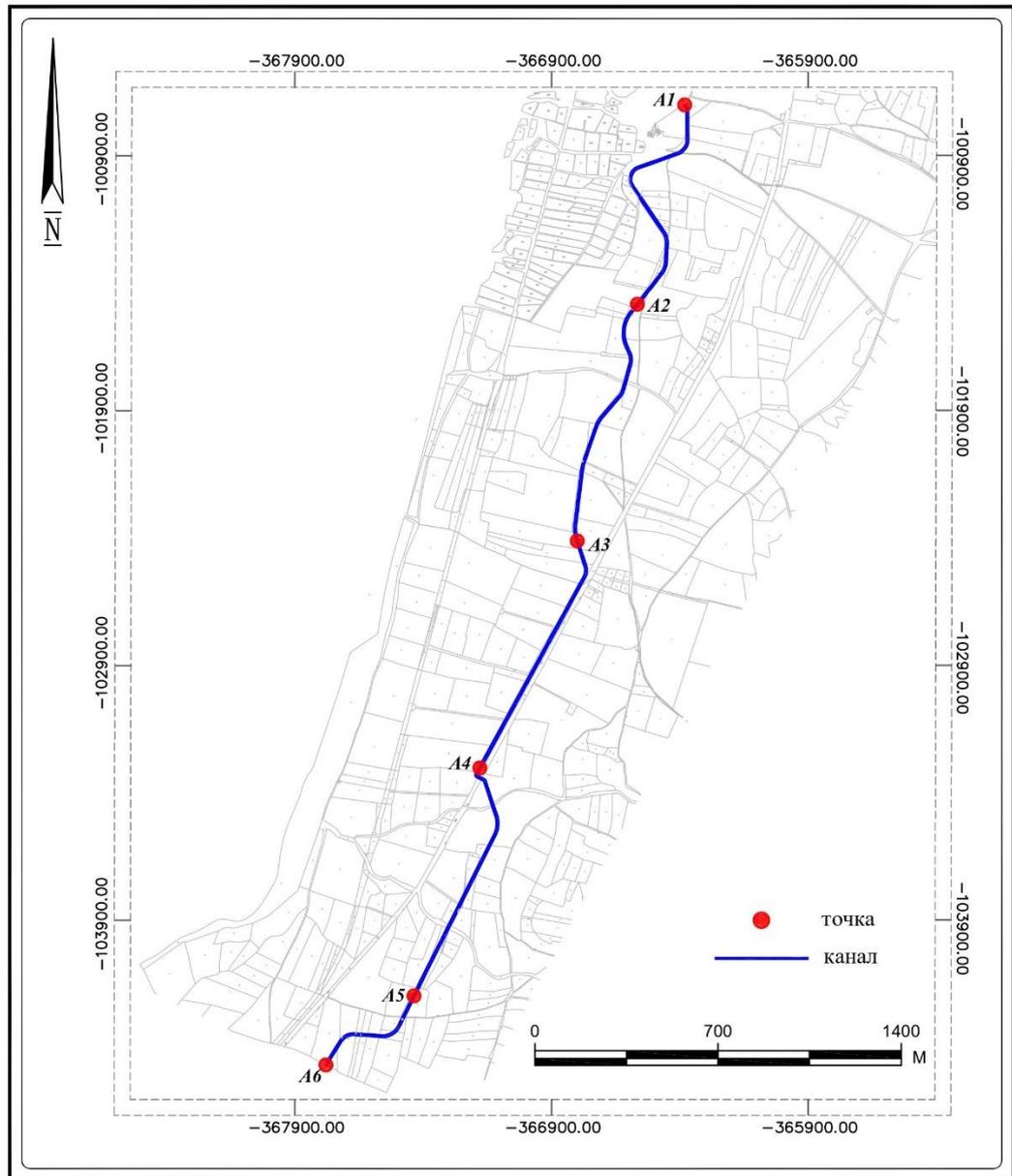


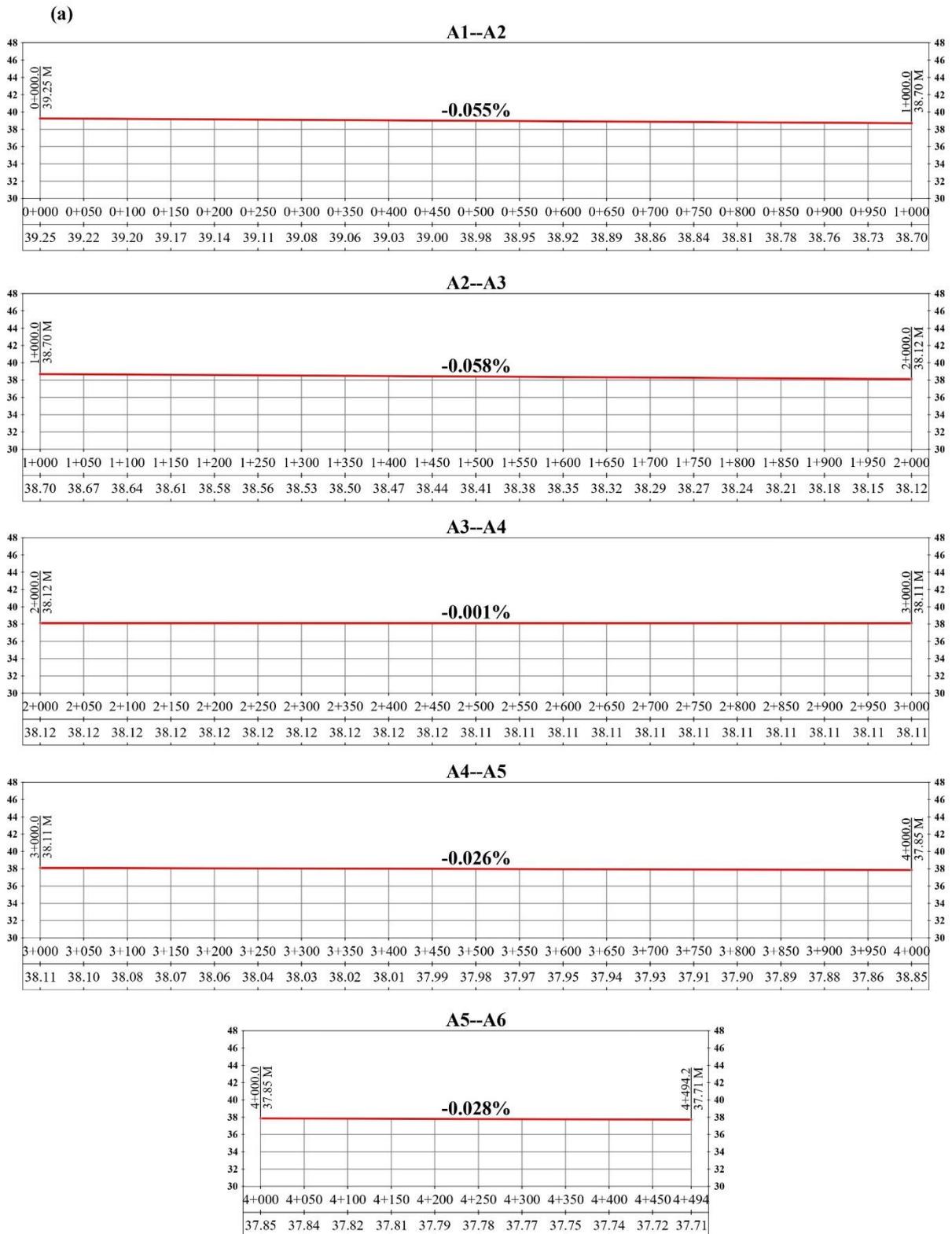
Рисунок 4.5. Проектное расположение водного канала в Южном Ливане

Для оценки изменений уклона по траектории канала были выбраны шесть точек вдоль маршрута А1 - А6. Интервал между точками составил 1 км.

Используя измеренные геодезические высоты, аномалия высоты была определена по модели EGM2008. Разработанная методология была использована для уточнения данных высот и обеспечения ее применимости к проекту канала.

Коэффициент, полученный для зоны равнинного рельефа (зона А), был применен для определения нормальных высот в связи сходства топографических характеристик с территорией канала.

Далее измененные ортометрические высоты были использованы для повторной калибровки профилей уклонов вдоль линии канала. В результате проведенной корректировки построены профили, показывающие наклон каждой проектной линии до и после применения поправочного коэффициента (Рисунок 4.6).



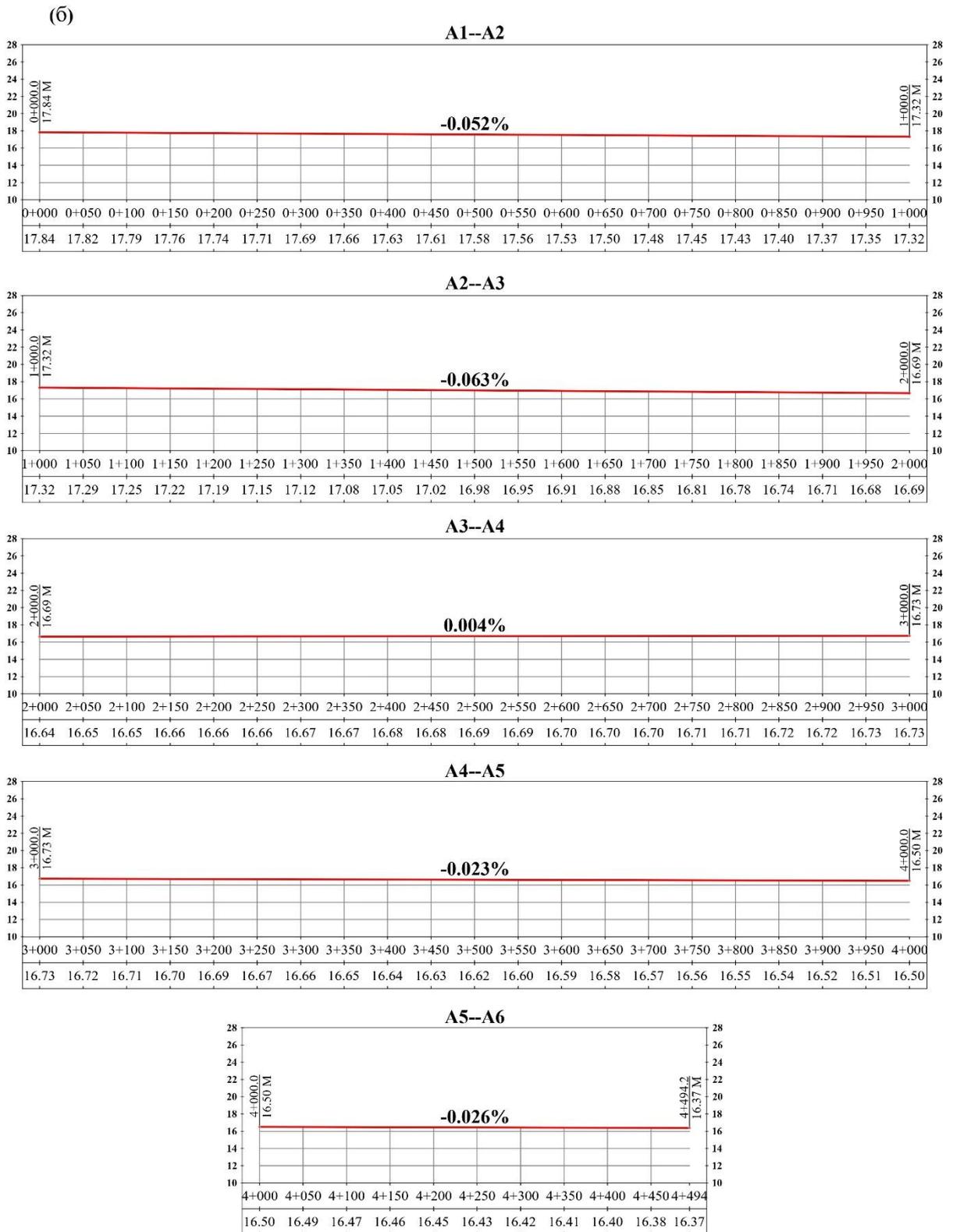


Рисунок 4.6 – Вид профиля, показывающий уклон на каждом участке до (а) и после (б) применения коэффициента

Результаты анализа показывают различия в измерениях уклона вдоль каждой проектной линии, как показано в Таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Различия между уклонами на каждой проектной линии

Проектная линия	Уклон 1 до корректировки (%)	Уклон 2 после корректирования (%)	Разница (см) на 1 км
A ₁ -A ₂	-0,055	-0,052	3
A ₂ -A ₃	-0,058	-0,063	-5
A ₃ -A ₄	-0,001	0,004	5
A ₄ -A ₅	-0,026	-0,023	3
A ₅ -A ₆	-0,028	-0,026	1

На всем протяжении (4,5 км) перепад уклонов составил 0,0015%, что эквивалентно перепаду высот 7 см. Хотя изменение в 7 см может показаться незначительным изменением, оно может оказать существенное влияние на течение воды в канале, особенно на всей его длине. Кроме того, в середине канала в сечении A₃-A₄ после корректирования уклон стал положительным. Это может привести не только к уменьшению скорости течения, но и аварийному состоянию какальных сооружений.

4.5 Выводы по четвертый главе

В главе 4 представлена проверка разработанной технологии создания модели квазигеоида на практических примерах.

Во-первых, была приведена реализация разработанной методики использования поправочного коэффициента на территории Ливана для участков с известными значениями нормальных высот. Показано, что результаты, полученные путем использования стандартного спутникового нивелирования, существенно могут быть уточнены за счет разработанной методики. Причем для ряда контрольных точек улучшение составило множитель более 2.

Кроме того, использование поверхностей интерполяции и коррекции IDW позволяет сделать уточнение определения ортометрических высот в переходных областях, где данные могут быть скудными. Речь идет о зонах, которые располагаются между опорными пунктами, где выполнены нивелировочные работы. Таким образом, применение методики не только повышает точность определения высоты, но также обеспечивает последовательность и достоверность ее применения на значительно увеличенных территориях.

Во-вторых, продемонстрирована методика на примере проектирования канала на юге Ливана, где также показана эффективность разработанной методологии.

Эти натурные проверки подчеркивают надежность методологии в решении геодезических задач, возникающих в различных областях инженерной деятельности.

Рекомендации по дальнейшей работе:

- *Расширение методологии:* Мы рекомендуем и дальше расширять применение методологии трехмаршрутного (многоходового) геометрического нивелирования, чтобы охватить дополнительные территории и зоны на территории Ливана. Это расширение позволит генерировать промежуточные значения более высокой точности, тем самым повышая общую точность определения ортометрической высоты.

- *Интеграция с существующими платформами:* Необходимо интегрировать разработанную методологию в существующую нормативную базу геодезических изысканий в Ливане. Эта интеграция будет способствовать согласованности и точности процессов определения высоты и будет способствовать беспрепятственному сотрудничеству между заинтересованными сторонами.

- *Проверка и калибровка:* Непрерывная проверка и калибровка применяемой методологии имеют решающее значение для обеспечения ее долгосрочной надежности и точности. Регулярные проверки известных контрольных точек и базовых наборов данных помогут выявить любые несоответствия и усовершенствовать методологию.

- *Расширенный сбор данных:* Получение данных о высоте с высоким разрешением из разных достоверных источников для создания дополнительных контрольных точек проверки. Это обеспечит более надежную основу для совершенствования процессов определения высоты и улучшения общего качества геопространственных данных в Ливане.

- *Исследование передовых методов:* предполагается проведение изысканий не исключая применение гравиметров для дальнейшего повышения точности и эффективности геодезических исследований в Ливане. Эти гравиметрические методы дают ценную информацию об изменениях гравитационного поля Земли, дополняя традиционные методы съемки и предоставляя дополнительные данные для создания модели геоида в регионе.

Выполняя эти рекомендации, мы можем продолжать развивать область геодезии в Ливане, что в конечном итоге приведет к созданию более точных и надежных геопространственных данных и моделей, которые могут поддерживать различные приложения в разных секторах. Кроме того, создание модели квазигеоида еще больше улучшит наше понимание геодезического ландшафта Ливана и поддержит широкий спектр научных и практических начинаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации на основе проведенных автором исследований решена научная задача разработки методики определения нормальных высот, представляющая собой актуальную, завершенную квалификационную работу.

По результатам выполненной диссертационной работы сделаны следующие основные выводы и рекомендации:

1. Разработана технология создания модели квазигеоида для Республики Ливан, основанная на использовании ГНСС измерений и многоходового нивелирования, и позволяющая определять нормальные высоты методом спутникового нивелирования, дополненного поправочными коэффициентами.

2. Использование метода геометрического нивелирования, проведенного по нескольким взаимосвязанным маршрутам, повышает точность определения высот локального квазигеоида в два и более раз в зависимости от рельефа местности.

3. Создание высотной основы для территории с недостаточно развитой геодезической сетью, к которым относится Республика Ливан, для целей строительства зданий и сооружений возможно на основе разработанного алгоритма определения поправочных коэффициентов к нормальным высотам, получаемым по методу спутникового нивелирования.

4. Разработанные методика расчетов поправочного коэффициента, схема технологии многоходового геометрического нивелирования и рекомендации по их применению прошли тестирование на практике. Получен акт внедрения практических рекомендаций.

5. Предложения по дальнейшим исследованиям включают расширение применения разработанной методологии для охвата дополнительных регионов Ливана с использованием метода интерполяции IDW. Распространив методологию на большее количество регионов, исследователи смогут повысить ее надежность и точность, обеспечивая более полное применение в Ливане.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азаров, Б.Ф. Современные методы геодезических наблюдений за деформациями инженерных сооружений / Б.Ф. Азаров // Ползуновский вестник. Алтайский государственный технический университет. – 2011. – вып. 1. – С. 19–29. – Библиогр.: с. 29 (10 назв.).
2. Баландин, В.Н. Определение аномалий высот спутниковым методом / В.Н. Баландин, И.В. Меньшиков, Ю.Г. Фирсов, А.И. Ефанов // Геодезия и картография. – 2016. – вып. 2. – С. 11–16. Библиогр.: с. 16 (16 назв.).
3. Будилова, В.В. Анализ распространения деформаций по земной поверхности при разработке месторождения открытым способом / В.В. Будилова, А.А. Павлович, Д.А. Иконников // Записки Горного института. – 2013. – Т. 204. – С. 117-121. Библиогр.: с. 121 (7 назв.).
4. Вдовин, А.И. Выбор модели квазигеоида при создании опорной геодезической сети / А.И. Вдовин, П.П. Мурзинцев, С.С. Титов // Геодезия и картография. – 2009. вып. 11. – С.16–19. Библиогр.: с. 19 (6 назв.).
5. Ву, Х.К. Исследования моделей гравитационного поля Земли по наземным и спутниковым измерениям / Х.К. Ву / Геодезия и аэрофотосъемка. – 2013. вып. 1. – С. 20-25. Библиогр.: с. 25 (2 назв.).
6. Выстрчил, М.Г. Методика определения погрешностей сегментированных GRID моделей открытых горных выработок, построенных по результатам аэрофотосъемки с беспилотного воздушного судна / М.Г. Выстрчил, В.Н. Гусев, А.К. Сухов // Записки Горного института. – 2023. – Т. 262. – С. 562–570. Библиогр.: с. 569 (35 назв.).
7. Ганагина, И.Г. Создание модели квазигеоида на локальном участке средствами ГИС / И.Г. Ганагина, Д.С. Челнокова, Д.Н. Голдобин // Вестник СГУГиТ. – 2020. – Т. 25. вып. 3. – С. 14–25. Библиогр.: с. 20 (43 назв.).
8. Гиенко, Е.Г. Некоторые результаты определения локального гравитационного поля на поверхности Земли / Е.Г. Гиенко, В.И. Кузьмин, Ю.В. Сурнин // Вестник СГУГиТ. – 2006. – вып. 11. – С. 8–13. Библиогр.: с. 13 (5 назв.).

9. Гиенко, Е.Г. Результаты построения локальной модели квазигеоида на территории геодезического учебного полигона СГУГиТ / Гиенко Е.Г., Елагин А.В., Резниченко К.Ю. - DOI 10.33764/2618-981X-2021-1-252-260 // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2021. – Т. 1. – (Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия) – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rezultaty-postroeniya-lokalnoy-modeli-kvazigeoida-na-territorii-geodezicheskogo-uchebnogo-poligona-sgugit> (дата обращения: 23.03.2024).

10. ГОСТ 22268-76. Геодезия: Термины и определения = Geodetisy. Terms and definitions. национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 21 декабря 1976 г. № 2791: введен впервые : дата введения 1978-01-01. [6] с.

11. ГОСТ 32453-2017. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек = Global navigation satellite system. Coordinate systems. Methods of transformations for determined points coordinates. национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 12 сентября 2017 г. № 1055-ст: дата введения: 2018-07-01. [11] с.

12. ГОСТ Р 55024-2012. Сети геодезические: Классификация. Общие технические требования. национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 27 декабря 2002 г. № 184-ФЗ: введен впервые : дата введения 2013-01-01. [4, 9] с.

13. ГОСТ Р 8.792–2012. Системы измерительные. «Цифровой нивелир — кодовая рейка»: Методика поверки. национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 27 ноября 2012 г. № 1238-ст: 2014-01-01. [6, 8] с.

14. Гувеннов, М.Б. Разработка методики научно обоснованного выбора модели высот квазигеоида при постобработке результатов спутникового нивелирования на линейных объектах большой протяженности / М.Б. Гувеннов // Инженерные изыскания. – 2017. вып. 2. – С. 46–63. Библиогр.: с. 63 (6 назв.).

15. Гусев, В.Н. Исследование комплекса факторов, оказывающих влияние на погрешность реализации маркшейдерской съемки горных объектов с применением геодезического квадрокоптера / В.Н. Гусев, А.А. Блищенко, А.П. Санникова // Записки Горного института. – 2022. – Т. 254. – С. 173–179. Библиогр.: с. 178 (31 назв.).

16. Демьянов, Г.В. Задачи установления единой системы высот / Г.В. Демьянов, А.Н. Майоров, Р.А. Сермягин - eLIBRARY ID: 16498229 // Науки о Земле. – 2011. вып. 1. – С. 37–39.

17. Долгачева, А.С. Методы интерполяции в vertical mapper для создания цифровых моделей рельефа / А.С. Долгачева, Т.А. Долгачева, В.Д. Самаевская // Огарёв-Online. – 2023. – Т. 187. вып. 2. – С. 10–17. Библиогр.: с. 16 (20 назв.).

18. Елагин, А.В. Методика определения конечно-элементной модели гравитационного поля Земли. Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2007. вып. 5. – С. 65–72. Библиогр.: с. 72 (3 назв.).

19. Елисеева, Н.Н. Применение методов поисковой оптимизации при решении геодезических задач / Н.Н. Елисеева, А.В. Зубов, В.Н. Гусев // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2020. – Т. 64. вып. 5. – С. 491–498. Библиогр.: с. 498 (13 назв.).

20. Канушин, В.Ф. Современные глобальные модели квазигеоида: точностные характеристики и разрешающая способность / В.Ф. Канушин, И.Г. Ганагина, Д.Н. Голдобин, Е.М. Мазурова, Н.С. Косарев, А.М. Косарева // Вестник СГУГиТ. – 2017. – Т. 22, вып. 1. – С. 30–49. Библиогр.: с. 44 (25 назв.).

21. Канушин, В.Ф. Моделирование высот квазигеоида на локальных участках земной поверхности по результатам разложения в обобщенный ряд Фурье / В.Ф. Канушин, И.Г. Ганагина, Д.Н. Голдобин // Гироскопия и навигация. – 2020. – Т. 28. вып. 4. – С. 82–94. Библиогр.: с. 93 (30 назв.).

22. Карпик, А.П. Определение составляющих уклонения отвесной линии на территории Западной Сибири методом численного дифференцирования / А.П. Карпик, В.Ф. Канушин, И.Г. Ганагина, Д.Н. Голдобин, Н.С. Косарев, А.М. Косарева // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т. 23. вып. 3. – С. 15-29. Библиогр.: с. 25 (26 назв.).
23. Кащеев, Р.А. Сравнительный анализ моделей геопотенциала по результатам описания регионального геоида зоны Поволжья. Известия высших учебных заведений / Р.В. Комаров, И.О. Новлянская, Н.Р. Хуснутдинов // Геодезия и аэрофотосъемка. – 2020. – Т. 64. вып. 1. – С. 32-37. Библиогр.: с. 37 (8 назв.).
24. Копылова, Н.С. математическая модель единого дифференциально-локального метода отображения земной поверхности / Н.С. Копылова, И.П. Стариков, Е.В. Шерстюк // Информация и космос. – 2017. вып. 1. – С. 168–173. Библиогр.: с. 173 (6 назв.).
25. Кравчук, И.М. Особенности вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений заместитель / И.М. Кравчук // Геодезия и аэрофотосъемка. – 2010. вып. 4. – С. 35-40. Библиогр.: с. 40 (1 назв.).
26. Кузин, А.А. Разработка алгоритма выбора метода и геодезического оборудования в зависимости от скорости оползневых смещений на примере Миатлинской ГЭС / А.А. Кузин, В.Г. Филиппов // Вестник СГУГиТ. – 2023. – Т. 28. вып. 4. – С. 22–37. Библиогр.: с. 33 (39 назв.).
27. Ларионов, А.А. Создание локальной модели высот квазигеоида геометрическим методом / А.А. Ларионов, Н.И. Рудницкая // Земля Беларуси. – 2016. вып. 1. – С. 36-41. Библиогр.: с. 41 (10 назв.).
28. Мазуров, Б.Т. Метод оценки дивергенции векторных полей деформаций земной поверхности при разработке месторождений полезных ископаемых Метод / Б.Т. Мазуров, М.Г. Мустафин, А.А. Панжин // Записки Горного института. – 2019 – Т. 238. – С. 376–382. Библиогр.: с. 381 (23 назв.).
29. Майоров, А.Н. Поправки за эллипсоидальность при вычислении гравиметрических высот квазигеоида комбинированным методом / А.Н. Майоров // Геодезия и картография. – 1997. вып. 2. – С. 25.

30. Малков, А.Г. Современная методика высокоточного геометрического нивелирования / Малков А.Г., Брыскин Р.М. - DOI 10.33764/2618-981X-2019-1-2-32-38 // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2019. № 2. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennaya-metodika-vysokotochnogo-geometricheskogo-nivelirovaniya> (дата обращения: 23.03.2024).

31. Маркович, К.И. Приведение результатов геометрического нивелирования в систему нормальных высот с использованием глобальных гравитационных моделей Земли / К.И. Маркович // Геодезия и картография. – 2018. – Т. 79. вып. 5. – С. 2–9. Библиогр.: с. 8 (21 назв.).

32. Мустафин, М.Г. Использование методики спутникового нивелирования при создании высотной сети на территории Ливана / М.Г. Мустафин, **Х.И. Мусса**, М.Р. Аббуд, А.Х. Джаллул // Вестник СГУГиТ. – Новосибирск. – 2023. – Т. 28. вып. 3. – С. 23–32. Библиогр.: с. 29 (27 назв.).

33. Мустафин, М.Г. Методика построения модели локального квазигеоида на территории Ливана/ М.Г. Мустафин, **Х.И. Мусса** // Вестник СГУГиТ. – Новосибирск. – 2024. – Т. 29. вып. 2. – С. 85–94. Библиогр.: с. 92 (36 назв.).

34. Мустафин, М.Г. Результаты создания высотной основы с использованием локальной модели квазигеоида на территории Республики Ливан/ М.Г. Мустафин, **Х.И. Мусса** // Геодезия и картография. – 2024. вып. 3. – С. 6–13. Библиогр.: с. 11 (33 назв.).

35. Мустафин, М.Г. Влияние скорости подвигания очистного забоя на динамику разрушения пород кровли угольного пласта / М. Г. Мустафин // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2008. вып. 1. – С. 17-22. Библиогр.: с. 22 (11 назв.).

36. Обиденко, В.И. Разработка методики получения нормальных высот на территории Новосибирской области с использованием глобальной модели геоида EGM2008 / В.И. Обиденко, О.А. Опритова, А.П. Решетов // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Т. 33. вып. 1. – С. 14–25. Библиогр.: с. 23 (25 назв.).

37. Огородова, Л.В. высшая геодезия и основы координатновременных систем. Методические указания, программа и контрольная работа № 1 / Л.В.

Огородова; составитель ; Библиотека МИИГАиК. – Москва : 2016.— 36 с. : ISBN 975-5-91188-000-0.

38. Остроумов, Л.В. Региональная модель квазигеоида, предназначенная для перехода к Балтийской системе высот при спутниковой привязке уровневой сети росгидромета, расположенной на акватории финского залива / Л.В. Остроумов, В.З. Остроумов, Г.А. Шануров // Труды Государственного океанографического института. –2011. – Т. 213. – С. 193–204. Библиогр.: с. 204 (4 назв.).

39. Павлова, А.И. Анализ методов интерполирования высот точек для создания цифровых моделей рельефа / А.И. Павлова // Автометрия. – 2017. – Т. 53. вып. 2. – С. 86–94. Библиогр.: с. 93 (16 назв.).

40. Потюхляев, В.Г. Расчет точности построения разбивочной сети с использованием спутниковых навигационных систем / В.Г. Потюхляев // Записки Горного института. – 2012. – Т. 199. – С. 325-328. Библиогр.: с. 328 (4 назв.).

41. Рудницкая, Н.И. Оценка точности глобальных гравитационных моделей Земли EGM2008 и GAO2018 геометрическим методом с учетом различных приливных концепций / Н.И. Рудницкая // Земля Беларуси. –2021. вып. 3. – С. 38–48. Библиогр.: с. 48 (7 назв.).

42. Солодовник, А.И. Высокоточное спутниковое нивелирование и исследование локальной модели высот квазигеоида на территории России / А.И. Солодовник, Д.Н. Шурыгин, Т.В. Литовченко, Д.М. Николаева, А.М. Николаева // ГИАБ. –2017. вып. 12. – С.109–114. Библиогр.: с. 112 (13 назв.).

43. Сурнин, Ю.В. Определение астрономических, гравиметрических и геодезических трансформант внешнего гравитационного поля на локальном участке земной поверхности / Ю.В. Сурнин // Вестник СГУГиТ. – 2006. вып. 11. – С. 3–8. Библиогр.: с. 7 (17 назв.).

44. Тарасян, В.С. Интерполяция распределённых данных горизонталей для получения цифровой модели рельефа / В.С. Тарасян, Н.В. Дмитриев // Инженерный вестник Дона. – 2018. – Т. 48. вып. 1. – С. 85–94. Библиогр.: с. 92 (10 назв.).

45. Трушко, В.Л. Топологическая надежность маркшейдерских геодезических сетей / В.Л. Трушко, Б.Н. Дьяков // Записки Горного института. – 2013. – Т. 180. – С. 198–202. Библиогр.: с. 202 (3 назв.).
46. Фунг, Ч.Т. Исследование пригодности глобальных моделей гесо, EGM2008 и EIGEN-6C4 для территории вьетнама / Ч.Т. Фунг, М.А. Елшеви, М. Эль, Д.Р. Куликовский // Успехи современного естествознания. – 2021. вып. 2. – С. 122-126. Библиогр.: с. 126 (5 назв.).
47. Ха, М.Х. Изучение некоторых специфических характеристик квазигеоида для решения задач физической геодезии в современной эпохе / М.Х. Ха // Успехи современной науки и образования. – 2017. – Т. 4. вып. 1. – С. 208–216. Библиогр.: с. 213 (32 назв.).
48. Худяков, Г.И. Развитие методов аналитической геометрии на сфере для решения задач геодезии и навигации / Г.И. Худяков // Записки Горного института. – 2017. – Т. 223. – С. 70–81. Библиогр.: с. 81 (15 назв.).
49. Чан, Т.Ш. Алгоритм преобразования координат из геоцентрической системы в топоцентрическую и его применение при строительстве во Вьетнаме / Т.Ш. Чан, А.А. Кузин // Вестник СГУГиТ. – 2019. – Т. 24, вып. 1. – С. 59–71. Библиогр.: с. 69 (10 назв.).
50. Чымыров, А.У. Проблемы и перспективы внедрения спутниковых технологий позиционирования в дорожном строительстве в условиях Кыргызстана / А.У. Чымыров, Е.Г. Родионова, К.Б. Ногойбаева // Вестник КГУСТА. – 2016. вып. 1. – С. 146–151. Библиогр.: с. 150 (6 назв.).
51. Шендрик, Н.К. Формирование локальной цифровой модели высот геоида на территорию Новосибирской области / Н.К. Шендрик // Вестник СГУГиТ. – 2016. – Т. 36. вып. 4. – С. 66–72. Библиогр.: с. 72 (8 назв.).
52. Abeho, D.R. Evaluation of EGM2008 by means of GPS Levelling Uganda / D.R. Abeho, R. Hipkin, B.B. Tulu - DOI 10.4314/sajg.v3i3.2 // South African Journal of Geomatics. – 2014. – Vol. 3. – pp. 272–284.

53. Ajvazi, B. A comparative analysis of different DEM interpolation methods in GIS: case study of Rahovec, Kosovo / B. Ajvazi, K. Czimber - DOI 10.3846/gac.2019.7921 // *Geodesy and cartography*. – 2019. – Vol. 45, № 1. – pp. 43–48.
54. Albayrak, M. Determination of Istanbul geoid using GNSS/levelling and valley cross levelling data / M. Albayrak, M.T. Ozludemir, M.M. Aref, K. Halicioglu - DOI 10.1016/j.geog.2020.01.003 // *Geodesy and Geodynamics*. – 2020. – Vol. 11. – pp. 163–173.
55. Albayrak, M. Quality assessment of global gravity field models in coastal zones: A case study using astrogeodetic vertical deflections in Istanbul, Turkey / M. Albayrak, C. Hirt, S. Guillaume, K. Halicioglu, M.T. Özlüdemir, C.K. Shum - DOI 10.1007/s11200-019-0591-2 // *Studia geophysica et geodaetica*. – 2020. – Vol. 64. – pp. 306-329.
56. Alcantar-Elizondo, N. Combining Global Geopotential Models, Digital Elevation Models, and GNSS/Leveling for Precise Local Geoid Determination in Some Mexico Urban Areas: Case Study / N. Alcantar-Elizondo, R.V. Garcia-Lopez, X.G. Torres-Carillo, G.E. Vazquez-Becerra - DOI 10.3390/ijgi10120819 // *ISPRS International Journal of Geo-Information*. – 2021. – Vol. 10, № 12. – pp. 819.
57. Aleem, K.F. Global Navigation Satellite System (GNSS) and other geospatial tools for various applications / K.F. Aleem, A. Babayo, Q.O. Aderoju - DOI 10.30574/ijrsra.2022.5.2.0205 // *International Journal of Science and Research Archive*. – 2022. – Vol. 5, № 2. – pp. 067-076.
58. Amin, H. A global vertical datum defined by the conventional geoid potential and the Earth ellipsoid parameters / H. Amin, L.E. Sjoberg, M. Bagherbandi - DOI 10.1007/s00190-019-01293-3 // *Journal of Geodesy*. – 2019. – Vol. 93. № 10. – pp. 1943-1961.
59. Banasik, P. The use of quasigeoid in leveling through terrain obstacles / P. Banasik, K. Bujakowski - DOI 10.1515/rgg-2017-0015 // *Reports on Geodesy and Geoinformatics*. – 2017. – Vol. 104, № 1. – pp. 57-64.
60. Basil, D.D. Determination of Deflection of the Vertical Components: Implications on Terrestrial Geodetic Measurement / D.D. Basil, L. Hart, K.P. Jackson, T.

Oba - DOI 10.31586/wjgg.2021.104 // World Journal of Geomatics and Geosciences. – 2021. – Vol. 1. № 1. – pp. 36–49.

61. Bonnor, N. A brief history of global navigation satellite systems / N. Bonnor - DOI 10.1017/S0373463311000506 // The Journal of Navigation. – 2012. – Vol. 65. № 1. – pp. 1-14.

62. Bouman, J. Preprocessing of gravity gradients at the GOCE high-level processing facility / J. Bouman, S. Rispens, T. Gruber, R. Koop, E. Schrama, P. Visser, CC. Tscherning, M. Veicherts - DOI 10.1007/s00190-008-0279-9 // Journal of Geodesy. – 2009. – Vol. 83. – pp. 659 - 678.

63. Ceylan, A. Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A case study of a GPS test network in Konya, Turkey / A. Ceylan - URL <http://www.academicjournals.org/SRE> // Scientific research and essay. – 2009. – Vol. 4. № 12. – pp. 1438–1444.

64. Chijun, Z. Refining geoid and vertical gradient of gravity anomaly / Z. Chijun, B. Shaofeng, Y. Zhourun, L. Lingtao, F. Jian - DOI 10.3724/SP.J.1246.2011.00009 // Geodesy and Geodynamics. – 2011. – Vol. 2. № 4. – pp 1-9.

65. Dai, D. An improved method for dynamic measurement of deflections of the vertical based on the maintenance of attitude reference / D. Dai, X. Wang, D. Zhan, Z. Huang - DOI 10.3390/s140916322 // Sensors. – 2014. – Vol. 14. № 9. – pp. 16322-16342.

66. Ekman, M. Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity / M. Ekman - DOI 10.1007/BF02520477 // Bulletin Géodésique. – 1989. – Vol. 63. – pp. 281-296.

67. Ellmann, A. The 5 mm geoid model for Estonia computed by the least squares modified Stokes's formula / A. Ellmann, S. Mardla, T. Oja - DOI 10.1080/00396265.2019.1583848 // Survey review. – 2020. – Vol. 52 № 373. – pp. 352-372.

68. Erol, S. A comparative assessment of different interpolation algorithms for prediction of GNSS/levelling geoid surface using scattered control data / S. Erol, B. Erol

- DOI 10.1016/j.measurement.2020.108623 // Measurement. – 2021. – Vol. 173. – pp. 108623.

69. Eshagh, M. Local error calibration of EGM08 geoid using GNSS/levelling data / M. Eshagh, S. Zoghi - DOI 10.1016/j.jappgeo.2016.05.002 // Journal of Applied Geophysics. – 2016. – Vol. 130. – pp. 209–217.

70. Falchi, U. Global geoid adjustment on local area for GIS applications using GNSS permanent station coordinates / U. Falchi, C. Parente, G. Prezioso - DOI 10.3846/gac.2018.4356 // Geodesy and Cartography. – 2018. – Vol. 44 № 3. – pp. 80–88.

71. Featherstone, W.E. Assessment of EGM2008 over Britain using vertical deflections, and problems with historical data / W.E. Featherstone, J.G. Olliver - DOI 10.1179/1752270613Y.0000000048 // Survey review. – 2013. – Vol. 45. № 332. – pp. 319-324.

72. Featherstone, W.E. Digitisation and analysis of historical vertical deflections in India / W.E. Featherstone, R. Goyal – DOI 10.1080/00396265.2022.2088016 // Survey Review. – 2022. – Vol. 55. № 390. – pp. 1-6.

73. Filmer, M.S. The effect of EGM2008-based normal, normal-orthometric and Helmert orthometric height systems on the Australian levelling network / M.S. Filmer, W.E. Featherstone, M. Kuhn - DOI 10.1007/s00190-010-0388-0 // Journal of Geodesy. – 2010. – Vol. 84. – pp. 501–513.

74. Foroughi, I. Comparison of different methods for estimating the geoid-to-quasi-geoid separation / I. Foroughi, R. Tenzer - DOI 10.1093/gji/ggx221// Geophysical journal international. – 2017. – Vol. 210. –pp. 1001–1020.

75. Fotopoulos, G. Calibration of geoid error models via a combined adjustment of ellipsoidal, orthometric and gravimetric geoid height data / G. Fotopoulos - DOI 10.1007/s00190-005-0449-y // Journal of Geodesy. –2005. – Vol. 79. – pp. 111-123.

76. Gilardoni, M. GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008 / M. Gilardoni, M. Reguzzoni D. Sampietro - DOI 10.1007/s11200-015-1114-4 // Studia Geophysica et Geodaetica. – 2016. – Vol. 60. – pp. 228-247.

77. Guo, D. Geoid determination through the combined least-squares adjustment of GNSS/levelling/gravity networks—a case study in Linyi, China / D. Guo, Z. Xue - DOI 10.1080/00396265.2020.1842642 // Survey review. – 2021. – Vol. 53. № 381. – pp. 504-512.

78. Heiskanen, W.A. Physical geodesy / W.A. Heiskanen, H. Moritz; W.H. Freeman, 1967. ISBN 978-0-716-70233-7.

79. Herbert, T. Comparative Analysis of Change between Ellipsoidal Height Differences and Equivalent Orthometric Height Difference / T. Herbert, R.I. Olatunji - DOI 10.1590/s1982-21702014000100001 // Ghana Journal of Geography. – 2020. – Vol. 12. – pp. 132-144.

80. Herbert, T. Determination of orthometric heights of points using gravimetric/GPS and geodetic levelling approaches / T. Herbert, O. Eteje - DOI 10.30897/ijegeo.899062 // International Journal of Environment and Geoinformatics. – 2021. – Vol. 9. № 1. – pp. 52-59.

81. Hosseini-Asl, M. Establishment of a corrective geoid surface by spline approximation of Iranian GNSS/levelling network / M. Hosseini-Asl, A.R. Amiri-Simkooei, A. Safari - DOI 10.1016/j.measurement.2022.111341 // Measurement. – 2022. – Vol. 197. – pp. 111341.

82. Isik, M.S. Improvement of GOCE-Based Global Geopotential Models for Gravimetric Geoid Modeling in Turkey / M.S. Isik, M.R. Cevikalp, B. Erol, S. Erol - DOI 10.3390/geosciences12120432 // Geosciences. – 2022. – Vol. 12. – pp. 432.

83. Izvoltova, J. Preprocessing of Gravity Data / J. Izvoltova, B. Dasa, C. Jakub, H. Stanislav - DOI 10.3390/computation10060082 // Computation. – 2022. – Vol. 10. – pp. 82.

84. Khudyakov, G.I. Development of methods of analytical geometry of a sphere for solving geodesy and navigation tasks / G.I. Khudyakov - DOI 10.18454/PMI.2017.1.70 // Journal of Mining Institute. – 2017. – Vol. 223. – pp. 70–81.

85. Kim, S.K. On determining orthometric heights from a corrector surface model based on leveling observations, GNSS, and a geoid model / S.K. Kim, J. Park, D.

Gillins, M. Dennis - DOI 10.1515/jag-2018-0014 // Journal of Applied Geodesy. – 2018. – Vol. 12. № 4. – pp. 323-333.

86. Koks, D. A study of the EGM2008 model of Earth's gravitational field / D. Koks - DOI 10.1017/S0373463322000480 // Journal of Navigation. – 2022. – Vol. 75. – pp. 1017–1034.

87. Kostelecky, J. Evaluation of gravity field model EIGEN-6C4 by means of various functions of gravity potential, and by GNSS/levelling / J. Kostelecky, J. Klokocnik, B. Bucha, A. Bezdek, C. Forste - DOI 10.14311/gi.14.1.1 // Geoinformatics FCE CTU. – 2015. – Vol. 14. № 1. – pp. 7–28.

88. Kotsakis, C. Transforming ellipsoidal heights and geoid undulations between different geodetic reference frames / C. Kotsakis - DOI 10.1007/s00190-007-0174-9 // Journal of Geodesy. – 2008. – Vol. 82. – pp. 249-260.

89. Krzan, G. Determining normal heights with the use of Precise Point Positioning / G. Krzan, K. Dawidowicz, K. Stepniak, K. Swiatek - DOI 10.1080/00396265.2016.1164939 // Survey Review. – 2017. – Vol. 49. № 355. – pp. 259-267.

90. Kuzin, A.A. Coordinate method for determining position in geodetic monitoring of cracks A.A. Kuzin, P.O. Palkin - DOI 10.1088/1742-6596/1728/1/012010 // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1728. № 1. – pp. 012010.

91. Li, J. Direct regional quasi-geoid determination using EGM2008 and DEM: A case study for Mainland China and its vicinity areas / J. Li, S. WenBin, Z. Xuhua - DOI 10.1016/j.geog.2015.12.002 // Geodesy and Geodynamics. – 2015. – Vol. 6. № 6. – pp. 437–443.

92. Li, Y.S. Research into GNSS levelling using network RTK in Taiwan / Y.S. Li, F.S. Ning - DOI 10.1080/00396265.2017.1340130 // Survey review. – 2019. – Vol. 51. № 364. – pp. 17-25.

93. Liang, W. A high-resolution Earth's gravity field model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, satellite altimetry, and EGM2008 / W. Liang, J. Li, X. Xu, S. Zhang, Y. Zhao - DOI 10.1016/j.eng.2020.05.008 // Engineering. – 2020. – Vol. 6. № 8. – pp. 860–878.

94. Liang, W. A new method of improving global geopotential models regionally using GNSS/levelling data / W. Liang, R. Pail, X. Xu, J. Li - DOI 10.1093/gji/ggaa047 // Geophysical journal international. – 2020. – Vol. 221. – pp. 542–549.
95. Marchenko, A.N. Regional quasigeoid determination: an application to arctic gravity project / A.N. Marchenko, B.B. Dzhuman - DOI 10.23939/jgd2015.01.007 // Геодинаміка. – 2015. – Vol. 18. № 1. – pp. 7-17.
96. Menegbo, E. Determination of orthometric elevations using GNSS-derived height with the EGM2008 geoid height model / E. Menegbo - DOI 10.14419/ijag.v5i1.7190 // International Journal of Advanced Geosciences. – 2017. – Vol. 5. – pp. 13–18.
97. Mishra, U.N. Development of a geoid model by geometric method / U.N. Mishra, J.K. Ghosh - DOI 10.1007/s40030-017-0250-y // Journal of the Institution of Engineers. – 2017. – Vol. 98. – pp. 437-442.
98. Morozova, K. Evaluation of quasi-geoid model based on astrogeodetic measurements: Case of Latvia / K. Morozova, R. Jager, A. Zarins, J. Balodis, I Varna, G. Silabriedis - DOI 10.1515/jag-2021-0030 // Journal of Applied Geodesy. – 2021. – Vol. 15. – pp. 319–327.
99. Mosquera, J.A.T. Assessment of hybrid geoids in Chile and Spain, combining GGM and GNSS/Leveling observations / J.A.T. Mosquera, M.C. Silva, F. Isla, C. Prado - DOI 10.1016/j.geog.2020.12.003 // Geodesy and geodynamics. – 2021. – Vol. 12. № 2. – pp. 65-92.
100. **Moussa, H.** Establishing a 3D model and digital documentation of Beaufort castle by using GPS, 3D laser scanning and digital photogrammetry / **H. Moussa, M. Abboud** - eLIBRARY ID: 44607270 // XVI International forum-contest of students and young researchers. St. Petersburg. – 2020. – Vol. 1. – pp. 360-362.
101. **Moussa, H.** Detection of forest fire in El Meshref area and its surrounding / **H. Moussa, M. Abboud, M. Nasrullah** - eLIBRARY ID: 7716889 // XVII International Forum-Contest of Students and Young Researchers. St. Petersburg. – 2021. – Vol. 1. – pp. 237-238.

102. Mustafin, M. Accurate Height Determination in Uneven Terrains with Integration of Global Navigation Satellite System Technology and Geometric Levelling: A Case Study in Lebanon / M.G. Mustafin, **H. Moussa** - DOI 10.3390/computation12030058 // *Computation*. – 2024. – Vol. 12. № 3. – pp. 58.

103. Mustafin, M. G. The Determination of Plumb Line Deviation Using Satellite/Levelling Technique / M.G. Mustafin, **H. Moussa** - DOI 10.1007/978-981-99-4229-9_4 // *International Conference on Geosynthetics and Environmental Engineering*. – Springer Nature Singapore. – 2023. – Vol. 374. – pp. 37–47.

104. Nahavandchi, H. Two different methods of geoidal height determinations using a spherical harmonic representation of the geopotential, topographic corrections and the height anomaly–geoidal height difference / H. Nahavandchi - DOI 10.1007/s00190-002-0253-x // *Journal of Geodesy*. – 2002. – Vol. 76. – pp. 345-352.

105. Nie, J. Vertical deformation analysis based on combined adjustment for GNSS and leveling data / J. Nie, J. Tian, X. Guo, B. Wang, X. Liu, Y. Cheng, P. Jiao - DOI 10.1016/j.geog.2023.03.003 // *Geodesy and Geodynamics*. – 2023. – Vol. 14. № 5. – pp. 477-484.

106. Novak, P. On correct definition and use of normal heights in geodesy / P. Novak, S. Fernando - DOI 10.1007/s11200-023-1138-0 // *Studia Geophysica et Geodaetica*. – 2024. – Vol. 68. – pp. 1–24.

107. Odera, P.A. Evaluation of the recent high-degree combined global gravity-field models for geoid modelling over Kenya / P.A. Odera - DOI 10.3846/gac.2020.10453 // *Geodesy and Cartography*. – 2020. – Vol. 46. – pp. 48–54.

108. Oluyori, P.D. Computations of geoid undulation from comparison of GNSS/levelling with EGM 2008 for geodetic applications / P.D. Oluyori, M.N. Ono, S.O. Eteje - DOI 10.29322/IJSRP.8.10.2018.p8230 // *International Journal of Scientific and Research Publications*. – 2018. – Vol. 8. № 10. – pp. 235-241.

109. Okolie, C.J. A systematic review and meta-analysis of Digital elevation model (DEM) fusion: Pre-processing, methods and applications / C.J. Okolie, J.L. Smit -

DOI 10.1016/j.isprsjprs.2022.03.016 // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. – 2022. – Vol. 188. – pp. 1–29.

110. Orejuela, I.P. Geoid undulation modeling through the Cokriging method—A case study of Guayaquil, Ecuador / I.P. Orejuela, C.I. Gonzalez, X.B. Guerra, E.C. Mora, T. Toulkeridis - DOI 10.1016/j.geog.2021.04.004 // Geodesy and Geodynamics. – 2021. – Vol. 12. № 5. – pp. 356-367.

111. Pavlis, N.K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) / N.K. Pavlis, S.A. Holmes, S.C. Kenyon, J.K. Factor - DOI 10.1029/2011JB008916 // Journal of geophysical research: solid earth. – 2012. – Vol. 117. B04406.

112. PennState College of Earth and Mineral Sciences: J. Van Sickle, J. Dutton. GEOG862: GPS and GNSS for Geospatial Professionals. – URL: <https://www.e-education.psu.edu/geog862/home.html> (2014). – Access mode: for all users. – Text: electronic.

113. Peprah, M.S. Performance evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) – A case study / M.S. Peprah, Y.Y. Ziggah, I. Yakubu - DOI 10.4314/sajg.v6i1.4 // South African Journal of Geomatics. – 2017. – Vol. 6. № 1. – pp. 47-72.

114. Poutanen, M. The permanent tide in GPS positioning / M. Poutanen, M. Vermeer, J. Makinen - DOI 10.1007/BF00863622 // Journal of Geodesy. – 1996. – Vol. 70. – pp. 499-504.

115. Ramouz, S. IRG2018: A regional geoid model in Iran using Least Squares Collocation / S. Ramouz, Y. Afrasteh, M. Reguzzoni, A. Safari, A. Saadat - DOI 10.1007/s11200-018-0116-4 // Studia Geophysica et Geodaetica,. – 2019. – Vol. 63. – pp. 191-214.

116. Razas, M.A. A critical comparison of interpolation techniques for digital terrain modelling in mining / M.A. Razas, A. Hassan, M.U. Khan, M.Z. Emach, S.A. Saki - DOI 10.17159/2411-9717/2271/2023 // Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy. – 2023. – Vol. 123. № 2. – pp. 53–62.

117. Santerre, R. Impact of GPS satellite sky distribution / R. Santerre - URL <http://hdl.handle.net/20.500.11794/12354> // Manuscripta geodetica. – 1991. – Vol. 16. – pp. 28-53.

118. Sjoberg, L.E. On the geoid and orthometric height vs. quasigeoid and normal height / L.E. Sjoberg - DOI 10.1515/jogs-2018-0011 // Journal of Geodetic Science. – 2018. – Vol. 8, № 1. – pp. 115-120.

119. Slater, J.A. WGS 84—past, present and future. In Advances in Positioning and Reference Frames: IAG Scientific Assembly Rio de Janeiro, Brazil / J.A. Berlin Slater, S. Malys - DOI 10.1007/978-3-662-03714-0_1 // Springer Berlin Heidelberg. – 1998. – Vol. 118. – pp. 1-7.

120. Soler, T. Determination of vertical deflections using the Global Positioning System and geodetic levelling / T. Soler, A.E. Carlson, A.G. Evans - DOI 10.1029/GL016i007p00695 // Geophysical research letters. –1989. – Vol. 16. № 7. – pp. 695-698.

121. Soler, T. Rapid prediction of vertical deflections and their statistics for surveying and mapping applications: three case studies / T. Soler, J.Y. Han - DOI 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000376 // Journal of surveying engineering. – 2021. – Vol. 147. № 4. – pp. 04021021.

122. Tse, C.M. Deflection of the vertical components from GPS and precise leveling measurements in Hong Kong / C.M. Tse, Iz.H. Baki - DOI 10.1061/(ASCE)0733-9453(2006)132:3(97) // Journal of surveying engineering. – 2006. – Vol. 132. № 3. – pp. 97-100.

123. Vanicek, P. Geoid versus quasi-geoid: a case of physics versus geometry. Contributions to Geophysics and Geodesy / P. Vanicek, R. Kingdon, M. Santos - DOI 10.2478/v10126-012-0004-9 // Contributions to Geophysics and Geodesy. – 2012. – Vol. 42. № 7. – pp. 101-118.

124. Veronneau, M. A gravimetric geoid model as a vertical datum in Canada / M. Veronneau, R. Duval, J. Huang - DOI 10.5623/geomat-2006-0020 // Geomatica. – 2006. – Vol. 60. № 2. – pp. 165-172.

125. Vittuari, L. A comparative study of the applied methods for estimating deflection of the vertical in terrestrial geodetic measurements / L. Vittuari, M.F. Tini, P. Sarti, E. Serantoni, A. Borghi, M. Negusini, S. Guillaume - DOI 10.3390/s16040565 // *Sensors*. – 2016. – Vol. 16. № 4. – pp. 565.
126. Vu, D.T. Determination of the geopotential value on the permanent GNSS stations in Vietnam based on the Geodetic Boundary Value Problem approach / D.T. Vu, S. Bruinsma, S. Bonvalot, L.K. Bui, G. Balmino - DOI 10.1016/j.geog.2022.11.010 // *Geophysical Journal International*. – 2021. – Vol. 226. № 2. – pp. 1206-1219.
127. Vystrchil, M.G. A method of determining the errors of segmented grid models of open-pit mines constructed with the results of unmanned aerial photogrammetric survey / M.G. Vystrchil, V.N. Gusev, A.K. Sukhov - eLIBRARY ID: 54408559 // *Journal of Mining Institute*. – 2023. – Vol. 262. – pp. 562-570.
128. Wang, J. Height connection across sea by using satellite altimetry data sets, ellipsoidal heights, astrogeodetic deflections of the vertical, and an Earth Gravity Model / J. Wang, X. Qi, K. Luo, Z. Li, R. Zhou, J. Guo - DOI 10.1016/j.geog.2022.11.010 // *Geodesy and Geodynamics* – 2023. – Vol. 14. № 4. – pp. 347-354.
129. Watts, A.B. On the determination of the deflection of the vertical by satellite altimetry / A.B. Watts, K. Horai, N.M. Ribe - DOI 10.1080/15210608409379499 // *Marine Geodesy*. – 1984. – Vol. 8. – pp. 85-127.
130. Yahaya, S.I. Assessment of recent GOCE-based global geopotential models and EGM2008 in Niger Republic / S.I. Yahaya, D. El Azzab - DOI 10.3846/gac.2019.8699 // *Geodesy and Cartography*. – 2019. – Vol. 45. – pp. 116–125.
131. Yilmaz, N. Assessment of latest global gravity field models by GNSS/Levelling Geoid / N. Yilmaz - DOI 10.26833/ijeg.1070042 // *International Journal of Engineering and Geosciences*. – 2023. – Vol. 8. – pp. 111–118.
132. Ziggah, Y.Y. Analysis of methods for ellipsoidal height estimation—the case of a local geodetic reference network / YY. Ziggah, I. Yakubu, B. Kumi-Boateng - DOI 10.4314/gm.v16i2.1 // *Ghana Mining Journal*. – 2016. – Vol. 16. – pp. 1–9.

СПИСОК ИЛЛЮСТРАТИВНОГО МАТЕРИАЛА

РИСУНКИ

Рисунок 1.1 – Связь между геоидом, квазигеоидом и эллипсоидом

Рисунок 1.2 – Схема расчета ортометрической высоты для точки Р

Рисунок 1.3 – Схемы различных систем высот и их поверхности

Рисунок 1.4 – Гедетические координаты точки (Р) на земной поверхности

Рисунок 1.5 – Схема геометрического нивелирования и гравитационное поле

Рисунок 1.6 – Процесс ГНСС при сборе данных

Рисунок 1.7 – Цифровая модель рельефа земной поверхности Ливана

Рисунок 1.8 – Первый, второй и третий классы ливанской геодезической сети

Рисунок 2.1 – Схема высотной сети геодезического полигона: Угловые точки полигона РТ1-4; А, В, С, D, Е, F, G, Н – прямолинейные нивелирные ходы; 1-24 — криволинейные нивелирные ходы; СР – центральная точка

Рисунок 2.2 – Схема к определению угла i

Рисунок 2.3 – Комбинированная поправка на кривизну Земли и атмосферную рефракцию при геометрическом нивелировании

Рисунок 2.4 – Схематизация УОЛ

Рисунок 2.5 – Блок-схема алгоритма по методу наименьших квадратов

Рисунок 2.6 – Схема, показывающая, как работает метод интерполяции IDW

Рисунок 2.7 – Фрагмент пространственной интерполяции: слева точки высот, справа интерполированная поверхность высот

Рисунок 2.8 – Схема, показывающая процедуру определения местоположения точки внутри заданного многоугольника

Рисунок 3.1 – Данные о выбранных для тестирования территорий расположения полигонов (зон) в Ливане

Рисунок 3.2 – Места расположения полигонов в разных регионах Ливана

Рисунок 3.3 – Схема геодезических полигонов А - расположен в районе Машгара, Б - находится в районе Дамур и В - находится в районе Аккара

Рисунок 3.4 – Вид измерительной станции

Рисунок 3.5 – Графики стандартного отклонения высот для трех полигонов

Рисунок 3.6 – Сравнительные графики аномалий высот для трех зон (А, Б, В)

Рисунок 3.7 – Поверхность интерполяции с использованием масштабного коэффициента для трех зон (А, Б, В)

Рисунок 3.8 – Рельефная поверхность на плоскости для промежуточной области между тремя зонами.

Рисунок 3.9 – Вертикальные напряжения, действующие на уровне поверхности (110 м), МПа

Рисунок 4.1 – Различия между нормальными высотами и полученными ортометрическими высотами до и после применения коэффициентов к высотам геоида

Рисунок 4.2 – Программный интерфейс для обнаружения зон и интерполяции IDW

Рисунок 4.3 – Поверхность коррекции, созданная интерполяцией IDW для переходных областей

Рисунок 4.4 – Рельефная поверхность на плоскости для промежуточной области между тремя зонами

Рисунок 4.5. Проектное расположение водного канала в Южном Ливане

Рисунок 4.6 – Вид профиля, показывающий уклон на каждом участке до (а) и после (б) применения коэффициента

ТАБЛИЦЫ

Таблица 1.1 – Результаты применения спутникового нивелирования в Нигерии

Таблица 2.1 – Превышения точек по каждой базовой линии на разных маршрутах

Таблица 3.1 – Полевые примечания для измерений ГНСС в зоне В

Таблица 3.2 – Уточные геодезические координаты

Таблица 3.3 – Геодезический азимут и эллипсоидальные расстояния базовых линий

Таблица 3.4 – Скорректированные систематические ошибки и уравненные превышения по МНК для зоны А

Таблица 3.5 – Скорректированные систематические ошибки и уравненные превышения по МНК для зоны Б

Таблица 3.6 – Скорректированные систематические ошибки и уравненные превышения по МНК для зоны В

Таблица 3.7 – Скорректированные нормальные высоты, измеренные обоими методами (3-маршрутное нивелирование и классическое нивелирование)

Таблица 3.8 – Данные расчетов составляющих уклонения отвесной линии для трех разных поверхностей (в секундах)

Таблица 3.9 – Значения уклонения отвесной линии на разных поверхностях в трех зонах (в секундах)

Таблица 3.10 – Значения аномалий высот: по разработанной технологии (ζ) и спутниковым нивелированием (EGM2008) для 3 зон, и определяемый коэффициент

Таблица 4.1 – Геодезические координаты (B , L , H), нормальные высоты (H^N) контрольных точек и высоты геоида и ортометрические высоты из EGM2008

Таблица 4.2 – Геодезические координаты (B , L , H) контрольных точек

Таблица 4.3 – Сравнение ортометрических высот до и после нанесения корректирующей поверхности

Таблица 4.4 – Различия между уклонами на каждой проектной линии

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Результаты геометрического нивелирования

А.1. Применение систематических поправок к базовым линиям

Таблица А.1 – Температурная поправка

<i>Базовая линия</i>	t_m	t_s	D	CTE	C_t	D'
QDF7 - PT1	23.7695	20	-34.7181	0.0000238	-0.0031	-34.7212
PT1-PT2 (H)	23.6502	20	-19.8177	0.0000238	-0.0017	-19.8194
PT1-PT4 (E)	33.6413	20	-49.0934	0.0000238	-0.0159	-49.1093
PT1-CP (B)	28.2824	20	-48.6068	0.0000238	-0.0096	-48.6164
PT2-CP (C)	25.4768	20	-28.7205	0.0000238	-0.0037	-28.7243
PT4-CP (A)	25.4864	20	0.6196	0.0000238	0.0001	0.6197
PT1-IP4 (21)	26.3438	20	-39.1549	0.0000238	-0.0059	-39.1608
PT1-IP4 (22)	26.1083	20	-39.1696	0.0000238	-0.0057	-39.1753
PT4-IP4 (19)	30.2694	20	9.9038	0.0000238	0.0024	9.9062
PT4-IP4 (20)	30.3000	20	9.9268	0.0000238	0.0024	9.9293
IP4-CP (24)	25.0000	20	-9.3627	0.0000238	-0.0011	-9.3638
IP4-CP (23)	25.2857	20	-9.3740	0.0000238	-0.0012	-9.3752
PT1-IP1 (1)	35.2209	20	-15.5208	0.0000238	-0.0056	-15.5265
PT1-IP1 (2)	28.2850	20	-15.5229	0.0000238	-0.0031	-15.5260
PT2-IP1 (3)	23.3083	20	4.2598	0.0000238	0.0003	4.2601
PT2-IP1 (4)	23.4583	20	4.2579	0.0000238	0.0004	4.2582
IP1-CP (5)	27.3583	20	-32.9956	0.0000238	-0.0058	-33.0014
IP1-CP (6)	27.0500	20	-33.0001	0.0000238	-0.0055	-33.0056
PT2-PT3 (G)	31.2103	20	43.0611	0.0000238	0.0115	43.0726
PT3-CP (D)	34.8611	20	-71.7871	0.0000238	-0.0254	-71.8125
PT4-PT3 (F)	35.1883	20	72.3770	0.0000238	0.0262	72.4032
PT4-IP3 (15)	33.0589	20	24.6189	0.0000238	0.0077	24.6265
PT4-IP3 (16)	34.9482	20	24.6306	0.0000238	0.0088	24.6394
IP3-PT3 (13)	34.3000	20	47.7290	0.0000238	0.0162	47.7452
IP3-PT3 (14)	34.2176	20	47.7367	0.0000238	0.0162	47.7528
IP3-CP (17)	32.0607	20	-24.0730	0.0000238	-0.0069	-24.0799
IP3-CP (18)	31.4827	20	-24.0689	0.0000238	-0.0066	-24.0755
PT3-IP2 (9)	30.9281	20	-35.7872	0.0000238	-0.0093	-35.7966
PT3-IP2 (10)	30.0625	20	-35.7824	0.0000238	-0.0086	-35.7910
PT2-IP2 (7)	32.4700	20	7.2730	0.0000238	0.0022	7.2752
PT2-IP2 (8)	33.3650	20	7.2762	0.0000238	0.0023	7.2786
IP2-CP (11)	31.2857	20	-36.0003	0.0000238	-0.0097	-36.0100
IP2-CP (12)	31.4071	20	-36.0052	0.0000238	-0.0098	-36.0150

Таблица А.2 – Невязки

<i>Базовая линия</i>	<i>D'</i>	<i>Невязки (мм)</i>	<i>D''</i>
QDF7 - PT1	-34.7212	2.0000	-34.7232
PT1-PT2 (H)	-19.8194	4.0000	-19.8234
PT1-PT4 (E)	-49.1093	1.0000	-49.1103
PT1-CP (B)	-48.6164	-2.0000	-48.6144
PT2-CP (C)	-28.7243	-1.0000	-28.7233
PT4-CP (A)	0.6197	2.0000	0.6177
PT1-IP4 (21)	-39.1608	-2.0000	-39.1588
PT1-IP4 (22)	-39.1753	2.0000	-39.1773
PT4-IP4 (19)	9.9062	2.0000	9.9042
PT4-IP4 (20)	9.9293	1.0000	9.9283
IP4-CP (24)	-9.3638	1.0000	-9.3648
IP4-CP (23)	-9.3752	1.0000	-9.3762
PT1-IP1 (1)	-15.5265	1.0000	-15.5275
PT1-IP1 (2)	-15.5260	1.0000	-15.5270
PT2-IP1 (3)	4.2601	1.0000	4.2591
PT2-IP1 (4)	4.2582	-1.0000	4.2592
IP1-CP (5)	-33.0014	-2.0000	-32.9994
IP1-CP (6)	-33.0056	-2.0000	-33.0036
PT2-PT3 (G)	43.0726	1.0000	43.0716
PT3-CP (D)	-71.8125	-3.0000	-71.8095
PT4-PT3 (F)	72.4032	-5.1441	72.4083
PT4-IP3 (15)	24.6265	-5.9409	24.6325
PT4-IP3 (16)	24.6394	4.0510	24.6353
IP3-PT3 (13)	47.7452	-3.2448	47.7484
IP3-PT3 (14)	47.7528	4.1092	47.7487
IP3-CP (17)	-24.0799	4.9856	-24.0849
IP3-CP (18)	-24.0755	-2.6582	-24.0728
PT3-IP2 (9)	-35.7966	5.0287	-35.8016
PT3-IP2 (10)	-35.7910	-3.8306	-35.7872
PT2-IP2 (7)	7.2752	1.8489	7.2733
PT2-IP2 (8)	7.2786	4.9743	7.2736
IP2-CP (11)	-36.0100	-4.0346	-36.0059
IP2-CP (12)	-36.0150	5.0114	-36.0200

А.2. Обработка МНК

Таблица А.3 – Присвоение весов базовым линиям

от	до	длина (км)	Наблюдение	ΔH^N	Вес
PT4	CP	0.57488	h1	0.61968	1.73949
CP	PT1	1.02405	h2	48.61641	0.97652
CP	PT2	0.61673	h3	28.72429	1.62146
CP	PT3	0.74250	h4	71.81246	1.34679
PT4	PT1	0.95635	h5	49.10934	1.04564
PT4	PT3	1.11279	h6	72.40319	0.89864
PT3	PT2	1.06949	h7	-43.07258	0.93502
PT1	PT2	1.10934	h8	-19.81942	0.90143
PT2	IP2	0.71483	h9	4.25918	1.39894
PT1	IP2	0.51209	h10	-15.52623	1.95278
CP	IP2	0.51072	h11	33.00350	1.95803
CP	IP3	0.38441	h12	36.01248	2.60139
PT3	IP3	0.47516	h13	-35.79378	2.10457
PT2	IP3	0.61380	h14	7.27686	1.62920
PT3	IP1	0.65319	h15	-47.74900	1.53096
PT4	IP1	0.50747	h16	24.63294	1.97055
CP	IP1	0.15519	h17	24.07768	6.44354
PT4	IP4	0.20133	h18	9.91775	4.96690
CP	IP4	0.45802	h19	9.36950	2.18333
PT1	IP4	0.75559	h20	-39.16809	1.32347

$$\begin{array}{r}
 \left(\begin{array}{l}
 50.891 + \Delta PT4 + 0.61968 + V1 = 51.449 + \Delta CP \\
 51.449 + \Delta CP + 48.61641 + V2 = 100 + 0 \\
 51.449 + \Delta CP + 28.72429 + V3 = 80.181 + \Delta PT2 \\
 51.449 + \Delta CP + 71.81246 + V4 = 123.253 + \Delta PT3 \\
 50.891 + \Delta PT4 + 49.10934 + V5 = 100 + 0 \\
 50.891 + \Delta PT4 + 72.40319 + V6 = 123.253 + \Delta PT3 \\
 123.253 + \Delta PT3 + -43.07258 + V7 = 80.181 + \Delta PT2 \\
 100 + 0 + -19.81942 + V8 = 80.181 + \Delta PT2 \\
 80.181 + \Delta PT2 + 4.25918 + V9 = 84.457 + IP2 \\
 100 + 0 + -15.52623 + V10 = 84.457 + IP2 \\
 51.449 + \Delta CP + 33.00350 + V11 = 84.457 + IP2 \\
 51.449 + \Delta CP + 36.01248 + V12 = 87.459 + IP3 \\
 123.253 + \Delta PT3 + -35.79378 + V13 = 87.459 + IP3 \\
 80.181 + \Delta PT2 + 7.27686 + V14 = 87.459 + IP3 \\
 123.253 + \Delta PT3 + -47.74900 + V15 = 75.519 + IP1 \\
 50.891 + \Delta PT4 + 24.63294 + V16 = 75.519 + IP1 \\
 51.449 + \Delta CP + 24.07768 + V17 = 75.519 + IP1 \\
 50.891 + \Delta PT4 + 9.91775 + V18 = 60.82 + IP4 \\
 51.449 + \Delta CP + 9.36950 + V19 = 60.82 + IP4 \\
 100 + 0 + -39.16809 + V20 = 60.82 + IP4
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Рисунок А.1 – Обработка наблюдений

$$\Delta = \begin{pmatrix} 18.870535 & -1.621456 & -1.346794 & -1.739487 & -1.958026 & -2.601391 & -6.443538 & -2.183326 \\ -1.621456 & 6.486054 & -0.935022 & 0 & -1.398939 & -1.629202 & 0 & 0 \\ -1.346794 & -0.935022 & 6.815989 & -0.898644 & 0 & -2.104572 & -1.530957 & 0 \\ -1.739487 & 0 & -0.898644 & 10.621220 & 0 & 0 & -1.970552 & -4.966896 \\ -1.958026 & -1.398939 & 0 & 0 & 5.309750 & 0 & 0 & 0 \\ -2.601391 & -1.629202 & -2.104572 & 0 & 0 & 6.335165 & 0 & 0 \\ -6.443538 & 0 & -1.530957 & -1.970552 & 0 & 0 & 9.945047 & 0 \\ -2.183326 & 0 & 0 & -4.966896 & 0 & 0 & 0 & 8.473694 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.000710 \\ 0.011954 \\ 0.071462 \\ -0.098527 \\ 0.000417 \\ 0.005046 \\ 0.036231 \\ -0.043383 \end{pmatrix}$$

Рисунок А.5 – Матрица «Δ»

$$V = \begin{pmatrix} -0.0471621 \\ -0.0673154 \\ 0.01260058 \\ 0.00318819 \\ 0.012274 \\ -0.0150275 \\ -0.0061738 \\ 0.00721333 \\ 0.01259641 \\ -0.0142024 \\ 0.00516467 \\ 0.00344428 \\ -0.0059391 \\ 0.00217244 \\ 0.00591879 \\ 0.01213838 \\ -0.0051184 \\ 0.01183613 \\ -0.0124215 \\ -0.0239284 \end{pmatrix} \quad h = \begin{pmatrix} 0.5725165 \\ 48.549094 \\ 28.736888 \\ 71.815644 \\ 49.121611 \\ 72.388161 \\ -43.07876 \\ -19.81221 \\ 4.2717777 \\ -15.54043 \\ 33.008666 \\ 36.015922 \\ -35.79972 \\ 7.279034 \\ -47.74309 \\ 24.645076 \\ 24.072559 \\ 9.9295902 \\ 9.3570738 \\ -39.19202 \end{pmatrix}$$

Рисунок А.6 – Наблюдения

$$\sigma_0^2 = 0.002418 \quad \Sigma_{\Delta\Delta} = \begin{pmatrix} 0.000551 & 0.000396 & 0 & 0 & 0.000308 & 0.000489 & 0 & 0.00037817 \\ 0.000396 & 0.000740 & 0 & 0 & 0.000341 & 0.000508 & 0 & 0.00028327 \\ 0.000482 & 0.000465 & 0 & 0 & 0.000300 & 0.000609 & 0 & 0.00037458 \\ 0.000403 & 0.000309 & 0 & 0 & 0.000230 & 0.000387 & 0 & 0.00047715 \\ 0.000308 & 0.000341 & 0 & 0 & 0.000659 & 0.000314 & 0 & 0.00021409 \\ 0.000489 & 0.000508 & 0 & 0 & 0.000314 & 0.000915 & 0 & 0.00035257 \\ 0.000511 & 0.000390 & 0 & 0 & 0.000291 & 0.000487 & 0 & 0.00039723 \\ 0.000378 & 0.000283 & 0 & 0 & 0.000214 & 0.000353 & 0 & 0.00066253 \end{pmatrix} \quad \text{СКО} = \begin{pmatrix} 0.00115476 \\ 0.00133783 \\ 0.00145699 \\ 0.00124117 \\ 0.00126231 \\ 0.00148775 \\ 0.00134329 \\ 0.00126582 \end{pmatrix}$$

Рисунок А.7 – Результаты стандартного отклонения

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Настройка сети

Таблица Б.1 – Сводка обработки

Наблюдение	тип	гор. точность (м)	вер. точность (м)	геодезический азимут	элл. расстояние (м)	ΔH (м)
CP-QDF7	Fixed	0.002	0.007	357°06'26"	1069.235	83.120
PT3-CP	Fixed	0.002	0.009	170°05'04"	684.827	71.791
CP-PT3	Fixed	0.002	0.008	170°05'07"	684.819	71.782
CP-QF5A	Fixed	0.009	0.036	164°25'17"	9260.487	406.274
CP-QF5A	Fixed	0.009	0.037	164°25'17"	9260.494	406.144
PT4-CP	Fixed	0.003	0.006	270°30'30"	1194.641	-0.733
QDF7-PT1	Fixed	0.001	0.006	181°54'13"	506.047	-34.651
QDF7-Q8BD	Fixed	0.004	0.018	232°17'07"	6380.753	-148.970
Q8BD-QDF7	Fixed	0.007	0.027	232°17'06"	6380.748	-148.958
QF5A-PT3	Fixed	0.009	0.065	343°59'08"	8579.322	-334.350
PT3-QF5A	Fixed	0.011	0.051	343°59'07"	8579.288	-334.345
Q8BD-PT4	Fixed	0.004	0.019	233°55'18"	4833.633	-65.231
PT4-Q8BD	Fixed	0.007	0.028	233°55'18"	4833.634	-65.245
PT4-PT3	Fixed	0.003	0.016	117°33'33"	1480.610	72.537
PT3-PT2	Fixed	0.002	0.008	201°49'00"	910.078	43.053
CP-PT2	Fixed	0.002	0.006	70°18'57"	480.845	28.725

Таблица Б.2 – Скорректированные геодезические координаты

Точка	B	L	H (м)	ошибка высоты (м)	Ограничение
PT1	N34°36'52.51739"	E36°07'53.08944"	212.957	0.059	
PT2	N34°36'39.53158"	E36°08'13.63695"	193.228	0.073	
PT3	N34°36'12.38280"	E36°08'00.49453"	236.286	0.071	
PT4	N34°36'34.61689"	E36°07'08.98025"	163.769	0.072	
QF5A	N34°31'44.76908"	E36°09'33.38366"	570.757	?	LLh
CP	N34°36'34.27561"	E36°07'55.86680"	164.500	0.058	
QDF7	N34°37'08.93141"	E36°07'53.74909"	247.596	?	LLh
Q8BD	N34°35'02.21220"	E36°04'35.69707"	98.582	0.093	

Таблица Б.3 – Компоненты эллипса ошибок

Точка	Большая полуось (м)	Полумалая ось (м)	Азимут
PT1	0.009	0.008	4°
PT2	0.012	0.010	177°
PT3	0.012	0.010	1°
PT4	0.015	0.012	9°
CP	0.010	0.008	4°
Q8BD	0.028	0.026	34°

Таблица Б.4 – Скорректированные наблюдения ГНСС

Параметры преобразования			
Азимутальное вращение:	-0.561 sec	(95%)	0.442 sec
Масштаб:	1.00000482	(95%)	0.00000265

Наблюдение	элементы	значение	А-апостер. ошибка	остатки	стандарт. остатки
PT4 - PT3	азимут	117°33'58"	1.275 sec	2.223 sec	2.625
	ΔH	72.518 m	0.059 m	-0.018 m	-0.400
	элл. расс.	1480.606 m	0.007 m	0.018 m	3.399
QDF7 - PT1	азимут	181°54'36"	2.579 sec	-2.444 sec	-2.474
	ΔH	-34.639 m	0.059 m	0.012 m	0.454
	элл. расс.	506.056 m	0.007 m	0.005 m	2.169
PT4 - PT3	азимут	117°33'58"	1.275 sec	-1.559 sec	-1.285
	ΔH	72.518 m	0.059 m	-0.020 m	-0.306
	элл. расс.	1480.606 m	0.007 m	-0.013 m	-2.296
CP - QDF7	азимут	357°06'53"	1.285 sec	1.334 sec	2.007
	ΔH	83.096 m	0.058 m	-0.024 m	-0.750
	элл. расс.	1069.235 m	0.008 m	-0.007 m	-1.483
CP - PT3	азимут	170°05'31"	1.576 sec	2.104 sec	1.685
	ΔH	71.787 m	0.049 m	-0.005 m	-0.117
	элл. расс.	684.825 m	0.007 m	-0.007 m	-1.213
PT1 - PT4	азимут	243°52'05"	1.598 sec	-2.094 sec	-1.616
	ΔH	-49.188 m	0.066 m	0.031 m	0.545
	элл. расс.	1251.872 m	0.009 m	0.004 m	0.484
CP - PT4	азимут	270°30'54"	1.669 sec	-1.992 sec	-1.433
	ΔH	-0.731 m	0.055 m	0.002 m	0.055
	элл. расс.	1194.651 m	0.007 m	0.001 m	0.206
CP - PT3	азимут	170°05'31"	1.576 sec	-1.630 sec	-1.354

Продолжение таблицы Б.4

	ΔH	71.787 m	0.049 m	0.004 m	0.115
	элл. расс.	684.825 m	0.007 m	0.001 m	0.264
PT4 - Q8BD	азимут	233°55'44"	0.677 sec	-0.618 sec	-1.300
	ΔH	-65.186 m	0.095 m	0.044 m	0.691
	элл. расс.	4833.674 m	0.015 m	0.008 m	0.737
QF5A - PT3	азимут	343°59'33"	0.515 sec	-0.531 sec	-1.004
	ΔH	-334.474 m	0.071 m	-0.117 m	-0.455
	элл. расс.	8579.348 m	0.026 m	-0.031 m	-1.263
QDF7-Q8BD	азимут	232°17'33"	0.511 sec	0.715 sec	1.128
	ΔH	-149.013 m	0.093 m	-0.056 m	-0.560
	элл. расс.	6380.787 m	0.015 m	-0.004 m	-0.199
PT2 - PT3	азимут	201°49'25"	1.554 sec	-0.943 sec	-0.986
	ΔH	43.059 m	0.061 m	0.006 m	0.169
	элл. расс.	901.084 m	0.008 m	0.000 m	-0.067
QDF7-Q8BD	азимут	232°17'33"	0.511 sec	0.296 sec	0.896
	ΔH	-149.013 m	0.093 m	-0.044 m	-0.731
	элл. расс.	6380.787 m	0.015 m	-0.008 m	-0.852
PT1 – CP	азимут	172°49'54"	1.945 sec	-0.871 sec	-0.843
	ΔH	-48.457 m	0.052 m	0.001 m	0.028
	элл. расс.	566.533 m	0.007 m	0.002 m	0.527
PT1 – PT2	азимут	127°23'53"	2.324 sec	0.207 sec	0.177
	ΔH	-19.729 m	0.061 m	0.003 m	0.095
	элл. расс.	658.913 m	0.007 m	0.003 m	0.773
CP - QF5A	азимут	164°25'43"	0.475 sec	-0.116 sec	-0.259
	ΔH	406.260 m	0.058 m	0.109 m	0.731
	элл. расс.	9260.564 m	0.026 m	0.008 m	0.306
PT4 - Q8BD	азимут	233°55'44"	0.677 sec	-0.512 sec	-0.697
	ΔH	-65.186 m	0.095 m	0.058 m	0.552
	элл. расс.	4833.674 m	0.015 m	0.007 m	0.446
QF5A - PT3	азимут	343°59'33"	0.515 sec	0.341 sec	0.646
	ΔH	-334.474 m	0.071 m	-0.122 m	-0.605
	элл. расс.	8579.348 m	0.026 m	0.003 m	0.100
CP - QF5A	азимут	164°25'43"	0.475 sec	0.126 sec	0.277
	ΔH	406.260 m	0.058 m	-0.021 m	-0.152
	элл. расс.	9260.564 m	0.026 m	0.015 m	0.615
CP - PT2	азимут	70°19'22"	3.079 sec	-0.331 sec	-0.210
	ΔH	28.727 m	0.055 m	0.002 m	0.070
	элл. расс.	480.850 m	0.006 m	0.001 m	0.505
Q8BD-QF5A	азимут	128°42'00"	0.580 sec	0.309 sec	0.471
	ΔH	472.178 m	0.093 m	0.045 m	0.223
	элл. расс.	9726.956 m	0.027 m	0.008 m	0.261

Таблица Б.5 – Условия ковариации

Наблюдение	элементы	значение	А-апостер. ошибка	гор. точность	точность 3D
PT1-PT4	азимут	243°51'40"	1.676 sec	1 : 13632	1 : 12543
	ΔH	-49.146 m	0.066 m		
	элл. расс.	1251.870 m	0.009 m		
PT1-CP	азимут	172°49'29"	1.934 sec	1 : 82171	1 : 69135
	ΔH	-48.486 m	0.052 m		
	элл. расс.	566.532 m	0.007 m		
PT1-QDF7	азимут	1°54'11"	2.529 sec	1 : 69522	1 : 60685
	ΔH	34.660 m	0.059 m		
	элл. расс.	506.055 m	0.007 m		
PT2-PT1	азимут	307°23'39"	2.322 sec	1 : 91536	1 : 91151
	ΔH	19.777 m	0.061 m		
	элл. расс.	658.913 m	0.007 m		
PT2-PT3	азимут	201°49'00"	1.605 sec	1 : 11119	1 : 10443
	ΔH	43.039 m	0.061 m		
	элл. расс.	901.083 m	0.008 m		
PT2-CP	азимут	250°19'07"	3.128 sec	1 : 82632	1 : 70228
	ΔH	-28.709 m	0.055 m		
	элл. расс.	480.849 m	0.006 m		
PT3-PT4	азимут	297°34'02"	1.336 sec	1 : 18540	1 : 17096
	ΔH	-72.407 m	0.059 m		
	элл. расс.	1480.604 m	0.008 m		
PT3-QF5A	азимут	163°58'15"	0.193 sec	1 : 87464	1 : 84304
	ΔH	333.748 m	0.071 m		
	элл. расс.	8579.337 m	0.010 m		
PT3-CP	азимут	350°05'09"	1.595 sec	1 : 99438	1 : 80601
	ΔH	-71.748 m	0.049 m		
	элл. расс.	684.824 m	0.007 m		
PT4-CP	азимут	90°30'02"	1.738 sec	1 : 15504	1 : 15445
	ΔH	0.659 m	0.055 m		
	элл. расс.	1194.649 m	0.008 m		
PT4-Q8BD	азимут	233°55'18"	0.812 sec	1 : 24358	1 : 24041
	ΔH	-65.038 m	0.095 m		

Продолжение таблицы Б.5

	элл. расс.	4833.667 m	0.020 m		
QF5A-CP	азимут	344°26'13"	0.147 sec	1 : 11756	1 : 11210
	ΔH	-405.496 m	0.058 m		
	элл. расс.	9260.552 m	0.008 m		
QF5A-Q8BD	азимут	308°44'24"	0.468 sec	1 : 47549	1 : 45905
	ΔH	-471.193 m	0.093 m		
	элл. расс.	9726.944 m	0.020 m		
CP-QDF7	азимут	357°06'28"	1.241 sec	1 : 13368	1 : 11684
	ΔH	83.146 m	0.058 m		
	элл. расс.	1069.234 m	0.008 m		
QDF7-Q8BD	азимут	232°17'08"	0.667 sec	1 : 29120	1 : 28618
	ΔH	-148.843 m	0.093 m		
	элл. расс.	6380.779 m	0.022 m		

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Коды MATLAB и Python

В.1. Код MATLAB для определения уклонения отвеса

На поверхности эллипсоида:

```

n = 4; % number of observations
m = 2; % number of unknowns
Phi0= 33.517137173698; % Latitude of central station (degree)
Lam0= 35.6704282763452;% Longitude of central station (degree)
Phi = [33.5178419060564 33.5170114724874 33.5168654885708 33.5181254857874]; % Latitude of ancillary station
(degree)
Lambda =[35.6719505736405 35.6720087173975 35.6682782235714 35.6688965596238]; % Longitude of ancillary station
(degree)
h = [879.954 881.054 885.348 885.476]; % Ellipsoid height of ancillary station (m)
Dh = [-2.492 -1.391 2.902 3.031]; % Difference in orthometric height (m)
DH = [-2.501 -1.401 2.913 3.038]; % Difference in Ellipsoid height (m)
V1 =[1.99667922023391E-09 1.85942967330509E-09 1.99666556136412E-09 1.99668193195585E-09]; % Standard
deviation of  $\Delta\lambda$ 
V2 =[1.67259016256638E-09 1.67259012787179E-09 1.79399741571318E-09 1.79399716177343E-09]; % Standard
deviation of  $\Delta\varphi$ 
V3 =[0.034 0.028 0.033 0.035]; % Standard deviation of Dh
V4=[0.000203373477016284 0.000455111812638817 0.000555236857781009 0.000382926547482568]; % Standard
deviation of DH
I = [-0.00005684972885 -0.0000250462814]; % Initial Values (radian)
a= 6378249.145; % Semi major axis (m)
e= 0.00680351126715756; % First eccentricity
W = zeros(1,n);
for r = 1:n
    W(1,r)= (1-(e)*(sind(Phi(r))))^2)^0.5;
end
N = zeros(1,n); % prime vertical radius of curvature
for r = 1:n
    N(1,r)= a/W(r);
end
M = zeros(1,n); % meridional radius of curvature
for r = 1:n
    M(1,r)= (a*(1-e))/(W(r))^3;
end
Dlam = zeros(1,n); % Difference in Longitude
for r = 1:n
    Dlam(1,r)= (pi/180)*(Lambda(r) - Lam0);
end
Dphi = zeros(1,n); % Difference in Latitude
for r = 1:n
    Dphi(1,r)= (pi/180)*(Phi(r) - Phi0);
end
Var = zeros(1,4*n); % Variances of observations
i = 1;
for r = 1:n
    Var(1,i)= V1(r)^2;
    i = i + 1;
    Var(1,i)= V2(r)^2;
    i = i + 1;
    Var(1,i)= V3(r)^2;
    i = i + 1;
    Var(1,i)= V4(r)^2;
    i = i + 1;
end

```

```

L = zeros(4*n,1); % The vector of observables
i = 0;
for r = 1:n
    L(r+i,1) = Dlam(r);
    i = i + 1;
    L(r+i,1) = Dphi(r);
    i = i + 1;
    L(r+i,1) = Dh(r);
    i = i + 1;
    L(r+i,1) = DH(r);
end
K = 0;
while K < 1
    A = zeros(n,4*n); % The Jacobian matrix "A", the partial derivatives with respect to the observations
    c=1;
    for r = 1:n
        A(r,c) = (N(r)+h(r))*cosd(Phi(r))*I(1);
        c = c + 1;
        A(r,c) = (M(r)+h(r))*I(2);
        c = c + 1;
        A(r,c) = 1;
        c = c + 1;
        A(r,c) = -1;
        c = c + 1;
    end

    B = zeros(n,2); % The design matrix "B", the partial derivatives with respect to the parameters
    x = 1;
    for r = 1:n
        B(r,1) = (N(r)+h(r))*cosd(Phi(r))*L(x);
        B(r,2) = (M(r)+h(r))*L(x+1);
        x = x + 4;
    end

    f = zeros(n,1); % The misclosure vector
    y = 1;
    for r = 1:n
        f(r,:) = L(y+3)-L(y+2)-(N(r)+h(r))*cosd(Phi(r))*L(y)*I(1) - (M(r)+h(r))*L(y+1)*I(2);
        y = y + 4;
    end

    Q = eye(4*n); % The cofactor matrix
    c=1;
    for r = 1:4*n
        Q(r,c) = Var(r);
        c = c + 1;
    end

    We = inv(A*Q*A'); % weight matrix for an equivalent observations
    Delta = inv(B'*We*B)*(B'*We*f); % The corrections that should be applied to the initial approximations
    I = I + Delta;
    K = K + 1;
end

Ve = B*Delta - f; % The equivalent residuals
V = Q*A'*We*Ve; % The observational residuals
Std1 = sqrt((Ve'*We*Ve)/(n-m)); % the reference standard deviation for the adjustment
W = inv(Q); % weight matrix
Std2 = sqrt((V'*W*V)/(n-m)); % the same result of Std1 can be obtained using Std2
Cov = (Std1)^2*inv(B'*We*B); % the covariance matrixThe covariance matrix
Stdn = Std1*sqrt(Cov(1,1)); % standard deviation of the prime vertical component
StdE = Std1*sqrt(Cov(2,2)); % standard deviation of the meridional component

```

```
uitable('columnname',{'?','?','??','??'},'rowname',{'','data'},{I(2)*(180/pi)*3600,I(1)*(180/pi)*3600,StdE*(180/pi)*3600,Std
n*(180/pi)*3600});
```

На поверхности EGM2008:

```
n = 4; % number of observations
m = 2; % number of unknowns
Alpha = [1.065921056 1.665456198 4.562683364 5.36873459]; % Geodetic Azimuth (radian)
Dh = [-2.492 -1.391 2.902 3.031]; % Difference in ellipsoid height (m)
DH = [-2.501 -1.401 2.913 3.038]; % Difference in orthometric height (m)
Ds = [161.593 147.495 202.016 179.628]; % Ellipsoidal distance (m)
V1 = [0.0000340775536496389 0.0000321916284298765 0.0000379754556462685 0.0000372967164926265]; % Standard
deviation of Alpha
V2 = [0.034 0.028 0.033 0.035]; % Standard deviation of Dh
V3 = [0.000203373477016284 0.000455111812638817 0.000555236857781009 0.000382926547482568]; % Standard
deviation of DH
V4 = [0.005 0.005 0.006 0.006]; % Standard deviation of Ds
I = [-0.00002505047684 -0.00005685789452]; % initial approximations (radian)
Var = zeros(1,4*n); % Variances of observations
i = 1;
for r = 1:n
    Var(1,i) = V1(r)^2;
    i = i + 1;
    Var(1,i) = V2(r)^2;
    i = i + 1;
    Var(1,i) = V3(r)^2;
    i = i + 1;
    Var(1,i) = V4(r)^2;
    i = i + 1;
end
L = zeros(4*n,1); % The vector of observables
i = 0;
for r = 1:n
    L(r+i,1) = Alpha(r);
    i = i + 1;
    L(r+i,1) = Dh(r);
    i = i + 1;
    L(r+i,1) = DH(r);
    i = i + 1;
    L(r+i,1) = Ds(r);
end
K = 0;
while K < 1
    A = zeros(n,4*n); % The Jacobian matrix "A", the partial derivatives with respect to the observations
    c = 1;
    for r = 1:n
        A(r,c) = I(2)*cos(Alpha(r)) - I(1)*sin(Alpha(r));
        c = c + 1;
        A(r,c) = 1/Ds(r);
        c = c + 1;
        A(r,c) = -1/Ds(r);
        c = c + 1;
        A(r,c) = (DH(r)-Dh(r))/(Ds(r))^2;
        c = c + 1;
    end
    B = zeros(n,2); % The design matrix "B", the partial derivatives with respect to the parameters
    for r = 1:n
        B(r,1) = cos(Alpha(r));
        B(r,2) = sin(Alpha(r));
    end
    f = zeros(n,1); % The misclosure vector
    for r = 1:n
```

```

    f(r,:) = ((DH(r)-Dh(r))/Ds(r))-I(1)*cos(Alpha(r))-I(2)*sin(Alpha(r));
end
Q = eye(4*n); % The cofactor matrix
c=1;
for r = 1:4*n
    Q(r,c)= Var(r);
    c = c + 1;
end
We = inv(A*Q*A'); % weight matrix for an equivalent observations
Delta = inv(B'*We*B)*(B'*We*f); % The corrections that should be applied to the initial approximations
I = I + Delta';
K = K + 1;
end
Ve = B*Delta - f; % The equivalent residuals
V = Q*A'*We*Ve; % The observational residuals
Std1 = sqrt((Ve'*We*Ve)/(n-m)); % the reference standard deviation for the adjustment
W = inv(Q); % weight matrix
Std2 = sqrt((V'*W*V)/(n-m)); % the same result of Std1 can be obtained using Std2
Cov = (Std1)^2*inv(B'*We*B); % the covariance matrixThe covariance matrix
StdE = Std1*sqrt(Cov(1,1)); % standard deviation of the prime vertical component
Stdn = Std1*sqrt(Cov(2,2)); % standard deviation of the meridional component
uitable('columnname',{'?','?','??','??'},'rowname',{'','data',{I(1)*(180/pi)*3600,I(2)*(180/pi)*3600,StdE*(180/pi)*3600,Std
n*(180/pi)*3600});

```

В. 2. Код Python для определения корректирующей поверхности в каждой зоне + расчет площади

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.spatial import Delaunay
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import pandas as pd

# Define the datasets with both geodetic and plane coordinates
datasets = [
    {
        'geodetic': np.array([
            [33.51784, 35.67195, 0.98341],
            [33.51701, 35.67201, 0.98345],
            [33.51687, 35.66828, 0.98340],
            [33.51813, 35.6689, 0.98332],
            [33.51714, 35.67043, 0.98340]
        ]),
        'plane': np.array([
            [-323001.836, -70163.48],
            [-322999.549, -70255.737],
            [-323346.585, -70260.195],
            [-323284.423, -70122.438],
            [-323145.868, -70203.937]
        ])
    },
    {
        'geodetic': np.array([
            [33.72764, 35.47454, 1.01150888],
            [33.71945, 35.47142, 0.995145318],
            [33.71788, 35.46182, 0.996080668],
            [33.72706, 35.46482, 0.995151295],
            [33.72285, 35.46693, 0.997420724]
        ]),
        'plane': np.array([
            [-340502.914, -46265.63],
            [-340824.442, -47162.29],

```

```

        [-341720.129, -47305.056],
        [-341406.174, -46297.465],
        [-341227.173, -46770.589]
    ])
},
{
    'geodetic': np.array([
        [34.61459, 36.13141, 1.019627241],
        [34.61098, 36.13712, 1.021367353],
        [34.60344, 36.13347, 1.01925733],
        [34.60962, 36.11916, 1.018627878],
        [34.60952, 36.13219, 1.028160646]
    ]),
    'plane': np.array([
        [-276734.291, 50087.336],
        [-276222.912, 49671.795],
        [-276582.501, 48845.551],
        [-277874.077, 49569.514],
        [-276680.291, 49523.371]
    ])
}
]
# Function to calculate area between points
def calculate_area(points):
    M = np.sum(points[:, 0] * np.roll(points[:, 1], -1))
    N = np.sum(points[:, 1] * np.roll(points[:, 0], -1))
    return 0.5 * np.abs(M - N)

# Calculate and print area for each dataset
for i, data in enumerate(datasets, 1):
    area = calculate_area(data['plane'][:-1])
    print(f"Area of dataset {i}: {area:.2f} square meters")

# Define the grid for plotting
x_min, x_max = min(data['geodetic'][:,0]), max(data['geodetic'][:,0])
y_min, y_max = min(data['geodetic'][:,1]), max(data['geodetic'][:,1])
x_range = np.linspace(x_min, x_max, 100)
y_range = np.linspace(y_min, y_max, 100)
X, Y = np.meshgrid(x_range, y_range)

# Perform IDW interpolation
def idw_interpolation(x, y, points, power=2):
    distances = np.sqrt((x - points[:,0])**2 + (y - points[:,1])**2)
    distances[distances == 0] = 1e-10 # Avoid zero distances
    weights = 1.0 / distances**power
    z = np.sum(weights * points[:,2]) / np.sum(weights)
    return z
Z = np.zeros_like(X)
for i in range(Z.shape[0]):
    for j in range(Z.shape[1]):
        Z[i,j] = idw_interpolation(X[i,j], Y[i,j], data['geodetic'])

# Create a mask to limit the surface inside the convex hull of the points
tri = Delaunay(data['geodetic'][:, :2])
mask = tri.find_simplex(np.c_[X.ravel(), Y.ravel()]) >= 0
mask = mask.reshape(X.shape)
Z[~mask] = np.nan

# Plot the surface with vertical color scale bar
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
surf = ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='viridis')
cbar = fig.colorbar(surf, ax=ax, orientation='vertical')

```

```

cbar.set_label('Z')
# Axis labels
ax.set_xlabel('X')
ax.set_ylabel('Y')
ax.set_zlabel('Z')

# Format axis tick labels to display only three decimals
ax.xaxis.set_major_formatter(plt.FuncFormatter(lambda x, _: '{:.3f}'.format(x)))
ax.yaxis.set_major_formatter(plt.FuncFormatter(lambda y, _: '{:.3f}'.format(y)))
ax.zaxis.set_major_formatter(plt.FuncFormatter(lambda z, _: '{:.3f}'.format(z)))

# Display the plot
plt.show()
# Function to calculate area of a triangle using coordinates
def calculate_triangle_area(x1, y1, x2, y2, x3, y3):
    return 0.5 * abs(x1 * (y2 - y3) + x2 * (y3 - y1) + x3 * (y1 - y2))

# Ask the user to insert x, y coordinates for an arbitrary point
arbitrary_x = float(input("Enter the x-coordinate of the arbitrary point: "))
arbitrary_y = float(input("Enter the y-coordinate of the arbitrary point: "))

# Calculate and print the areas of the formed triangles for each dataset using plane coordinates
for dataset_idx, data in enumerate(datasets, 1):
    print(f"\nDataset {dataset_idx}:")
    # Extracting the points for the current dataset
    points_plane = data['plane']
    # Initialize total area for the current dataset
    dataset_total_area_plane = 0

    # Calculate the areas of the triangles formed with the arbitrary point and PT1, PT2, PT3, PT4
    for i in range(4): # Assuming PT1, PT2, PT3, PT4 are the first four points in each dataset
        x1, y1 = points_plane[i]
        x2, y2 = arbitrary_x, arbitrary_y
        x3, y3 = points_plane[(i + 1) % 4] # Get the coordinates of the next point
        # Calculate the area of the triangle
        area = calculate_triangle_area(x1, y1, x2, y2, x3, y3)
        dataset_total_area_plane += area # Accumulate the area
        print(
            f"Triangle with arbitrary point ({arbitrary_x}, {arbitrary_y}) and points {points_plane[i]}-{points_plane[(i + 1) % 4]}: Area = {area:.2f}")

    # Print the total area for the current dataset
    print(f"Total area for Dataset {dataset_idx}: {dataset_total_area_plane:.2f}")

# Initialize a list to store the total area for each dataset using plane coordinates
total_areas_plane = []

# Calculate and print the total areas for all datasets using plane coordinates
for dataset_idx, data in enumerate(datasets, 1):
    # Extracting the points for the current dataset
    points_plane = data['plane']
    # Initialize total area for the current dataset
    dataset_total_area_plane = 0
    # Calculate the areas of the formed triangles for the current dataset using plane coordinates
    for i in range(4): # Assuming PT1, PT2, PT3, PT4 are the first four points in each dataset
        x1, y1 = points_plane[i]
        x2, y2 = arbitrary_x, arbitrary_y
        x3, y3 = points_plane[(i + 1) % 4] # Get the coordinates of the next point

        # Calculate the area of the triangle
        area = calculate_triangle_area(x1, y1, x2, y2, x3, y3)
        dataset_total_area_plane += area # Accumulate the area
    # Append the total area for the current dataset to the list

```

```

total_areas_plane.append(dataset_total_area_plane)

# Print the total areas for all datasets using plane coordinates
print("\nTotal areas for all datasets using plane coordinates:", total_areas_plane)
# Calculate the total area for each dataset using geodetic coordinates
total_areas_geodetic = [calculate_area(data['plane'][:-1]) for data in datasets]
# Print the total areas for each dataset using geodetic coordinates
print("\nTotal areas for all datasets using geodetic coordinates:", total_areas_geodetic)
# Check which dataset matches with the total areas calculated using plane coordinates
matching_dataset = None
for idx, (total_area_geodetic, total_area_plane) in enumerate(zip(total_areas_geodetic, total_areas_plane), 1):
    if np.isclose(total_area_geodetic, total_area_plane):
        matching_dataset = idx
        break
if matching_dataset:
    print(f"The point P1 is located in Zone {matching_dataset} ")
else:
    print("No dataset matches with the calculated total area using plane coordinates.")

# IDW interpolation function
def idw_interpolation(x, y, points, power=2):
    distances = np.sqrt((x - points[:, 0])**2 + (y - points[:, 1])**2)
    distances[distances == 0] = 1e-10 # Avoid zero distances
    weights = 1.0 / distances**power
    z = np.sum(weights * points[:, 2]) / np.sum(weights)
    return z
# Apply IDW interpolation from the matched dataset
matched_dataset = datasets[matching_dataset - 1] # Get the matched dataset
Z_arbitrary = idw_interpolation(arbitrary_x, arbitrary_y, matched_dataset['geodetic'])
# Print the Z value for the arbitrary point
print(f"The scale factor of the point = {Z_arbitrary}")

import subprocess
# Path to the .exe application
exe_path = "path/to/your/application.exe"
# Open the .exe application
process = subprocess.Popen([exe_path], shell=True)
# Wait for user to press Enter
input("Press Enter to close the application...")
# Close the .exe application
process.terminate()
import subprocess
import tkinter as tk
from tkinter import messagebox
# Path to the .exe application
exe_path = "path/to/your/application.exe"
# Open the .exe application
process = subprocess.Popen([exe_path], shell=True)
# Create a new window
root = tk.Tk()
root.title("Results")
# Function to display the results
def display_results():
    # Get the Z value for the arbitrary point (replace this with your actual result)
    Z_arbitrary = 123.45 # Example value, replace with actual result
    # Display the result in a pop-up window
    messagebox.showinfo("Result", f"The scale factor of the point = {Z_arbitrary}")

# Button to display results
result_button = tk.Button(root, text="Show Results", command=display_results)
result_button.pack(pady=10)

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г**Акт внедрения**

«УТВЕРЖДАЮ»

Генеральный директор
ООО «НПП «БЕНТА»

П.К. Виноградов

**АКТ****внедрения результатов диссертационной работы
Мусса Хиба на тему**

«Технология создания модели квазигеоида с использованием спутниковых определений и многоходового нивелирования для республики Ливан»

Комиссия ООО «НПП «БЕНТА» под председательством заместителя генерального директора К.П. Виноградова рассмотрела вопрос об использовании результатов диссертационной работы Мусса Хиба и установила: разработанная методика определения нормальных высот по данным спутниковых определений и частичного применения геометрического нивелирования включена в систему геодезических работ предприятия, прошла тестовую проверку и будет использоваться нашими специалистами при проведении подобных работ.

**Зам. генерального директора,
канд. техн. наук**

К. П. Виноградов