

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное общеобразовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II»

*На правах рукописи*

Васильев Глеб Евгеньевич



МЕТОД ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ  
ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ  
В НЕЗАКРЕПЛЕННОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ  
ПРИ ДЕФОРМАЦИОННОМ МОНИТОРИНГЕ

Специальность 1.6.22. Геодезия

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
доктор технических наук, доцент  
Мустафин М.Г.

Санкт-Петербург – 2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ДЕФОРМАЦИЙ И МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДАННЫХ .....</b>	<b>9</b>
1.1 Требования нормативной документации .....	15
1.2 Нормативные методы наблюдений за деформациями .....	21
1.2.1. Геометрическое нивелирование .....	21
1.2.2 Тригонометрическое нивелирование .....	22
1.2.3 Гидростатическое нивелирование .....	22
1.2.4 Метод проецирования .....	22
1.2.5 Линейно-угловые построения .....	23
1.3 Применение координатного подхода .....	23
1.3.1 Лазерные трекеры и роботизированные тахеометры .....	23
1.3.2 Лазерные сканирующие системы .....	24
1.3.3 Мониторинг земной поверхности и грунтовых массивов .....	25
1.3.4 Воздушное сканирование и аэрофотосъемка .....	25
1.3.5 Применение координатоопределяющей технологии в целях мониторинга .....	25
1.4 Применение метода свободных станций .....	30
1.5 Незакрепленные геодезические сети для целей мониторинга деформаций .....	33
1.6 Оценка устойчивости пунктов геодезических сетей и поиск деформаций .....	36
1.7 Поиск параметров связи между пространственными прямоугольными системами координат .....	40
1.8 Программное обеспечение для обработки результатов измерений в целях мониторинга деформаций .....	44
1.9 Выводы по Главе 1 .....	45
<b>ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В НЕЗАКРЕПЛЕННОЙ СЕТИ .....</b>	<b>49</b>
2.1 Частные случаи поиска параметров связи .....	49
2.2 Фильтрация в процессе поиска значений параметров связи .....	51
2.3 Общий порядок построения деформационной картины с применением описываемого метода .....	56
2.4 Выделение набора стабильных пунктов из общей совокупности пунктов незакрепленной сети .....	57
2.5 Выводы по Главе 2 .....	62

<b>ГЛАВА 3 РЕАЛИЗАЦИЯ СОЗДАННОГО МЕТОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ .....</b>	<b>64</b>
3.1 Получение предварительных параметров преобразования .....	64
3.2 Вычисление параметров преобразования параметрическим методом .....	66
3.3 Вычисление параметров преобразования с использованием поискового метода .....	73
3.3.1 Поиск параметров преобразования для плановых сетей.....	75
3.3.2 Поиск параметров Гельмерта для пространственных сетей .....	80
3.4 Сравнение эффективности использования описанных методов вычислений.....	86
3.5 Выводы по Главе 3 .....	87
<b>ГЛАВА 4 АПРОБАЦИЯ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА В УСЛОВИЯХ РЕАЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА .....</b>	<b>89</b>
4.1 Особенности объекта наблюдений и используемого оборудования.....	90
4.2 Применяемое оборудование.....	91
4.3 Закрепление пунктов сети .....	92
4.4 Проведение измерений в рамках цикла мониторинга .....	93
4.5 Определение состава опорной сети из общей совокупности пунктов.....	94
4.6 Обработка результатов измерений и построение деформационной картины.....	95
4.7 Выводы по Главе 4 .....	105
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>106</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>107</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А Схема построения деформационной картины при реализации теста общего соответствия.....</b>	<b>120</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б Формулы для вычисления элементов матрицы коэффициентов нормальных уравнений поправок .....</b>	<b>121</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ В Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ .....</b>	<b>122</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Г Схема алгоритма вычислений с использованием метода прямого поиска для поиска параметров преобразования пространственных сетей без учета масштабного коэффициента .....</b>	<b>123</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Д Акт внедрения.....</b>	<b>124</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы исследования

В условиях интенсивного и многообразного строительства, включающего возведение уникальных сооружений и монтаж различного оборудования, вопросы обеспечения эффективности и безопасности ведения работ и эксплуатации строительных объектов приобретают первостепенное значение. При этом основным методом наблюдения за устойчивостью объекта, его положением в пространстве, отклонениями от проектного положения и развитием опасных деформационных процессов, приводящих к авариям, является геодезический деформационный мониторинг.

Под деформационным мониторингом понимается проектирование и создание специальной сети, проведение систематических наблюдений за ее пунктами, обработка результатов наблюдений, их оценка и интерпретация, проверка соответствия нормативным значениям и прогноз развития процесса. При этом деформационные сети по принципу определения координат разделяют на 2 типа: сети, опирающиеся на исходные пункты (закрепленные) и свободные (незакрепленные). Первые содержат исходные пункты за пределами зоны деформаций, незакрепленные сети не имеют исходных пунктов. Второй тип сетей недостаточно изучен и его полноценное применение стало возможным лишь в последнее время и связано с появлением компьютерных технологий и электронных измерительных приборов. В то же время незакрепленные сети обладают рядом преимуществ, их использование в целях мониторинга позволяет достичь значительно большей точности определения деформаций при использовании современного геодезического оборудования.

Методы и средства проведения работ по геодезическому мониторингу, рекомендованные существующими нормативными документами в данной области, несмотря на доказанную эффективность не позволяют обеспечить проведение работ на всем многообразии возможных объектов мониторинга. Такие методы, как геометрическое и гидростатическое нивелирование или наземная стереофотограмметрия зачастую ограничены условиями производства работ, например, видимостью, условиями окружающей среды, допустимостью установки постоянного оборудования или проведения фотосъемки. В тоже время метод линейно-угловых построений, включающий также и тригонометрическое нивелирование, при использовании современных координатоопределяющих систем не уступает другим методам в точности определения смещений, будучи при этом лишенным описанных выше недостатков. Применение высокоточных электронных тахеометров и лазерных трекеров позволяет реализовать метод свободных станций, обеспечивающий большую мобильность в ходе работ и, как следствие, возможность проведения измерений в условиях активного строительства и модернизации наблюдаемых объектов вне зависимости от их конфигурации и размеров. При этом методы и

методики проведения измерений с использованием такого оборудования и принципа «свободных станций» недостаточно изучены, не formalизованы и не закреплены в нормативной литературе. Для анализа полученных измерительных данных в данном случае требуется разработка специфических вычислительных алгоритмов, позволяющих проводить обработку массивов пространственных данных.

Обозначенные вопросы определяют актуальную задачу – совершенствование геодезического мониторинга деформаций посредством разработки метода обработки результатов пространственных линейно-угловых измерений в незакрепленной геодезической сети.

**Степень разработанности темы исследования.** Исследованиями методов мониторинга деформаций занимались многие отечественные и зарубежные ученые. В разное время данной темы так или иначе касались такие исследователи, как М.М. Машимов, Ю.И. Маркузе, В.А. Коугия, Г.В. Макаров, В.Д. Большаков, В.М. Мартусевич, В.Н. Ганьшин, А.В. Зубов, А.Ф. Стороженко, Б.Н. Дьяков, В. Карпенко, В.Ф. Черников, Г.К. Ботян, В.А. Гордеев, Б.Т. Мазуров, М.Г. Мустафин, М.Я. Брынь, Н.В. Канашин, П. Марчак, В. И. Кафтан, С.В. Тюрин, Ю.Е. Федосеев, Ю.Н. Корнилов, Г. А. Шеховцов, А. Костехель, А. Майр, В. Каминский, Д. Мельбурн, З. Вишневский, И. Кох, К. Новел, М. Бремер, М. Рютцингер, S. L. Kuang и многие другие.

**Объект исследования** - участки земной поверхности, здания и сооружения и их пространственное положение.

**Предмет исследования** - методы измерений и обработки деформационных процессов для геодезического мониторинга.

**Цель работы** - повышение точности и оперативности оценки деформаций сооружений на основе применения метода преобразования координат.

**Идея работы** заключается в использовании при обработке результатов циклических наблюдений пунктов незакрепленной деформационной сети, выполненных со свободных станций, параметров преобразования координат для перевода в единую систему на основе разработанного прямого поискового способа оптимизации.

#### **Задачи исследования:**

1. Анализ существующих методик и программных разработок по оценке деформационных процессов.
2. Разработка алгоритма обработки результатов циклических наблюдений в незакрепленных сетях специального назначения.
3. Разработка алгоритма оценки смещений пунктов сети специального назначения.
4. Разработка программного обеспечения на основе созданного алгоритма, проверка метода в условиях реального производства.

## **Научная новизна**

1. Разработан метод сравнения результатов циклических наблюдений деформаций пунктов незакрепленных геодезических сетей специального назначения, выполненных со свободных станций.

2. Разработан алгоритм оценки деформаций пунктов геодезической сети специального назначения при повторных наблюдениях на основе перевычисления параметров Гельмерта в пространственной системе координат.

## **Соответствие паспорту специальности**

Полученные научные результаты соответствуют паспорту специальности 1.6.22. Геодезия по следующим пунктам:

3. «Создание и развитие геодезической координатно-временной основы различного назначения с использованием геодезических, астрономических, гравиметрических и других (космических, наземных, подземных и подводных) методов измерений; оценка их стабильности и характера изменений, вопросы проектирования и оптимизации. Разработка и развитие теорий построения и реализации координатных, высотных и гравиметрических систем отсчета».

10. «Дистанционный геодезический мониторинг состояния окружающей среды, в первую очередь, опасных процессов и явлений, способствующих возникновению стихийных бедствий и кризисных ситуаций, в том числе путем создания сетей непрерывных и повторных наземных, морских и спутниковых наблюдений».

12. «Геодезическое обеспечение изысканий, проектирования, строительства и эксплуатации крупных инженерных комплексов, в том числе гидротехнических сооружений, атомных и тепловых электростанций, промышленных предприятий, линейных сооружений, в том числе с применением робототехники. Геодезический мониторинг устойчивости зданий и сооружений. Геодезический контроль ведения технического надзора при строительстве и эксплуатации нефтегазодобывающих комплексов».

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическая значимость заключается в создании алгоритмов приведения в единую систему координат независимых пространственных определений положений пунктов незакрепленной геодезической сети, что позволило разработать метод обработки результатов мониторинговых наблюдений.

Практическая значимость заключается в разработке инженерной методики построения картины пространственных деформаций на основе обработки результатов пространственных линейно-угловых измерений, проведенных со свободных станций в незакрепленной геодезической сети с применением координатоопределяющей технологии; создании программного обеспечения, позволяющего провести анализ деформационного процесса с

использованием разработанного метода. Получен акт о внедрении результатов диссертационных исследований в ООО «Промышленная геодезия» от 13.12.2024 г. (Приложение Д).

### **Методология и методы исследований**

Методология исследования состоит в последовательном выполнении следующих работ: обобщении опыта мониторинговых наблюдений; проведении многовариантного моделирования деформационных сетей на предмет определения геометрических параметров, при которых возможно обеспечение требуемой точности определения смещений пунктов по результатам обработки наблюдений со свободных станций; практической реализации разработанного метода обработки результатов геодезических измерений.

В ходе работ использованы методы математической статистики, компьютерное моделирование, натурные измерения с применением абсолютных лазерных трекеров. Для реализации разработанного алгоритма использовались система MathCad, язык программирования Python в кроссплатформенной интегрированной среде разработки PyCharm.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Деформационный мониторинг зданий и сооружений следует выполнять со свободных станций для незакрепленной геодезической сети специального назначения: при этом сравнение результатов циклических наблюдений проводится путем сравнения пространственных положений пунктов с использованием параметров преобразования Гельмерта и приведением в единую систему координат.

2. Определение величины и направления деформаций при мониторинге выполняется по разработанному алгоритму оптимизации целевой функции, зависящей от параметров преобразования Гельмерта, путем прямого поиска без использования производных целевой функции.

**Степень достоверности результатов исследования** подтверждается согласованностью теоретических исследований с результатами натурных данных геодезических наблюдений за деформациями уникального инженерного сооружения в одном из научных центров на территории Российской Федерации (производственный объект ООО «Промгеодезия»).

**Апробация результатов диссертации** проведена на 5 научно-практических мероприятиях с докладами, в том числе на 2 международных. За последние 3 года принято участие в 5 научно-практических мероприятиях с докладами, в том числе на 2 международных:

1. IV Всероссийская научно-практическая конференция «Геодезия, Картография, Геоинформатика и Кадастры. Производство и образование» (г. Санкт-Петербург, 27-29 сентября 2022 г.);

2. Научная конференция студентов и молодых ученых «Полезные ископаемые России и их освоение» (г. Санкт-Петербург, апрель 2023 г.);

3. V Всероссийская научно-практическая конференция «Геодезия, Картография, Геоинформатика и Кадастры. Инновации в науке, образовании и производстве» (г. Санкт-Петербург, 31 октября-1 ноября 2024 г.);

4. LXXI Международная научно-практическая конференция «Advances in Science and Technology» (г. Москва, 15 сентября 2025 г.);

5. II Международная научно-практическая конференция «Территория науки: актуальные вопросы, достижения и инновации» (г. Пенза, 15 сентября 2025 г.).

**Личный вклад автора** заключается в анализе зарубежной и отечественной научной литературы по теме исследования, разработке алгоритма поиска пространственных деформаций на основе обработки данных пространственных измерений со свободных станций, проведении экспериментальных работ по моделированию деформационных процессов и их анализу посредством созданного алгоритма, участии в натурных измерениях на объектах мониторинга.

### **Публикации**

Результаты диссертационной работы в достаточной степени освещены в 4 печатных работах (пункты списка литературы № 55 – 58), в том числе в 2 статьях - в изданиях из перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, в 2 статьях - в изданиях, входящих в международную базу данных и систему цитирования Scopus. Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ (пункт списка литературы № 69, Приложение В).

### **Структура диссертации:**

Диссертации состоит из оглавления, введения, четырех глав с выводами по каждой из них, заключения, списка литературы, включающего 129 наименований, и 5 приложений. Диссертация изложена на 124 страницах машинописного текста, содержит 76 рисунков и 6 таблиц.

### **Благодарности**

Автор выражает благодарность научному руководителю - д.т.н., доценту, заведующему кафедрой инженерной геодезии Санкт-Петербургского горного университета императрицы Екатерины II Мустафину М.Г. Автор выражает глубокую признательность к.т.н. Зубову А.В. за идеи, лежащие в основе данной работы, а также за рекомендации, советы и помощь в ходе выполнения исследований.

Автор выражает также благодарность всем преподавателям и сотрудникам кафедры инженерной геодезии Санкт-Петербургского горного университета императрицы Екатерины II за полезные советы, рекомендации и поддержку в ходе написания данной работы.

## ГЛАВА 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ДЕФОРМАЦИЙ И МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДАННЫХ

Проблема мониторинга деформаций является одной из ключевых в геодезии. Анализ развития деформационных процессов актуален для многих отраслей деятельности, таких как: гражданское и промышленное строительство, контроль состояния объектов культурного наследия, промышленное производство, судостроение, авиастроение, гидротехника и т.д. и т.п.

Для решения многих задач по мониторингу деформаций невозможно применение только классических методов определения деформаций. Так, например, во многих наукоемких отраслях производства требуется мониторинг пространственного положения высокотехнологичного оборудования с высокой точностью, например, это актуально для мониторинга установок ядерного синтеза, в которых принципиальное значение имеет взаимное расположение различных частей установки. Также это актуально, например, для монтажа оборудования и мониторинга ускорительно-накопительных комплексов, для чего используются многоуровневые пространственные сети (рисунок 1.1).

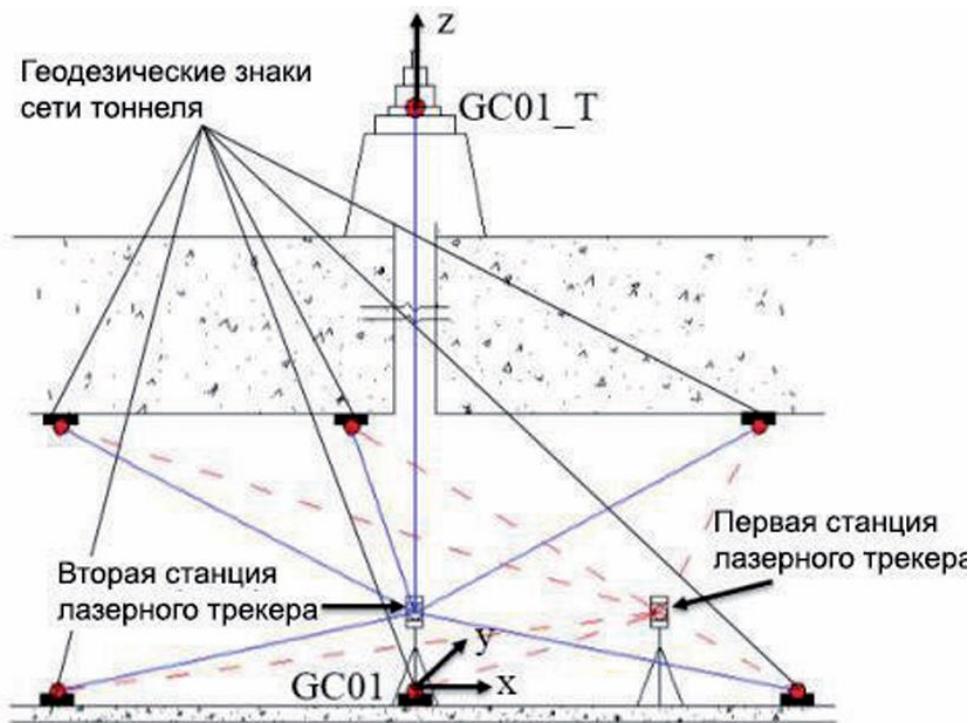


Рисунок 1.1 – Схема измерений при передаче координат лазерным трекером в сети ускорительного комплекса [12]

В настоящее время среди нормативно закрепленных и рекомендуемых методов контроля деформаций, наиболее точным считается геометрическое нивелирование, при помощи которого проводить анализ пространственного положения невозможно.

Контроль корпусов кораблей и судов также требует внедрения современных методов получения высокоточной пространственной информации о геометрии отдельных элементов объекта. Это обусловлено многими факторами, в том числе: сложностью закрепления системы

координат судна/корабля, нестабильностью положения объекта между циклами наблюдений (что не позволяет работать с привязкой к направлению отвесной линии, следовательно, также исключает применение геометрического нивелирования), необходимостью передачи отметок между множественными палубами в принятой системе координат (рисунок 1.2).

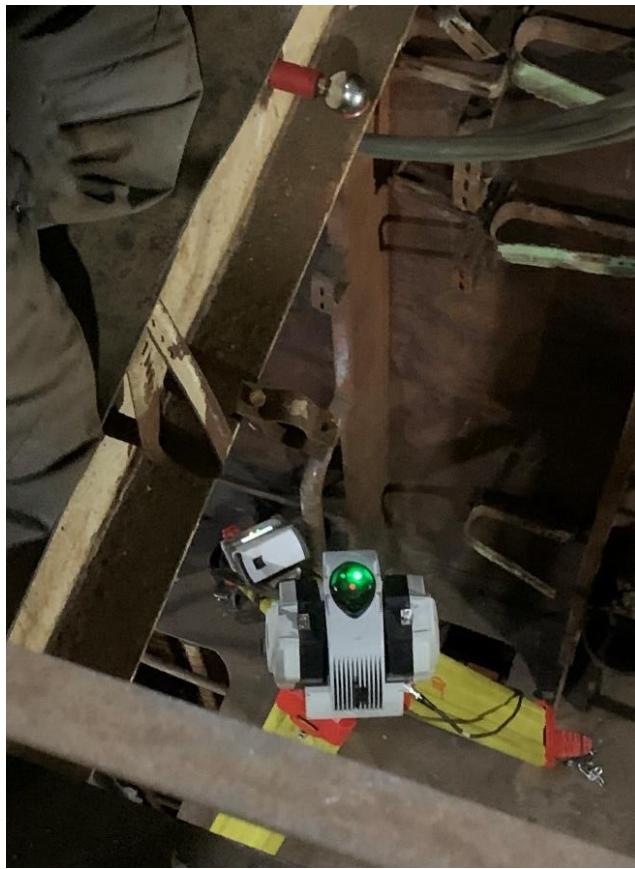


Рисунок 1.2 – Передача отметок в ходе мониторинга состояния судна с использованием лазерного трекера (фото автора)

Использование современного оборудования, позволяющего оперативно оценивать изменение пространственного положения объектов, значительно облегчает и ускоряет работы по анализу состояния крупногабаритного промышленного оборудования. Например, использование лазерного трекера позволяет оценить изменение геометрии вращающихся печей (рисунок 1.3), относительно усредненной по методу наименьших квадратов оси агрегата, проконтролировав широкий перечень параметров, в том числе смещение бандажей, разворот опорных роликов и прочих параметров, ненадлежащий контроль которых ведет к износу оборудования (рисунок 1.4) и значительным экономическим издержкам.

Зачастую условия работ на объекте накладывают жесткие ограничения на возможности размещения оборудования и доступа к нему во время измерений. В подобных случаях использование автоматизированных приборов, способных проводить измерения в широком диапазоне углов визирования, может быть единственным возможным способом оценки положения контролируемых элементов объекта (рисунок 1.5).



Рисунок 1.3 – Контроль геометрии вращающихся печей с использованием лазерного трекера  
(фото автора)



Рисунок 1.4 – Видимый износ оборудования вследствие ненадлежащего контроля геометрии  
(фото автора)

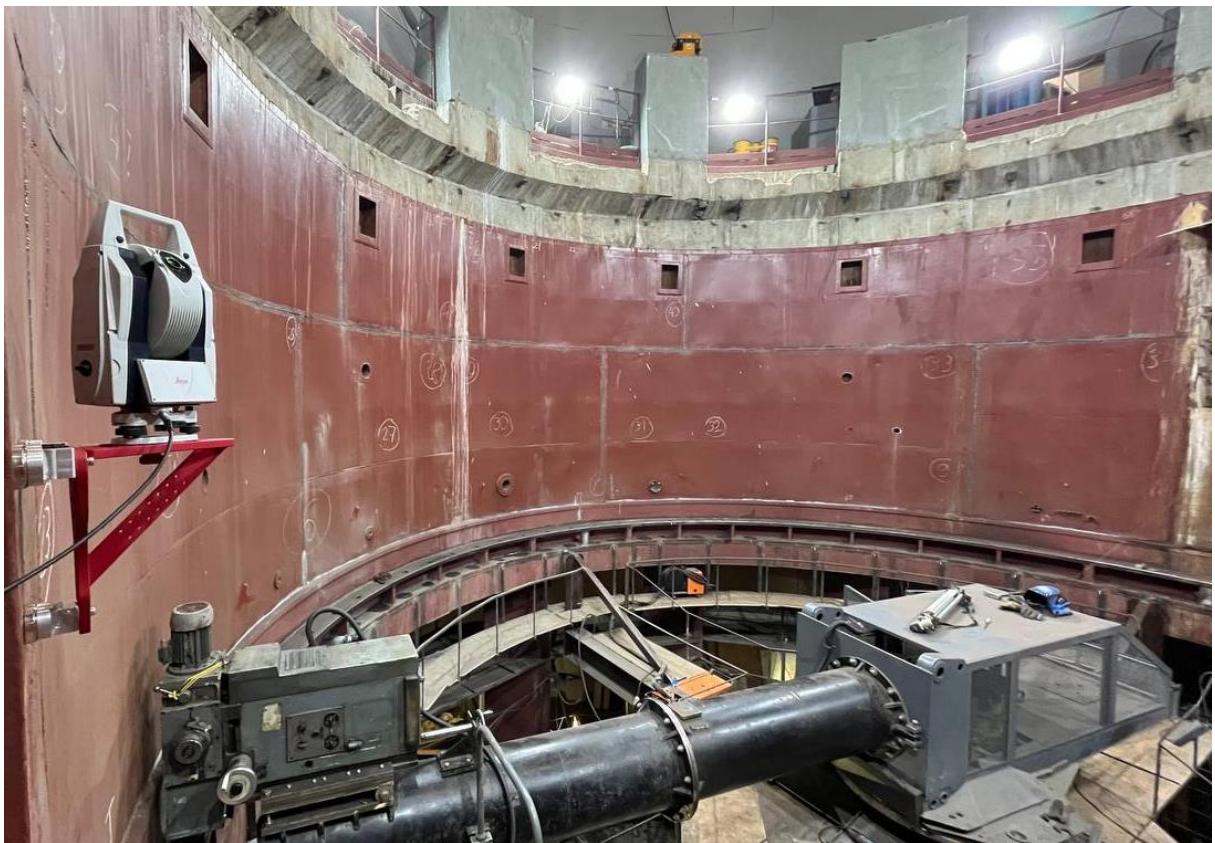


Рисунок 1.5 – Размещение лазерного трекера на отвесной поверхности при подготовке к монтажу гидроагрегата (фото автора)

Во многих смежных с геодезией отраслях производства активно внедряются методы пространственного моделирования. По этой причине производство работ на стыке нескольких областей также требует от геодезистов внедрения технологий пространственного анализа. Например, при контроле состояния гидротурбин используется моделирование гидротехнических процессов, требующее подробных знаний о геометрии исследуемого оборудования. Подобные методы анализа состояния гидротурбин призваны предотвратить аварийные ситуации, подобные аварии на Саяно-Шушенской гидроэлектростанции 17 августа 2009 года. Для периодического контроля состояния гидроагрегатов современными геодезическими методами могут быть получены подробные пространственные данные о состоянии оборудования с использованием таких технологий, как наземное лазерное сканирование (рисунок 1.6) и построение незакрепленной пространственной сети гидроагрегата с помощью тахеометра (рисунок 1.7).

К объектам, для которых актуален контроль пространственной геометрии, можно также отнести комплексы радиотелескопов (рисунок 1.8), причем в случае мониторинга их состояния применение классических методов не может в полной мере обеспечить получение необходимой информации об объекте, так как к такой информации относится изменение формы параболических зеркал с течением времени и при различных углах места, отчего напрямую зависит получаемый телескопом радиосигнал и его интерпретация.

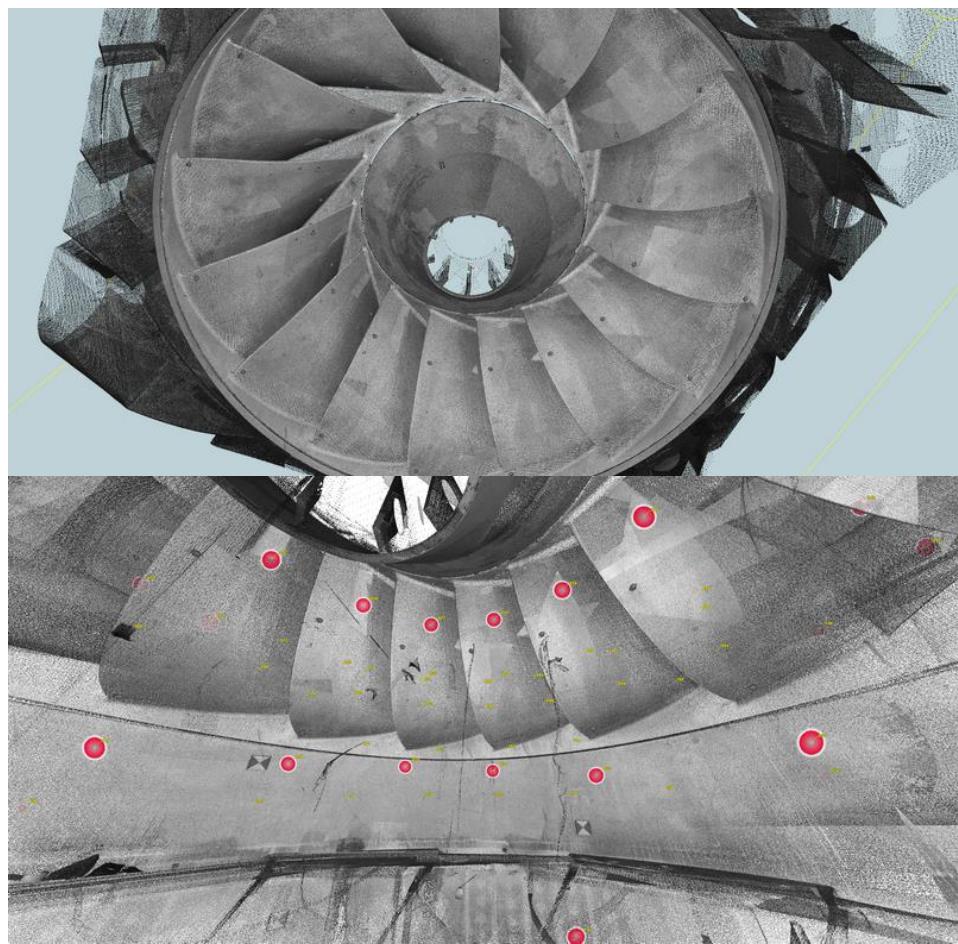


Рисунок 1.6 – Фрагмент облака точек рабочего колеса для последующего моделирования  
(составлено автором)

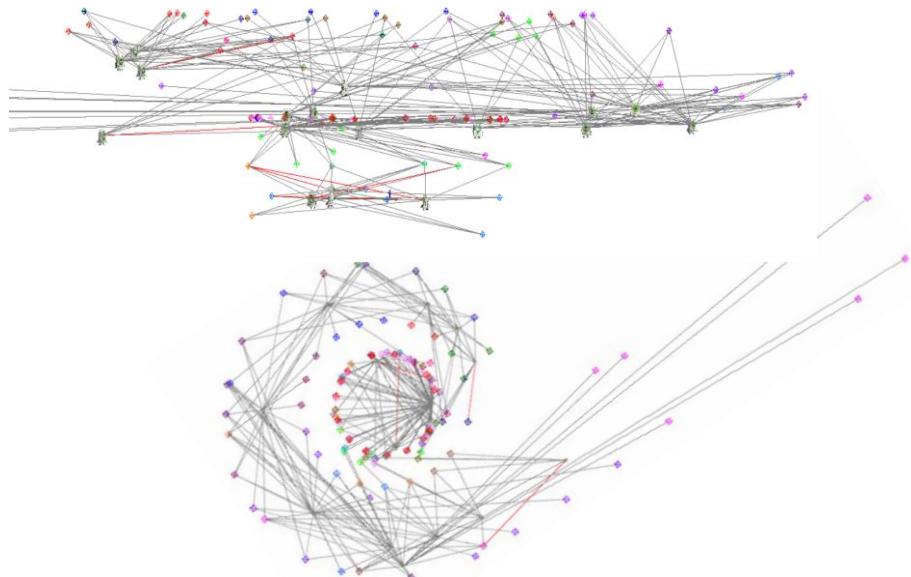


Рисунок 1.7 – Общий вид сети водопроводящего тракта, созданной с использованием  
роботизированного тахеометра для обеспечения точности результатов лазерного сканирования  
(составлено автором)



Рисунок 1.8 – Мониторинг состояния радиотелескопа с применением роботизированного тахеометра (фото автора)

Развитие методов и подходов, используемых при проведении геодезического мониторинга, актуально не только для уникальных и крупных промышленных объектов, но и для зданий и сооружений. В первую очередь, применение современного геодезического оборудования, позволяющего получать высокоточную пространственную информацию о состоянии объекта, позволяет увеличить производительность труда, увеличивая возможности исполнителя. Подобное оборудование может быть размещено в удобном для измерений месте, что в условиях активного строительства позволяет обеспечить видимость всей совокупности закрепленных деформационных пунктов (рисунок 1.9).

Таким образом, развитие методов геодезического мониторинга деформаций, основанных на применении современного оборудования, чрезвычайно актуален. Внедрение новых методов получения измерительных данных при этом также подразумевает и разработку новых подходов к обработке данных. Классические методы оценки стабильности пунктов, как правило, разработаны для высотных сетей, в то время как вопросы пространственной стабильности мало изучены. Исследование методов локализации смещений пунктов пространственных сетей по результатам измерений с использованием современного оборудования является важным направлением развития геодезии.



Рисунок 1.9 – Использование лазерного трекера в условиях реконструкции здания (фото автора)

### 1.1 Требования нормативной документации

Основными нормативными документами, регламентирующими проведение работ по деформационному мониторингу зданий и сооружений, являются ГОСТ 24846-2019 «Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений» [14], СП 22.13330.2016 «Свод правил. Основания зданий и сооружений» [74], СП 126.13330.2017 «СНиП 3.01.03-84 Геодезические работы в строительстве» [70], СП 317.1325800.2017 «Инженерно-геодезические изыскания для строительства. Общие правила производства работ» [73].

Мониторинг деформационных процессов геодезическими методами используется во многих отраслях производства. Как правило, когда объектом мониторинга является не здание или сооружение, нормативной базой для применения геодезических методов являются различные отраслевые стандарты. Так, например, геодезические методы наблюдения за деформациями применяются, в кораблестроении с опорой на локальные нормативные документы,

такие как: ОСТ5Р.9324—2016, где приведены рекомендации по измерению геометрических параметров узлов и секций судов с повышенной точностью; ОСТ5Р.9613—2016, который устанавливает технические требования к проверочным работам, и т.п. При наблюдениях за деформациями исторических и архитектурных памятников руководствуются, в первую очередь, ГОСТ 56198 – 2014 «Мониторинг технического состояния объектов культурного наследия. Недвижимые памятники. Общие требования», а также локальными нормативными актами и рекомендациями. Многие локальные и отраслевые нормативные документы и инструкции отражают современное состояние геодезической отрасли, формулируют правила и требования по применению как классических методов мониторинга, так и более современных, основанных на использовании лазерных и оптических сканеров, цифровой фотограмметрии, лазерных трекеров и роботизированных тахеометров. В то же время основным государственным нормативным документом, формулирующим общие требования к проведению работ по мониторингу зданий и сооружений, является ГОСТ 24846-2019 «Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений».

Согласно ГОСТ 24846-2019 перемещения делятся на вертикальные и горизонтальные. При измерении вертикальных перемещений необходимо опираться на заранее закрепленные реперы и деформационные марки. Тип опорных пунктов зависит от требуемой точности измерений и грунтовых условий. При измерении горизонтальных перемещений необходимо опираться на опорные и ориентирные знаки и деформационные марки, при этом в качестве опорных знаков допускается использовать обратные отвесы и реперы, а в качестве ориентирных знаков – пункты триангуляции или удобные для визирования точки зданий и сооружений.

Наибольшая точность, с которой необходимо определять смещения деформационного пункта, согласно ГОСТ 24846—2019 соответствует I классу точности измерений вертикальных перемещений. Для данного класса погрешность определения смещения не должна превышать 1 мм. Перечень классов точности с указанием допускаемой погрешности приведен в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Класс точности измерения вертикальных и горизонтальных перемещений [14]

Класс точности измерений	Допускаемая погрешность измерения перемещений, мм	
	Вертикальных	Горизонтальных
I	1	2
II	2	5
III	5	10
IV	10	15

Для данных классов точности при определении высотных смещений рекомендуется применение следующих методов измерений:

1. Геометрическое нивелирование, тензометрические, оптико-волоконные и линейные измерения для классов I—IV;
2. Тригонометрическое нивелирование для классов II—IV;

3. Гидростатическое нивелирование для классов I—IV;
4. Стереофотограмметрия для классов II—IV.

Для определения плановых смещений рекомендуется использование следующих методов:

1. I—IV — проецирования, линейно-угловых построений;
2. II—IV — стереофотограмметрии.

Таким образом, к наиболее точным методам измерений, согласно ГОСТ 24846—2019, относятся такие методы как: геометрическое нивелирование, метод проецирования, метод линейно-угловых построений.

Геометрическое нивелирование следует применять в качестве основного метода измерения вертикальных перемещений. При этом для использования метода необходима закладка нескольких типов геодезических пунктов. ГОСТ 24846—2019 предполагает использование двух типов геодезических пунктов при контроле вертикальных перемещений: реперы и деформационные марки. Тип реперов зависит от класса точности измерений.

При измерении горизонтальных перемещений зданий и сооружений методом проецирования следует применять теодолиты, тахеометры или приборы вертикального проецирования. Для наблюдения за горизонтальными перемещениями на местности необходимо также закрепить опорные знаки, деформационные марки и ориентирные знаки. Например, при измерении горизонтальных перемещений методом линейно-угловых построений необходимо установить не менее двух опорных знаков.

СП 317.1325800.2017 также разделяет перемещения на вертикальные и горизонтальные. Согласно данному своду правил, работы по деформационному мониторингу являются частью геотехнического мониторинга, при этом наблюдаются деформации и осадки оснований, фундаментов, конструкций, ограждающих конструкций котлованов, грунтовых массивов и объектов окружающей застройки. Геодезические наблюдения, согласно СП 317.1325800.2017, должны выполняться согласно требованиям ГОСТ 24846 и СП 22.13330.2016 (пункт 5.7.1.11).

Свод правил СП 126.13330.2017 [70] регламентирует проведение работ по мониторингу возводимых зданий и сооружений. Так, работы по мониторингу должны включать:

- схемы размещения точек контроля;
- схемы размещения исходных высотных или планово-высотных реперов, (грунтовых или стенных) вне зоны влияния деформаций строящегося сооружения, мест расположения базовых станций ГЛОНАСС/GPS, методов закрепления и тип марок в точках контроля;
- составление программы мониторинга геодезическими методами с указанием метода их проведения и аппаратурного обеспечения, предварительного расчета точности планируемых измерений;

- выполнение циклов собственно измерений, обработка их результатов и составление отчетных документов для передачи застройщику (техническому заказчику).

СП 126.13330.2017 также определяет требования к исходным пунктам при проведении наблюдений. Так, для закрепления внешней высотной основы необходимо использовать куст реперов (не менее трех реперов), или стенные реперы в устоявшихся конструкциях. При повышенных требованиях к точности и надежности работ по мониторингу следует закладывать и применять глубинные реперы. При этом стабильность высотной основы также отдельно контролируют, используя метод геометрического нивелирования коротким лучом [70].

Также данный документ определяет перечень параметров, контролируемых в рамках проведения работ по геодезическому мониторингу. В число параметров входят [70]:

- осадки фундаментов с последующим вычислением разности высот смежных точек измерений и средней осадки, а также крен фундамента конструктивной системы;
- горизонтальные перемещения верха смонтированных этажей;
- перекос этажных ячеек;
- прогибы элементов зданий.
- абсолютная осадка;
- средняя осадка;
- неравномерная осадка;
- относительная неравномерная осадка;
- крен фундамента или здания в целом;
- относительный прогиб;
- отклонение от вертикали строительных конструкций;
- сжатие или усадка швов между колоннами и другими бетонными конструкциями;
- раскрытие трещин и динамика их развития.

Требования к точности отличаются для отдельных параметров. При этом часть параметров указываются в СП 126.13330.2017 напрямую, а часть зависят от конкретных особенностей контролируемого сооружения [70]:

- среднеквадратическая погрешность определения значения осадки высотных зданий и комплексов и других сооружений не должна превышать 1.0 мм;
- предельные горизонтальные перемещения верха высотных зданий и комплексов с учетом крена фундаментов в зависимости от высоты здания не должны превышать предельных значений, закрепленных в руководстве по определению кренов инженерных сооружений башенного типа геодезическими методами [68];

- среднеквадратические погрешности измерений зависят от типа сооружений, конструктивных элементов зданий, предельных деформаций оснований и не должны превышать 0.2 величин предельных деформаций оснований, описанных в этом же нормативном документе.

Итоговой нормируемой характеристикой деформации зданий и других сооружений является отклонение верха (крена) здания от вертикали. Основной вклад в эту величину вносят неравномерные осадки фундаментов. При этом периодичность контроля неравномерных осадок во время строительства определяется стадиями строительного процесса, в первые 3 года эксплуатации контроль требуется раз в 1-2 квартала, после – 2 раза в год.

В настоящий момент нормативной основой для контроля технического состояния зданий (сооружений), их систем инженерно-технического обеспечения и осуществления проектных работ по реконструкции, капитальному ремонту и демонтажу зданий и сооружений является ГОСТ 31937-2024" Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния" [15]. Данный документ устанавливает в том числе перечень оснований для проведения обследования и мониторинга, включающий, помимо периодических мероприятий, следующие причины:

- истечение расчетных сроков службы или сроков безаварийной эксплуатации, установленных в отчете (заключении) по результатам предыдущего обследования;
- потребность в разработке проекта реконструкции и капитального ремонта;
- обнаружение дефектов, повреждений и деформаций в процессе эксплуатации здания (сооружения), которые могут повлиять на безопасность объекта;
- в результате последствий пожаров, стихийных бедствий, аварий, связанных с угрозой разрушения здания (сооружения) или его отдельных строительных конструкций, в том числе разрушение которых может повлечь прогрессирующее обрушение;
- при попадании здания (сооружения) в зону влияния нового строительства, реконструкции или природно-техногенных воздействий;
- по инициативе собственника объекта;
- для принятия решения о возможности дальнейшей эксплуатации или сносе (демонтаже) здания (сооружения) или его части;
- для разработки проекта по сносу (демонтажу) здания (сооружения) или его части;
- при изменении назначения здания (сооружения);
- по предписанию органов, уполномоченных на ведение государственного строительного надзора.

Обследование и мониторинг технического состояния зданий (сооружений) проводят в соответствии с техническим заданием и, при необходимости, в соответствии с предварительно разработанной на его основе программой работ. При обследовании и мониторинге следует

применять средства измерений и испытаний, имеющие метрологическое обеспечение в соответствии с действующим законодательством и НД по вопросам технического регулирования и обеспечения единства измерений с учетом назначения объектов, а при использовании новых типов средств измерений, средств испытаний и методик их применения они должны быть аттестованы и поверены согласно установленным требованиям, и методика измерений (испытаний), при необходимости, согласована с заказчиком в программе работ. Таким образом, требования к точности и составу работ определяются заказчиком в каждом отдельно взятом случае, а методы, методики и приборная база для выполнения работ может быть определена исполнителем по согласованию с заказчиком.

Также ГОСТ 31937-2024 приводит нормативные документы, которыми следует руководствоваться при мониторинге в тех или иных случаях. Общий мониторинг технического состояния зданий (сооружений) проводят в соответствии с СП 255.1325800.2016 "Здания и сооружения. Правила эксплуатации. Основные положения" [72]. Мониторинг технического состояния зданий (сооружений), попадающих в зону влияния нового строительства и природно-техногенных воздействий, проводя на основе требований и СП 305.1325800.2017 "Здания и сооружения. Правила проведения геотехнического мониторинга при строительстве" [71] (оба документа опираются в своих требованиях на ГОСТ 24846). Состав работ по мониторингу технического состояния оснований и строительных конструкций уникальных зданий (сооружений) регламентируют ГОСТ 32019 [16] и индивидуальные программы проведения измерений и анализа состояния несущих конструкций в зависимости от технического решения здания (сооружения) и его деформационного состояния.

При мониторинге объектов культурного наследия следует опираться на требования ГОСТ Р 56198-2014 [17], хотя требования данного документа опираются на ГОСТ 24846. Так, согласно пункту 7.1.3, геодезические работы выполняются в планово-высотной системе геодезической сети объекта культурного наследия, а для создания опорной геодезической сети создается система трех и более глубинных реперов. Согласно пункту 7.1.5, вертикальные перемещения конструкций и грунтового массива следует измерять одним из следующих методов или их комбинированием; геометрическим, тригонометрическим, гидростатическим нивелированием, фотограмметрии, лазерного сканирования; ГНСС-измерений. В качестве основного метода при изменении вертикальных перемещений следует применять метод геометрического нивелирования (пункт 7.1.7). Допустимые погрешности определения смещений соответствуют классам точности по ГОСТ 24846, при этом конструкции непосредственно объектов культурного наследия относятся ко II классу, а грунтовые массивы (в т.ч. земляные сооружения) – к III. Таким образом, погрешности составляют: для вертикальных перемещений 2 мм и 5 мм для классов точности II и III соответственно; для горизонтальных перемещений 5 мм и 10 мм для классов

точности II и III соответственно. При наличии трещин с величиной раскрытия более 0.5 мм предписывается установка маяков различного типа или трещиномеров.

Локальные нормативные акты, как правило, устанавливают требования не только к высотным и плановым измерениям, но и к пространственным с использованием современных геодезических приборов. Например, в ОСТ5Р.9324—2016 приведены рекомендации по измерению геометрических параметров узлов и секций судов с повышенной точностью, при этом точность определения трехмерных координат точки не должна быть хуже чем  $\pm 1$  мм при длине визирного луча до 30 м. Уникальные инженерные сооружения, такие как ускорители заряженных частиц, например, требуют проведения измерений с точностями порядка 0.1 мм и менее [65], в то время как применение, например, геометрического нивелирования, с учетом множества влияющих факторов или совсем не позволит достичь такой точности, или потребует крайне высокой квалификации исполнителя при высокой трудоемкости работ [108]. Стоит также отметить, что современные приборы, дающие возможность получать пространственную информацию об объекте, зачастую позволяют добиться субмиллиметровой точности измерений, то есть на один-два порядка точнее, нежели допустимая погрешность для первого класса точности по ГОСТ 24846—2019.

Таким образом, актуальные государственные нормативные документы опираются на классические методы проведения работ по геодезическому мониторингу, в то время как современные технологии и методы анализа данных нормативно не регламентированы.

## 1.2 Нормативные методы наблюдений за деформациями

### 1.2.1 Геометрическое нивелирование

Основным методом наблюдения за деформациями согласно ГОСТ 24846—2019 [14] является геометрическое нивелирование, то есть нивелирование горизонтальным лучом. Данный метод позволяет достичь точности определения превышений между пунктами порядка 0.1 мм при небольших длинах визирного луча. Геометрическое нивелирование отличается достаточно высокой производительностью, и позволяет проводить работы по мониторингу на объектах различного масштаба. В современной практике наибольшее распространение получили цифровые нивелиры, позволяющие снизить влияние квалификации оператора на результаты измерений [29]. Несмотря на использование системы автоматического считывания отсчетов, обеспечивающей определенную независимость от качества взятия отсчетов измерителем, использование нивелиров, в том числе цифровых, в значительной степени зависит от условий окружающей среды, в первую очередь от освещенности и стабильности основания прибора (отсутствие вибраций и т.д.) [81]. Использование метода геометрического нивелирования требует свободного доступа к пунктам наблюдений ввиду необходимости установить рейку на

наблюдаемый пункт. Кроме того, нивелирование горизонтальным лучом сильно ограничивает вариативность в выборе мест установки прибора, что исключает возможность применения данного метода для многих уникальных объектов или объектов с затрудненным доступом к наблюдаемым элементам конструкций, в том числе это касается многих исторических зданий [79]. В работе Г.А. Уставича [77] также рассмотрены некоторые недостатки метода геометрического нивелирования, накладывающие ряд ограничений на использование метода.

### **1.2.2 Тригонометрическое нивелирование**

Метод позволяет измерять превышения наклонным лучом. Тригонометрическое нивелирование рекомендуется применять в случаях, когда нивелирование горизонтальным лучом затруднено или невозможно (например, на крутых склонах, в котлованах и т.п.) [14]. Несмотря на то, что тригонометрическое нивелирование традиционно считается уступающим в точности нивелированию геометрическому, при использовании современных высокоточных приборов можно добиться точности по меньшей мере не хуже, чем при нивелировании горизонтальным лучом [50, 60]. Преимуществом метода является возможность использования одного прибора для определения планово-высотного положения пунктов.

### **1.2.3 Гидростатическое нивелирование**

Данный метод основан на определении превышений между точками на основе сообщающихся сосудов. Метод используется в мониторинговых системах сложных объектах, когда невозможно обеспечить прямую видимость между пунктами. Теоретически, точность метода позволяет отслеживать микронные перемещения конструкций, но на практике существует ряд ограничений, не позволяющих добиться подобной точности [22]. Так, в работе Г.Н. Гусева [19] рассматриваются некоторые ограничения метода. Поперечные гидронивелиры активно используются при мониторинге, например, гидротехнических сооружений [80]. Для типовых зданий и сооружений применение метода также может быть целесообразно, хотя метод является весьма дорогостоящим ввиду сложности монтажа и необходимости учета большого количества факторов, влияющих на точность измерений [23].

### **1.2.4 Метод проецирования**

Метод используется, как правило, для определения кренов зданий и сооружений с использованием теодолитов, тахеометров или приборов вертикального проецирования. Величины горизонтальных смещений в данном случае приводят к относительному отображению, то есть к виду дроби со значением смещения в числителе и высоте сооружения в знаменателе. Применение данного метода позволяет оценить крены сооружения, угол скручивания сооружения башенного типа и величину относительного линейного смещения [87].

### 1.2.5 Линейно-угловые построения

Метод реализуется с использованием электронных тахеометров соответствующей точности. Основным типом линейно-углового построения является однократная или многократная полярная засечка. Точность метода в данном случае напрямую зависит от используемого оборудования и от конфигурации сети.

Модернизированным вариантом метода является работа со свободных станций, основанная на многократной двойной линейно-угловой засечке. Вопрос оценки точности засечек подробно рассмотрен в работе Шеховцова Г. А. [86]. Оценка точности линейных засечек также рассмотрена в статье Корнилова Ю. Н. и Царевой О.С. [38].

Подробно описанные в нормативной литературе методы, рекомендуемые для использования в целях мониторинга деформаций, таким образом, хотя и включают линейно-угловые построения как один из применяемых методов, все же не содержат достаточно подробной информации о применении высокоточного современного оборудования, например, такого как лазерные и оптические трекеры. Кроме того, в нормативной литературе метод тригонометрического нивелирования представлен как заведомо уступающие по точности геометрическому нивелированию, что не соответствует практике применения современных высокоточных приборов.

## 1.3 Применение координатного подхода

В настоящий момент наибольшее распространение в геодезической практике получили методы получения информации об объектах исследования, основанные на координатном подходе. Под координатным походом в данном случае понимается анализ состояния объекта на основе обработки результатов пространственных измерений. Благодаря получению пространственных данных об объекте мониторинга возможно анализировать пространственные деформации, при необходимости приводя их к высотно-плановому отображению. Получать пространственные данные позволяют различные методы измерений, в том числе спутниковые методы, стереофотограмметрия, полярный метод определения пространственных координат. К приборам, реализующим полярный метод определения координат, можно отнести лазерные сканеры, лазерные трекеры, электронные и роботизированные тахеометры. Реализуя полярный способ определения координат, можно добиться пространственной точности получения координат одной точки порядка 0.01 мм, что обеспечивает значительный прирост точности в работах по мониторингу деформаций.

### 1.3.1 Лазерные трекеры и роботизированные тахеометры

Координатоопределяющие системы различной точности активно применяются для наблюдений за деформационным процессами и за общим состоянием различных объектов. В

первую очередь, лазерные трекеры создавались как высокоточные метрологические системы для промышленных нужд. Обзор особенностей их применения в целях промышленной метрологии дан в работе B. Muralikrishnan [111]. В работе Кузина А.А., Петрова В.В. и Пефтиева А.А. описывается опыт применения лазерных трекеров для контроля геометрических параметров радиотелескопа [42]. В докладе Бузик В. В. и Бузик Г. Б. [10] рассматривается применение лазерных трекеров для калибровки промышленного оборудования. Особенности измерений лазерными трекерами и их учёт для проектирования опорных геодезических сетей на ускорительно-накопительных комплексах рассматриваются в монографии Мурзинцева П.П., Полянского А.В. и Сердакова Л.Е [53]. В работах Кузина А.А. и Палкина П.О. рассмотрен вопрос применения координатного подхода для наблюдения за локальными деформациями, например, трещинами [105], а также применение высокоточных приборов при реализации координатного метода для решения задач судостроения и судоремонта [116]. Высокая производительность и точность лазерных трекеров, а также возможность в значительной степени автоматизировать процесс измерений, позволяет использовать их для модернизации процесса геодезического мониторинга не только промышленных объектов и конструкций, но и зданий и сооружений. Применение координатоопределяющей технологии в целях мониторинга памятников архитектурного наследия подробно рассмотрен в диссертационном исследовании Царевой О.С. [79], в том числе на примере применения лазерного трекера Leica AT401 при наблюдениях за деформациями Морского Никольского Собора в Кронштадте [75]. На основе координатоопределяющей технологии создаются роботизированные станции мониторинга деформаций [78].

### 1.3.2 Лазерные сканирующие системы

Применение наземного лазерного сканирования (НЛС) в целях деформационного мониторинга и пример подхода к обработке данных сканирования описаны, в том числе, в иностранных трудах [103, 110]. В работе «Detection of millimetric deformation using a terrestrial laser scanner: experiment and application to a rockfall event» [89] описано применение метода сканирования для определения миллиметровых деформаций. В работе Hasan Abdulhussein Jaafar, Xiaolin Meng, Andrew Sowter и Paul Bryan приводится опыт применения НЛС в целях наблюдения за деформациями исторических объектов [101]. Аналогичные подходы к использованию технологии лазерного сканирования в целях мониторинга реализуются и для сложных инженерных сооружений, например, гидротехнических [129]. Особенности применения координатного подхода для мониторинга высотных сооружений описаны в статье «Experience of Using Total Station and GNSS Technologies for Tall Building Construction Monitoring» [93]. Применение лазерного сканирования для поиска вертикальных деформаций описано в статье Гусева В.Н. и Выстрчила М.Г. [18]. В некоторых иностранных трудах также рассматривается

вопрос обработки данных в ходе деформационного анализа на основе данных сканирования [99, 104].

### **1.3.3 Мониторинг земной поверхности и грунтовых массивов**

Применение координатного подхода с меньшей точностью для мониторинга деформационных процессов земной поверхности и грунтовых массивов реализуется, как правило, с использованием спутниковых методов определения координат и лазерного сканирования. Так, в статье Кузина А.А. и Филлипова В.Г. описывается применения спутниковых методов для мониторинга и прогнозирования оползневых процессов [43]. Применение технологии лазерного сканирования для тех же целей описано в работах Баборыкина М. Ю. и Ляпишева К. М. [3, 47]. В иностранной практике рассмотрено применение наземного лазерного сканирования для выявления деформаций грунтового массива [110]. Мониторинг деформирующихся бортов карьеров и отвалов с использованием технологии лазерного сканирования описывается в статье Кольцова П.В. [34]. Применение технологии лазерного сканирования при производстве маркшейдерских работ на карьерах описано в работе Правдиной Е.А. [67].

### **1.3.4 Воздушное сканирование и аэрофотосъемка**

Для анализа состояния грунтовых массивов также широко используются воздушное лазерное сканирование и аэрофотосъемка. Так, в статье Корнилова Ю. Н., Романчикова А. Ю., Боголюбовой А. А. [36] описывается алгоритм обработки фотограмметрических данных в целях деформационного мониторинга. В работе Кузина А.А. рассматривается вопрос оценки точности применения воздушного лазерного сканирования для целей контроля оползневой опасности [44].

### **1.3.5 Применение координатоопределяющей технологии в целях мониторинга**

Под координатоопределяющей технологией в данном случае понимается получение данных об объекте наблюдений в виде пространственных координат, вычисленных на основе линейно-угловых измерений, выполненных лазерным трекером, электронным тахеометром, лазерным сканером (в случаях меньших требований к точности, и больших – к подробности измерений). Данный метод получения сведений об объекте мониторинга является наиболее широко используемым на практике на данный момент, за счет высокой достижимой точности, удобства проведения измерений, высокого уровня автоматизации используемого оборудования и программного обеспечения.

Пространственные линейно-угловые измерения позволяют получить координаты точек полярным методом. При реализации полярного метода пространственное положение точки (координаты  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$ ) вычисляется по измеренным вертикальному ( $v$ ) и горизонтальному ( $\beta$ ) направлениям на точку и наклонному расстоянию ( $S$ ) до нее (схема реализации полярного метода определения координат представлена рисунке 1.10).

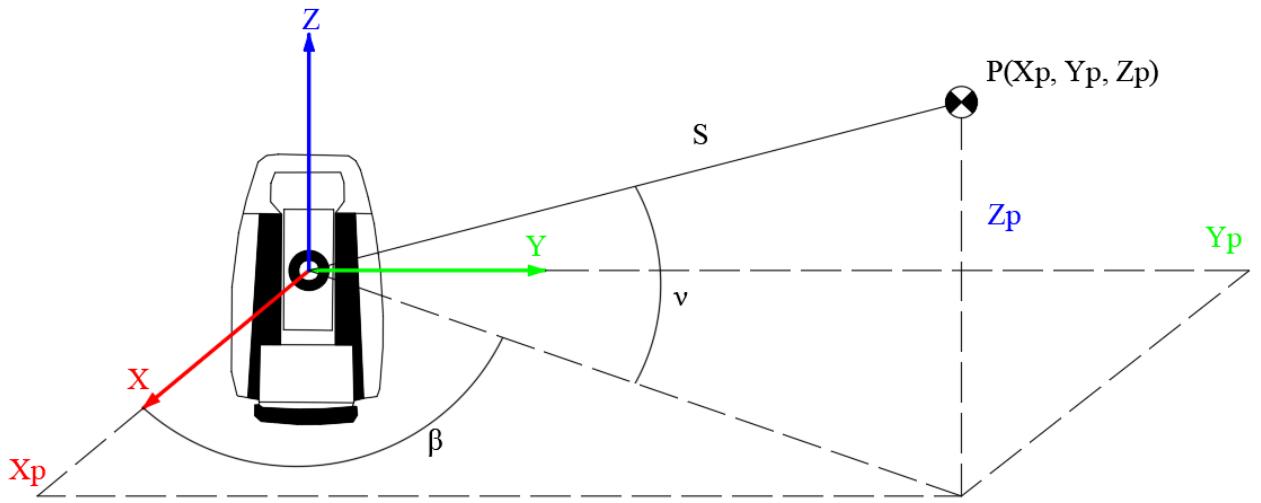


Рисунок 1.10 – Схема определения пространственных координат пункта полярным методом  
(составлено автором)

Точность координат  $m_{Xp}$ ,  $m_{Yp}$ ,  $m_{Zp}$  полученных полярным методом, определяется точностью измерения горизонтальных и вертикальных углов, а также точностью измерения расстояний. При этом пространственные координаты вычисляют по формулам 1.1, а погрешности определения координат по формулам 1.2 [42].

$$\begin{aligned}
 Xp &= S \cdot \cos(v) \cdot \cos(\beta), \\
 Yp &= S \cdot \cos(v) \cdot \sin(\beta), \\
 Zp &= S \cdot \sin(v) = S \cdot \sin(v)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где  $Xp$ ,  $Yp$ ,  $Zp$  соответственно координаты  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  определяемой точки  $P$ ;

$S$ ,  $\beta$ ,  $v$  – соответственно наклонное расстояние, горизонтальный угол  $\beta$  ( $^{\circ}$ /рад) и вертикальный угол  $v$  ( $^{\circ}$ /рад) [42].

$$\begin{aligned}
 m_{Xp} &= \sqrt{\left(\cos(v)\cos(\beta)\right)^2 m_s^2 + \left(S \sin(v)\cos(\beta)\right)^2 \left(\frac{m_v}{\rho}\right)^2 + \left(S \cos(v)\sin(\beta)\right)^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2} \\
 m_{Yp} &= \sqrt{\left(\cos(v)\sin(\beta)\right)^2 m_s^2 + \left(S \sin(v)\sin(\beta)\right)^2 \left(\frac{m_v}{\rho}\right)^2 + \left(S \cos(v)\cos(\beta)\right)^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2} \\
 m_{Zp} &= \sqrt{\sin^2(v)m_s^2 + \left(S \cos(v)\right)^2 \left(\frac{m_v}{\rho}\right)^2}
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

где  $m_{Xp}$ ,  $m_{Yp}$ ,  $m_{Zp}$  соответственно ошибки координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ;

$m_s$ ,  $m_\beta$ ,  $m_v$  – соответственно ошибки наклонного расстояния  $S$ , горизонтального угла  $\beta$  ( $^{\circ}$ /рад) и угла наклона  $v$  ( $^{\circ}$ /рад) [42].

Так, при среднеквадратической ошибке (далее – СКО) измерения угла  $m_\beta = 0.5''$  (для высокоточного тахеометра Leica TM30) и отстоянии (длине визирного луча) 10 м, средняя квадратическая погрешность определения координат в направлении, поперечном визирному

лучу, составит величину порядка 0.02 мм. Точность определения положения точки вдоль визирного луча соответствует точности дальномера прибора – для тахеометра *Leica* TM30 – 0.25 мм. Точность получения координат лазерным трекером еще выше: при СКО измерения угла  $m_{\beta,v}=0.5''$  (для абсолютного лазерного трекера *Leica* AT403 и AT960) и расстоянии от прибора до визирной цели, составляющем 10 м, СКО определения координат поперек визирного луча (вне зависимости от распределения влияния между датчиками вертикального и горизонтального угла), составит 0.024 мм. Точность определения положения точки вдоль визирного луча для абсолютного лазерного трекера *Leica* AT403 и *Leica* AT960 составляет 0.010 мм.

В условиях современного производства типы используемых пунктов в деформационных сетях претерпели изменения. В свободных сетях для целей мониторинга отсутствует необходимость в закреплении классических типов реперов. Большое распространение получило закрепление магнитных держателей отражателя в сферическом корпусе. Такой тип закрепления позволяет точно устанавливать сферическую визирную цель в одно и то же положение, а при комбинации нескольких средств измерений, например, лазерного сканера и тахеометра/трекера, объединять измерения по одним и тем же пунктам при использовании соответствующей оснастки.

Свободная сеть для целей деформационного мониторинга включает два типа пунктов: пункты на условно стабильных элементах объекта и на деформирующихся элементах. Данные типы условны, так как при проведении наблюдений измерения на них являются равноточными, пункты обоих типов используются при уравнивании в равной мере, а различие в типах пунктов влияет исключительно на последующую обработку в ходе построения деформационной картины. Пункты опорной сети следует закреплять на теоретически наиболее стабильных элементах конструкции наблюдаемого объекта: на фундаментах, в основаниях колонн, на силовых элементах корпуса, несущих стенах и т.д. При выборе мест закреплении пунктов сети необходимо оценить их видимость с предполагаемых точек стояния прибора и стремиться к более широкому пространственному их расположению. Следует избегать установки пунктов вдоль одной прямой или рядом с ней. При планировании схемы сети должна быть обеспечена избыточность - каждый пункт сети должен наблюдаться минимум с двух точек стояния прибора для последующего уравнивания результатов измерений. Для надежной связи точек стояния прибора между собой необходимо обеспечить избыточное количество пунктов, видимых с обеих стоянок. При определении параметров связи между стоянками необходимо минимум три пункта для получения однозначного решения, однако, данного количества недостаточно для уравнивания и оценки точности. Избыточными в данном случае являются все пункты с четвертого включительно. При этом следует стремиться к числу пунктов не менее 6, так как при 4 – 5 пунктах при необходимости фильтрации в ходе поиска параметров связи высока

вероятность прийти к однозначному решению (связи по трем пунктам с наименьшими эллипсами ошибок без контроля).

Тип закрепляемых пунктов зависит от требуемой точности измерений и используемого оборудования. При невысоких требованиях к точности, возможно применение контрастных марок и катафотных отражателей, при обеспечении высокой надежности их фиксации, например, путем использования дополнительных оснований марки (отражателя), как показано на рисунке 1.11.



Рисунок 1.11 – Контрастные и катафотные марки на дополнительных основаниях  
(составлено автором)

При использовании сферических визирных целей, наиболее распространенным типом пунктов сети являются магнитные держатели отражателя в сферическом корпусе. Данные держатели фиксируются на поверхности с использованием средств дополнительной фиксации (различных типов клея, резьбовыми креплениями и т.д.). В отдельных случаях также используют немагнитные металлические основания для установки визирной цели, в качестве которых могут выступать, например, гайки соответствующего размера, приваренные к металлическим элементам конструкции объекта (рисунок 1.12).



Рисунок 1.12 – Типы закрепления пунктов для установки сферических визирных целей [58]

При проведении мониторинга с использованием технологии лазерного сканирования, возможно использовать в качестве связующих пунктов как контрастные марки, так и магнитные держатели, при наличии соответствующей оснастки (рисунок 1.13). Использование сферических

марок, геометрический центр которых совпадает с определяемой точкой используемых сферических визирных целей, позволяет объединять результаты измерений тахеометром/трекером и данные сканирования.



Рисунок 1.13 – Использование сферической марки (1) и сферической визирной цели (2) для связи данных сканирования и измерений роботизированным тахеометром (фото автора)

При необходимости контролировать на объекте локальные деформации, такие как трещины, закрепляют несколько пунктов таким образом, чтобы контролировать развитие деформационного процесса. Так, в случае с трещинами, закрепляют пару (несколько пар) пунктов таким образом, чтобы пункты в паре находились по разные стороны трещины (рисунок 1.14).



Рисунок 1.14 – Пример закрепления пунктов сети магнитными держателями для контроля раскрытия трещины (фото автора)

Применение координатного подхода, таким образом, позволяет решать обширный перечень задач в геодезии, в том числе, связанных с мониторингом объектов различного типа. Математический аппарат для обработки данных при использовании данного подхода в целом также подробно разработан, в первую очередь, для целей обработки данных фотограмметрических наблюдений и результатов лазерного сканирования. В то же время, при

использовании таких приборов, как электронные и роботизированные тахеометры, лазерные трекеры и т.п. могут быть реализованы схожие принципы обработки данных.

#### 1.4 Применение метода свободных станций

Метод свободных станций является вариацией методов линейно-угловых построений и электронно-блочной тахеометрии. Метод актуален при использовании электронных тахеометров и лазерных трекеров. Главное отличие метода свободных станций – определение места установки прибора исходя из удобства проведения измерений, без необходимости центрировать прибор над закрепленной точкой. При этом выбор места установки прибора может напрямую влиять на точность получаемых данных, что также необходимо учитывать [63]. В ходе измерений прибор устанавливают в нескольких точках объекта таким образом, чтобы получить данные о положении точек сети с перекрытием между станциями. При этом перекрытие между станциями при пространственных измерениях должно осуществляться не менее чем по трем пунктам сети для связи станций в единую систему координат. Точность определения уравненных координат пунктов в данном случае определяется точностью двойной засечки, так как на первом этапе обработки определяется положение прибора по закрепленным пунктам, а затем при известном положении прибора определяются координаты прочих видимых пунктов. Объединение данных нескольких стоянок может повысить точность получаемых данных, например, определения характеристик определяемых элементов конструкции [109]. Вопросы получаемой точности при использовании данного метода рассмотрены в работе «Оценка точности определения положения точек способом свободного станционирования» [7]. Применение метода при контроле горизонтальных смещений на примере гидротехнических сооружений описано Гордеевым В. А. и Шевченко Г. Г. [13]. Влияние конфигурации сети, наблюдаемой методом свободных станций, на точность получения координат при реализации метода, описано в статье Онегиной Т. Г. [64].

Вне зависимости от используемого типа прибора порядок проведения измерений методом свободных станций для целей мониторинга деформаций примерно одинаков. Измерения проводятся с независимых, заранее незакрепленных мест установки прибора. Таким образом, на каждой стоянке получают независимый набор пространственных данных о видимом на данной стоянке фрагменте объекта. Последующее объединение данных отдельных стоянок и уравнивание результатов измерений позволяет получить пространственную модель объекта в текущем цикле измерений. Для связи стоянок необходимо получить координаты нескольких пунктов с двух соседних стоянок, либо пересекающиеся точечные модели элементов объекта при связи облаков точек по пересечению. Пример схемы связи двух стоянок представлен на рисунке 1.15.

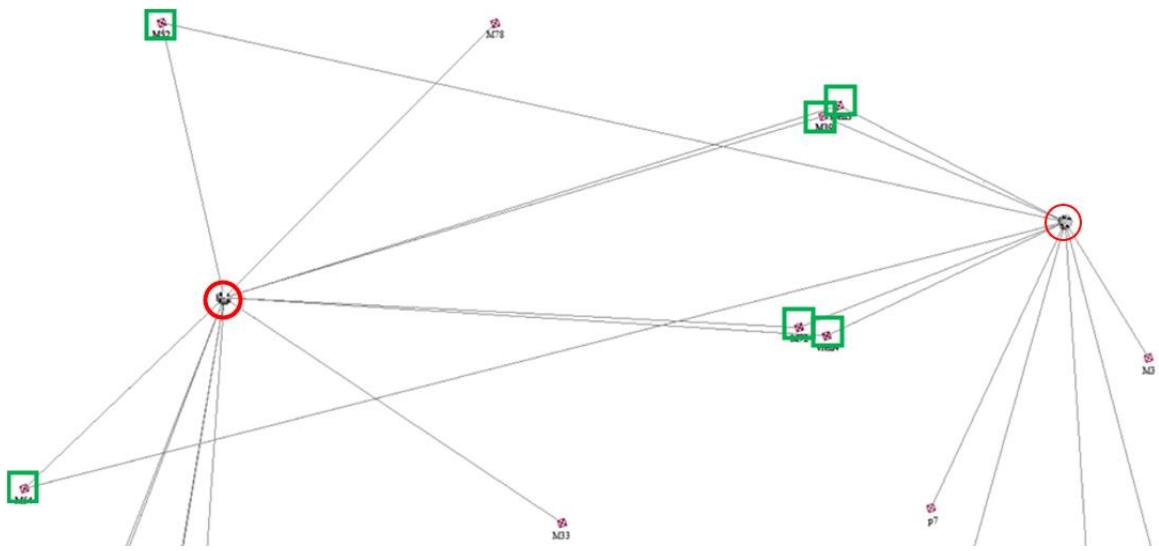


Рисунок 1.15 – Схема связи двух соседних стоянок (место установки прибора отмечено кругом, связующие точки для данных стоянок выделены квадратом) [55]

Так как место установки прибора никак не закрепляется, ошибка в определении его положения относительно пунктов с известными координатами влияет на определение координат последующих пунктов с данной стоянки. Таким образом, каждая последующая стоянка отягощена ошибкой исходных данных в данном цикле измерений. Для компенсации влияния этих ошибок каждая стоянка связывается не с одной, а с несколькими соседними стоянками, таким образом, чтобы итоговая схема измерений была замкнута. Примеры замкнутой схемы измерений со свободных станций представлены на рисунке 1.16.

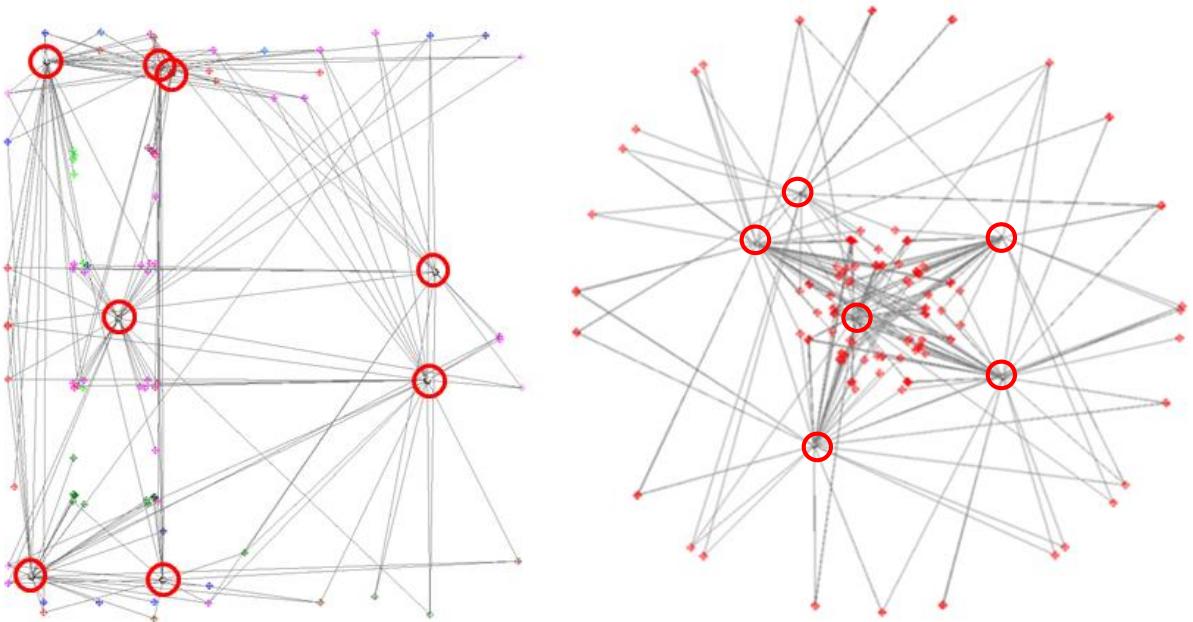


Рисунок 1.16 – Примеры замкнутой схемы измерений со свободных станций [55]

В случаях, когда сеть на объекте распределена по нескольким уровням конструкции, например, по разным этажам здания (сооружения), обеспечение замкнутости схемы измерений может быть проблематичным. Если обеспечить надежную связь между уровнями объекта не

представляется возможным, сети разных уровней, как правило, уравнивают отдельно, и либо объединяют по имеющимся связующим точкам, либо проводят деформационный анализ каждого уровня независимо. На рисунке 1.17 представлена схема измерений при мониторинге здания сложной формы, при реализации которой измерения разделены на 3 уровня: нижний (уровень подвала), средний (уровень первого этажа) и верхний (уровень подкупольного светового барабана).

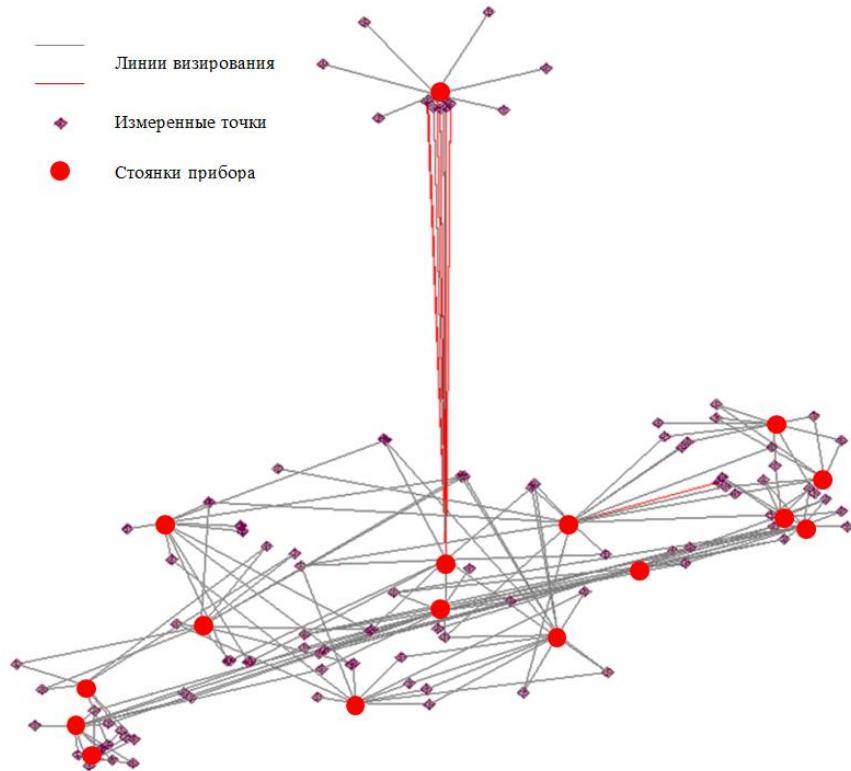


Рисунок 1.17 – Пример схемы измерений при мониторинге здания сложной формы [55]

В данном случае все три уровня соединены между собой через связующие точки. При этом качество связи отличается для связи между нижним и средним, и средним и верхним уровнем. Серым цветом на схеме показаны линии визирования для надежных измерений, красным – для ненадежных. Таким образом, нижний и средний уровень можно считать надежно связанными, в то время как верхний и средний уровень связаны ненадежно. В такой конфигурации сети измерения на верхнем уровне позволяют оценить взаимное положение пунктов на данном уровне, но не позволяют надежно оценить смещение этих пунктов относительно стабильных пунктов в нижней части здания.

При проведении измерений со свободных станций также необходимо особое внимание уделять стабильности прибора во время работы на станции. Так как положение прибора в пространстве определяется относительно предыдущих станций по результатам измерений, потеря стабильности в ходе измерений может привести к значительным искажениям всей сети. Для контроля стабильности на станции выполняют проверку замыкания горизонта, то есть переопределяют координаты первой по порядку наблюдений точки, и проводят сравнение

пространственных координат пункта из первого и последнего измерений. В случаях, когда пространственная разность (пространственный вектор между точками с координатами, полученными из первого и последнего измерений) превышает расчетную погрешность прибора на данном расстоянии, делают вывод о нестабильности прибора. В случаях, когда сделан вывод о нестабильности прибора на станции, измерения на станции перевыполняют. При этом необходимо установить причину смещения прибора. Основными причинами потери стабильности являются:

- 1) влияние условий окружающей среды (падение прямых солнечных лучей на прибор и/или штатив, движение воздушных масс);
- 2) прогрев прибора в ходе измерений (в случае работы с лазерными трекерами);
- 3) нестабильность основания, на котором установлен штатив с прибором (наличие вибраций, недостаточная жесткость основания);
- 4) нестабильность устройства для установки прибора (штатива, консоли, инструментального столика)

Таким образом, метод свободных станций обладает рядом значительных преимуществ перед классическими методами измерений при определении координат пунктов геодезической сети, но требует использования современных вычислительных средств и внимательного анализа данных.

### **1.5 Незакрепленные геодезические сети для целей мониторинга деформаций**

Под незакрепленными (свободными) сетями, как правило, понимают набор пунктов, взаимосвязанных измерениями друг с другом, но не привязанный к пунктам внешних сетей и, соответственно, к внешним системам координат. Такие сети, как правило, используются для решения задач на промышленных и инженерных объектах (специальные сети для целей наблюдения за деформациями, контроля установки промышленного оборудования и т.д.), строительных площадках (для выноса в натуру) в тех случаях, когда привязка к внешним опорным пунктам невозможна или нецелесообразна. Также подобные сети используются для мониторинга состояния земной поверхности [120]. На целесообразность привязки сети к внешним опорным пунктам зависит от класса точности создаваемой сети и опорной, так как ошибка исходных данных может значительно превышать точность определения взаимного положения пунктов незакрепленной сети. Решение об использовании сети может быть принято на основе анализа ошибки исходных данных, который может быть произведен множеством методов в зависимости от особенностей оцениваемой сети [59, 61]. При использовании незакрепленной сети оценке подвергаются относительные смещения деформационных марок (деформируемых участков объекта). С одной стороны, это является недостатком метода в

случаях, когда требуется оценка относительных смещений. В то же время, равномерные относительные смещения, как правило, не представляют угрозу развития деформационного процесса, в то время как неравномерность деформирования может быть оценена по наблюдениям относительных смещений. Так, на рисунке 1.18 показаны абсолютные смещения закрепленных на объекте пунктов деформационной сети.

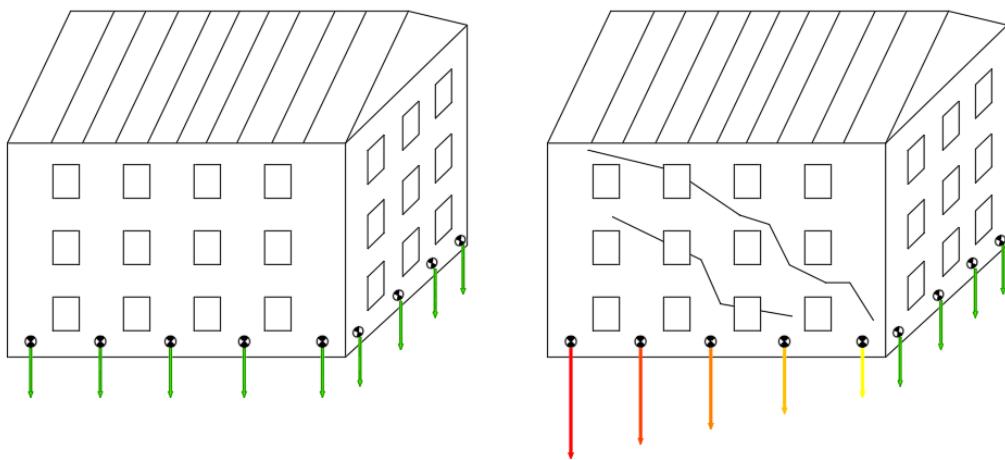


Рисунок 1.18 – Пример равномерного и неравномерного смещения основания здания  
(составлено автором)

В данном случае выявленные относительные деформации будут фактически соответствовать разнице векторов смещений (для объекта справа), в то время как перемещения для объекта слева не будут выявлены с использованием незакрепленной сети объекта.

Такие сети, как и несвободные, разделяют на высотные, плановые и пространственные. Для них характерны особые подходы к уравниванию и анализу стабильности пунктов, при этом некоторые подходы применимы ко всем трем типам незакрепленных сетей. Так, в работе Барлиани А.Г. [4] описан подход к коррелатному уравниванию высотных свободных сетей, который может быть применен и к плановым, и к пространственным сетям. В работе Тюрина С. В. [76] рассматривается вопрос уравнивания пространственных свободных сетей параметрическим методом на примере уравнивания сети пространственной трилатерации.

Наиболее распространенным подходом к обработке результатов пространственных наблюдений в незакрепленных сетях является использование преобразования Гельмерта для связи отдельных стоянок прибора и деформационного анализа при циклическом мониторинге. Параметрами связи в таком представлении для пространственных сетей являются параметры линейного сдвига систем координат (3 элемента), параметры взаимного вращения систем (3 элемента) и масштабный коэффициент. При этом взаимное вращение систем может осуществляться через вычисление углов Эйлера-Крылова, матрицу направляющих косинусов, параметры Родрига-Гамильтона в компонентах кватерниона или параметры Кейли-Клейнав [31]. Данные подходы имеют свои преимущества, например, кватернионы позволяют избежать

сингулярности при больших величинах углов [92] и активно применяются в фотограмметрии и системах навигации [33]. Избежать сингулярности при применении углов Эйлера возможно путем перехода к матрице поворота и вычислении последовательных вращений [119]. Одним из факторов высокой распространенности кватернионов являлась сложность и трудоемкость вычисления функций связи при использовании матриц поворота, что в данный момент не актуально за счет развития вычислительных средств. Кроме того, проблема сингулярности при вычислении параметров поворота актуальна для инерциальных систем с гироскопами и различных угловых датчиков, в то время как вычисление параметров поворота на основе наборов точек в независимых системах координат не отягощается данной проблемой. Для поиска параметров преобразования в случае применения наземных средств измерений, таким образом, большее распространение получили методы вычисления на основе углов Эйлера-Крылова с вычислением матрицы поворота, так как они более наглядны и интуитивно понятны при проведении вычислений.

В работе Зубова А.В. и Павлова Н.С. [27] рассмотрено применение преобразований Гельмерта для оценки устойчивости плановых сетей. Поиск параметров преобразования с помощью метода Ньютона второго порядка рассмотрен в статье Зубова А.В. и Быкасова Д.А. [26]. В статье Коугии В.А. и Канашина Н.В. [40] рассматривается применение градиентной оптимизации для поиска параметров между трехмерными системами координат. В статье Шевченко Г.Г. [85] рассматривается применение поискового метода для поиска глобального минимума целевой функции при уравнивании свободных геодезических сетей. Уравниванию и оценке точности, в том числе свободных сетей на основе псевдонормального решения, посвящена монография Барлиани А.Г. [5]. Применение устойчивого метода наименьших квадратов в алгоритме с переменным весом для поиска параметров преобразования между пространственными сетями рассмотрен в работе «Sensor fusion of laser trackers for use in large-scale precision metrology» [109].

Незакрепленные сети, таким образом, могут быть использованы в целях мониторинга деформаций. При этом такой тип сети обладает рядом преимуществ, в том числе в вопросах достижимой точности, а также производительности труда исполнителей. Кроме того, использование высокоточных приборов, таких как лазерные трекеры, предполагает работу с незакрепленной сетью в любом случае. В нормативных же документах данный тип сетей либо не освещается, либо упоминается без достаточной конкретики, позволяющей полноценно обосновать использование незакрепленной сети с точки зрения нормативных актов.

## 1.6 Оценка устойчивости пунктов геодезических сетей и поиск деформаций

При мониторинге деформаций используются различные типы геодезических сетей. Выбор конкретного типа сети зависит от требований к точности, особенностей объекта и прочих факторов. При этом вне зависимости от выбранного типа сети, деформационный анализ не может быть проведен без оценки устойчивости опорной сети (наиболее устойчивого участка сети в случае работы с незакрепленной сетью). Оценка устойчивости пунктов сети является неотъемлемой частью работ по мониторингу.

Методы оценки устойчивости пунктов высотных, плановых и пространственных сетей, как правило, принципиально схожи. Оценку пространственных смещений можно назвать более сложной, ввиду большего количества параметров, характеризующих смещение [37]. При этом методы оценки высотной стабильности наиболее изучены. На данный момент существует множество способов оценки устойчивости высотных сетей, но они, так или иначе, классифицируются по основным положениям. Так, часто выделяют 2 основные группы методов [21]:

- 1) методы, основанные на принципе неизменности отметки одного из наиболее стабильных реперов сети;
- 2) методы, основанные на принципе неизменности средней отметки всех реперов или группы наиболее стабильных из них.

Вопрос о наиболее эффективной группе методов остается не до конца разрешенным [20]. К методам, базой реализации которых является неизменность отметки одного из реперов сети, можно отнести методы А. Д. Соловьёва, А. Костехеля, В.М. Мартусевича, Л.И. Серебряковой, И.В. Рунова. Так, метод Костехеля основан на предположении, что колебания отметок одноименных реперов уравненных свободных нивелирных сетей вызваны в основном осадками реперов. Следовательно, разность превышений между циклами показывает совокупное влияние осадок. В качестве исходной по результатам анализа принимается отметка репера, для которого вычисленное влияние минимально. Отметка данного репера в первом цикле наблюдений используется при вычислении отметок прочих реперов, таким образом, все отметки зависят от одного репера, показывающего наибольшую устойчивость.

Ко второй группе можно отнести такие методы как способ П. Марчака, В. Ф. Черникова [2, 11]. При реализации, например, метода Черникова для каждого цикла наблюдений уравнивается свободная нивелирная сеть. Затем, вычисляют предварительные отметки реперов относительно отметки какого-либо репера, взятого из первого цикла измерений, и находят невязки между теоретическим положением реперов и рассчитанным по превышениям данного цикла. После чего находят такую поправку в значение отметки исходного репера, при внесении которой квадрат суммы оставшихся отклонений будет минимальным. Строят уравнения

поправок, производят уравнивание и перевычисляют отметки всех реперов в текущем цикле. Данные методы основаны на предположении, что наиболее вероятные отметки реперов будут средними из всех отметок, вычисленных при принятии каждого репера в качестве исходного. Дальнейшее развитие данного метода предложено Ю. Е. Федосеевым [46]. Его метод позволяет построить график отклонения реперов от средней плоскости, на основе которого выделяются смещения действительно неустойчивых реперов относительно всей сети.

Также отдельно выделяют методы, основанные на корреляционном и дисперсионном анализе, например, метод Карпенко [32]. Выводы об устойчивости реперов в данном случае делаются на основе оценки коэффициентов корреляции относительно заданных значений. Для использования подобных методов подразумевается наличие по крайней мере 8 циклов наблюдения [46]. Кроме того, при большом количестве оцениваемых реперов в сети данные методы неудобны ввиду высокой сложности построения корреляционных связей.

Наибольшее распространение в современной практике получили методы, основанные на оптимизации искомых параметров при использовании целевой функции метода наименьших квадратов. Критерии оценки модели по методу наименьших квадратов (далее – МНК) разделяются на критерии общего соответствия, когда качество модели оценивается целиком, то есть результат оценки, фактически, является качественным показателем, и критерии оценки отдельных элементов модели. Обобщенные и индивидуальные критерии оценки модели по МНК подробно рассмотрены в статье Зубова А.В. [25]. Наиболее распространенными критериями оценивания при реализации МНК-анализа являются критерий Пирсона ( $\chi^2$ -тестирование) и критерий Фишера (F-тестирование) [97].

Поиск смещений пунктов геодезической сети по методу наименьших квадратов может быть математически схож с поиском грубых ошибок в сети. Подобные методы можно отнести к оценкам до уравнивания, и по результатам уравнивания. Методы, относящиеся к анализу до уравнивания, связаны с оценкой внутренней надежности сети, а по результатам уравнивания – к внешней [117]. При этом оценки могут основываться на статистическом анализе результатов измерений, или на вариации робастного (устойчивого) подхода к оцениванию. Наиболее распространенными типами оценок является метод итерационно-взвешенных приближений (используется наиболее часто, и позволяет сохранить устойчивость решения при достаточно простом алгоритме поиска решения) и тест соответствия (тест общего соответствия, или ТОС), при реализации которого итеративно изымаются из обработки пункты сети с наибольшим на промежуточной стадии вычислений смещением [114]. Устойчивые оценки делятся на L-оценки (линейные комбинации порядковых статистик), M-оценки (максимального правдоподобия), R-оценки (на основе ранговых критериев, например, оценка Ходжеса–Леманна [42, 95]). Отличием подобных оценок от статистических методов, в том числе от метода общего соответствия,

является постепенное снижение степени влияния ошибки (смещения) на результаты итоговых вычислений, то есть снижение влияния смещенной точки на результат оптимизации целевой функции на каждой итерации. Снижение степени влияния производится на основе весовых коэффициентов. Такой подход обычно называют взвешенным МНК-подходом [90]. На данный момент М-оценки являются наиболее распространенными. При этом в контексте поиска деформаций в геодезических сетях «устойчивость» М-оценок относится не к ошибкам измерений, а к физическому смещению пункта при сохраняющейся стабильности окружения (прочих пунктов сети), при этом оценка может производиться на основе анализа уравненных координат или не уравненных результатов измерений [115]. В статье «Robust M estimation for 3D correlated vector observations based on modified bifactor weight reduction model» [128] предлагается вариация метода М-оценок, расширяющая чувствительность оценки пространственных векторов смещений. Существуют различные модификации М-оценок, такие как  $M_{split}$ ,  $M_{split(q)}$ , Shift- $M_{split}$  оценки. Применение оценок типа  $M_{split}$ , в частности, возможно при поиске параметров преобразования между системами координат [102] и для оценки смещений в геодезических сетях [127].  $M_{split(q)}$  отличаются использованием конкурирующих моделей данных измерений [94]. Оценки типа Shift- $M_{split}$  также адаптированы непосредственно к целям деформационного мониторинга [126]. Вариацией метода  $M_{split}$  является оценка  $TM_{split}$ , соединяющая подход  $M_{split}$  и тестирование на основе взвешенной суммы наименьших квадратов [125].

Несмотря на широкое распространение статистических и устойчивых методов анализа, их эффективность может быть снижена при определенных условиях. Так, в иностранной литературе [108, 113] приведен анализ уязвимостей как метода общего соответствия, так и некоторых устойчивых оценок, и предложены варианты реализации комбинаторного подхода, позволяющие увеличить надежность анализа при множественности смещений (ошибок). В статьях европейских авторов [113, 122] приведена теория использования метода DIA (detection, identification and adaptation), совмещающего статистическую оценку параметров и тестирование гипотезы для достижения наиболее надежного результата, что позволяет повысить достоверность анализа при мониторинге. В работе «Robust total least squares with reweighting iteration for three-dimensional similarity transformation» [108] разрабатывается метод оценки множественных гипотез при поиске параметров преобразования между геодезическими системами координат.

Поиск экстремума целевой функции, может производиться на основе методов поисковой оптимизации, нелинейных методов программирования. В статье Маркузе Ю.И. [49] предложен метод поиска плановых смещений пунктов сети по результатам циклических наблюдений и их обработки методом рекуррентного уравнивания. Исследованию поисковых методов для целей обработки геодезических данных посвящены работы Елисеевой Н. Н. и Зубова А.В. [29, 112]. Применение методов нелинейного программирования в геодезии подробно рассмотрено в трудах

Мицкевича В. И. [51, 52]. Теоретическое обоснование применения поискового метода для целей уравнивания приведено в работе Хатума Х.М. и Мустафина М.Г. [78]. Применение нелинейных методов поисковой оптимизации для решения задач уравнивания и оценки точности с использованием ЭВМ рассмотрены в работе Шнитко С.Г. [88]. Брынь М.Я. и Шевченко Г.Г. также рассматривают применение поискового метода при уравнивании пространственных сетей [8], в том числе свободных [82]. Реализация метода Ньютона в рамках анализа методом наименьших квадратов в алгоритме с ограничениями и весовыми коэффициентами рассмотрено в публикации «Weighted total least-squares with constraints: a universal formula for geodetic transformations» [97]. Применение методов нелинейной оптимизации в рамках оценки качества модели, построенной по методу наименьших квадратов на примере фильтрации облака точек лазерных отражений рассмотрено в работе Зубова А.В. и Елисеевой Н.Н. [26]. МНК-оптимизация на основе синтезированного алгоритма рассмотрена в работах Падве В.А. [66]. Точность вычислений при использовании поисковых методов оптимизации рассмотрена в работах Макарова Г.В. [48]. Корректность применения поискового метода для уравнивания и оценки точности элементарных геодезических сетей с различными условиями подтверждается в работе Шевченко Г.Г. [83]. Большое распространение получили различные вариации метода Монте-Карло для целей оптимизации, в том числе при реализации оценок сетей на предмет смещений [98] и при реализации тестов на соответствие в целях фильтрации [112]. Разрабатываются математические подходы, позволяющие увеличить надежность итерационных алгоритмов обнаружения сдвигов в системах [118]. Задача поиска оптимальных значений искомых величин также решаются с использованием строгих методов уравнивания, например, параметрическим методом [6, 38], применение же нестрогих методов в случае сложных вычислений при множестве параметров нельзя назвать целесообразным [24].

При обработке результатов измерений со свободных станций, как правило, реализуют один из двух подходов: анализ на основе постоянства элементов модели или на основе прямого соответствия. Анализ на основе постоянства элементов более распространен. Так, в работе Мустафина М.Г. и Вьета Н. Х. [54] рассматривается применение данного подхода и приводится анализ его эффективности в сравнении с классическими методами анализа. Вьет Н.Х. для различных типов моделей сетей предлагает выявлять смещения по изменению пространственного положения отрезков, соединяющих пункты, или плоскостей, описываемых треугольниками, в вершинах которых расположены пункты. Царева О.С. и Корнилов Ю.Н. предлагают оценивать абсолютные деформации объектов на основе критерия постоянства длин отрезков, соединяющих пункты сети [123]. Тот же метод может быть применен для оценивания относительных смещений пунктов [124]. Методы на основе прямого соответствия также разрабатываются и используются, хотя они менее распространены и не столь часто

рассматриваются. Так, к примеру, метод Каспари [98] предполагает оценку степени совмещенности сетей по наложению наборов уравненных координат. Метод Пельцера также предполагает решение, основанное на проверке совпадения координат точек, полученных после уравнивания сети в две эпохи. Каждая эпоха измеренных значений корректируется независимо, в предположении, что измеренные значения содержат только случайные нормально распределенные ошибки [121]. Похожим образом поиск деформаций осуществляется методом Карлсруэ. Данный метод основан на независимом уравнивании сетей нулевой и контрольной эпох, а также на их сопоставлении на этапе поиска деформаций. В ходе анализа измеренные значения координат отдельных эпох корректируются с использованием метода наименьших квадратов, затем выполняется совместное уравнивание эпох в предположении, что базисные точки конгруэнтны в двух эпохах и что масштаб сети постоянен. Базисные точки при этом выбираются из числа наиболее стабильных пунктов незакрепленной сети, и не являются опорными реперами в полном смысле термина. Данный метод также получил развитие и модификации [122].

Широкий перечень исследований, касающихся вопросам оценки стабильности пунктов геодезических сетей, позволяет с достаточной достоверностью сделать вывод об эффективности внедряемых в современное геодезическое производство методов анализа измерительных данных, основанных на поисковых стратегиях, реализующих метод наименьших квадратов для локализации смещений. Как правило, такие методы требуют значительных вычислительных мощностей, и реализуются с использованием соответствующего программного обеспечения, и ни один из методов на данный момент не является общепризнанным с точки зрения максимальной эффективности.

## **1.7 Поиск параметров связи между пространственными прямоугольными системами координат**

При проведении измерений с использованием координатного подхода методом свободных станций, результаты измерений на каждой отдельной стоянке прибора до обработки представляют собой независимый набор координат, связанный данными линейно-угловых измерений с положением прибора, не определенном в пространстве изучаемого объекта. Фактически, каждый отдельный такой набор пунктов находится в независимой пространственной системе координат. Таким образом, сопоставление двух наборов соответствующих пунктов сводится к поиску параметров преобразования между системами координат отдельных стоянок.

При объединении всей совокупности наборов координат со всех стоянок прибора в ходе цикла измерений, система координат объединенной сети, в случае использования

незакрепленной сети, будет зависеть от «базовой стоянки». При этом выбор «базовой стоянки» при объединении сетей существенен только в случаях, когда ориентация прибора относительно отвесной линии непостоянна на различных стоянках. Во всех прочих случаях при объединении в единую свободную (незакрепленную) пространственную сеть любая из стоянок прибора может выступать в качестве базовой, так как это не влияет на взаимное ориентирование стоянок, выполняемое с учетом выполненных измерений. Следовательно, объединенная и уравненная свободная (незакрепленная) сеть будет в каждом цикле измерений находиться в системе координат выбранной базовой стоянки, то есть фактически в случайной системе координат. Для сопоставления сетей двух циклов при деформационном анализе, таким образом, необходимо выполнить ту же операцию что и при связи стоянок, то есть поиск параметров преобразования между двумя пространственными прямоугольными системами координат. Схематично подобное сопоставление изображено на рисунке 1.19.

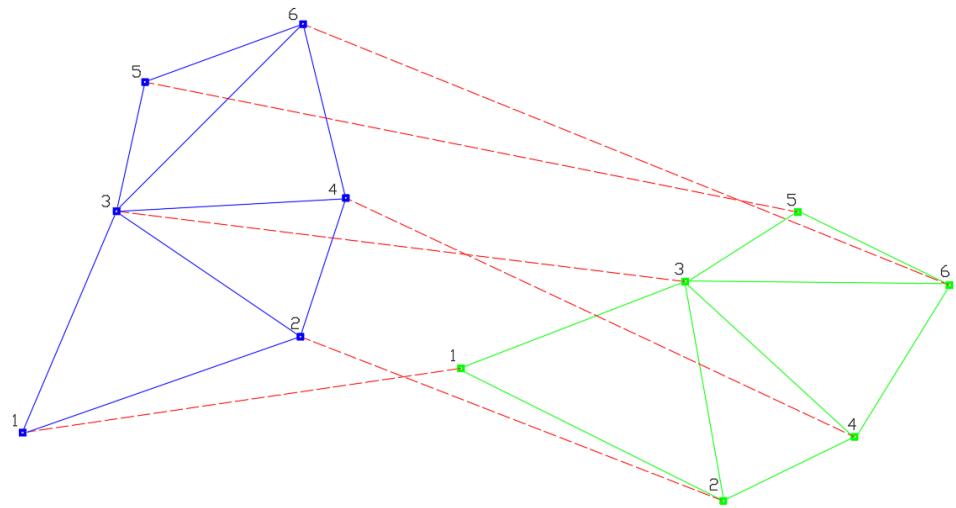


Рисунок 1.19 – Схема сопоставления геометрии двух сетей по связующим точкам  
(составлено автором)

Наиболее распространенным способом осуществления подобного пространственного преобразования является метод, основанный на вычислении элементов 7-параметрического преобразования (преобразование Гельмерта) [93]. Связь двух пространственных прямоугольных систем координат в данном случае описывается шестью степенями свободы (3 линейных элемента смещения начала одной системы координат относительно начала другой и 3 угловых величины, описывающие взаимный поворот осей систем координат) а также одним масштабным коэффициентом. Наиболее распространенной системой представления вращательных степеней свободы являются параметры сферического движения твердого тела, представленные Эйлером (углы Эйлера), представляющие собой параметры вращения вокруг каждой из трех взаимно-ортогональных осей системы координат. Схема описанного преобразования без учета масштабного коэффициента представлена на рисунке 1.20, на котором:  $X0$ ,  $Y0$ ,  $Z0$  – элементы

взаимного линейного смещения точек начала систем координат;  $wx$ ,  $wy$ ,  $wz$  – углы поворота одной системы относительно другой вокруг соответствующих осей.

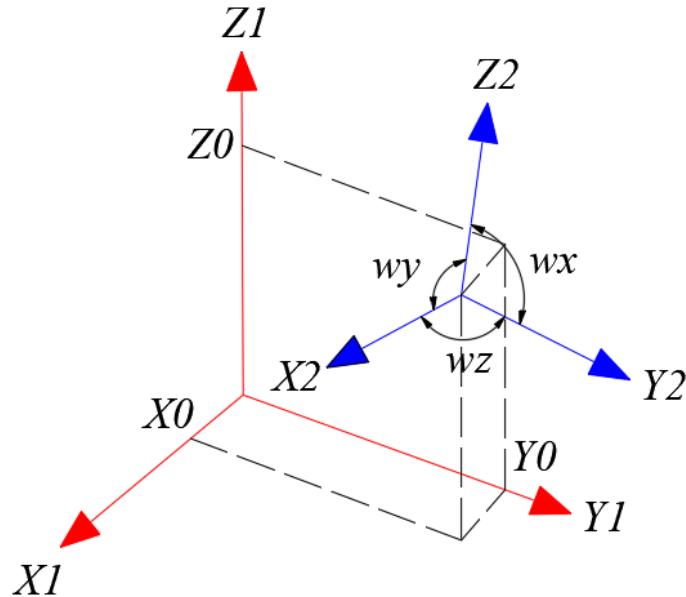


Рисунок 1.20 – Схема пространственного преобразования Гельмерта (составлено автором)

На практике для вычислений угловых параметров связи и последующего преобразования координат чаще всего используют матрицу поворота, так как она нагляднее, чем преобразование через кватернионы, позволяет отобразить угловые элементы преобразования. В таком случае каждому углу вращения соответствует матрица поворота ( $R_x$ ,  $R_y$  и  $R_z$  для углов  $wx$ ,  $wy$  и  $wz$  соответственно). Матрицы поворота вокруг осей при преобразовании координат из одной системы в другую представлены формулой 1.4 [78].

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(wx) & -\sin(wx) \\ 0 & \sin(wx) & \cos(wx) \end{pmatrix}$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos(wy) & 0 & \sin(wy) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(wy) & 0 & \cos(wy) \end{pmatrix}$$

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos(wz) & -\sin(wz) & 0 \\ \sin(wz) & \cos(wz) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Формула преобразования координат пункта из одной системы в другую в матричном виде, имеет вид (1.5) [76]:

$$\begin{pmatrix} X1_i \\ Y1_i \\ Z1_i \end{pmatrix} = m \cdot R_x \cdot R_y \cdot R_z \cdot \begin{pmatrix} X2_i \\ Y2_i \\ Z2_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X0 \\ Y0 \\ Z0 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

где  $X1_i$ ,  $Y1_i$ ,  $Z1_i$  – координаты пунктов в первой системе координат;

$X2_i, Y2_i, Z2_i$  –координаты пунктов во второй системе координат;

$R_x, R_y, R_z$  – матрицы взаимного поворота систем координат вокруг осей  $OX, OY$  и  $OZ$  соответственно;

$m$  – масштабный коэффициент;

$X0, Y0, Z0$  – величины взаимного линейного сдвига начала систем координат.

Произведение матриц  $R_x \cdot R_y \cdot R_z$  дает матрицу преобразований  $R_{3 \times 3}$ , элементы которой равны (1.6) [76]:

$$\begin{aligned}
 R_{1,1} &= \cos(wy)\cos(wx), \\
 R_{1,2} &= -\cos(wy)\sin(wz), \\
 R_{1,3} &= \sin(wy), \\
 R_{2,1} &= \sin(wx)\sin(wy)\cos(wz) + \cos(wx)\sin(wz), \\
 R_{2,2} &= -\sin(wx)\sin(wy)\sin(wz) + \cos(wx)\cos(wz), \\
 R_{2,3} &= \sin(wx), \\
 R_{3,1} &= -\cos(wx)\sin(wy)\cos(wz) + \sin(wx)\sin(wz), \\
 R_{3,2} &= \cos(wx)\sin(wy)\sin(wz) + \sin(wx)\cos(wz), \\
 R_{3,3} &= \cos(wx)\cos(wy)
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

где  $wx, wy$  и  $wz$  –углы поворота ( $^{\circ}$ /рад) вокруг осей  $OX, OY$  и  $OZ$ .

Таким образом, для определения параметров взаимной связи двух стоянок прибора (равно как и двух уравненных сетей различных циклов измерений) необходимо вычислить от 4 до 7 параметров (на практике 4 или 6). Следовательно, при вычислении на основе известных координат связующих точек в двух системах, необходимо наличие по меньшей мере трех (для получения однозначного решения без избыточных данных) таких точек. При этом координаты каждой точки не получены безошибочно, следовательно, при минимально возможном количестве точек бесконтрольно вычисленные параметры будут отягощены ошибкой используемых координат. Показатель избыточности, необходимый для обеспечения надежности вычислений, невозможно однозначно смоделировать, так как при вычислении с фильтрацией заранее невозможно оценить количество исключенных из обработки связующих точек. На практике следует иметь по крайней мере 2 избыточные точки, чтобы обеспечить возможность по крайней мере однократной фильтрации при сохранении минимальной избыточности.

Достоверность подобных преобразований была многократно подтверждена, в первую очередь, при обработке фотограмметрических данных. В случаях же обработки данных наземных измерений с использованием приборов, реализующих полярный способ определения координат, подобный подход к обработке данных пока не столь подробно описан, хотя принципиальных

различий в данном случае не существует, за исключением отсутствия разномасштабности, характерной для обработки фотограмметрических данных.

## 1.8 Программное обеспечение для обработки результатов измерений в целях мониторинга деформаций

На сегодняшний день перечень программного обеспечения (ПО), позволяющего проводить деформационный анализ, весьма обширен. Отдельные группы программного обеспечения позволяют проводить анализ результатов измерений классическими геодезическими методами для обнаружения плановых и высотных смещений; метрологические программы для обработки пространственных данных позволяют проводить анализ пространственных смещений; существует большое перечень уникального ПО для обработки данных лазерного сканирования, данных стереофотограмметрии, спутниковых определений и т.д.

Для обработки результатов измерений классическими геодезическими методами в российской геодезической практике большое распространение получил программный комплекс *CREDO*, в том числе позволяющий за счет использования различных модулей проводить и деформационный анализ на основе различных измерительных технологий [9, 45]. Эффективным инструментом для анализа деформаций по данным лазерного сканирования и пространственных линейно-угловых измерений являются программные комплексы PolyWorks и Geomatic Design X [1]. Деформационный анализ на основе фотограмметрических данных может произведен в программе Photomod [35]. Универсальным программным пакетом для обработки пространственных данных является SpatialAnalyzer. Данный программный комплекс компании New River Kinematics получил большое распространение за счет обширного функционала, возможности проводить измерения в реальном времени с подключением приборов в систему программного обеспечения, и проводить обработку результатов. SpatialAnalyzer, в том числе, позволяет проводить уравнивание пространственной линейно-угловой сети и сопоставление геометрии сетей нескольких циклов измерений, что является основными этапами деформационного анализа при мониторинге деформаций с применением незакрепленных сетей и метода свободных станций. При этом программа производит уравнивание сети с помощью модуля USMN, проводящего вычисления не на основе данных измерений напрямую, а оперируя вычисленными координатами пунктов на каждой отдельной стоянке. Несмотря на широкое распространение в современной практике, вопрос качества уравнительных вычислений в данной программе ставится некоторыми исследователями под сомнение [12, 100].

Таким образом, анализ результатов пространственных измерений для целей мониторинга деформаций может быть выполнен с использованием существующего программного обеспечения. При этом, как правило, речь идет об иностранных программах с закрытым кодом,

что представляет проблемы как с точки зрения лицензирования, так и с точки зрения анализа заложенных в используемые алгоритмы математических принципов, а, следовательно, не позволяет напрямую проконтролировать полученные в таком программном обеспечении результаты анализа.

### 1.9 Выводы по Главе 1

Деформационный мониторинг геодезическими методами актуален не только для зданий и сооружений, но и для различных инженерных и промышленных конструкций. Упор в нормативной литературе, регламентирующей работы по мониторингу, делается на анализ высотных смещений, в меньшей степени плановых, и практически не затрагивает пространственные деформации. При этом методы получения измерительной информации, закрепленные нормативной литературой как основные, не всегда применимы в случае мониторинга уникальных и сложных объектов, а достичимая точность при реализации более современных методов не уступает, а в определенных случаях и превосходит точность классических методов мониторинга. В настоящее время большое распространение получило использование координатного подхода к получению данных об объекте, то есть использование таких средств измерений, которые позволяют получить модель объекта различной степени подробности в пространственных (реже – плановых) координатах. Пространственные координаты пунктов сетей или элементов обследуемого объекта, получаемые современным геодезическим оборудованием, могут значительно превосходить по точности пункты государственных сетей, и давать большой объем избыточной информации. В данных условиях привязка пространственных данных объекта к внешним системам координат при выполнении работ по деформационному мониторингу не всегда целесообразна. В случаях, когда требуемая точность измерений или условия работы на объекте не позволяют или делают нецелесообразной привязку ко внешней системе координат, работа ведется в свободной (незакрепленной) сети, включающей пункты на элементах, теоретически сохраняющих стабильность, и на деформирующихся элементах объекта. В такой сети возможно контролировать относительные перемещения элементов объекта. Абсолютные смещения в данном случае не контролируются, однако, наибольшую опасность несет неравномерность смещений, для определения которой достаточно обнаружения относительных смещений. При работе в незакрепленных сетях объекта мониторинга эффективно применять метод свободных станций, позволяющий в каждом цикле измерений устанавливать прибор в удобном для измерений месте. Для связи стоянок при реализации такого метода необходимо многократное вычисление параметров преобразования Гельмерта. То же преобразование можно использовать при анализе деформаций, накладывая уравненные сети различных циклов друг на друга. Деформационный анализ сетей можно

проводить на основе постоянства элементов сети (улов, расстояний и т.д.) или прямым сопоставлением наборов координат. Для вычисления параметров необходима реализация итерационного алгоритма оптимизации, позволяющего наилучшим образом совместить геометрию сетей между собой. Оптимизировать параметры возможно с использованием классических методов строгого уравнивания или с помощью более современных поисковых методов. Маркировку деформаций при этом можно проводить с использованием различных критериев и методов оценки, наиболее распространенным и изученным из которых является тест общего соответствия. Проведение деформационного анализа по описанному подходу возможно с использованием существующего программного обеспечения, однако, заложенные в нем принципы вычисления достоверно не известны, что ставит под сомнение результаты анализа.

Таким образом, актуален вопрос обобщения накопленного опыта и разработки метода обработки данных пространственных измерений, позволяющих получить достоверную картину относительных смещений при деформационном мониторинге, при использовании современного геодезического оборудования (в первую очередь электронных тахеометров и лазерных трекеров, как основных средств получения точной информации о положении пунктов деформационной сети) и вычислительных устройств. При этом с учетом точности получения пространственных координат с использованием электронных тахеометров и лазерных трекеров, а также с учетом невозможности привязки деформационной сети к внешним пунктам в случаях мониторинга некоторых типов уникальных объектов, целесообразно проводить измерения в незакрепленной сети методом свободных станций, отслеживая с высокой точностью относительные смещения.

Получение пространственных координат объекта с использованием координатоопределяющей технологии основано на полярном методе определения координат. Название «координатоопределяющая» технология подразумевает, что координаты пунктов не измеряются напрямую, а вычисляются в программном обеспечении по результатам измерений двух углов и наклонного расстояния [79]. К данной технологии можно отнести такие типы приборов, как электронные и роботизированные тахеометры, лазерные сканеры и лазерные трекеры. Использование данной технологии является одним из наиболее распространенных неклассических методов измерений, применяемых в целях мониторинга.

Проведение измерений в целях мониторинга при использовании координатоопределяющей технологии удобнее всего проводить методом свободных станций, так как это позволяет:

- 1) устанавливать прибор в наиболее удобным в момент проведения измерений месте;
- 2) обеспечивать оптимальную видимость пунктов сети в условиях изменяющегося состояния объекта;
- 3) исключить необходимость закрепления мест установки прибора и его центрирования.

Значительное увеличение производительности и точности определения относительных смещений может быть обеспечено путем использования незакрепленной сети. Отсутствие привязки сети объекта ко внешним пунктам увеличивает скорость проведения работ в каждом цикле измерений. Кроме того, при необходимости проведения работ с субмиллиметровой точностью привязка сети объекта ко внешним пунктам нецелесообразна с точки зрения точности. Пункты сети закрепляются на стабильных и деформирующихся элементах конструкции, при этом тип закрепления пункта зависит от используемого прибора, требований к точности и материала, на котором закрепляется пункт. Некоторые типы пунктов, такие как магнитные держатели сферических визирных целей, позволяют объединять высокоточные результаты измерений тахеометром/трекером и лазерным сканером.

При закреплении сети необходимо обеспечить значительную избыточность видимых с одной стоянки пунктов. Кроме того, сеть должна быть закреплена таким образом, чтобы при проведении измерений общая совокупность стоянок прибора образовывала замкнутую сеть с перекрытиями между максимально возможным числом стоянок. При невозможности связать стоянку с несколькими соседними (например, при измерениях на изолированном уровне, или в помещении коридорного типа) необходимо либо обрабатывать данные фрагмента сети отдельно, либо закрепить дополнительные переходные пункты, для увеличения надежности связи между данной стоянкой и соседней.

Развитию данной темы посвящены многие отечественные и зарубежные исследования. Такие исследователи, как Зубов А.В., Быкасов Д.А., Елисеева Н.Н. внесли большой вклад в исследование эффективности поисковых методов оптимизации для решения геодезических задач, благодаря чему применение подобных методов при создании программного обеспечения можно считать целесообразным и применительно к поиску параметров преобразования сетей для целей сравнения геометрии. Работы Тюрина С.В. по уравниванию свободных сетей позволяют, во-первых, получить исходный материал для проведения деформационного анализа, а во-вторых, подробно описывают математический аппарат для обработки пространственных сетей на основе параметров линейно-угловой трансформации. Корнилов Ю. Н., Царева О.С. и Вьет Н. Х. разработали методы поиска деформаций в пространственных сетях на основе инвариантного анализа, показав эффективность и наглядность анализа пространственных деформаций, а также доказали преимущества такого подхода по сравнению с классическими методами, а также показали возможность связи результатов измерений с двух независимых станций в единую систему координат.

Дальнейшее развитие методов деформационного мониторинга на основе анализа результатов пространственных линейно-угловых измерений требует решения ряда задач:

1. Дополнительный анализ особенностей и частных случаев производства работ по определению пространственных координат пунктов деформационных сетей, позволяющий разработать на основе учета множества факторов наиболее универсальный подход при построении деформационной картины на основе анализа пространственных данных при циклических наблюдениях.

2. Разработка вычислительного алгоритма, позволяющего анализировать пространственные смещения пунктов на основе сравнения геометрии двух уравненных сетей без дополнительных построений, основываясь на изменениях их трехмерных координат, используя параметры связи между независимыми системами координат каждого цикла наблюдений (параметры Гельмерта).

3. Создание программного комплекса, позволяющего проводить автоматизированный анализ деформаций на основе созданного алгоритма, и выводить данные о смещении пунктов в различных вариантах представления, обеспечивая при этом высокое быстродействие, требуемое при проведении анализа в полевых условиях.

4. Проверка разработанного метода и алгоритма обработки данных в условиях реального производства при многолетних наблюдениях деформаций, для получения репрезентативных данных об эффективности метода.

Для решения описанных задач приводятся последующие главы настоящей работы.

## ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В НЕЗАКРЕПЛЕННОЙ СЕТИ

### 2.1 Частные случаи поиска параметров связи

В первой главе описан общий случай преобразования систем координат (преобразования Гельмерта). На практике, при вычислении параметров связи, общий случай преобразования практически не встречается. Из семи параметров чаще всего используют шесть (пренебрегая масштабным коэффициентом) или четыре (три линейных элемента и угол вращения вокруг оси  $OZ$ ). Случай 6-параметрического преобразования связан с постоянством масштабного коэффициента в ходе вычислений. При использовании одного типа приборов изменение масштабного коэффициента между циклами наблюдений может быть связано с такими факторами как температурное расширение или влияние систематической ошибки. В обоих случаях перевычисление масштабного коэффициента в процессе вычисления параметров приведет к ошибке: фактические смещения или ошибки в результатах измерений не будут обнаружены. Таким образом, масштабный коэффициент в ходе процедуры вычисления параметров связи между системами координат следует сохранять постоянным и равным единице.

При работе на станции возможны несколько вариантов ориентации прибора, от которых зависит последующая обработка. Прибор может быть ориентирован по направлению отвесной линии (горизонтирован), что позволяет привязать ось  $OZ$  системы координат прибора к направлению вертикальных смещений объекта. При наличии двух соседних стоянок, на которых прибор был горизонтирован, для их связи требуется вычислить меньшее количество параметров Гельмерта: поворотами вокруг осей  $OX$  и  $OY$  в данном случае можно пренебречь, что повышает надежность вычислений (повышается избыточность при сохранении числа измерений). Связь стоянок, на которых прибор был ориентирован различным образом относительно направления отвесной линии, представляет собой задачу связи по 6 параметрам, то есть требует вычисления всех линейных и угловых параметров преобразования. На рисунке 2.1 представлен пример сети объекта, полученной с пяти стоянок прибора, из которых на трех нижних стоянках прибор горизонтирован, а на двух верхних – нет. В такой сети базовыми являются нижние стоянки, а данные с верхних стоянок ориентируют относительно базовых. В случаях, когда ни одна из стоянок не привязана к направлению отвесной линии, направление смещений отдельного пункта в сети по результатам анализа можно оценить только относительно некоей заданной системы координат, не выделяя при этом высотные и плановые смещения из пространственных векторов смещений.

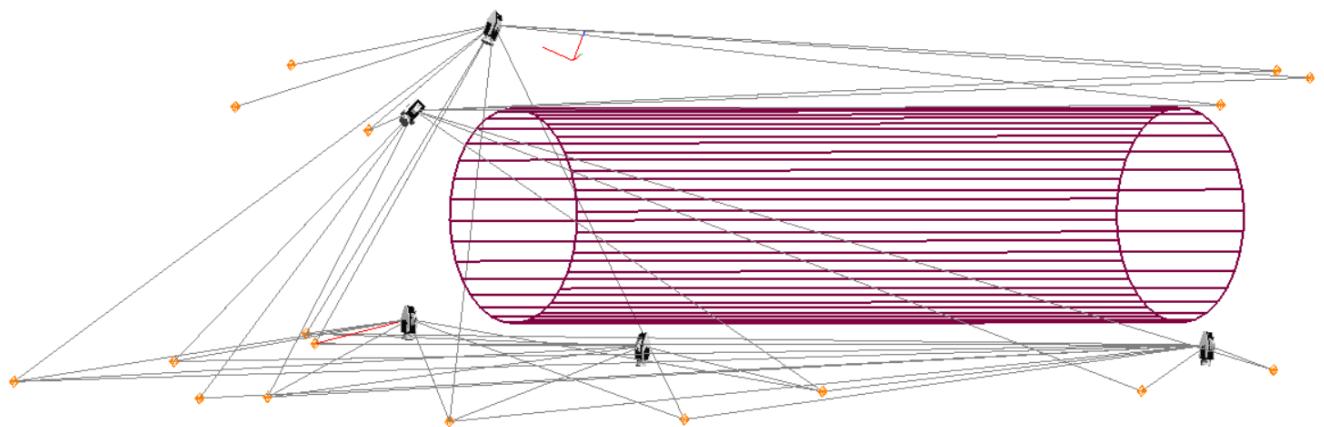


Рисунок 2.1 – Пример схемы измерений со связью горизонтированных и не горизонтированных приборов (составлено автором)

При проведении работ по мониторингу сооружений и конструкций, особо подверженных изменениям за счет влияния условий окружающей среды, например, кораблей, металлических элементов зданий и сооружений, элементов технологического оборудования, необходимо учитывать возможность изменения их состояния. В отдельных случаях, влияние условий окружающей среды может приводить к разномасштабности сетей. При этом деформационный анализ становится менее достоверным, и не позволяет обнаруживать смещения с предрасчитанной точностью, так как изменение масштаба объекта может быть как равномерным, так и различным для отдельных элементов, или относиться к отдельному фрагменту. На рисунке 2.2 показан пример картограммы отклонений для пунктов в корабельном машинном отделении.

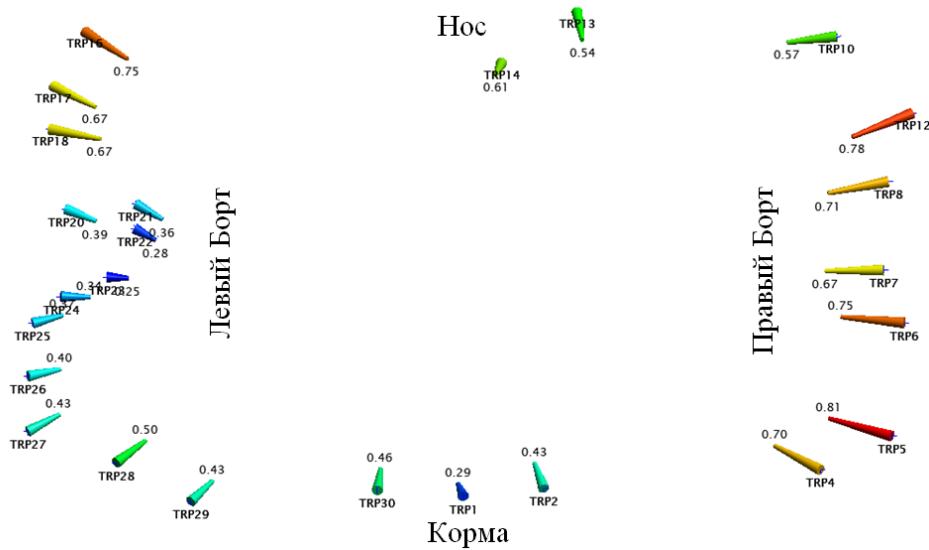


Рисунок 2.2 – Пример картограммы отклонений для пунктов в корабельном машинном отделении. Все значения приведены в мм [58]

На данной картограмме явно прослеживается изменение масштаба сети. При этом изменение масштаба неравномерно. Для увеличения надежности анализа в таких случаях следует применять модели температурного расширения, однако, создание таких моделей – это сложный

и трудоемкий процесс. Температурные изменения объектов носят циклический характер, но из-за неоднородности конструкции практически невозможно корректно учесть изменение масштаба в различном направлении. Таким образом, при наличии явного изменения масштаба объекта, можно оперировать только общим масштабным коэффициентом 7-параметрического преобразования, что может негативно повлиять на достоверность результатов анализа. В то же время при влиянии температурного расширения при совмещении сетей направление вычисленных смещений позволит установить характер изменений, и отделить результаты влияния условий окружающей среды от иных факторов.

Таким образом, на практике при уравнивании и сопоставлении геометрии пространственных сетей реализовываются 6-параметрическое и 4-параметрическое преобразование, выбор между которыми зависит от используемого типа прибора, характеристик объекта и условий производства работ.

## 2.2 Фильтрация в процессе поиска значений параметров связи

При вычислении параметров преобразования между пространственными системами координат (параметров Гельмерта) достаточно иметь три связующих пункта для получения однозначного решения. При этом каждый пункт отягощает решение ошибкой определения собственного положения. В ходе вычисления параметров связи для повышения надежности вычислений применяют фильтрацию данных. В рамках теста общего соответствия сетей, на каждой итерации процесса вычисления параметров формируется перечень вычисленных смещений пунктов, величины которых могут являться критерием фильтрации. Под вычисленным смещением в данном случае понимается длина вектора между измеренным и вычисленным положением каждого пункта базовой сети при вычисленных на данной итерации параметрах преобразования. Для несмещенного пункта при использовании истинных параметров преобразования вычисленное смещение не должно превышать заданного допуска. Выбор предельно допустимой величины вычисленного смещения может быть основан на среднеквадратической погрешности (далее – СКП) уравненных величин пунктов в двух циклах измерений. Также при оценке можно использовать подходы, характерные для поиска грубых ошибок в уравненной сети [28]. На практике, как правило, руководствуются данными о точности положения пунктов. Взаимосвязь между СКП уравненного положения пункта и допустимой величиной вычисленного смещения соответствует СКП определения смещения пункта в пространственных координатах. Само вычисленное смещение в свою очередь определяется по формуле (2.1):

$$\Delta = \sqrt{(X_1 - XT)^2 + (Y_1 - YT)^2 + (Z_1 - ZT)^2} \quad (2.1)$$

где  $X1, Y1, Z1$  – измеренные координаты точки в системе координат, используемой в качестве базовой для вычислений;

$XT, YT, ZT$  – координаты той же точки, вычисленные с помощью параметров преобразования.

Опираясь на формулу 2.2, можно сделать вывод, что погрешность определения смещения зависит от погрешностей уравненных координат точки в двух циклах измерений ( $m_{x1}, m_{y1}, m_{z1}$ ,  $m_{xt}, m_{yt}, m_{zt}$ ). Для удобства вычислений можно оперировать пространственной погрешностью уравненного положения, тогда общая погрешность вычисления смещения  $m_{\Delta}$  будет определяться выражением (2.2):

$$m_{\Delta} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} \quad (2.2)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – погрешности уравненных координат точки в первом и втором циклах соответственно.

При проведении фильтрации критерием для отбраковки может служить априорная погрешность вычисления смещения. Если максимальное вычисленное смещение превышает максимальную априорную погрешность смещения, то такой пункт следует считать нестабильным (смещенным).

Результат вычисления параметров связи во многом зависит от совокупного влияния погрешностей определения пространственного положения пунктов, участвующих в процессе вычисления параметров. Ввиду невозможности заранее оценить точность уравненного положения пунктов, для надежного определения параметров связи необходимо обеспечить высокую избыточность данных. Так как в качестве данных при вычислении параметров служат уравненные координаты пунктов, вычисления отягощены ошибкой дважды (и базовая, и перемещаемая сеть измерены с погрешностью). При отсутствии избыточности данных или её недостаточности, влияние каждой отдельной погрешности уравненных координат точки на результаты вычислений возрастает. В качестве иллюстрирующего примера в программе SpatialAnalyzer была смоделирована трансформация сети, содержащей одно заложенное смещение (1 мм по оси  $Y$ ) на точке п5, имитирующее грубую погрешность или физическое смещение пункта между циклами измерений. Трансформация производилась с вычислением четырех параметров ( $X0, Y0, Z0, wz$ ), при этом параметр  $Z0$  в ходе фильтрации оставался постоянным, так как ошибка по высоте не вносилась. Истинные параметры преобразования заданы следующим образом:  $X0=1000.000$  мм,  $Y0=2000.000$  мм,  $Z0=3000$  мм,  $wx=wy=0^{\circ}00'00.0''$ ,  $wz=45^{\circ}00'00.0''$ . Количество точек в сети уменьшалось с 9 до 4 (до 1 избыточной точки) при сохранении общей геометрии. Схема сети с этапами фильтрации показана на рисунке 2.3. Результаты вычисления погрешностей смещения сетей и вычисленных параметров преобразования представлены в таблице 2.1.

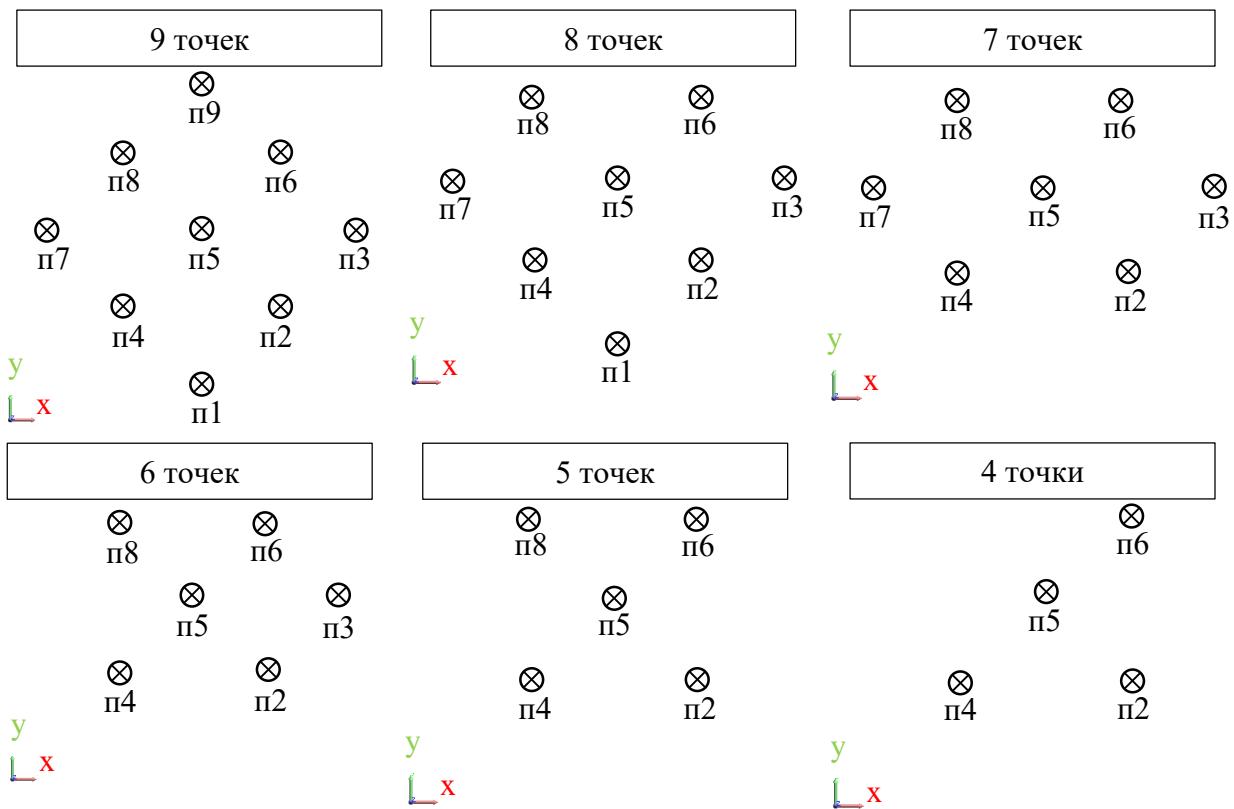


Рисунок 2.3 – Изменение схемы тестовой сети при уменьшении числа пунктов  
(составлено автором)

Таблица 2.1 - Результаты вычисления погрешностей совмещения сетей и вычисленных параметров преобразования (составлено автором)

Точка	Пространственная погрешность совмещения в шести этапах фильтрации, мм					
	9 точек	8 точек	7 точек	6 точек	5 точек	4 точки
п1	0.11	0.11	-	-	-	-
п2	0.11	0.13	0.14	0.17	0.20	0.25
п3	0.11	0.14	0.14	0.14	-	-
п4	0.11	0.11	0.14	0.20	0.20	0.25
п5	0.89	0.87	0.86	0.83	0.80	0.75
п6	0.11	0.14	0.14	0.14	0.20	0.25
п7	0.11	0.11	0.14	-	-	-
п8	0.11	0.13	0.14	0.17	0.20	-
п9	0.11	-	-	-	-	-
Параметры преобразования ( $Z_0=3000$ мм, $wx=0^\circ$ , $wy=0^\circ$ )						
$X_0$ , мм	999.921	999.946	999.899	999.798	999.859	999.823
$Y_0$ , мм	2000.079	2000.088	2000.101	2000.125	2000.141	2000.177
$wz$	45°00'00.0"'	45°00'02.6"'	45°00'00.0"'	44°59'53.9"'	45°00'00.0"'	45°00'00.0"'

Анализируя данные таблицы, можно сделать ряд выводов:

- 1) одиночное смещение локализуется в несмещенной сети вне зависимости от количества избыточных пунктов;

2) влияние одиночного смещения на вычисление смещений стабильных пунктов стремится к равному распределению при четном количестве несмещенных пунктов;

3) точность вычисления параметров преобразования во многом зависит от геометрии сети, а не только от числа избыточных пунктов, при этом ошибка вычисления линейных параметров растет пропорционально уменьшению избыточности.

Для данного примера очевидна необходимость фильтрации точки с наибольшей ошибкой. Даже при вычислении по четырем точкам вычисленное смещение на данной точке превосходит прочие (равномерно распределенные по несмещенным пунктам за счет влияния единственного смещения) вычисленные смещения в 3 раза, а при девяти точках – в 8 раз. Однако, при распределении допустимых смещений по всем пунктам, и незначительном превышении для одного из пунктов допустимой величины, выбор пункта для фильтрации становится не очевидным. В качестве примера пункты той же сети были отягощены случайными смещениями в диапазоне от -0.10 мм до +0.10 мм, а в качестве критерия фильтрации принята величина вычисленного смещения 0.10 мм. Смещение на точке п5 задано равным 0.11 мм. (по 0.08 мм. по осям  $X$  и  $Y$ ). Результаты преобразования для сети с девятью пунктами до фильтрации и после представлены на рисунках 2.4 и 2.5.

Но...	Ном. X	Ном. Y	Ном. Z	dX	dY	dZ	dMag	Но...	Ном. X	Ном. Y	Ном. Z	dX	dY	dZ	dMag
<input checked="" type="checkbox"/> п5	1000.08	4828.50	4000.00	-0.06	-0.08	0.00	0.10	<input type="checkbox"/> п5	1000.08	4828.50	4000.00	-0.07	-0.09	0.00	0.11
<input checked="" type="checkbox"/> п7	-414.26	4828.40	3000.00	0.07	0.03	0.00	0.07	<input checked="" type="checkbox"/> п7	-414.26	4828.40	3000.00	0.06	0.02	0.00	0.06
<input checked="" type="checkbox"/> п4	292.85	4121.29	4500.00	0.06	0.03	0.00	0.07	<input checked="" type="checkbox"/> п4	292.85	4121.29	4500.00	0.05	0.02	0.00	0.05
<input checked="" type="checkbox"/> п2	1707.13	4121.37	3500.00	-0.01	-0.06	0.00	0.06	<input checked="" type="checkbox"/> п2	1707.13	4121.37	3500.00	-0.01	-0.07	0.00	0.07
<input checked="" type="checkbox"/> п1	1000.02	3414.15	3000.00	-0.01	0.06	0.00	0.06	<input checked="" type="checkbox"/> п1	1000.02	3414.15	3000.00	-0.02	0.05	0.00	0.05
<input checked="" type="checkbox"/> п9	1000.03	6242.69	4000.00	0.00	-0.06	0.00	0.06	<input checked="" type="checkbox"/> п9	1000.03	6242.69	4000.00	-0.01	-0.07	0.00	0.07
<input checked="" type="checkbox"/> п6	1707.15	5535.47	4500.00	-0.02	0.05	0.00	0.05	<input checked="" type="checkbox"/> п6	1707.15	5535.47	4500.00	-0.02	0.04	0.00	0.05
<input checked="" type="checkbox"/> п3	2414.27	4828.38	3000.00	-0.04	0.03	0.00	0.05	<input checked="" type="checkbox"/> п3	2414.27	4828.38	3000.00	-0.04	0.02	0.00	0.05
<input checked="" type="checkbox"/> п8	292.92	5535.53	3500.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	<input checked="" type="checkbox"/> п8	292.92	5535.53	3500.00	-0.01	-0.01	0.00	0.01

Рисунок 2.4 – Результаты вычисления смещений при сопоставлении сетей по 9 точкам без фильтрации (слева) и с фильтрацией (справа). Все значения приведены в мм  
(составлено автором)

wz	44° 59' 58.4200	wz	44° 59' 58.4200
	1.000000		1.000000
X0	999.999445	X0	999.992084
Y0	1999.992875	Y0	1999.982875
Z0	3000.000000	Z0	3000.000000

Рисунок 2.5 – Результаты вычисления параметров преобразования при совмещении сетей по 9 точкам без фильтрации (слева) и с фильтрацией (справа). Все значения линейных параметров приведены в мм (составлено автором)

На рисунках 2.4 и 2.5 видно, что при распределении смещений по всей сети, и незначительном превышении допуска в смещении одного пункта, до фильтрации все

вычисленные смещения находятся в пределах допуска, однако, при отбраковке точки п5 её вычисленное смещение превышает допуск из-за перераспределения влияния смещений. В данном случае при установлении в качестве критерия допустимого смещения 0.10 мм, смещение, незначительно превышающее допуск, не будет обнаружено даже при высоком уровне избыточности. В случае дополнительной фильтрации снижается точность вычисления параметров за счет уменьшения избыточности. На рисунках 2.6 и 2.7 показаны результаты вычислений при тех же заданных смещениях для пяти и четырех пунктов соответственно. При этом все вычисленные смещения пунктов находятся в пределах выбранного допуска.

Но...	Ном. X	Ном. Y	Ном. Z	dX	dY	dZ	dMag	wz	44° 59' 57.4476
<input checked="" type="checkbox"/> п5	1000.08	4828.50	4000.00	-0.05	-0.07	0.00	0.09		1.000000
<input checked="" type="checkbox"/> п4	292.85	4121.29	4500.00	0.06	0.04	0.00	0.07		
<input checked="" type="checkbox"/> п6	1707.15	5535.47	4500.00	-0.01	0.06	0.00	0.06	X0	999.991000
<input checked="" type="checkbox"/> п2	1707.13	4121.37	3500.00	-0.01	-0.05	0.00	0.05	Y0	2000.004875
<input checked="" type="checkbox"/> п8	292.92	5535.53	3500.00	0.01	0.02	0.00	0.02	Z0	3000.000000

Рисунок 2.6 – Результаты вычисления смещений и параметров преобразования при совмещении сетей по 5 точкам (составлено автором)

Но...	Ном. X	Ном. Y	Ном. Z	dX	dY	dZ	dMag	wz	44° 59' 55.7571
<input checked="" type="checkbox"/> п4	292.85	4121.29	4500.00	0.06	0.06	0.00	0.08		1.000000
<input checked="" type="checkbox"/> п5	1000.08	4828.50	4000.00	-0.05	-0.06	0.00	0.08	X0	999.971259
<input checked="" type="checkbox"/> п6	1707.15	5535.47	4500.00	0.00	0.06	0.00	0.06	Y0	2000.010707
<input checked="" type="checkbox"/> п2	1707.13	4121.37	3500.00	-0.01	-0.05	0.00	0.05	Z0	3000.000000

Рисунок 2.7 – Результаты вычисления смещений и параметров преобразования при совмещении сетей по 4 точкам. Все значения приведены в мм (составлено автором)

Влияние погрешности вычисления параметров преобразования на результаты построения деформационной картины зависит от геометрии сети, её размеров, характера смещений и количества оптимизируемых параметров. В рассматриваемом примере данное влияние незначительно. Так, на рисунке 2.8 представлены три картограммы отклонений, построенные при преобразовании по 9 пунктам без фильтрации (так как превышения установленного допуска не обнаруживается, как показано ранее), по 5 и 4 пунктам. Картограммы и подписи к величинам векторов окрашены следующим образом: красные вектора относятся к преобразованию по 9 пунктам, синие – по 5, зеленые – по четырем. Направление векторов отличается в данном случае незначительно, а отличие в длине вектора не превышает 0.03 мм ( $\approx 1/94000$  для предельного расстояния между точками есть в 2828.43 мм). При этом максимальное смещение выявлена на точке п.5. только при преобразовании по 9 точкам, в то время как при преобразовании по 5 точкам смещение на точках п.5 и п.7 равны по длине вектора, а при преобразовании по 4 точкам смещение на п.7 превышает смещение на п.5., то не соответствует действительности.

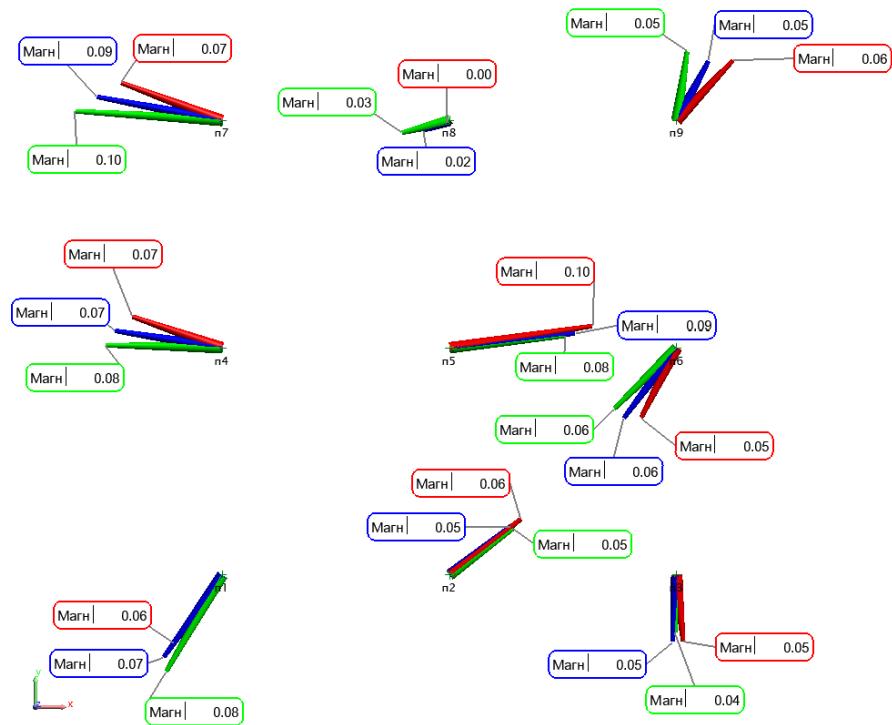


Рисунок 2.8 – Результаты вычисления смещений и параметров преобразования при совмещении сетей по 5 точкам. Все значения приведены в мм (составлено автором)

Таким образом, для рассматриваемого примера влияние уровня избыточности на результаты вычислений с точки зрения оценки развития деформационного процесса в конкретном цикле наблюдений в целом незначительны, так как направления смещений практически совпадают, а разница в длине вектора значительно меньше установленного допуска. В то же время достоверность построения деформационной картины увеличивается с увеличением числа избыточных точек, участвующих в вычислениях.

### 2.3 Общий порядок построения деформационной картины с применением описываемого метода

Для построения деформационной картины с применением предлагаемого метода необходимо выполнить следующий перечень действий:

- 1) определить набор пунктов незакрепленной сети, с наибольшей вероятностью сохранивших своё положение;
- 2) вычислить предварительные значения параметров преобразования двух незакрепленных сетей по набору стабильных пунктов;
- 3) определить критерий фильтрации, рассчитав допустимую величину вычисленного смещения, как среднеквадратическую погрешность определения смещения с учетом используемого оборудования;
- 4) вычислить смещения при полученных параметрах преобразования, сравнить их с заданной допустимой величиной смещения;

5) в случаях, когда максимальное вычисленное смещение превышает заданный допуск, исключить соответствующий пункт из перечня стабильных и повторить вычисления параметров преобразования;

6) в случае, если после определения параметров преобразования все вычисленные смещения пунктов находятся в пределах заданного допуска, принять параметры как оптимальные для всей сети (в противном случае повторить предыдущий пункт);

7) произвести преобразование сети по вычисленным параметрам преобразования;

8) на основе вычисленных смещений, полученных при оптимальных величинах параметров, построить вектора смещений пунктов.

Порядок построения деформационной картины в виде упрощенной схемы представлен в приложении А.

## **2.4 Выделение набора стабильных пунктов из общей совокупности пунктов незакрепленной сети**

При первичном выделении стабильных пунктов необходимо руководствоваться следующими критериями:

1) пункты должны располагаться на теоретически стабильных элементах конструкции, или находится вне зоны деформаций исследуемого объекта;

2) при расположении пунктов непосредственно на деформирующемся объекте (при невозможности выноса пунктов за пределы зоны деформаций), опорными должны являться пункты в основании объекта, и/или на несущих конструкциях на минимальной высоте от основания.

В некоторых случаях целесообразно использовать несколько наборов стабильных пунктов в одном преобразовании для оптимизации различных параметров. Например, при расположении пунктов на сравнительно небольшом расстоянии друг от друга, увеличивается погрешность вычисления угловых параметров преобразования при постоянстве погрешностей определения координат. В данном случае целесообразно проводить вычисления следующим образом:

1) линейные параметры преобразования получить по пунктам, расположенным на небольшом расстоянии, но сохраняющим наибольшую стабильность;

2) угловые параметры преобразования получить по пунктам, расположенных на большем расстоянии, даже на потенциально менее стабильных элементах.

Пример подобного случая показан на рисунке 2.9, на котором пункты внешнего кольца находятся в менее стабильной зоне, но используются для углового преобразования.

Для данного примера максимальное расстояние между пунктами на внешнем кольце опорной сети в основании контролируемого сооружения составляет порядка 6 м, а между

точками на внешнем кольце вне контролируемого сооружения порядка 24 м. При этом среднее вычисленное смещение точки относительно предыдущего цикла для точек в основании сооружения составляет 0.07 мм, а для точек вне сооружения – 0.27 мм без учета фильтрации.

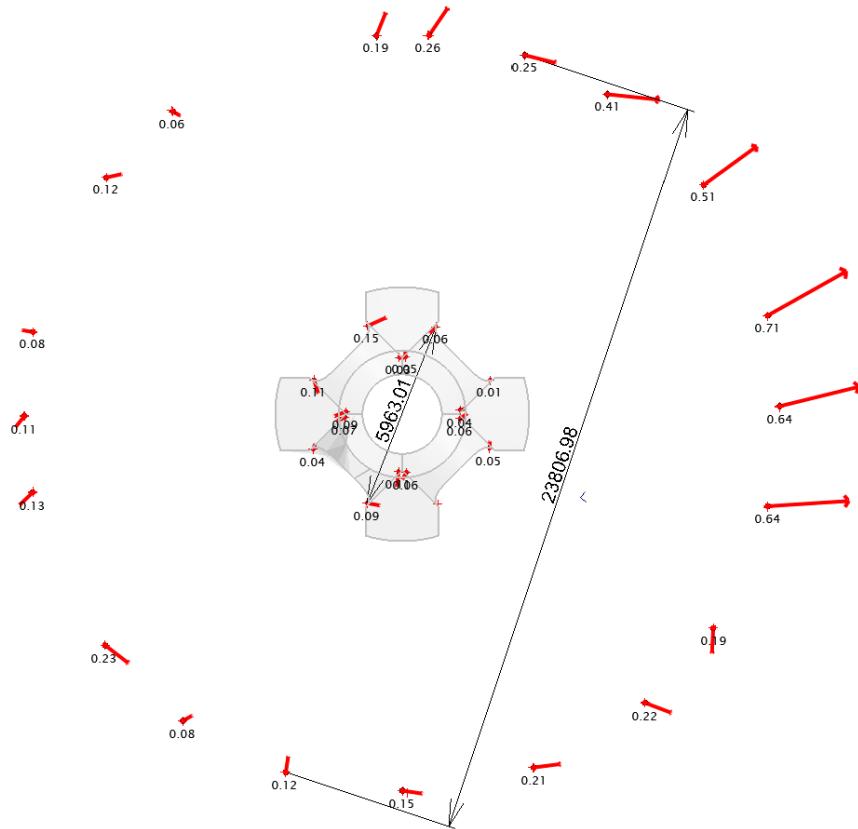


Рисунок 2.9 – Пример картограммы смещений пунктов, использующихся при вычислении параметров преобразования с двумя наборами данных. Все значения приведены в мм (составлено автором)

При фильтрации пунктов в процессе вычисления параметров соответствующие средние смещения составляют 0.05 и 0.16 мм. Если принять погрешность определения ориентации

отрезка между двумя пунктами сети равным  $\frac{m_p \sqrt{2}}{S} \rho$  где  $m_p$  – погрешность уравненного положения пункта,  $S$  – расстояние между пунктами,  $\rho = 206265$ , то средняя погрешность ориентации составит  $1.73''$  и  $1.39''$  при фильтрации пунктов с наибольшим смещением, то есть разделение опорной сети на два набора для линейных и угловых параметров позволяет определять угловые параметры вычисления на 20% точнее.

При невозможности однозначно выделить стабильные пункты из всей совокупности пунктов сети до начала вычислений, необходимо провести предварительное преобразование по всей сети с выделением наиболее стабильных пунктов в ходе фильтрации. Для примера рассмотрим случай, представленный на рисунке 2.9. Если предположить, что степень стабильности пунктов в данной сети не известна, то вычисления будут проведены по всей совокупности пунктов сети, то есть по пунктам внешнего кольца и пунктам, расположенным в

основании наблюдаемой конструкции. В данном случае при критерии допустимости вычисленного смещения в 0.10 мм, результат фильтрации пунктов в ходе итерационного вычисления значений параметров преобразования сетей будет выглядеть так, как представлено на рисунке 2.10.

Назва...	Ном. X	Ном. Y	Ном. Z	dX	dY	dZ	d...
<input checked="" type="checkbox"/> M586	1831.70	126.10	-11489.52	0.02	-0.00	-0.02	0.03
<input checked="" type="checkbox"/> M1187	1821.29	-137.90	-11459.01	0.03	0.02	-0.01	0.04
<input checked="" type="checkbox"/> M691	2765.19	1072.31	-11566.65	-0.01	-0.04	0.01	0.04
<input checked="" type="checkbox"/> M1170	4142.63	-11128.53	-11539.74	0.04	-0.02	-0.00	0.05
<input checked="" type="checkbox"/> M695	-89.40	1780.75	-11500.05	0.04	0.01	-0.03	0.05
<input checked="" type="checkbox"/> w2	103.31	1795.42	-11423.21	0.00	0.05	-0.03	0.06
<input checked="" type="checkbox"/> M1192	-1103.83	-2804.47	-11509.88	0.04	0.00	0.05	0.07
<input checked="" type="checkbox"/> M1186	2752.99	-1068.98	-11508.43	-0.03	0.02	0.07	0.08
<input checked="" type="checkbox"/> M598	1061.68	2750.99	-11432.78	-0.03	-0.05	-0.05	0.08
<input checked="" type="checkbox"/> M1168	8.38	-11858.49	-11739.31	-0.02	-0.02	0.08	0.08
<input checked="" type="checkbox"/> M1194	-1800.51	-109.16	-11482.64	-0.08	0.01	0.01	0.08
<input checked="" type="checkbox"/> M1193	-2797.22	-1105.12	-11493.48	-0.02	0.08	-0.00	0.08
<input checked="" type="checkbox"/> M588	-2779.19	1083.49	-11451.66	0.03	-0.06	-0.07	0.09
<input type="checkbox"/> M1197	-1775.47	78.79	-11493.67	-0.10	-0.00	0.03	0.11
<input type="checkbox"/> M1188	133.23	-1824.43	-11596.92	-0.07	-0.05	0.08	0.12
<input type="checkbox"/> M1191	-110.47	-1810.07	-11553.68	-0.06	-0.11	0.02	0.12
<input type="checkbox"/> M1189	1123.14	-2822.04	-11831.43	-0.02	-0.04	0.13	0.14
<input type="checkbox"/> M596	-1088.69	2778.62	-11505.77	0.16	0.08	-0.01	0.18
<input type="checkbox"/> M940	-11636.43	-2468.35	-11730.60	-0.15	0.07	0.10	0.19
<input type="checkbox"/> M1165	-3665.55	-11278.55	-11727.80	-0.15	0.17	-0.05	0.23
<input type="checkbox"/> M936	-11899.95	-60.36	-11577.44	-0.09	0.08	0.21	0.24
<input type="checkbox"/> M1172	7643.49	-9090.30	-11737.49	0.07	-0.17	-0.21	0.28
<input type="checkbox"/> M934	-9317.06	7453.64	-11769.40	0.19	0.15	-0.15	0.29
<input type="checkbox"/> M685	-809.82	11921.54	-11572.34	0.21	0.19	-0.10	0.30

Рисунок 2.10 – Результат фильтрации пунктов сети в процессе поиска наилучших значений параметров преобразования. Все значения приведены в мм: а) сохраненные в процессе фильтрации пункты; б) отбракованные пункты (составлено автором)

Заведомо известно, что наиболее стабильные пункты находятся в основании наблюдаемого сооружения, при этом в ходе вычислений для данного случая целесообразно разделять использующиеся при сопоставлении сетей пункты на два набора данных – для поиска линейных и угловых параметров преобразования. На рисунке 2.11 представлена схема сети, на которой отмечены пункты, выделенные как стабильные в ходе фильтрации.

На представленной схеме видно, что при заданном критерии фильтрации большая часть пунктов, отмеченных как стабильные, находятся в основании наблюдаемой конструкции, что соответствует фактически заданным условиям выбора пунктов опорной сети. При этом часть пунктов в основании выделена как менее стабильные (их вычисленные смещения показаны на рисунке 2.12), а два пункта на внешнем кольце сети отмечены как стабильные (вычисленные смещения составили 0.08 мм и 0.05 мм для пунктов M1168 и M1170 соответственно). При двухэтапном преобразовании вычисленные смещения для этих пунктов составили: 0.16 мм для пункта M596, 0.09 мм для пункта M1197, 0.12 мм для пункта M1191, 0.10 мм для пункта M1188; для пунктов M1168 и M1170 вычисленные смещения при двухэтапной фильтрации составляют 0.17 и 0.21 мм соответственно.

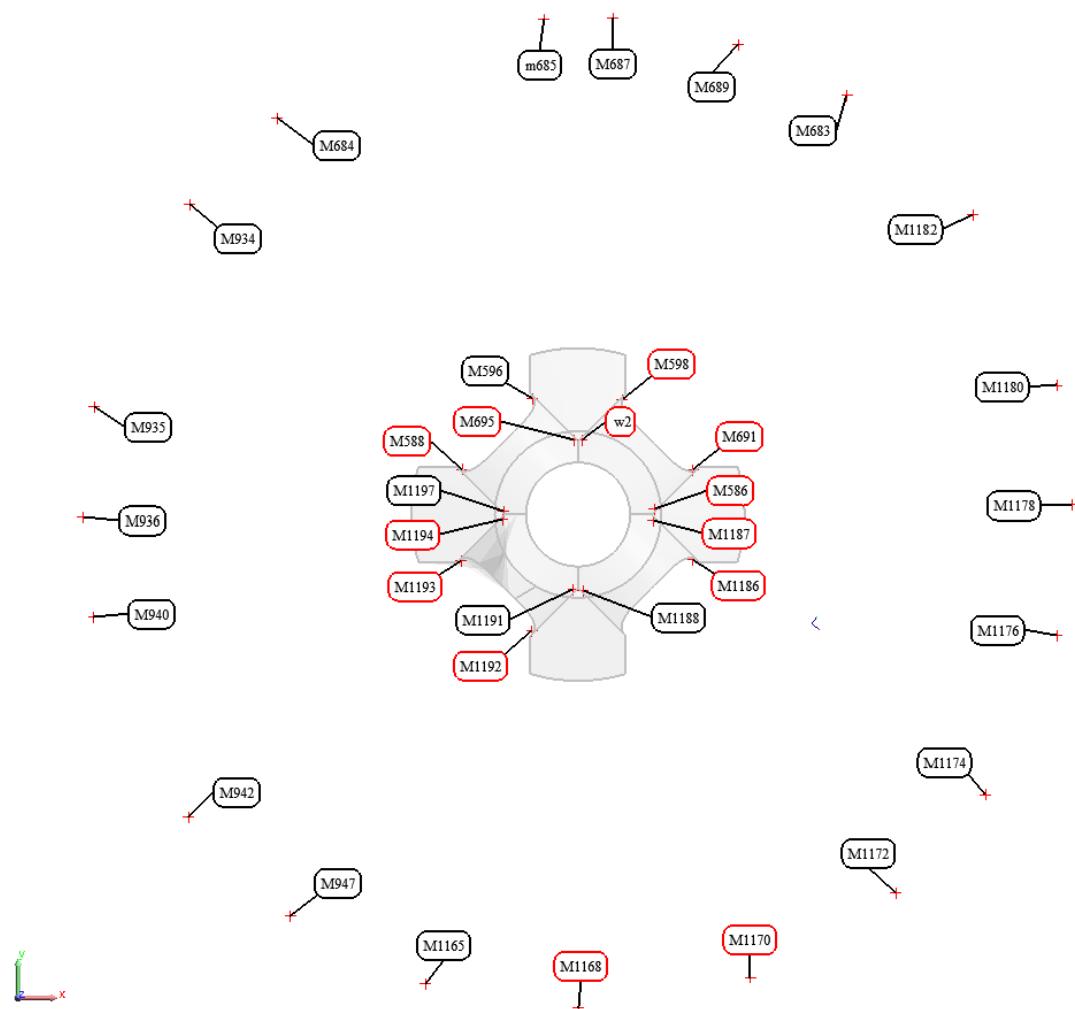


Рисунок 2.11 – Схема расположения пунктов тестовой сети. Красным цветом выделены пункты, отмеченные как стабильные по результатам фильтрации (составлено автором)

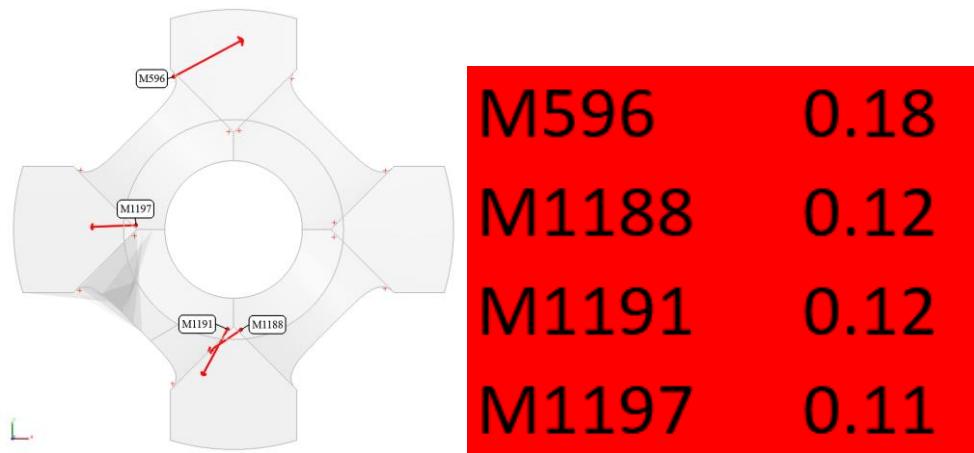


Рисунок 2.12 – Схема расположения пунктов в основании объекта, отмеченных как нестабильные (слева), и их вычисленные смещения (справа). Все значения приведены в мм (составлено автором)

Таким образом, преобразование по одному набору данных с последовательной фильтрацией данных из всей совокупности пунктов незакрепленной сети позволяет получить схожие результаты построения деформационной картины для изучаемого объекта.

На рисунке 2.13 показаны две группы векторов для двух вариантов расчета: красные векторы аналогичны векторам на рисунке 2.9 и соответствуют описанному ранее двухэтапному случаю преобразования, а синие – преобразованию по пунктам, выделенным как стабильные в ходе фильтрации, без разделения связующих пунктов на два набора данных. По представленной схеме можно заключить, что поиск стабильных связующих пунктов с фильтрацией данных при вычислении параметров преобразования дает несколько иные результаты, нежели использование заведомо известного набора потенциально стабильных пунктов.

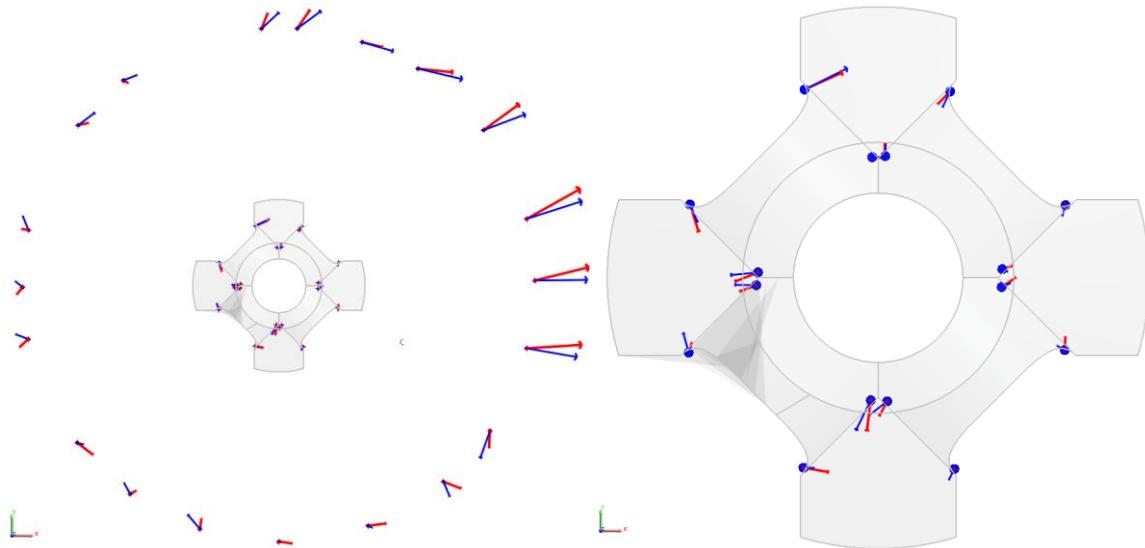


Рисунок 2.13 – Картограммы смещений по результатам совмещения с двумя наборами пунктов для расчета (красные вектора) и с одним общим набором (синие вектора) (составлено автором)

По представленным схемам можно заключить, что основное различие в построенной деформационной картине связано с вычислением взаимного поворота сетей, в то время как длины векторов смещений изменяются незначительно (рисунок 2.14).

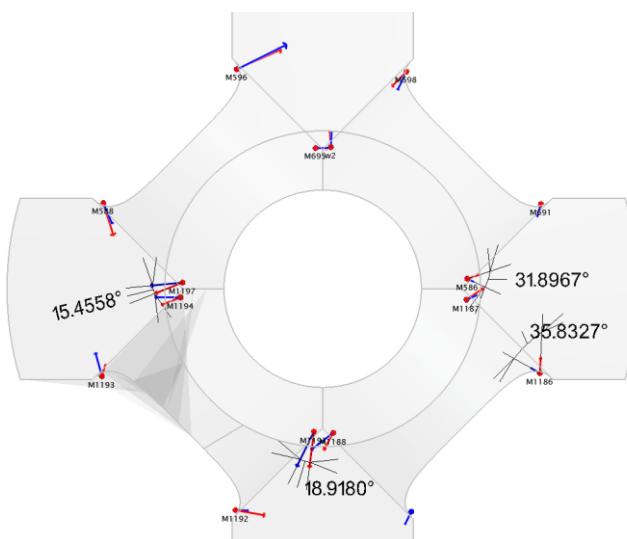


Рисунок 2.14 – Схема вычисленных векторов смещений с указанием наибольших различий в ориентации векторов (составлено автором)

Для данного примера результаты построения деформационной картины практически идентичны в пределах наблюдаемого объекта для обоих случаев. Для пунктов в основании объекта погрешность ориентации вектора максимальна для тех пунктов, смещение которых значительно меньше допустимого, следовательно, даже значительная погрешность ориентации векторов не влияет в данном случае на анализ деформационного процесса.

## 2.5 Выводы по Главе 2

В данной главе описан разработанный метод определения смещений пунктов незакрепленных пространственных сетей специального назначения, а также рассмотрены факторы, влияющие на процесс анализа с использованием метода, в частности влияние ориентации прибора на станциях во время проведения измерений, а также влияние условий окружающей среды. Применение данного метода рекомендуется, в первую очередь, в случаях, когда использовать классические методы нецелесообразно или невозможно. При использовании координатного подхода можно описать смещение пункта изменением его координат. При реализации метода свободных станций, когда в рамках одного цикла наблюдений не имеет значения ориентация стоянок относительно системы координат объекта, а только взаимная связь между станциями, при уравнивании результатов измерений полученная сеть каждого цикла может находиться в собственной системе координат. При этом такие системы координат сетей различных циклов наблюдений могут быть как сонаправлены по оси  $OZ$  в случаях, когда прибор был горизонтирован по крайней мере на одной станции, так и быть ориентированы относительно друг друга случайным образом. При поиске параметров связи (параметров Гельмерта), связывающих данные системы координат, то есть при пересчете координат перемещаемой сети (повторного цикла наблюдений) в систему координат базовой сети (исходного цикла наблюдений), фактически происходит наложение и сравнение двух сетей. Погрешности такого сопоставления сетей, иначе говоря разности координат одних и тех же точек в сетях двух циклов, вызваны как погрешностью определения координат, так и смещением пункта между циклами. Если при сопоставлении сетей вычислять параметры связи на основе пунктов, потенциально сохранивших своё положение (пунктов в основаниях, на силовых элементах конструкции и т.п.), и дополнительно исключить из цикла вычислений пункты, для которых погрешности сопоставления превышают априорную погрешность определения смещения, можно вычислить такие параметры преобразования, при которых итоговые разности координат, превышающие погрешность определения смещения, будут представлять из себя начальную и конечную точки вектора фактического смещения пункта между циклами. При этом для вычисления разных параметров Гельмерта теоретически могут использоваться различные наборы пунктов, например, угловые параметры можно вычислять по наиболее удаленным пунктам, а параметры линейного

сдвига – по пунктам в основании конструкции. Таким образом, подтверждается первое защищаемое положение.

При обработке результатов измерений необходимо учитывать особенности объекта, его подверженность влиянию условий окружающей среды, возможность связи между фрагментами сети на различных уровнях объекта. При объединении данных различных стоянок в единую сеть, уравнивании результатов измерений и последующем сопоставлении сетей различных циклов количество параметров преобразования зависит от условий измерений. Так, в различных случаях может изменяться количество угловых параметров преобразования, при этом масштабный коэффициент всегда следует принимать постоянным и равным единице.

Сложность вычислительного процесса при использовании данного подхода к поиску деформаций предполагает автоматизацию метода с помощью современных вычислительных средств, в том числе специализированного программного обеспечения и различных вычислительных инструментов, что будет рассмотрено в следующей главе.

## ГЛАВА 3 РЕАЛИЗАЦИЯ СОЗДАННОГО МЕТОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ

Вычисление параметров преобразования сетей в рамках теста общего соответствия представляет собой классическую задачу многомерной оптимизации. Решение задачи может быть получено как с использованием классических методов расчета, таких как параметрический метод, так и с применением поисковых методов оптимизации. Конечный выбор вычислительного метода в большей степени обусловлен особенностями реализации, нежели эффективностью. Так, параметрический метод является одним из наиболее изученных при решении вычислительных задач в геодезии, однако, требует достаточно объемных дополнительных вычислений, связанных с частными производными первого порядка и матричными вычислениями, в то время как поисковые методы, такие как метод прямого поиска с переменным шагом, изучены в меньшей степени, однако значительно проще при программировании.

### 3.1 Получение предварительных параметров преобразования

В ходе вычислений в общем случае необходимо получить значения семи параметров преобразования. Наиболее частые случаи предполагают вычисление четырех и несколько реже шести параметров. Параметры поворота и линейного смещения вычисляются независимо, следовательно, вычисляются в цикле поочередно множество раз до получения оптимального значения целевой функции. Вне зависимости от выбора вычислительной стратегии, для ускорения вычислений и уменьшения числа итераций можно определить предварительные значения параметров преобразования. При этом вычисление предварительных линейных параметров более важно, так как наиболее распространенный случай предполагает поиск четырех параметров, из которых три представлены элементами линейного смещения.

Задачу поиска предварительных значений линейных параметров преобразования можно представить как решение прямой пространственной линейной засечки. Для получения предварительных параметров в данном случае необходимы координаты трех любых точек сети в двух анализируемых циклах измерений. Схема решения при виде сверху и известные данные по трем любым точкам из рабочего набора представлены на рисунке 3.1. На рисунке 3.1:  $XYZ$  – система координат базовой сети,  $ABC$  – система координат перемещаемой сети,  $(X_i, Y_i, Z_i)$  – координаты трех точек в системе координат базовой сети,  $(X_0, Y_0, Z_0)$  – координаты начала системы координат перемещаемой сети в системе координат базовой сети,  $R_i$  – пространственные расстояния от трех точек с известными координатами до точки начала системы координат перемещаемой сети, рассчитанные по формуле 3.1.

$$R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2} \quad (3.1)$$

где  $A_i, B_i, C_i$  – координаты точки в системе координат перемещаемой сети.

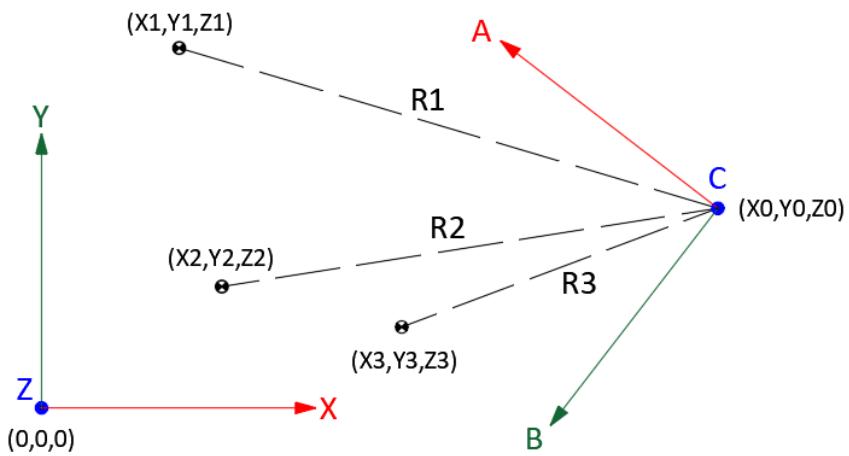


Рисунок 3.1 – Схема нахождения предварительных параметров линейного преобразования [56]

Таким образом, приблизительно локализовать начало системы координат перемещаемой сети в системе координат базовой сети можно, решив систему из трех уравнений вида (3.2):

$$(X_0 - X_i)^2 + (Y_0 - Y_i)^2 + (Z_0 - Z_i)^2 = R_i^2 \quad (3.2)$$

Решение данной системы уравнений будет представлять собой координаты одной из возможных точек пересечения трех сфер, центрами каждой из которых является точка с известными координатами, а радиусом – расстояния  $R_i$ . Так как обе точки находятся на сравнительно небольшом удалении друг от друга, можно использовать координаты любой из них (или среднее значение координат) в качестве предварительных значений линейных параметров преобразования Гельмерта. Для однозначного решения можно дополнить систему уравнений до четырех, приняв в обработку дополнительную точку.

В случаях, когда необходимо вычислить предварительные значения параметров вращения, это можно сделать после линейного переноса, вычислив разность углов между соответственным осями исходной и перемещаемой систем координат. Так, для схемы преобразования, показанной на рисунке 3.1, поиск предварительного значения угла  $r_z$  может быть осуществлен как показано на рисунке 3.2. На рисунке 3.2 система координат  $ABC$  линейно смещена в начало системы координат  $XYZ$  по предварительным линейным параметрам преобразования; угол  $\alpha_1$  – угол между положительным направлением оси  $OX$  и направлением отрезка от начала системы координат до точки с координатами  $(X_3, Y_3, Z_3)$ ; угол  $\alpha_2$  – внешний угол между положительным направлением оси  $OA$  (соответствующей оси  $OX$  первой системы координат) и направлением отрезка от начала системы координат до точки с координатами  $(X_3, Y_3, Z_3)$  ( $360^\circ - \alpha_2$ ); угол  $w_z$  – меньший угол между осями  $OX$  и  $OA$  ( $360^\circ - w_z$ ). Таким образом, для данного примера угол  $w_z$  может быть найден как  $w_z = 360^\circ - \alpha_2 - \alpha_1 = 218^\circ$ .

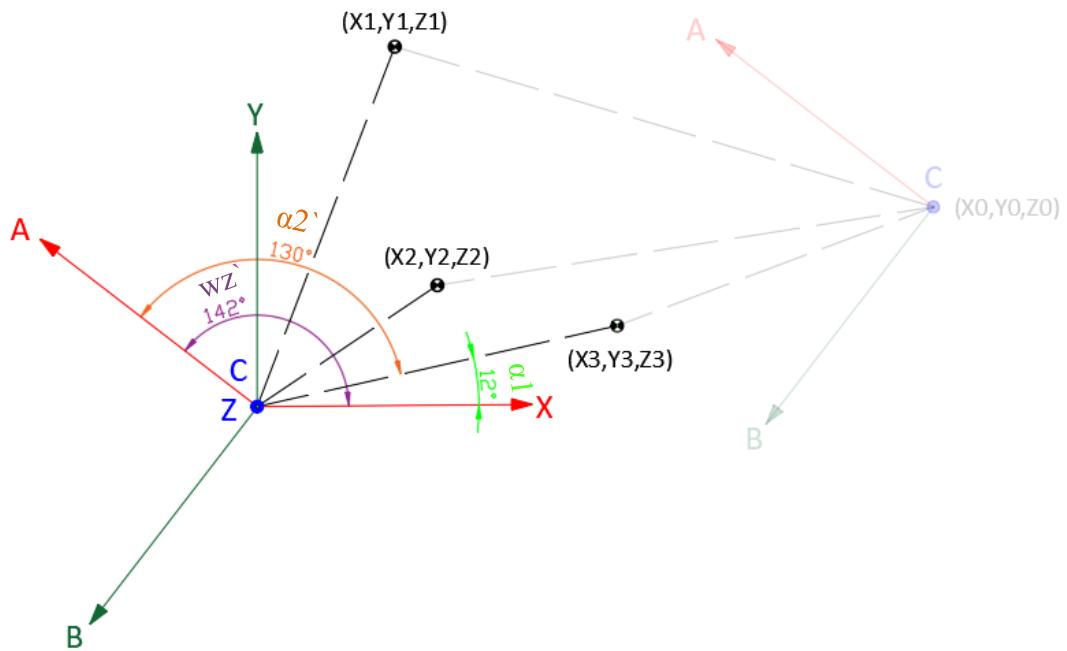


Рисунок 3.2 – Схема нахождения предварительного значения параметра вращения  $w_z$   
(составлено автором)

Фактически, предварительное значение параметра вращения можно вычислить как разность дирекционных углов направления на любую из точек сети при условии линейного переноса начала перемещаемой системы координат в начало базовой.

### 3.2 Вычисление параметров преобразования параметрическим методом

Параметрический метод расчета относится к строгим способам реализации метода наименьших квадратов. Он является одним из наиболее хорошо изученных и широко применяемых в геодезии, что позволяет использовать его как базовый метод для получения надежного результата вычислений и для анализа эффективности поисковой оптимизации и встроенных инструментов существующего программного обеспечения. Преимуществом метода является контролируемость вычислений и доказанная эффективность.

Используя функциональную зависимость между набором координат связующих точек и параметрами преобразования (1.5), можно выделить все необходимые составляющие для реализации параметрического метода расчета. Линейные и угловые элементы преобразования Гельмерта в данном случае выступают параметрами, а наборы координат – известными величинами. В общем случае для расчета необходимо вычислить значения 7 параметров, однако масштабным коэффициентом, как правило, пренебрегают [56], и далее будет рассматриваться случай 6-параметрического преобразования. Уравнения связи между координатами одной точки в двух системах координат, согласно матричному виду, имеют вид 3.3:

$$\begin{aligned}
 X1_T &= X2 \cdot R_{1,1} + Y2 \cdot R_{1,2} + Z2 \cdot R_{1,3} + X0 \\
 Y1_T &= X2 \cdot R_{2,1} + Y2 \cdot R_{2,2} + Z2 \cdot R_{2,3} + Y0 \\
 Z1_T &= X2 \cdot R_{3,1} + Y2 \cdot R_{3,2} + Z2 \cdot R_{3,3} + Z0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

где:  $X1_T, Y1_T, Z1_T$  – вычисляемые координаты пунктов в первой системе координат;

$X2_i, Y2_i, Z2_i$  – известные координаты пунктов во второй системе координат;

$R_{i,j}$  – элементы матрицы вращения  $R$ ;

$X0, Y0, Z0$  – элементы линейного преобразования [76].

Матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок для случая оптимизации с вычислением шести параметров преобразования (общий случай вычислений при пренебрежении масштабным коэффициентом) представляет собой матрицу  $A$  размерностью  $3n \times 6$ , где  $n$  – общее число точек опорной сети, координаты которых участвуют в уравнивании. Элементами матрицы являются частные производные уравнений связи координат в двух системах (3.4) [76]:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial wx} \Delta w & \frac{\partial X}{\partial wy} \Delta w & \frac{\partial X}{\partial wz} \Delta w & \Delta l & 0 & 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial wx} \Delta w & \frac{\partial Y}{\partial wy} \Delta w & \frac{\partial Y}{\partial wz} \Delta w & 0 & \Delta l & 0 \\ \frac{\partial Z}{\partial wx} \Delta w & \frac{\partial Z}{\partial wy} \Delta w & \frac{\partial Z}{\partial wz} \Delta w & 0 & 0 & \Delta l \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

где  $\Delta l, \Delta w$  – дифференциалы линейных и угловых параметров соответственно. Частные производные уравнений связи по угловым параметрам вычисляются по формулам, представленным в приложении Б.

Вектор свободных членов будет являться вектором разностей координат пунктов базовой сети, вычисленным по уравнениям связи, и исходными их значениями из уравнивания измерений в исходном цикле наблюдений (3.5):

$$L = \begin{pmatrix} X1_T - X1 \\ Y1_T - Y1 \\ Z1_T - Z1 \\ \dots \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

Расчет необходимо выполнить несколько раз, до достижения требуемой точности. Количество итераций сокращается при вводе предварительных значениях параметров, близких к искомым.

В качестве примера, иллюстрирующего порядок вычислений параметрическим методом, был произведен расчет для фрагмента сети, координаты пунктов которой измерены в двух циклах. Фрагмент содержит 8 наиболее стабильных пунктов сети, участвующих в процессе поиска

параметров, и 7 пунктов деформационной сети, не участвующих вычислении параметров, то есть «деформационных марок», анализ смещений которых производится на основе вычисленных параметров преобразования. Предварительно обе сети были совмещены между собой наилучшим образом средствами SpatialAnalyzer, после чего набор координат пунктов в системе координат перемещаемой сети был смещен на известные величины. Для упрощения пример смоделирован для случая, когда прибор в ходе измерений был горизонтирован, то есть параметрами  $wx$  и  $wu$  следует пренебречь. Параметры преобразования сети при моделировании заданы следующим образом:  $X0=Y0=Z0=100$  мм,  $wz=45^\circ$ . Координаты пунктов тестовой выборки представлены в таблице 3.1, где зеленым цветом выделены номера пунктов, относящихся к наиболее стабильным.

Таблица 3.1 – Координаты пунктов тестовой выборки (составлено автором)

№ пункта	Базовая сеть			Смещенная сеть		
	X1, мм	Y1, мм	Z1, мм	X2, мм	Y2, мм	Z2, мм
M588	-2779,192	1083,494	548,339	-2731,237	-1057,667	648,262
M596	-1088,687	2778,619	494,230	-2734,543	1336,528	594,212
M598	1061,679	2750,985	567,218	-1194,519	2837,318	667,157
M691	2765,192	1072,310	433,346	1197,048	2854,935	533,351
M950	1133,779	-2832,587	1901,044	2804,522	-1059,886	2001,044
M954	2797,086	-1119,920	1943,249	2769,561	1327,460	2043,144
M955	2826,129	1141,143	2018,314	1191,388	2946,618	2118,149
M957	-1108,632	2797,913	2039,245	-2762,215	1335,990	2138,997
M958	-2804,089	1117,319	2039,161	-2772,792	-1051,374	2138,913
M959	-2821,456	-1132,499	2009,539	-1194,277	-2654,352	2109,349
M960	-1131,241	-2821,683	2063,125	1195,387	-2653,630	2162,967
M1186	2752,995	-1068,980	491,572	2702,511	1332,236	591,630
M1189	1123,144	-2822,043	168,568	2789,711	-1059,878	268,688
M1192	-1103,829	-2804,466	490,122	1202,610	-2622,106	590,167
M1193	-2797,222	-1105,122	506,519	-1196,513	-2617,918	606,505

Предварительная обработка для сравнения результатов выполнена в SpatialAnalyzer (рисунок 3.3). В качестве критерия фильтрации пунктов, участвующих в вычислении параметров Гельмерта, выбрано значение 0.10 мм.

Для расчета с использованием параметрического метода использована система MathCad. На первом этапе были вычислены предварительные значения параметров линейного преобразования, полученные как средние значения координат, вычисленных по трем точкам опорной сети, как описано в пункте 3.1. Затем выполнено многократное параметрическое уравнивание значений параметров преобразования.

Вычисления параметров преобразования до этапа фильтрации проведены за 4 итерации, после чего из обработки изъяты 2 точки (M596 и M1189). Таким образом, вычисление параметров Гельмерта проведено 6 раз. Порядок основных вычислений параметрическим методом в системе Mathcad приведен на рисунках 3.4-3.5. Исходными данными для вычисления являлись две матрицы координат (рисунок 3.4). Матрица координат исходного цикла обозначена как « $хуз$ »,

матрица координат актуального цикла обозначена как «*abc*». На первом этапе вычислений, используя предварительные значения линейных параметров преобразования, определенных как описано выше (рисунок 3.5), вычислены теоретические значения координат в системе координат базовой сети, используя координаты одноименных пунктов в системе координат перемещаемой сети (рисунок 3.6). Вычислена матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок (рисунок 3.7).

Перемещ. (мм)	-100.0154	-99.9848	-99.9926	1
Fixed XYZ Rotation (град:мин:сек)	0° 00' 00.0000	0° 00' -0.0000	-45° 00' 02.4610	
				3
Назва...	Ном. X	Ном. Y	Ном. Z	dX
<input type="checkbox"/> M596	-1088.687	2778.619	494.230	0.160
<input type="checkbox"/> M1189	1123.144	-2822.043	168.568	-0.015
<input checked="" type="checkbox"/> M588	-2779.192	1083.494	548.339	0.031
<input checked="" type="checkbox"/> M1193	-2797.221	-1105.122	506.519	-0.016
<input checked="" type="checkbox"/> M1186	2752.995	-1068.979	491.572	-0.025
<input checked="" type="checkbox"/> M598	1061.679	2750.985	567.218	-0.026
<input checked="" type="checkbox"/> M1192	-1103.828	-2804.466	490.122	0.045
<input checked="" type="checkbox"/> M691	2765.192	1072.310	433.346	-0.009

Рисунок 3.3 – Результаты вычисления смещений по стабильным пунктам в SA. Все значения приведены в мм; 1 — строки вычисленных параметров преобразования; 2 — строки с информацией о точках, исключенных из обработки; 3 — столбец вычисленных смещений пунктов [56]

$$\begin{aligned}
 \text{xyz} := & \begin{pmatrix} -2779.192 & 1083.494 & 548.339 \\ -1088.687 & 2778.619 & 494.230 \\ 1061.679 & 2750.985 & 567.218 \\ 2765.192 & 1072.310 & 433.346 \\ 2752.995 & -1068.980 & 491.572 \\ 1123.144 & -2822.043 & 168.568 \\ -1103.829 & -2804.466 & 490.122 \\ -2797.222 & -1105.122 & 506.519 \end{pmatrix} \\
 \text{abc} := & \begin{pmatrix} -2731.237 & -1057.667 & 648.262 \\ -2734.543 & 1336.528 & 594.212 \\ -1194.519 & 2837.318 & 667.157 \\ 1197.048 & 2854.935 & 533.351 \\ 2702.511 & 1332.236 & 591.630 \\ 2789.711 & -1059.878 & 268.688 \\ 1202.610 & -2622.106 & 590.167 \\ -1196.513 & -2617.918 & 606.505 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рисунок 3.4 – Исходные данные для расчета в Mathcad: значения координат приведены в мм; 1 — матрица координат пунктов в системе координат исходного цикла; 2 — матрица координат пунктов в системе координат актуального цикла [56]

$$|\mathbf{l}| := \sqrt{\left(\mathbf{abc}_{1,1}\right)^2 + \left(\mathbf{abc}_{1,2}\right)^2 + \left(\mathbf{abc}_{1,3}\right)^2} = 2999.7598$$

$$|2| := \sqrt{\left(\text{abc}_{2,1}\right)^2 + \left(\text{abc}_{2,2}\right)^2 + \left(\text{abc}_{2,3}\right)^2} = 3101.1482$$

$$l3 := \sqrt{\left(\text{abc}_{3,1}\right)^2 + \left(\text{abc}_{3,2}\right)^2 + \left(\text{abc}_{3,3}\right)^2} = 3149.9758$$

Given

$x := 1$        $y := 1$        $z := 1$

$$(x - xyz_{1,1})^2 + (y - xyz_{1,2})^2 + (z - xyz_{1,3})^2 = 11^2$$

$$\left( x - xyz_{2,1} \right)^2 + \left( y - xyz_{2,2} \right)^2 + \left( z - xyz_{2,3} \right)^2 = l^2$$

$$M1 := \text{Find}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -99.922 \\ -100.212 \\ -98.895 \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.5 – Вычисление предварительных значений линейных параметров преобразования: 1 — вычисленные параметры сверху вниз:  $X0$ ,  $Y0$ ,  $Z0$  [56]

Рисунок 3.6 – Вычисление матрицы поворота и матриц теоретических значений координат: 1 — матрица поворота в Mathcad; 2 — Матрица вычисления теоретических значений координат в Mathcad (элементы каждой строки от первого до третьего соответствуют вычисляемым координатам  $X_{Teor_i}$ ,  $Y_{Teor_i}$  и  $Z_{Teor_i}$  соответственно) [56]

$$A := \begin{vmatrix} dw \left( -1 \cdot \sin(wz) \cdot abc_{4,1} \cdot \cos(wy) - abc_{4,2} \cdot \cos(wy) \cdot \cos(wz) \right) & dl & 0 & 0 \\ dw \left( -1 \cdot abc_{4,1} \cdot \sin(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \sin(wz) + abc_{4,1} \cdot \cos(wx) \cdot \cos(wz) - abc_{4,2} \cdot \sin(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \cos(wz) - abc_{4,2} \cdot \cos(wx) \cdot \sin(wz) \right) & 0 & dl & 0 \\ dw \left( abc_{4,1} \cdot \cos(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \sin(wz) + abc_{4,1} \cdot \sin(wx) \cdot \cos(wz) + abc_{4,2} \cdot \cos(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \sin(wz) - abc_{4,2} \cdot \sin(wx) \cdot \sin(wz) \right) & 0 & 0 & dl \\ dw \left( -1 \cdot \sin(wz) \cdot abc_{5,1} \cdot \cos(wy) - abc_{5,2} \cdot \cos(wy) \cdot \cos(wz) \right) & dl & 0 & 0 \\ dw \left( -1 \cdot abc_{5,1} \cdot \sin(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \sin(wz) + abc_{5,1} \cdot \cos(wx) \cdot \cos(wz) - abc_{5,2} \cdot \sin(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \cos(wz) - abc_{5,2} \cdot \cos(wx) \cdot \sin(wz) \right) & 0 & dl & 0 \\ dw \left( abc_{5,1} \cdot \cos(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \sin(wz) + abc_{5,1} \cdot \sin(wx) \cdot \cos(wz) + abc_{5,2} \cdot \cos(wx) \cdot \sin(wy) \cdot \sin(wz) - abc_{5,2} \cdot \sin(wx) \cdot \sin(wz) \right) & 0 & 0 & dl \end{vmatrix}$$

Рисунок 3.7 – Вычисление матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок [56]

Фигурирующие при вычислении элементов матрицы коэффициентов дифференциалы  $dw$  и  $dl$  параметров вращательного и линейного преобразования соответственно могут выбираться в данном случае любыми, так как от их величины не зависит результат вычислений (при вычислении поправок в предварительные значения параметров влияние величины дифференциалов исключается умножением поправок на соответствующие им дифференциалы). Далее был вычислен вектор свободных членов, как вектор разностей вычисленных значений координат пунктов в системе координат базовой сети и уравненных значений тех же координат из исходной матрицы. Последующие вычисления произведены согласно порядку реализации параметрического метода. По итогу вычислений на каждой итерации получены поправки в параметры преобразования. Поправки вносились в предварительные значения параметров преобразования и вычисления повторялись до тех пор, пока величина поправок не стала пренебрежимо малой. В данном случае пренебрежимо малой величиной поправки считалось значение, меньшее при округлении чем  $10^{-4}$  мм для линейных параметров преобразования и  $10^{-6}$  ( $\approx 0.004''$ ) для параметра вращения (рисунок 3.8).

$L :=$ $1 \quad xyzV_{4,1} - xyz_{4,1}$ $xyzV_{4,2} - xyz_{4,2}$ $xyzV_{4,3} - xyz_{4,3}$ $xyzV_{5,1} - xyz_{5,1}$ $xyzV_{5,2} - xyz_{5,2}$ $xyzV_{5,3} - xyz_{5,3}$	$2 \quad$ $N := A^T \cdot P \cdot A$ $Q := N^{-1}$ $wz \quad X := -Q \cdot A^T \cdot P \cdot L$ $x0 \quad X_1 \cdot dw = -40.5146 \cdot \text{deg}$ $y0 \quad X_2 \cdot dl = -1.3953$ $z0 \quad X_3 \cdot dl = -36.5199$ $  \quad X_4 \cdot dl = -1.1118$	$3 \quad$ $wz \quad X_1 \cdot dw = 0.000000 \cdot \text{deg}$ $x0 \quad X_2 \cdot dl = 0.0000$ $y0 \quad X_3 \cdot dl = 0.0000$ $z0 \quad X_4 \cdot dl = 0.0000$
--	--	--

Рисунок 3.8 – Итоговые вычисления в рамках параметрического метода: 1 — фрагмент вектора свободных членов; 2 — получение поправок в предварительные значения параметров преобразования; 3 — полученные пренебрежимо малые поправки на четвертой итерации [56]

По достижении пренебрежимо малых поправок в параметры преобразования, определялся пункт с наибольшей длиной вектора вычисленного смещения, определяемой как корень из суммы

квадратов элементов вектора свободных членов, соответствующих пункту. Если величина вектора смещения для данного пункта превышала 0.100 мм (величина, аналогичная критерию допуска, выбранному при расчете в SpatialAnalyzer), данный пункт исключался из обработки, вычисления повторялись, и по результатам внесения поправок в параметры преобразования определялся новый пункт с наибольшей длиной вектора смещения, пока длины всех векторов не окажутся в пределах заданного допуска. Таким образом, из обработки было изъято 2 пункта (M596 и M1189). Для всех пунктов были вычислены итоговые величины смещений (рисунок 3.9). Общая характеристика результатов вычислений приведена в таблице 3.2.

1	$L_4 \ L_5 \ L_6$ $L_7 \ L_8 \ L_9$ $L_{10} \ L_{11} \ L_{12}$ $L_{13} \ L_{14} \ L_{15}$ $L_{16} \ L_{17} \ L_{18}$ $L_{19} \ L_{20} \ L_{21}$  Dcoord := $L_{22} \ L_{23} \ L_{24}$ $L_{25} \ L_{26} \ L_{27}$ $L_{28} \ L_{29} \ L_{30}$ $L_{31} \ L_{32} \ L_{33}$ $L_{34} \ L_{35} \ L_{36}$ $L_{37} \ L_{38} \ L_{39}$ $L_{40} \ L_{41} \ L_{42}$	2	$\sqrt{(Dcoord_{4,1})^2 + (Dcoord_{4,2})^2 + (Dcoord_{4,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{5,1})^2 + (Dcoord_{5,2})^2 + (Dcoord_{5,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{6,1})^2 + (Dcoord_{6,2})^2 + (Dcoord_{6,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{7,1})^2 + (Dcoord_{7,2})^2 + (Dcoord_{7,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{8,1})^2 + (Dcoord_{8,2})^2 + (Dcoord_{8,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{9,1})^2 + (Dcoord_{9,2})^2 + (Dcoord_{9,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{10,1})^2 + (Dcoord_{10,2})^2 + (Dcoord_{10,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{11,1})^2 + (Dcoord_{11,2})^2 + (Dcoord_{11,3})^2}$ $\sqrt{(Dcoord_{12,1})^2 + (Dcoord_{12,2})^2 + (Dcoord_{12,3})^2}$	3	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 0.093 0.184 0.075 0.030 0.188 0.222 0.199 0.288 0.245 0.220 0.168 0.076 0.131 0.070 0.086
---	--	---	--	---	--

Рисунок 3.9 – Вычисление итоговых величин смещений пунктов после фильтрации: 1 — Фрагмент матрицы, строки которой содержат элементы пространственного вектора смещения для каждого пункта (соответствующие элементы вектора свободных членов); 2 — вычисление длины вектора пространственного смещения для каждого пункта; 3 — полученные величины пространственных смещений для 15 пунктов [56]

Таблица 3.2 – Результаты вычислений параметрическим методом [56]

Вычисленные параметры преобразования				
$X_0$ , мм	$Y_0$ , мм	$Z_0$ , мм	$wz$	
-100.0157	-99.9849	-99.9927	-45°00'02.4''	
Вычисленные смещения (наиболее стабильные пункты выделены зеленым, исключенные из числа стабильных пункты - красным)				
Название точки	$D_x$ , мм	$D_y$ , мм	$D_z$ , мм	$D_{mag}$ , мм
M588	0.031	-0.054	-0.070	0.093
M596	0.160	0.090	-0.011	0.184
M598	-0.026	-0.045	-0.054	0.075
M691	-0.009	-0.026	0.012	0.030
M950	-0.183	0.038	0.007	0.187
M954	-0.083	0.181	-0.098	0.222

Продолжение таблицы 3.2

Вычисленные параметры преобразования				
$X_0$ , мм	$Y_0$ , мм	$Z_0$ , мм	$wz$	
-100.0157	-99.9849	-99.9927	-45°00'02.4"	
Вычисленные смещения (наиболее стабильные пункты выделены зеленым, исключенные из числа стабильных пункты - красным)				
Название точки	$D_x$ , мм	$D_y$ , мм	$D_z$ , мм	$D_{mag}$ , мм
M955	-0.118	-0.028	-0.158	0.199
M957	0.158	-0.017	-0.241	0.288
M958	-0.006	-0.045	-0.241	0.245
M959	0.036	0.118	-0.183	0.220
M960	0.059	0.044	-0.151	0.168
M1186	-0.025	0.030	0.065	0.076
M1189	-0.016	-0.027	0.127	0.131
M1192	0.046	0.010	0.052	0.070
M1193	-0.016	0.084	-0.007	0.086

### 3.3 Вычисление параметров преобразования с использованием поискового метода

Несмотря на доказанную надежность строгих методов вычислений, таких как параметрический и коррелатный методы, они обладают рядом недостатков при реализации с использованием вычислительных систем. Как правило, для получения надежного решения строгими методами, предварительные значения уравниваемых параметров должны быть известны с достаточно высокой точностью [56]. Кроме того, необходимо производить дополнительные вычисления, такие как вычисление производных, при этом объем вычислений значительно возрастает с увеличением числа пунктов в обработке, вследствие изменения размерности матриц. Несмотря на то, что основные вычисления производятся за одну итерацию (или небольшое их количество при недостаточной близости предварительных значений параметров, как было показано в пункте 3.2), необходимость проводить предварительные вычисления значительно усложняет алгоритмизацию. Для решения оптимизационных задач с использованием современных вычислительных систем, позволяющих осуществлять большое количество вычислений за единицу времени, в настоящее время всё чаще используются различные поисковые стратегии. Их основными преимуществами перед строгими методами являются:

- 1) возможность получить решение при любых предварительных значениях параметров;
- 2) отсутствие этапа составления уравнений поправок, уравнений связи и прочих подготовительных операций;
- 3) сравнительная простота алгоритмизации процесса вычислений.

Из п.3 также следует, что на этапе отладки алгоритма упрощается поиск вычислительных ошибок, что позволяет создавать более надежные алгоритмы, протестированные на тестовых выборках с промежуточным контролем на каждом этапе вычислений.

Основным и при том существенным преимуществом строгих методов уравнивания является их изученность. Эффективность применения строгих методов уравнивания доказана на примере множества геодезических задач, в то время как примеры решения конкретных задач в геодезии поисковыми методами на данный момент не так обширно представлены. Тем не менее, существующие примеры решения геодезических задач поисковыми методами демонстрируют их высокую эффективность, что говорит о необходимости расширения сферы применения данных методов.

Поисковые методы делятся на несколько типов стратегий, в том числе методы прямого поиска, методы парабол, эволюционные и генетические алгоритмы и т.д. Наиболее простыми в алгоритмизации, следовательно, более контролируемыми, являются методы прямого поиска. Несмотря на ряд недостатков, вариации методов прямого поиска доказали свою эффективность при решении геодезических задач. В частности, метод прямого поиска с переменным шагом, являющийся упрощением алгоритма Хука-Дживса, протестирован при решения ряда геодезических задач [29, 112]. Преимуществом метода является отсутствие необходимости вычисления производных, гессиана и случайностей в поиске. Значения параметров уточняются в данном случае напрямую в зависимости от изменения целевой функции.

При вычислении параметров с использованием современных вычислительных систем удобно использовать метод наименьших квадратов, минимизируя расхождение координат связующих точек в двух системах посредством подбора значений параметров. В таком случае функциональную зависимость между известными и неизвестными величинами для пространственных сетей при пренебрежении масштабным коэффициентом можно описать выражением (3.6) [56]:

$$f(X0, Y0, Z0, wx, wy, wz) = \sum_{i=1}^n \left( \begin{pmatrix} X1_i \\ Y1_i \\ Z1_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X1Teor_i \\ Y1Teor_i \\ Z1Teor_i \end{pmatrix} \right)^2 \quad (3.6)$$

где  $X0, Y0, Z0, wx, wy, wz$  – параметры преобразования Гельмерта;

$X1_i, Y1_i, Z1_i$  – значения координат точек в первой системе координат;

$X1Teor_i, Y1Teor_i, Z1Teor_i$  – теоретические значения координат в первой системе координат, полученные путем вычисления значений координат во второй системе.

Таким образом, критерием качества выполнения расчетов служит сумма квадратов отклонений между измеренными и вычисленными координатами связующих точек, стремящаяся к нулю при приближении параметров к искомым значениям.

В данном разделе приводится описание созданных в ходе исследования алгоритмов, позволяющих обнаружить деформации плановых и пространственных сетей с использованием

метода прямого поиска с переменным шагом для вычисления параметров преобразования Гельмерта.

### 3.3.1 Поиск параметров преобразования для плановых сетей

В рамках данного исследования на базе программного обеспечения Microsoft Excel и языка программирования Visual Basic for Applications проведены вычисления, позволяющие получить параметры Гельмерта для плановых систем координат методом прямого поиска параметров с переменным шагом [69]. Вычисления выполнены с использованием двух вычислительных стратегий: теста общего соответствия (ТОС), и итерационно-взвешенных приближений (ИВП).

В общем виде алгоритм вычисления выглядит следующим образом: в рабочую среду загружаются два файла координат точек – по одному файлу на каждый цикл измерений. Затем, по последовательно перебираемым парам точек вычисляются предварительные параметры преобразования между системами координат двух сетей, относящихся к различным циклам измерений, на основе формул преобразования Гельмерта. Данные параметры уточняются в итерационном цикле на основе заданной целевой функции путем последовательного перебора значений параметров с переменным шагом. то есть, сначала значение первого из параметров изменяется с переменным шагом до тех пор, пока значение целевой функции не перестанет изменяться в пределах заданного допуска, затем аналогично перебираются значения прочих параметров, независимо друг от друга. В результате выполнения итерационных вычислений алгоритм выделяет наиболее сместившиеся точки. В обоих случаях целевой функцией служит сумма разностей между положением точки, полученным в результате измерений, и её положением, вычисленным по параметрам связи между системами координат (формула 3.7) [57]:

$$v = \sum p \left| \left( a_{\text{измер}} - a_{\text{теор}} \right)^2 + \left( b_{\text{измер}} - b_{\text{теор}} \right)^2 \right| \quad (3.7)$$

где  $a_{\text{измер}}$  и  $b_{\text{измер}}$  – плоские прямоугольные координаты точки, полученные в результате измерений;

$a_{\text{теор}}$  и  $b_{\text{теор}}$  – координаты точки, полученные по параметрам связи;

$p$  – вес точки.

Формулы поиска величины сдвига начала системы координат для плановых сетей в общем виде имеют вид (3.8) [57]:

$$\begin{aligned} x0_i &= x_{i-1} - m_i \cdot a_{i-1} \cdot \cos(\alpha_i) + m_i \cdot b_{i-1} \cdot \sin(\alpha_i) \\ y0_i &= y_{i-1} - m_i \cdot a_{i-1} \cdot \sin(\alpha_i) - m_i \cdot b_{i-1} \cdot \cos(\alpha_i) \end{aligned} \quad (3.8)$$

где  $x0_i$ ,  $y0_i$  - координаты начала перемещаемой системы координат в базовой системе по измерениям данной пары точек,

$\alpha_i$  – угол поворота между системами координат, полученный как разность дирекционных углов направления  $(i-1) - (i)$  в обеих системах;

$m_i$  – масштабный коэффициент между системами;

$a_{i-1}, b_{i-1}$  – координаты первой точки вектора во второй системе координат,  $x_{i-1}, y_{i-1}$  – координаты первой точки вектора в первой системе координат.

На первом этапе вычислений находятся предварительные значения параметров преобразования, которые будут впоследствии уточнены в итерационном цикле. В качестве предварительных параметров в данном случае принимаются средние значения, полученные последовательным перебором пар соседних точек массива (первой и второй, второй и третьей, ..., последней и первой), при этом принцип вычисления параметров аналогичен описанному ранее, но упрощенном для плановых сетей. Масштабный коэффициент между системами вычисляется как отношение длины вектора в одной системе к его же длине в другой. В предположении, что единицы измерения в обеих системах остаются неизменными, и отсутствуют факторы, искажающие плоскость систем, в рассматриваемых алгоритмах масштабный коэффициент принят равным 1 и не участвует в процессе вычислений.

После вычисления предварительных значений параметров по всем последовательным векторам их значения усредняются и начинается итерационный цикл. Суть цикла заключена в следующем:

1. По формулам связи находятся теоретические значения координат каждой точки с использованием предварительных параметров согласно 3.9 [57].

$$\begin{aligned} a_{\text{теор}} &= (x - x_0) \cdot \cos(\alpha) + (y - y_0) \cdot \sin(\alpha) \\ b_{\text{теор}} &= (y - y_0) \cdot \cos(\alpha) - (x - x_0) \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (3.9)$$

где  $a_{\text{теор}}, b_{\text{теор}}$  – вычисленные по параметрам связи координаты точки во второй системе,

$x, y$  – координаты этой же точки в первой системе,

$x_0, y_0$  – линейные параметры преобразования,  $\alpha$  – элемент вращательного преобразования.

2. По полученным значениям координат всех точек находится сумма квадратов смещений по формуле 3.7.

3. Последовательно на величину шага, определяемого требованиями к точности, изменяются параметры Гельмерта таким образом, чтобы сумма квадратов смещений стала меньше, чем на предыдущей итерации. Величины шагов для вычисления линейных и углового параметров при этом выбираются независимо;

4. С учетом измененных параметров заново вычисляются смещения для каждой точки. В алгоритме, работающем на основе ТОС, точка с наибольшим вектором вычисленного смещения исключается из массива данных, если величина отклонения превышает заранее выбранную величину предельного смещения. В таком случае данная точка считается нестабильной и не участвует в дальнейшей обработке. В алгоритме, основанном на ИВП, вес точки уменьшается пропорционально величине её вычисленного смещения;

5. Уточненные значения параметров принимаются в качестве исходных, и цикл повторяется до тех пор, пока все величины смещений не окажутся в пределах допуска.

В качестве критерия фильтрации точек в алгоритме, основанном на ТОС, используется неравенство 3.10:

$$v_{\max} \leq \eta_0 \quad (3.10)$$

где  $v_{\max}$  – максимальный радиус-вектор смещения точки из общего числа смещений,  $\eta_0$  – заданный пользователем стандарт предельного смещения. Для алгоритма, основанного на ИВП, условие аналогично, но выражено через вес точки и представляет собой неравенство 3.11:

$$P_i \geq 1 \quad (3.11)$$

где  $P_i = \frac{\eta_0}{\sqrt{v_i^2}}$  – вес точки, характеризующий влияние вычисленного смещения пункта на итоговые результаты сопоставления сетей.

По результатам вычислений обоими алгоритмами были оценены смещения точек экспериментальной выборки. Для этого под управлением ПО SpatialAnalyzer был произведен ряд тестовых измерений, смоделирована сеть пунктов с известными координатами, оценена стабильность пунктов средствами SpatialAnalyzer и с помощью проведенных вычислений.

Так как рассматриваемые вычислительные алгоритмы предназначены для оценки плановых смещений пунктов, а SpatialAnalyzer работает в пространственной сети, сеть закреплена на эталонной плоскости, чтобы исключить влияние высоты, и рассматривать смоделированные сети как квазиплановые. Схема расположения пунктов представлена на рисунке 3.10.

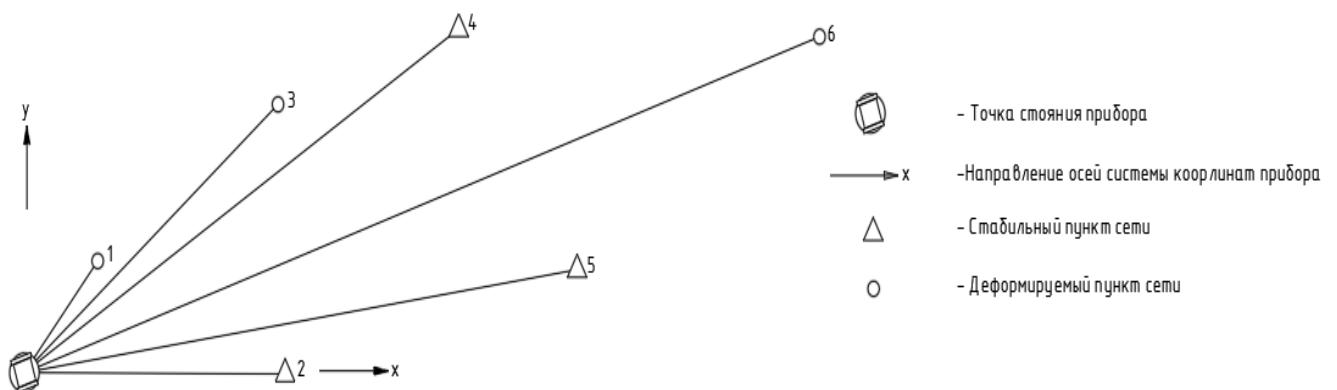


Рисунок 3.10 – Схема расположения закрепленных точек сети [57]

На данной схеме пункты 2, 4, 5 являются стабильными, и их положение между циклами измерений не изменяется, а пункты 1, 3, 6 являются деформируемыми.

После измерений положения пунктов базовой сети, магнитные держатели, закрепляющие пункты 1, 3 и 6 были вручную смещены, и проведен обмер сети с измененным положением пунктов. Панель оценки смещений по результатам обмера деформированной сети при установленном допуске на смещение в 5 мм представлена на рисунке 3.11.

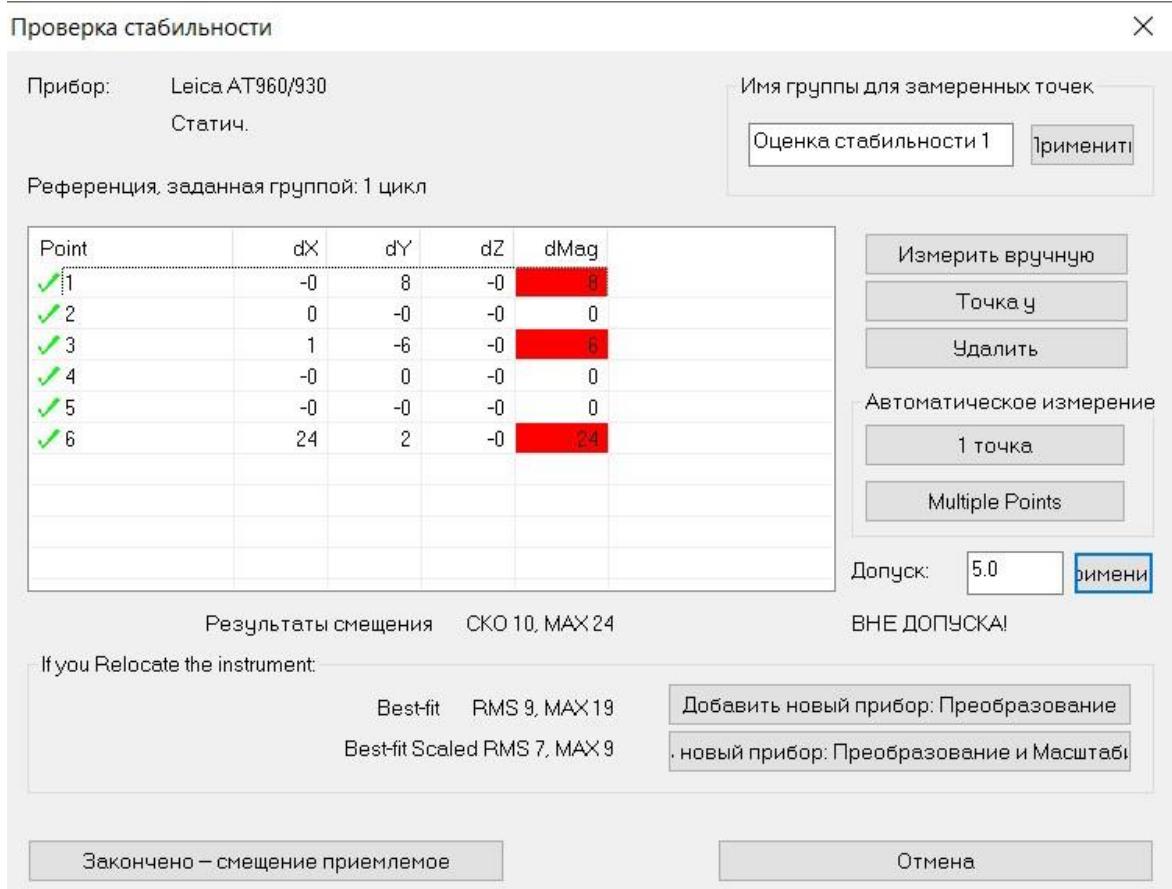


Рисунок 3.11 – Панель оценки стабильности при деформации сети [57]

Анализ в SpatialAnalyzer проводился через модуль оценки стабильности прибора, так как в данном случае не имеет значения, смещается ли сеть относительно прибора, или наоборот. Из SpatialAnalyzer в формате текстового файла были получены координаты пунктов сети до и после внесения смещений. На основе данных файлов координат был проведен анализ в программе на VBA, выполняющей вычисления как с использованием ТОС, так и с использованием ИВП. Результаты вычислений для смоделированной сети представлены на рисунках 3.12-3.13.

На примере обработки экспериментальной выборки можно заключить, что при количестве значимых смещений, составляющем половину общего числа пунктов в анализируемой сети, алгоритм, основанный на ТОС, не позволяет получить корректных результатов. Это связано с тем, что при пошаговой фильтрации пунктов влияние отдельных смещений «размазывается» по сети, приводя при высоком проценте смещенных пунктов к потере при вычислении взаимной геометрии набора точек. Когда количество смещений в процентном соотношении от общего числа точек сети велико, следует опираться на данные устойчивых оценок, например, метода итерационно-взвешенных приближений.

s	x0	y0	g	t	m	<a href="#">Начать</a>	<a href="#">Очистить</a>
24,857311	-2,746	-4,684	0,20001	0,993787	7,261335		
Точки, исключенные из обработки			6	3	1	4	
<b>Данные в обработке</b>							
№	1	2					
X	432,000	919,000					
Y	-4,000	127,000					
A	432,000	919,000					
B	-4,000	127,000					
Атеор	434,743	727,259					
Втеор	-1,848	429,456					
<b>Данные исходного файла</b>							
№	1	2	3	4	5	6	
X	119	432	420	722	919	1325	
Y	138	-4	335	429	127	418	
A	119	432	422	722	919	1348	
B	147	-4	329	429	127	420	

Рисунок 3.12 – Результат обработки сети на основе ТОС [57]

s	x0	y0	g	t	m	<input type="button" value="Начать"/>
105,5179	-0,503	-1,824	0,17489	0,993787	5,136096	<input type="button" value="Очистить"/>
Данные в обработке						
№	1	2	3	4	5	6
X	119,000	432,000	420,000	722,000	919,000	1325,000
Y	138,000	-4,000	335,000	429,000	127,000	418,000
A	119,000	432,000	422,000	722,000	919,000	1348,000
B	147,000	-4,000	329,000	429,000	127,000	420,000
Атеор	120,226	432,486	422,243	724,726	920,159	1327,661
Втеор	139,203	-4,418	334,640	427,074	124,057	412,949
	7,893	0,641	5,645	3,338	3,163	21,526
Данные исходного файла						
№	1	2	3	4	5	6
X	119	432	420	722	919	1325
Y	138	-4	335	429	127	418
A	119	432	422	722	919	1348
B	147	-4	329	429	127	420
	7,893311	0,641019	5,645259	3,338233	3,163039	21,52632

Рисунок 3.13 – Результат обработки сети на основе ИВП [57]

Несмотря на наличие вычислительной ошибки в ходе вычислений на основе ТОС, факт наличия смещений в сети был установлен, что говорит о перспективности применения описываемого метода при анализе пространственных деформаций объектов. Таким образом, оба метода показали эффективность в обнаружении смещений. Стоит отметить, что метод ТОС

считается более чувствительным к отдельным смещениям [113], что особо важно при поиске смещений в сетях специального назначения, поэтому при тестировании метода с пространственными сетями использовался именно он.

### 3.3.2 Поиск параметров Гельмерта для пространственных сетей

В рамках данного исследования метод прямого поиска с переменным шагом был адаптирован для поиска параметров преобразования пространственных систем координат с фильтрацией смещенных пунктов. Целевая функция и особенности вычислений параметров Гельмерта были описаны ранее в данной работе. Также при рассмотрении параметрического метода расчета для решения рассматриваемой задачи был предложен метод вычисления предварительных значений параметров преобразования. Несмотря на то, что поисковые методы теоретически позволяют получить оптимальные значения при любых предварительных значениях параметров, задание сравнительно близких значений позволяет значительно сократить число итераций, следовательно, снижает требования к вычислительной мощности и время вычислений. При реализации метода прямого поиска в данном случае вычислялись предварительные значения линейных параметров аналогично их расчету при реализации параметрического метода.

Порядок вычислений методом прямого поиска с переменным шагом следующий:

- 1) вычисление предварительных значений параметров преобразования по заданным наборам координат соответствующих точек;
- 2) вычисление значения целевой функции по двум наборам координат соответствующих точек опорного набора при заданных предварительных значениях параметров Гельмерта;
- 3) последовательный перебор значений параметров преобразования с переменным шагом с перевычислением значения целевой функции по результатам вычисления каждого параметра отдельно и после вычисления искомых значений всех параметров;
- 4) циклическое повторение третьего пункта до достижения оптимального значения целевой функции;
- 5) экстраполяция параметров Гельмерта на всю совокупность точек сети, расчет вычисленных смещений и построение картограммы в виде пространственных векторов деформаций.

Схема алгоритма в общем случае без учета вычисления масштабного коэффициента представлена в приложении Г.

Поиск значений параметров преобразования, при которых целевая функция принимает минимальное значение, осуществляется перебором значений каждого из параметров независимо от прочих. На рисунке 3.14 представлен пример схемы вычисления параметра на примере  $w_z$  в рамках цикла с переменным шагом.

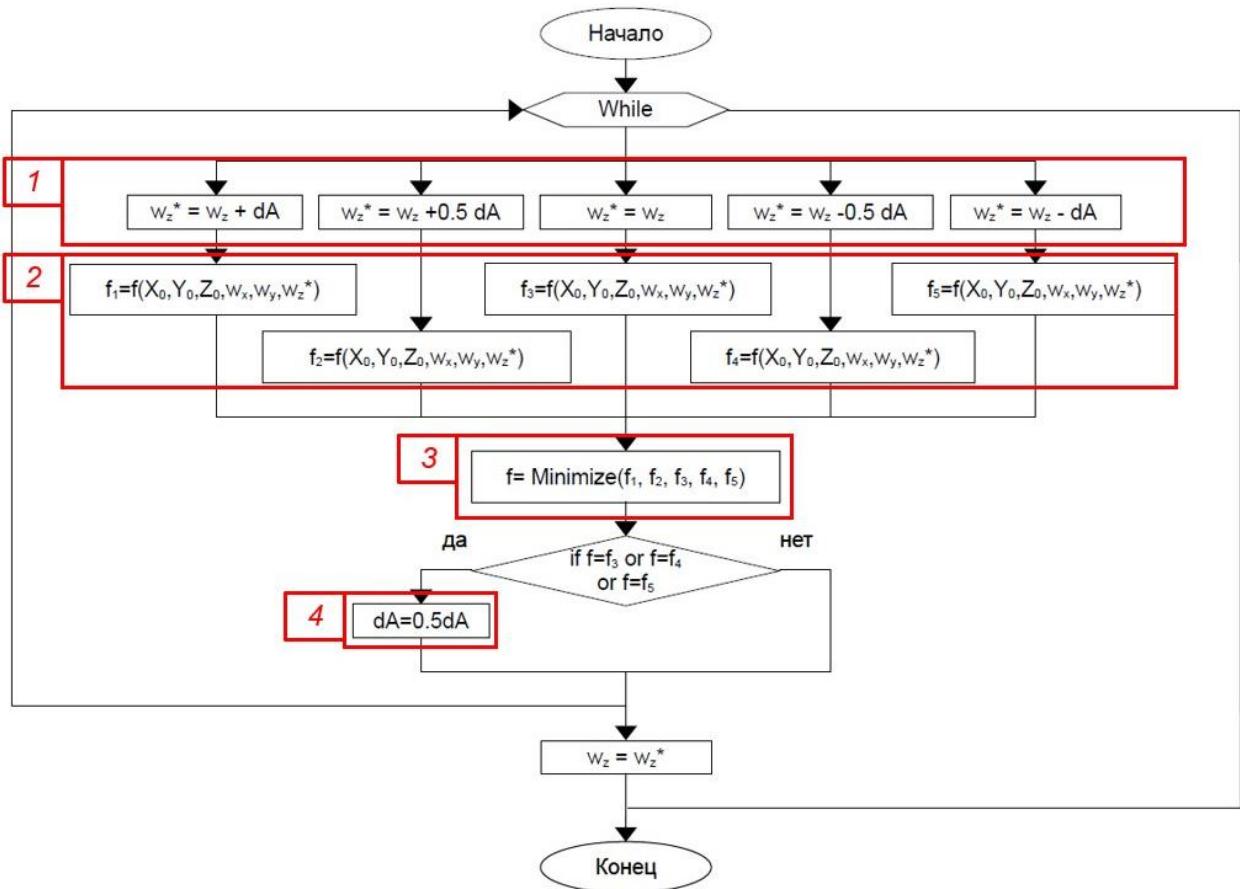


Рисунок 3.14 – Схема вычисления параметра  $w_z$  в алгоритме с переменным шагом: 1 — вычисление значения параметра  $w_z$  в пяти вариантах; 2 — вычисление значений целевой функции для пяти вычисленных значений параметров; 3 — поиск минимального в рамках итерации значения целевой функции из пяти посчитанных; 4 — изменение величины шага при необходимости [59]

Так, на каждой итерации внутреннего цикла алгоритма вычисляются пять значений параметра преобразования и целевой функции: при нулевой величине шага, при положительном и отрицательном заданном шаге, при положительной и отрицательной половине заданного шага.

Из пяти вычисленных таким образом вариантов параметра преобразования выбирается тот, при величине которого значение целевой функции минимально (при сравнении пяти вычисленных на итерации значений), после чего цикл повторяется до достижения заданного условия. Величина шага изменяется таким образом уменьшением в два раза в случаях, когда значение целевой функции минимально при прибавлении или вычитании половины заданного шага, или при нулевой величине шага.

В качестве критериев для остановки итеративных вычислений в рамках внешнего и внутренних циклов назначены различные величины. Для внешнего цикла, запускающего повторное уточнение всех вычисляемых параметров преобразования разность значений целевой функции на текущей и предшествующей итерациях не должна превышать 0.0001 мм (0.1 от

последнего указываемого разряда в значениях координат). Для внутренних циклов, отвечающих за уточнение величины каждого из параметров преобразования в отдельности, разность значений целевой функции на текущей и предшествующей итерациях не должна превышать 0.0001 мм, а шаг изменения величины параметра не должен быть менее чем  $10^{-7}$ ° для параметра вращения  $w_z$  и  $10^{-5}$  мм для параметров линейного преобразования  $X0$ ,  $Y0$  и  $Z0$  (0.1 от последнего указываемого разряда в параметрах Гельмерта по результатам вычислений).

Начальные величины шагов в рамках вычислений для тестовой выборки заданы следующим образом:  $dL_0 = 100$  мм,  $dA_0 = 10$ °. Данные величины сравнительно невелики, но достаточны при наличии предварительных значений параметров. Стоит отметить, что при изменении величины шага только в меньшую сторону, начальное значение шага следует задавать с запасом в большую сторону.

Вычисление значения целевой функции происходит на основе вычисления теоретических значений координат точек в результате преобразования по актуальным значениям параметров. Схема вычисления представлена на рисунке 3.15.

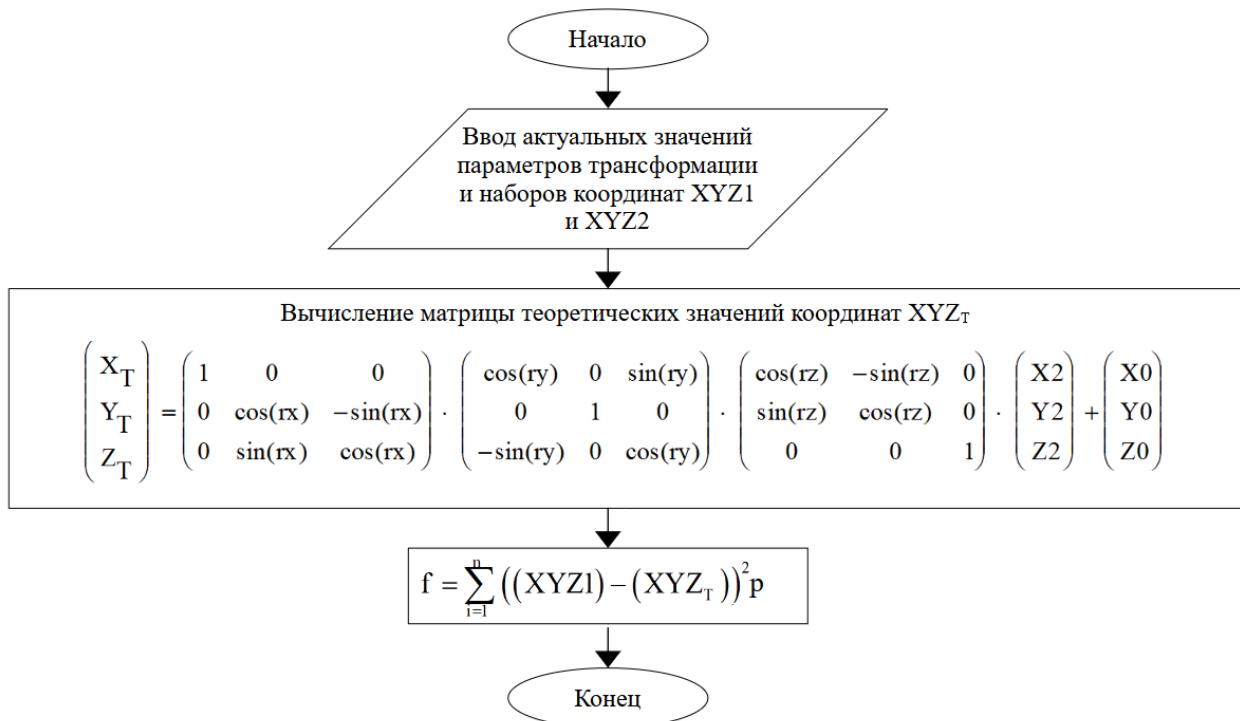


Рисунок 3.15 – Схема вычисления значения целевой функции (составлено автором)

На представленной схеме при определении разности исходных и вычисленных значений координат точек, квадрат полученной разности умножается на параметр « $p$ », являющийся весовым коэффициентом точки. На этапе фильтрации в рамках теста общего соответствия нестабильным точкам присваивается нулевой вес, что исключает влияние данной точки на процесс оптимизации параметров.

Абсолютное значение целевой функции в данном случае само по себе не может являться однозначным критерием оценки качества вычислений, так как при многомерной оптимизации

параметров в итерационном цикле достижение допустимого значения целевой функции не обязательно соответствует искомым величинам параметров. Более надежным критерием является остановка процесса уменьшения значения целевой функции между итерациями.

Для реализации метода прямого поиска значений параметров был использован язык программирования Python. Получение искомых параметров в данном случае осуществляется итеративным перебором значений последовательно каждого из параметров с переменным шагом, как описано ранее. В качестве примера тестовой выборки для анализа эффективности работы алгоритма выполнен расчет для фрагмента сети, использованной при параметрических вычислениях. Для данной тестовой выборки необходимо оптимизировать значения 4 параметров, так как масштабный коэффициент и параметры углового преобразования  $w_x$  и  $w_y$  остаются постоянными. Алгоритм вычислений выглядит следующим образом:

- вычисления смещений на основе предварительных значений параметров;
- итеративное уточнение параметров на основе пунктов опорной сети по принципу «циклы в цикле», где внутренние циклы уточняют значения каждого из параметров отдельно, а внешний отвечает за повтор итеративного вычисления с фильтрацией пунктов при необходимости, при этом в качестве критерия фильтрации установлена предельная величина вычисленного смещения равная 0.10 мм;
- экстраполяция полученных параметров на всю сеть и построение деформационной картины в табличном и графическом виде.

На вычисления алгоритму потребовалось 0.43 секунды. По результатам вычислений выведены следующие выходные данные:

- результаты вычислений на основе пунктов опорной сети в табличном виде, содержащие полученные значения параметров Гельмерта, итоговые веса точек, координаты точек в базовой системе координат (фактические и вычисленные), компоненты и скаляр вектора вычисленных смещений пунктов (рисунок 3.16);
- интерактивные графики первичной связи между соответствующими точками и визуализирующие вычисленные смещения в виде пространственных векторов для наиболее стабильных пунктов (рисунок 3.17) и всей тестовой выборки в масштабе 1000:1 (рисунок 3.18).

Полученные величины параметров преобразования, номера отфильтрованных точек и итоговые величины вычисленных смещений по набору стабильных пунктов и по всем пунктам сети представлены в таблице 3.3.

Результаты обработки всей сети													
N	p/p	Name	X	Y	Z	A	B	C	Dx	Dy	Dz	Dmag	
1		M588	-2779.192	1083.494	548.339	-2779.161	1083.44	548.269	[0.031]	[-0.054]	[-0.07]	[0.094]	
2		M596	-1088.687	2778.619	494.23	-1088.527	2778.709	494.219	[0.16]	[0.09]	[-0.011]	[0.184]	
3		M598	1061.679	2750.985	567.218	1061.653	2750.941	567.164	[-0.026]	[-0.044]	[-0.054]	[0.074]	
4		M691	2765.192	1072.31	433.346	2765.183	1072.284	433.358	[-0.009]	[-0.026]	[0.012]	[0.03]	
5		M950	1133.779	-2832.587	1901.044	1133.596	-2832.549	1901.051	[-0.183]	[0.038]	[0.007]	[0.187]	
6		m954	2797.086	-1119.92	1943.249	2797.004	-1119.739	1943.151	[-0.082]	[0.181]	[-0.098]	[0.222]	
7		M955	2826.129	1141.143	2018.314	2826.012	1141.115	2018.156	[-0.117]	[-0.028]	[-0.158]	[0.199]	
8		m957	-1108.632	2797.913	2039.245	-1108.474	2797.896	2039.004	[0.158]	[-0.017]	[-0.241]	[0.288]	
9		m958	-2804.089	1117.319	2039.161	-2804.095	1117.274	2038.92	[-0.006]	[-0.045]	[-0.241]	[0.245]	
10		m959	-2821.456	-1132.499	2009.538	-2821.419	-1132.381	2009.356	[0.037]	[0.118]	[-0.182]	[0.22]	
11		m960	-1131.24	-2821.683	2063.125	-1131.181	-2821.639	2062.974	[0.059]	[0.044]	[-0.151]	[0.168]	
12		M1186	2752.995	-1068.979	491.572	2752.97	-1068.949	491.637	[-0.025]	[0.03]	[0.065]	[0.076]	
13		M1189	1123.144	-2822.043	168.568	1123.13	-2822.069	168.695	[-0.014]	[-0.026]	[0.127]	[0.131]	
14		M1192	-1103.828	-2804.466	490.122	-1103.783	-2804.455	490.174	[0.045]	[0.011]	[0.052]	[0.07]	
15		M1193	-2797.221	-1105.122	506.519	-2797.237	-1105.038	506.512	[-0.016]	[0.084]	[-0.007]	[0.086]	

Результаты вычисления параметров преобразования													
X0, мм	Y0, мм	Z0, мм	wx, deg	wy, deg	wz, deg	Значение целевой функции	Число итераций основного цикла						
[-100.0154]	[-99.9848]	[-99.9927]	0.0	0.0	-45.00068	[0.4272]	4						

Перечень исключенных из обработки пунктов: 3

Рисунок 3.16 – Результаты вычислений поисковым методом в табличном виде: 1 — вычисленные величины пространственных смещений; 2 — вычисленные параметры Гельмерта; 3 — перечень исключенных из обработки пунктов [56]

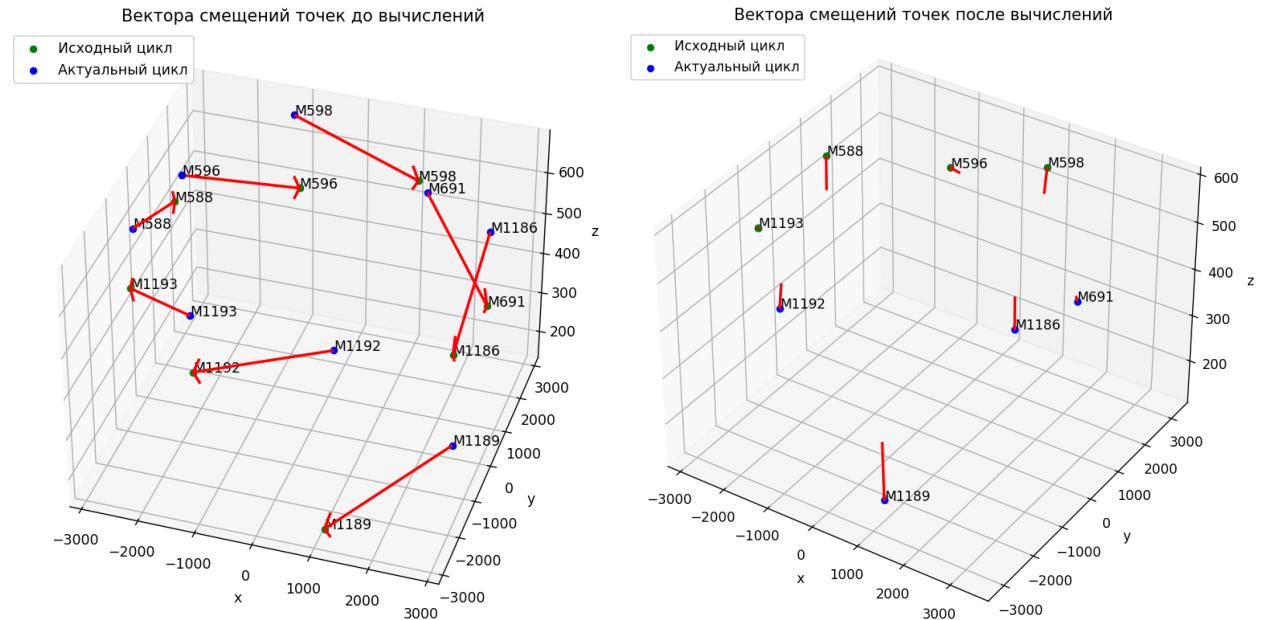


Рисунок 3.17 – Графики первичной связи (слева) и вычисленных смещений (справа) для наиболее стабильных пунктов). Все значения приведены в мм [56]

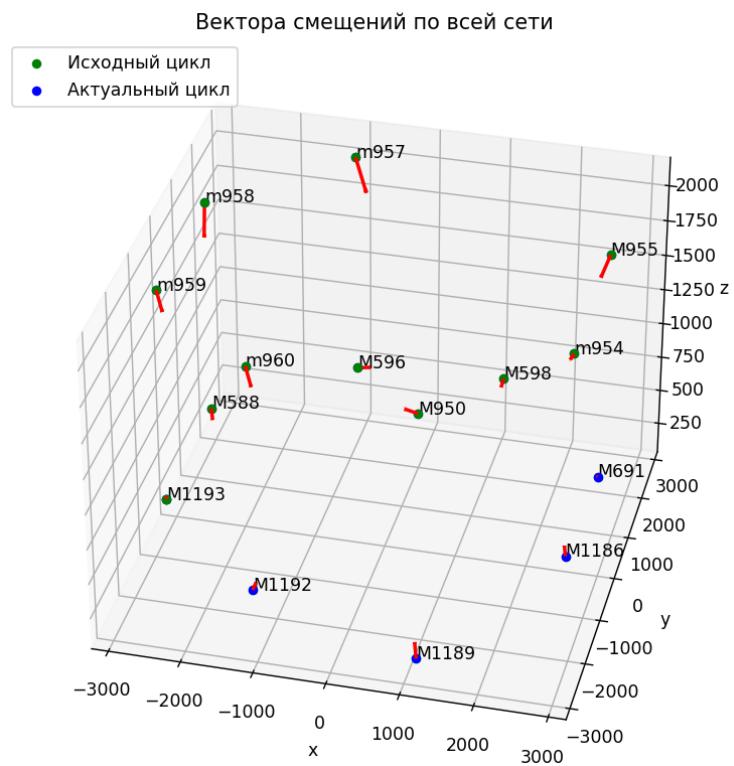


Рисунок 3.18 – Визуализация векторов пространственных смещений по результатам анализа всей тестовой выборки. Все значения приведены в мм [56]

Таблица 3.3 – Результаты вычислений поисковым методом [56]

Вычисленные параметры преобразования				
$X_0$ , мм	$Y_0$ , мм	$Z_0$ , мм	$wz$	
-100.0157	-99.9849	-99.9927	-45°00'02.4''	
Вычисленные смещения (наиболее стабильные пункты выделены зеленым, исключенные из числа стабильных пунктов - красным)				
Название точки	$Dx$ , мм	$Dy$ , мм	$Dz$ , мм	$Dmag$ , мм
M588	0.031	-0.054	-0.070	0.094
M596	0.160	0.090	-0.011	0.184
M598	-0.026	-0.044	-0.054	0.074
M691	-0.009	-0.026	0.012	0.030
M950	-0.183	0.039	0.007	0.187
M954	-0.082	0.182	-0.098	0.222
M955	-0.118	-0.027	-0.158	0.199
M957	0.158	-0.017	-0.241	0.288
M958	-0.006	-0.045	-0.241	0.245
M959	0.037	0.117	-0.182	0.219
M960	0.059	0.044	-0.151	0.168
M1186	-0.025	0.030	0.065	0.076
M1189	-0.014	-0.026	0.127	0.131
M1192	0.045	0.010	0.052	0.070
M1193	-0.016	0.084	-0.007	0.086

### 3.4 Сравнение эффективности использования описанных методов вычислений

По результатам построения деформационной картины тремя описанными методами (вычисления с ручной фильтрацией в SpatialAnalyzer, применение параметрического метода с ручной фильтрацией, автоматизированные вычисления методом прямого поиска с переменным шагом с использованием программы на языке Python) сформирована сравнительная таблица 3.4. Таблица 3.4 – Сравнение результатов вычислений по тестовой выборке в SpatialAnalyzer, параметрическим методом в системе MathCad и поисковым методом в программе на языке Python [56].

Параметр	SA	Парам. вычисление	Прямой поиск		
$X_0$ , мм	-100.0154	-100.0157			-100.0154
$Y_0$ , мм	-99.9848	-99.9849			-99.9848
$Z_0$ , мм	-99.9926	-99.9927			-99.9927
$w_z$	-45°00'02.46"	-45°00'02.45"			-45°00'02.45"
Имя точки	M588	M596	M598	M691	M950
$D_{mag}$ , SA, мм	0.094	0.184	0.075	0.030	0.187
$D_{mag}$ , парам. вычисление, мм	0.093	0.184	0.075	0.030	0.187
$D_{mag}$ , прямой поиск, мм	0.094	0.184	0.074	0.030	0.187
Имя точки	M954	M955	M957	M958	M959
$D_{mag}$ , SA, мм	0.222	0.198	0.288	0.245	0.220
$D_{mag}$ , парам. вычисление, мм	0.222	0.199	0.288	0.245	0.220
$D_{mag}$ , прямой поиск, мм	0.222	0.199	0.288	0.245	0.219
Имя точки	M960	M1186	M1189	M1192	M1193
$D_{mag}$ , SA, мм	0.167	0.076	0.132	0.070	0.086
$D_{mag}$ , парам. вычисление, мм	0.168	0.076	0.131	0.070	0.086
$D_{mag}$ , прямой поиск, мм	0.168	0.076	0.131	0.070	0.086

Согласно данным таблицы 3.4:

- вычисленные параметры линейного преобразования сходятся до третьего десятичного знака включительно, при этом предельная разница между вычисленными параметрами составляет 0.0003 мм при вычислении параметра  $X_0$  параметрическим и поисковым методом (результаты вычислений в SpatialAnalyzer идентичны поисковым вычислениям);
- результаты вычислений параметра вращения  $w_z$  отличаются не более чем на 0.01", при этом величины параметра, вычисленные поисковым и параметрическим методом, идентичны;
- результаты вычисления смещений отличаются не более чем на 0.001 мм.

Таким образом, можно заключить, что построение деформационной картины возможно при использовании различных вычислительных методов. Оно может быть реализовано в

современном программном обеспечении при его наличии, а также при использовании строгих и нестрогих методов уравнивания. Вычисления в SpatialAnalyzer при ручной фильтрации показали свою надежность при сравнении с контрольным вычислением параметрическим методом. Также при наличии достаточной вычислительной мощности задача может быть решена методом поисковой оптимизации, причем фильтрация в данном случае может быть выполнена в автоматическом режиме.

### 3.5 Выводы по Главе 3

В рамках метода для построения пространственной деформационной картины необходимо вычислить величины параметров преобразования наборов пунктов, полученных в двух циклах измерений, при которых итоговая сумма квадратов длин векторов вычисленных смещений будет минимальна. Количество параметров при этом может изменяться от 4 до 7, в зависимости от особенностей проведения измерений и свойств объекта наблюдений. Для вычисления параметров проводится многократное сопоставление сетей по связующим пунктам. Связующие пункты при этом также могут изменять свое положение по ряду факторов. Влияние их нестабильности снижается посредством фильтрации пунктов с наибольшим смещением на каждой итерации. Для решения данной задач может быть использовано современное программное обеспечение, например, SpatialAnalyzer. При работе в данном ПО могут быть получены надежные значения параметров Гельмерта и проведена фильтрация в ручном режиме как посредством полного исключения нестабильных пунктов, так и путем уменьшения их веса. При отсутствии подходящего ПО или невозможности его использования, задача может быть решена с использованием строгих и нестрогих методов уравнивания. При этом целесообразно получить предварительные значения параметров преобразования, например, решив однозначно по любым выбранным пунктам обратную пространственную линейную засечку и сделав разворот системы координат вокруг найденной точки по разнице дирекционных углов направления на одну и ту же точку в двух системах координат.

При реализации параметрического метода уравнивания можно получить значения параметров за небольшое число итераций. Недостатком метода можно назвать необходимость вычисления производных первого порядка при составлении матрицы коэффициентов уравнений поправок, при этом объемы матричных вычислений значительно возрастают с увеличением числа точек в анализируемой выборке. При современных вычислительных возможностях оптимальные величины параметров Гельмерта могут быть получены методами поисковой оптимизации. Преимуществом метода является простая алгоритмизация и высокая контролируемость в процессе вычислений. В рамках реализации данного метода были созданы программы на языках Visual Basic for Applications и Python, позволяющие автоматизировать

процесс вычислений в использованием предложенного метода, то есть вычислять значения параметров при сопоставлении сетей с фильтраций сместившихся пунктов опорной сети и вывод векторов вычисленных смещений. При создании программы на VBA были протестиированы две вычислительные стратегии при применении поискового метода: тест общего соответствия (ТОС) и итерационно-взвешенные приближения (ИВП). Обе стратегии показали свою эффективность, но сделан вывод о предпочтительности использования ИВП при малой доле стабильных пунктов (пунктов опорной сети) от общего числа пунктов сети.

Таким образом, в данной главе описаны результаты вычислений с использованием существующего ПО (SpatialAnalyzer), реализованного в среде MathCad алгоритма параметрического метода расчета, и программ, написанных на языках VBA и Python для плановых и пространственных сетей соответственно. Сравнительный анализ результатов вычислений для экспериментальной выборки показал эффективность поискового метода вычислений, что подтверждает работоспособность предлагаемого метода расчета. Показаны особенности классического и поискового метода получения искомых параметров: сложность алгоритмизации параметрического метода, значительная степень зависимости объемов вычислений от числа пунктов в сравниваемых сетях, при высокой скорости сходимости; простота алгоритмизации поисковой стратегии, быстродействие созданного алгоритма, высокая точность вычислений, не уступающая параметрическому методу вычислений и существующему иностранному программному обеспечению.

Результаты, полученные в третьей главе данной работы, подтверждают второе защищаемое положение, показывая сложность вычислений при сравнительном анализе пространственных прямоугольных сетей в рамках поиска деформаций, а также эффективность поисковой стратегии вычислений для решения описываемой задачи.

## ГЛАВА 4 АПРОБАЦИЯ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА В УСЛОВИЯХ РЕАЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

В данной главе описывается опыт применения теста общего соответствия сетей для деформационного анализа при мониторинге деформаций. В качестве объекта наблюдений выступает опора камеры взаимодействия лазерной установки. Внешний вид и габариты объекта наблюдений (в мм) представлены на рисунке 4.1.

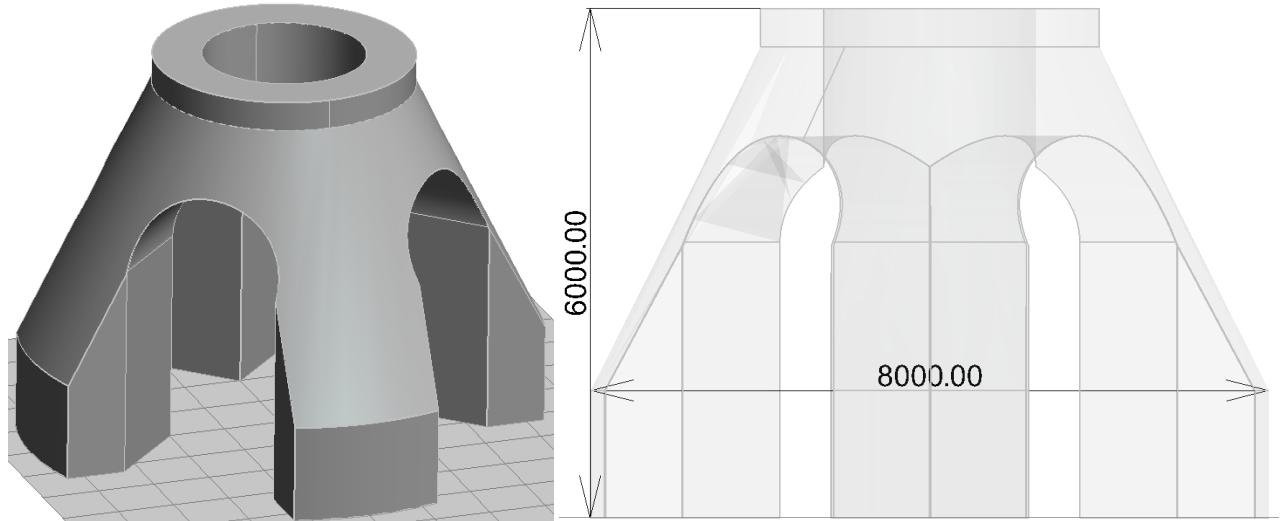


Рисунок 4.1 – Внешний вид и габариты объекта наблюдений. Все значения приведены в мм  
(составлено автором)

Согласно ГОСТ 24846 [14], методы измерений вертикальных и горизонтальных перемещений следует устанавливать программой наблюдений за деформациями в зависимости от требуемой точности измерения, возможности применения и экономической целесообразности метода в данных условиях. Ввиду высоких требований к точности на описываемом объекте, а также его сложной формы, предлагаемый метод является наиболее целесообразным. Методы линейно-угловых построений и используемые типы электронных тахеометров должны обеспечивать точность получения деформационных характеристик согласно требованиям ГОСТ 24846 [14], при этом фактические требования для данного объекта значительно выше ввиду особенностей эксплуатации. Высокие требования к точности требуют закрепления сети специального назначения, так как стандартные методики измерений, применяемые для создания ОГС, не обеспечивают необходимую точность результатов геодезических работ, предусмотренную заданием или проектной документацией на объект капитального строительства. Также согласно СП 317: «Требования к построению геодезической сети специального назначения (точность определения планового и/или высотного положения пунктов, конструкцию и плотность их закрепления на местности) обосновывают в программе для конкретного объекта капитального строительства» [73]. Пункты плановой и высотной ГССН по

возможности совмещают, что дополнительно обуславливает тип закрепления сети, описанный ниже.

Согласно СП317: «Геодезические наблюдения за деформациями и осадками выполняют в составе геотехнического мониторинга на протяжении всего периода строительства (реконструкции) и в начальный период эксплуатации зданий и сооружений до стабилизации деформационных процессов, но не менее одного года после завершения строительства. Критерии стабилизации деформаций и осадок устанавливают в задании согласно проектной документации объекта капитального строительства» [73]. Для данного объекта наличие даже субмиллиметровых деформаций является основанием для проведения работ по мониторингу.

В составе геодезических наблюдений за деформациями и осадками, согласно СП 317, выполняют следующие виды работ:

1. Разработку программы выполнения геодезических работ на основе программы геотехнического мониторинга.
2. Выбор конструкции, места расположения и установка пунктов высотной и плановой основы.
3. Осуществление высотной и плановой привязки установленных пунктов геодезической основы.
4. Установку контрольно-измерительной аппаратуры, предусмотренной заданием и программой (автоматических датчиков, деформационных марок, маяков, щелемеров и др.) на зданиях и сооружениях.
5. Инструментальные измерения значений вертикальных и горизонтальных перемещений и кренов.
6. Обработку, оценку точности и анализ результатов измерений и наблюдений.
7. Составление, в соответствии с заданием, промежуточных отчетов по циклам наблюдений и итогового (сводного) технического отчета по выполненным работам [73].

Описываемый метод соответствует основным требованиям нормативных документов, предполагая закладку планово-высотных пунктов сети специального назначения, с последующим определением их пространственного положения, и построением схем деформаций в виде плановых и высотных отклонений отдельно. Также для дополнительного контроля зон локальных деформаций и проверки данных измерений с использованием сети специального назначения, были закреплены приборы контроля раскрытия трещин (щелемеры).

#### **4.1 Особенности объекта наблюдений и используемого оборудования**

Опора камеры взаимодействия представляет собой конструкцию сложной формы, что не позволяет использовать для мониторинга геометрическое нивелирование, так как пункты

деформационной сети закреплены, в том числе, на значительной высоте от уровня пола (рисунок 4.2).

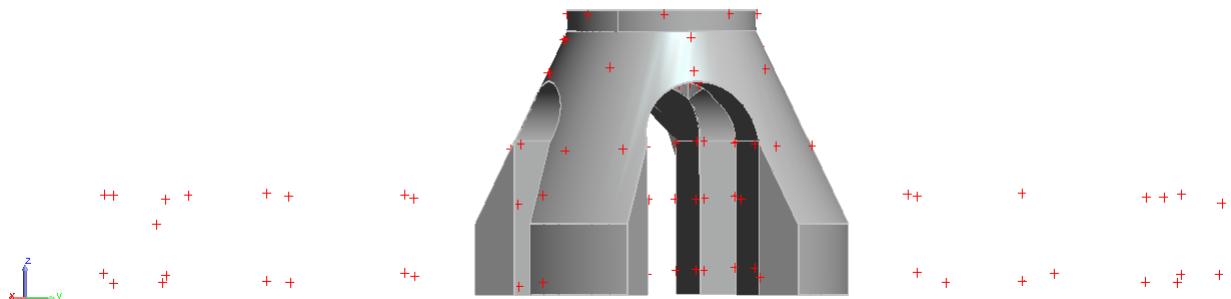


Рисунок 4.2 – Расположение пунктов сети на объекте наблюдений и вокруг него  
(составлено автором)

На рисунке представлена модель опоры при виде сбоку, красными перекрестьями обозначены точки деформационной сети. Часть пунктов расположена на самом пylonе, а часть – на стенах помещения, где он расположен. Работы производились в локальной системе координат объекта, в которой ось  $OZ$  параллельна отвесной линии, а начало системы координат расположено в центре камеры взаимодействия.

## 4.2 Применяемое оборудование

Ввиду особенностей эксплуатации объекта предъявляются крайне высокие требования к точности проведения работ. Следить за развитием деформационного процесса и контролировать положение опоры в пространстве необходимо с субмиллиметровой точностью. Для обеспечения требований к точности, измерения производились методом линейно-угловых измерений с использованием лазерного трекера серии Leica AT40x (в различных циклах наблюдений использовались трекеры Leica AT401, Leica AT402 или Leica AT403, эквивалентные по точности и особенностям работы, что обеспечивает равноточность измерений при использовании любого из трех приборов).

Данный тип приборов реализует полярный метод определения координат точек, в качестве которых выступают как закрепленные пункты сетей, в том числе деформационных, так и точки на поверхности контролируемого объекта по необходимости. В качестве визирных целей чаще всего используются угловые отражатели в сферическом корпусе. В ходе данных работ измерения проводились с использованием отражателя Leica BRR  $\varnothing 1.5''$  с точностью центрирования оптики  $< \pm 0.010$  мм.

При использовании трекеров данной серии точность определения положения точки вдоль визирного луча соответствует точности дальномера прибора – для абсолютного лазерного трекера Leica AT40x погрешность ( $3\sigma$ ) абсолютного дальномера составляет 0.01 мм. Точность

определения координат поперек визирного луча характеризуется среднеквадратической ошибкой (СКО) измерения угла  $m\beta = 0.5''$ , что при отстоянии (длине визирного луча), равному 10 м, составит величину порядка 0.02 мм. Погрешность определения пространственных координат, зависящая от точности как линейных, так и угловых измерений, согласно паспорту прибора составляет  $\pm 0.015$  мм + 0.006 мм/м, что при длине визирного луча, равной 10 м, составляет величину предельной погрешности определения координат точки, равную 0.075 мм.

### 4.3 Закрепление пунктов сети

Пункты сети, используемые в целях мониторинга деформаций опоры, закреплены непосредственно на корпусе и на стенах помещения, окружающих опору. Пункты на опоре закреплены на 5 уровнях, расположенных на примерно равном расстоянии между уровнями и на характерных элементах конструкции: первый уровень возле основания на внутренней поверхности колонн, второй и третий уровни расположены симметрично первому на примерно равном расстоянии, при этом третий уровень расположен перед началом скругления арок, соединяющих колонны, и дополнен пунктами на внешней стороне колонн. Четвертый уровень представлен 4 пунктами (по одному на опору) на внешней стороне опоры. Пункты пятого уровня расположены по окружности алюминиевого опорного кольца в верхнем сечении опоры. Пункты на стенах расположены в два уровня. Принцип расположения пунктов на опоре показан на рисунке 4.3. Общий вид сети с указанием номеров пунктов приведен на рисунке 4.4.

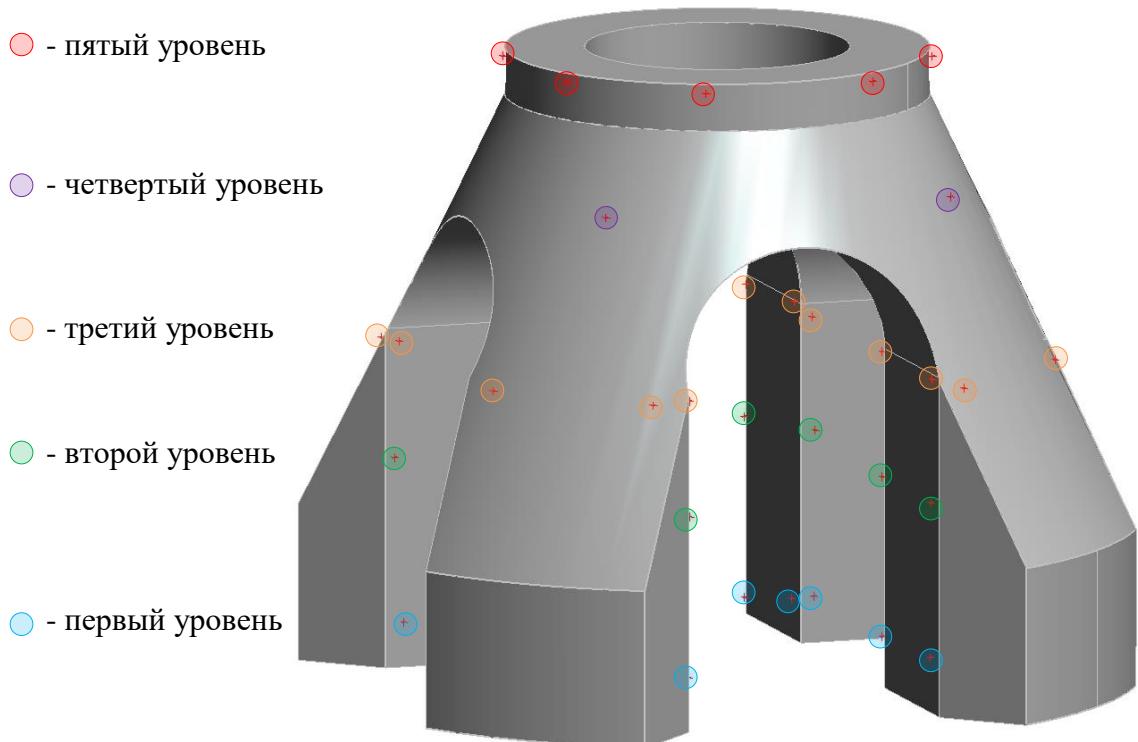


Рисунок 4.3 – Схема расположения пунктов на пяти уровнях (составлено автором)

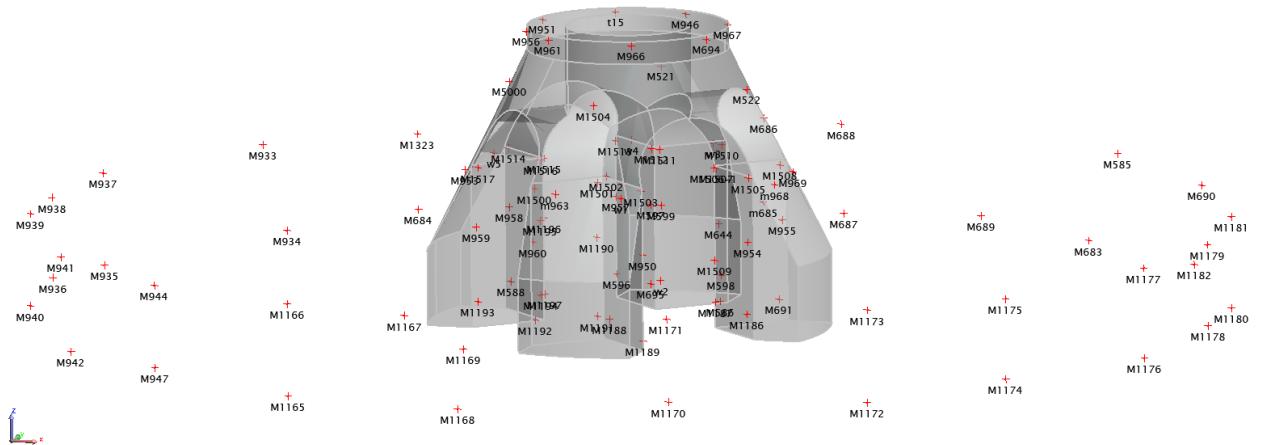


Рисунок 4.4 – Схема сети с указанием номеров пунктов (составлено автором)

Пункты закреплены магнитными держателями отражателей в сферическом корпусе Ø1.5".

Все пункты закреплены одинаковым образом, то есть пункты внутри зоны деформаций и за её пределами представляют собой одинаковые держатели, установленные на анкерах, заложенных в опору и стены помещения вокруг неё. Каждому пункту присвоен уникальный номер, для закрепления которого рядом с держателем расположена идентификационная карта. Такой тип закрепления пунктов позволяет с высокой точностью обеспечить повторяемость положения отражателя при повторной установке, значительно уменьшив таким образом погрешность определения координат. На рисунке 4.5 представлен пример пункта и установленного на пункт отражателя в зоне развития локальной деформации (трещинообразования).

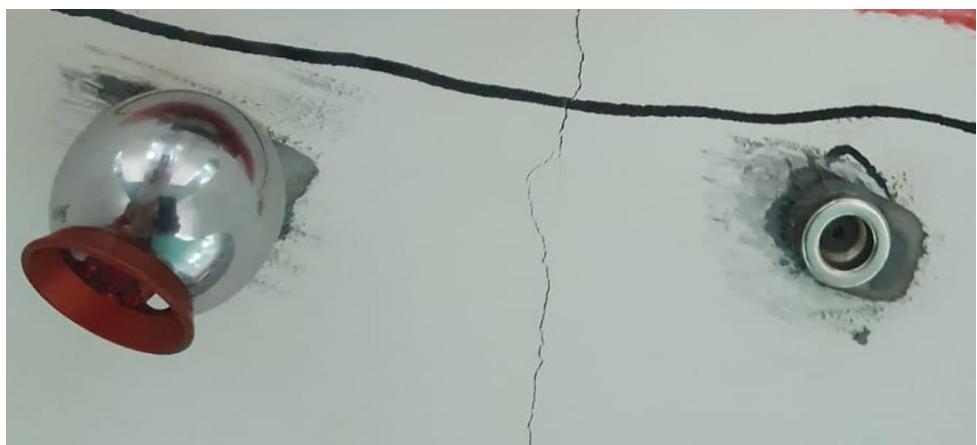


Рисунок 4.5 – Пример установки визирной цели на пункты, закрепленные для контроля локальных деформаций (фото автора)

#### 4.4 Проведение измерений в рамках цикла мониторинга

В рамках одного цикла измерений порядок наблюдений состоял из наблюдений с пяти установок прибора всех видимых пунктов сети. Главным условием для выбора мест установки прибора и фактором, определяющим количество стоянок, была необходимость обеспечить избыточность измерений. Каждый из пунктов сети измерялся по меньшей мере с двух стоянок,

таким образом при уравнивании сети каждому пункту соответствовало не менее четырех измерений. Четыре стоянки расположены вокруг опоры, а пятая – во внутреннем пространстве между колоннами. Схема измерений представлена на рисунке 4.6.

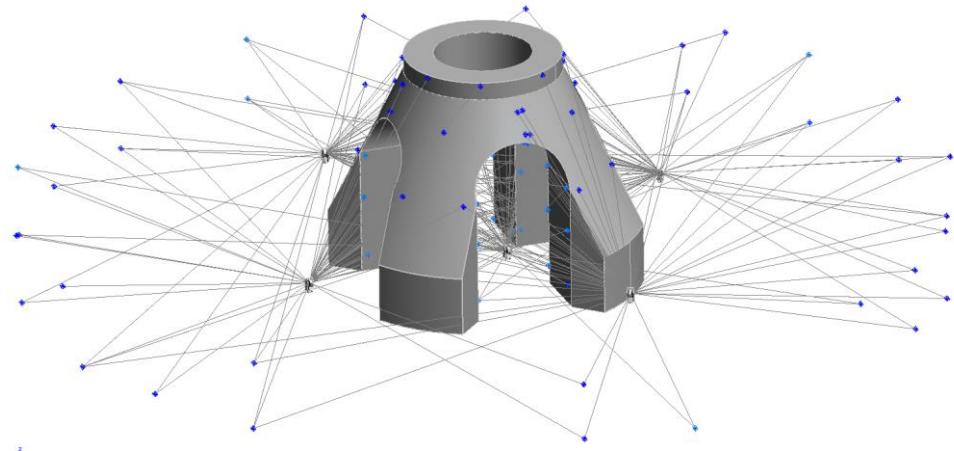


Рисунок 4.6 – Пример схемы измерений. Серым цветом показаны линии визирования на всех стоянках прибора (составлено автором)

В среднем, время работы на объекте составляло порядка 4 часов, что при количестве пунктов деформационной сети, закрепленных на наблюдаемой опоре, говорит о высокой производительности метода свободных станций.

#### 4.5 Определение состава опорной сети из общей совокупности пунктов

Для успешного анализа деформационного процесса необходимо определить набор наиболее стабильных пунктов, которые могут играть роль связующих пунктов при вычислениях. Ввиду того что при реализации метода предполагается оценка относительных смещений, в качестве связующих можно рассматривать пункты первого уровня пилона, так как изменение взаимного положения пунктов на прочих уровнях относительно основания однозначно говорят о смещении конструкции. Однако, для корректного определения направления плановых смещений, необходимо надежно вычислить параметры углового преобразования. По этой причине в качестве опорной сети были также выбраны пункты на нижнем уровне стен, на основе сопоставления которых оптимизировался параметр  $w_z$ , как это описано в пункте 2.4 настоящей работы.

Итоговый состав набора потенциально стабильных пунктов, то есть пунктов, участвующих в процессе вычисления параметров преобразования, уточнялся в ходе проведения теста общего соответствия с фильтрацией смещенных пунктов. При этом большая величина вычисленного смещения может быть обусловлена несколькими факторами или их совокупностью:

- фактическим смещением держателя отражателя в сферическом корпусе относительно его положения в момент проведения измерений в предыдущем цикле;

- грубая ошибка измерений;
- загрязнение магнитного держателя, не позволяющее установить отражатель в изначальное положение.

Таким образом, отбраковка пункта не обязательно говорит о нестабильности части объекта, на котором он установлен. При этом вне зависимости от причин, по которым вычисленное смещение пункта превышает допустимое значение, он должен быть изъят из числа стабильных, чтобы не оказывать влияние на результат поиска параметров преобразования.

#### **4.6 Обработка результатов измерений и построение деформационной картины**

Обработка результатов измерений выполнялась в несколько этапов:

1. Уравнивание результатов измерений, получение объединенной пространственной сети.
2. Наложение уравненных сетей исходного цикла и текущего цикла измерений по принципу теста общего соответствия с итеративной фильтрацией пункта с наибольшим вычисленным остаточным смещением при превышении заданного допуска.
3. Построение деформационной картины при сравнении координат пунктов в исходном и текущем циклах, а также в предыдущем и текущем циклах.

Данные с отдельных стоянок уравнивались в единый набор точек средствами ПО SpatialAnalyzer через функцию уравнивания с использованием погрешностей измерений. Результаты уравнивания, представляющие собой объединенную группу точек объекта наблюдений, являются исходными данными для проведения деформационного анализа.

Привязка перемещаемой уравненной сети к системе координат базовой сети осуществлялась в два этапа:

- привязка в плоскости  $OXY$ : уравненная перемещаемая сеть сопоставлялась наилучшим образом с уравненной базовой сетью. Совмещение выполнялось по пунктам геодезической сети на стенах первого этажа на внешнем кольце пунктов. При совмещении использовалась одна степень свободы:  $Rz$ , то есть сопоставление производилось для поиска одного элемента вращения  $w_z$ . СКП сопоставления в данном случае была значительно выше, чем СКП уравненных координат пунктов, например, при привязке уравненной сети от сентября 2024 года СКП совмещения составила 0.28 мм;

- привязка в плане и по высоте: Уравненная перемещаемая сеть повторно сопоставлялась наилучшим образом с уравненной базовой сетью. Совмещение выполнялось по наиболее стабильным пунктам на первом уровне опоры. При совмещении использовались три степени свободы:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , то есть выполнялся поиск параметров линейного преобразования. СКП сопоставления при этом была сопоставима с СКП уравненных координат пунктов, например, при

привязке уравненной сети от сентября 2024 года СКП составила 0.07 мм (0.05 мм по оси X, 0.03 мм – по оси Y, 0.04 мм по оси Z).

Несмотря на то, что объект наблюдений находился внутри здания, где условия окружающей среды практически постоянны, для повышения надежности построения деформационной картины во время наблюдений производилась фиксация температуры вокруг объекта с помощью температурного датчика трекера. График изменения температуры за время наблюдений представлен на рисунке 4.7.

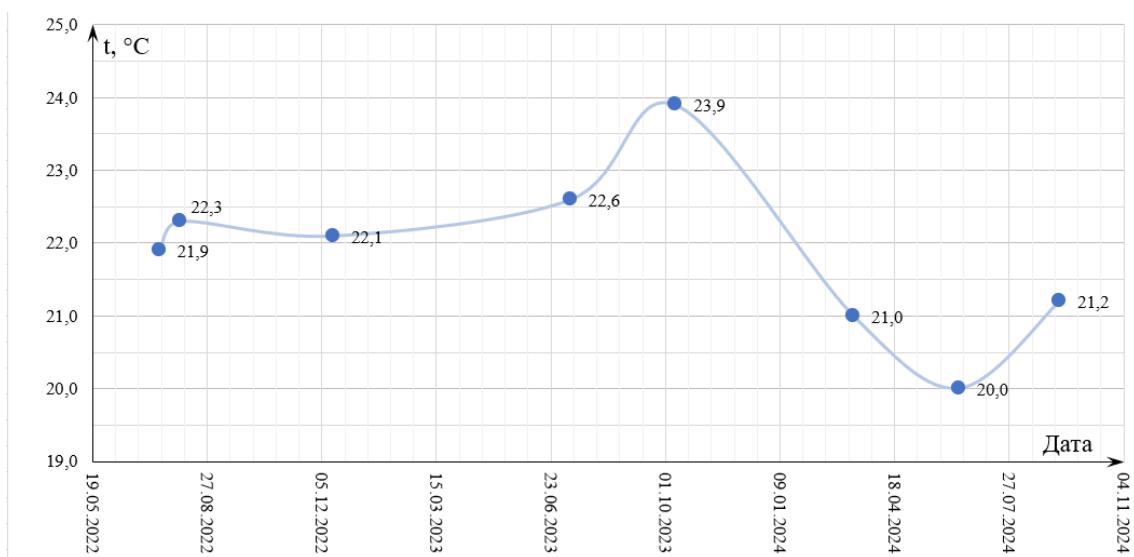


Рисунок 4.7 – График изменения температуры на объекте за весь период наблюдений  
(составлено автором)

Так как объект представляет собой бетонную конструкцию, то за время наблюдений его предельная температурная деформация составила 0.047 мм/м при коэффициенте температурного расширения бетона  $K = 0.000012 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . С учетом габаритов опоры (см. рисунок 4.1) температурные деформации могут достигать 0.376 мм в плане и 0.282 мм по высоте, что значительно превосходит точность определения координат пунктов лазерным трекером и точность определения смещений, следовательно, изменение температуры может повлиять на построение деформационной картины.

Для каждого уровня пунктов на опоре составлены картограммы смещений, для удобства интерпретации разложенные два вида: картограммы для плановых, и для высотных смещений пунктов. Изменение картограмм смещений по результатам многократных наблюдений наглядно показывает развитие деформационного процесса. В качестве примера приведем общий вид картограммы высотных смещений по всем уровням за следующие периоды наблюдений: декабрь 2022 г., июль 2023 г., октябрь 2023, март 2024 г., июнь 2024 г., сентябрь 2024 г (рисунки 4.8 – 4.13). Измерения при создании исходной сети объекта проведены в августе 2022 г.

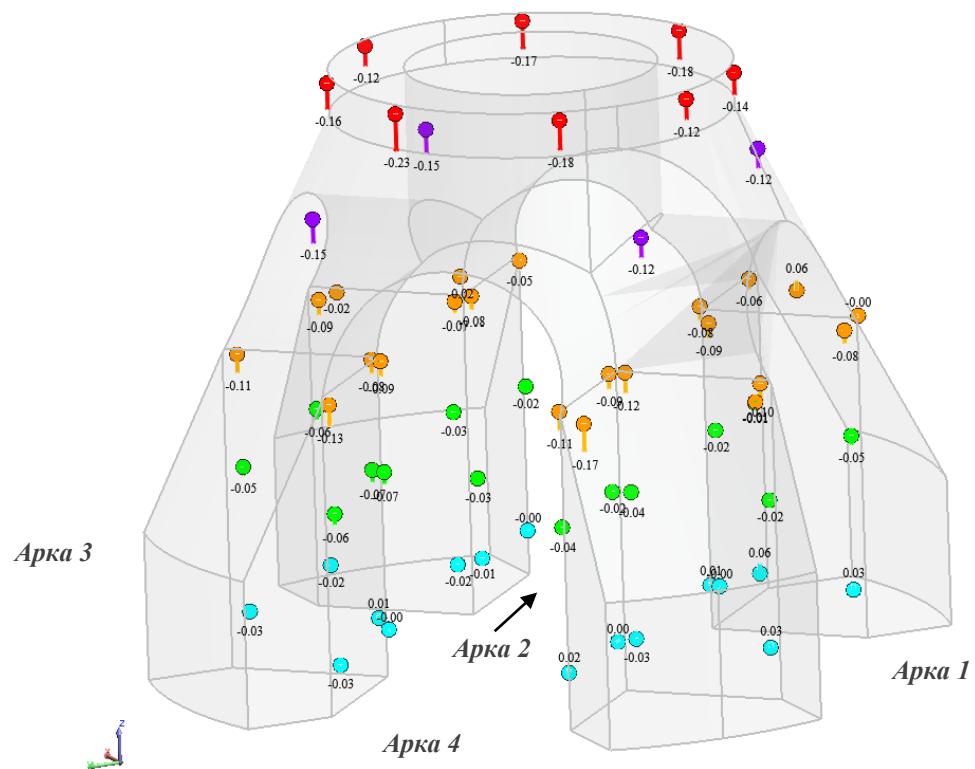


Рисунок 4.8 – Картограмма высотных смещений пунктов опоры по состоянию на декабрь 2022 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

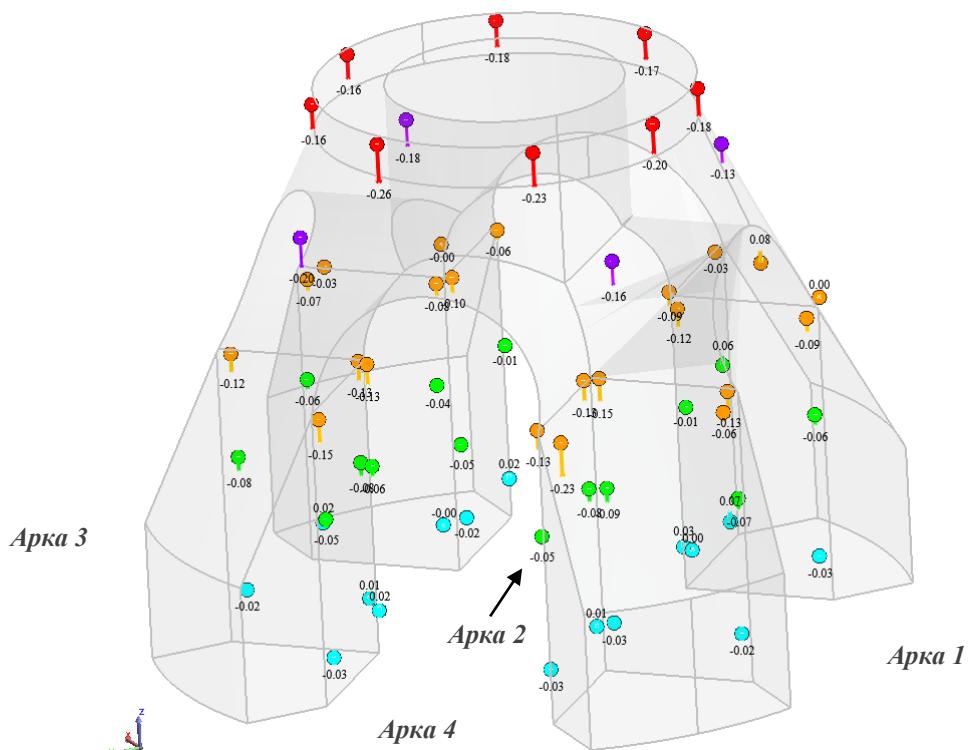


Рисунок 4.9 – Картограмма высотных смещений пунктов опоры по состоянию на июль 2023 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

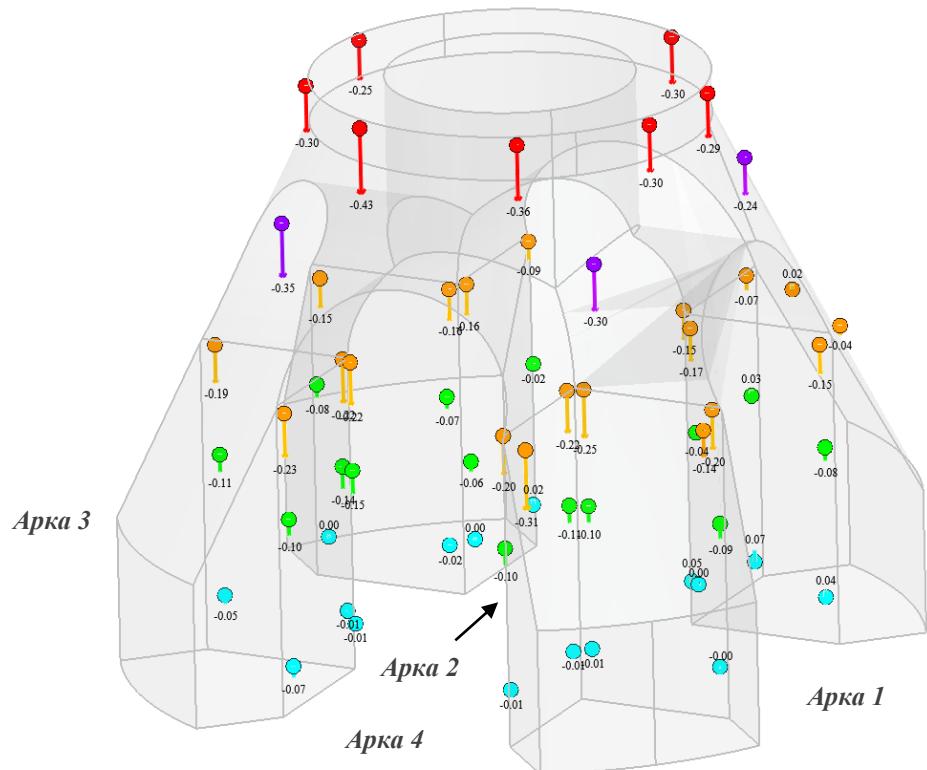


Рисунок 4.10 – Картограмма высотных смещений пунктов опоры по состоянию на октябрь 2023 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

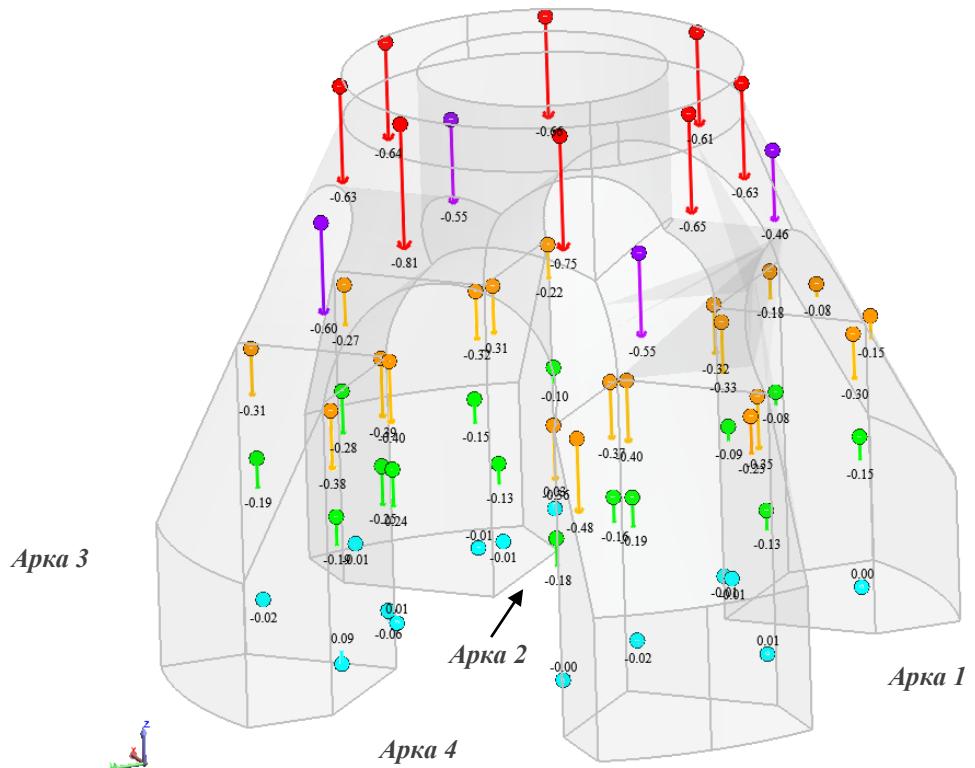


Рисунок 4.11 – Картограмма высотных смещений пунктов опоры по состоянию на март 2024 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

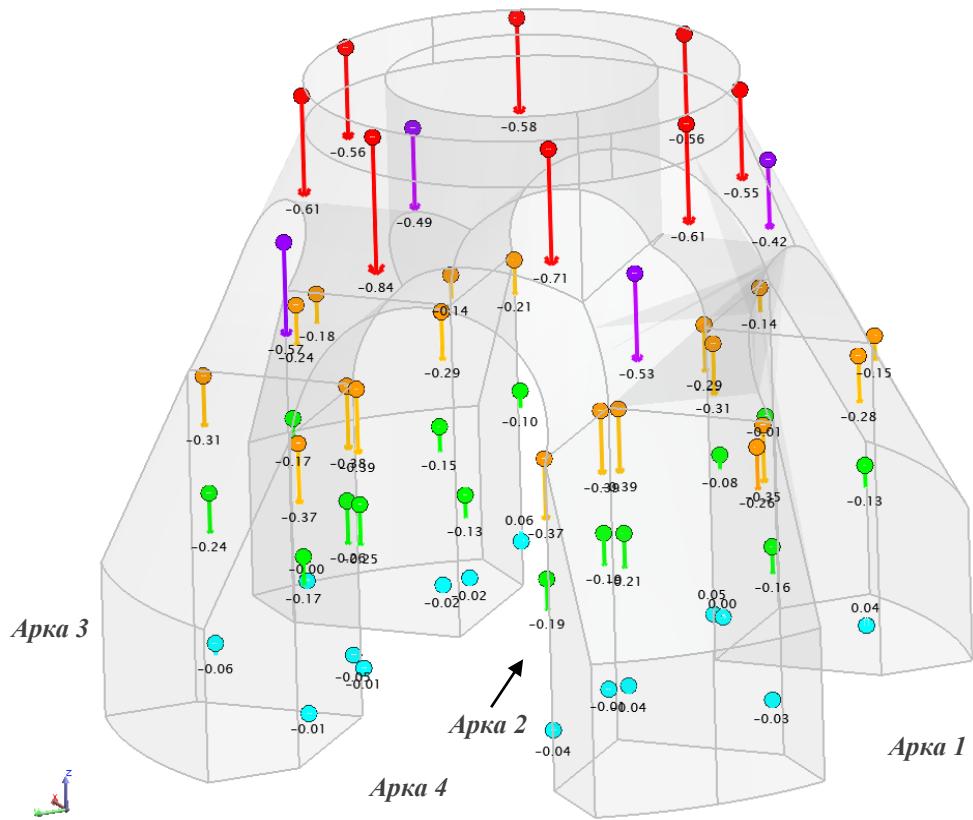


Рисунок 4.12 – Картограмма высотных смещений опоры по состоянию на июнь 2024 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

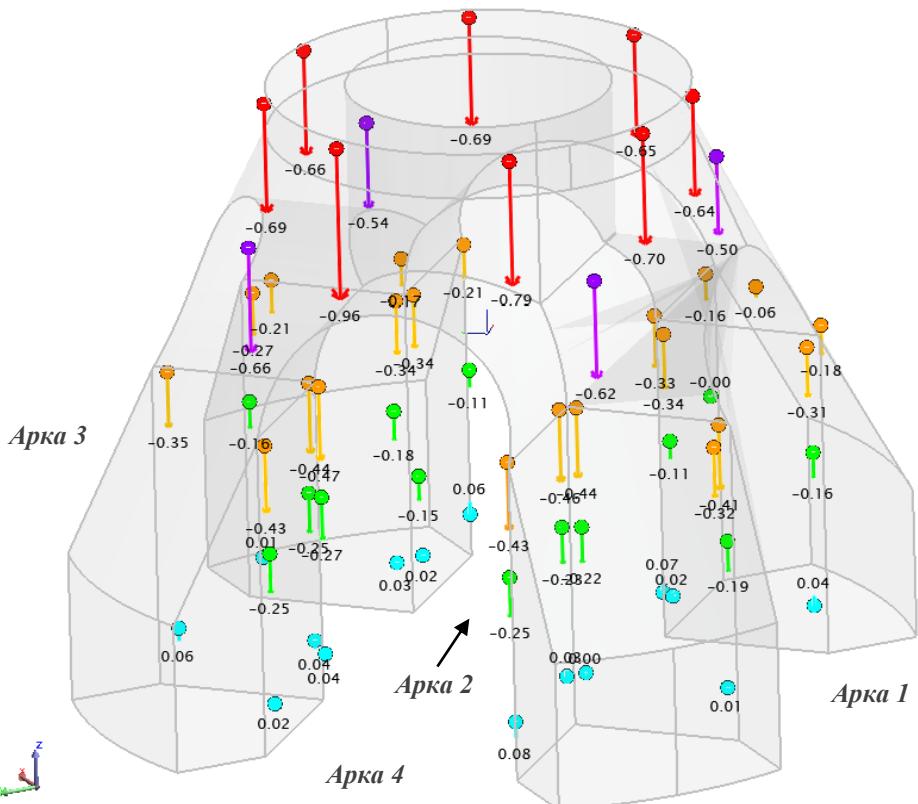


Рисунок 4.13 – Картограмма высотных смещений опоры по состоянию на сентябрь 2024 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

Картограммы относительных высотных смещений пунктов сети показывают «сжатие» опоры, так как смещения пунктов на пятом уровне значительно превышают смещения на прочих уровнях, при этом величина смещения возрастает от уровня к уровню. В качестве примера картограммы плановых смещений приведем картограммы для тех же циклов наблюдений для пятого уровня пунктов опоры, так как они являются наиболее наглядными при анализе динамики деформационного процесса (рисунки 4.14 – 4.19).

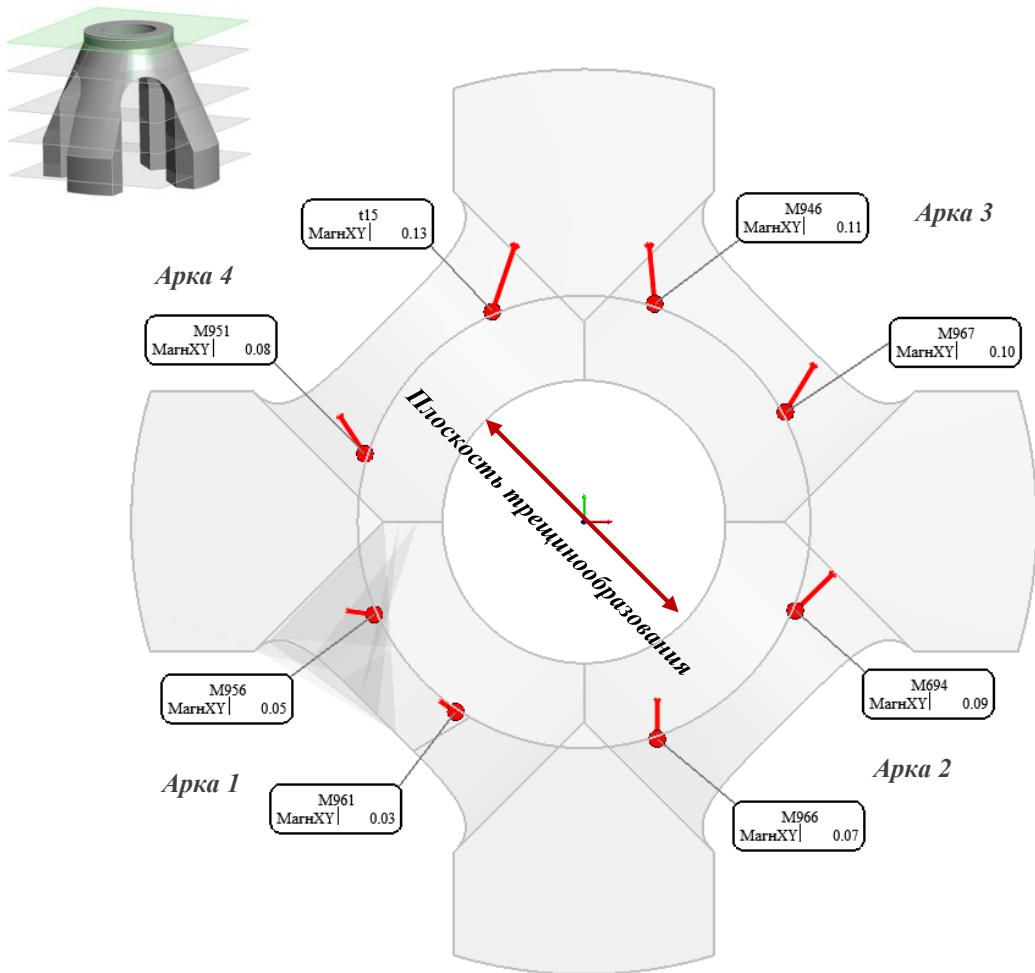


Рисунок 4.14 – Картограмма плановых смещений пунктов пятого уровня опоры по состоянию на декабрь 2022 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

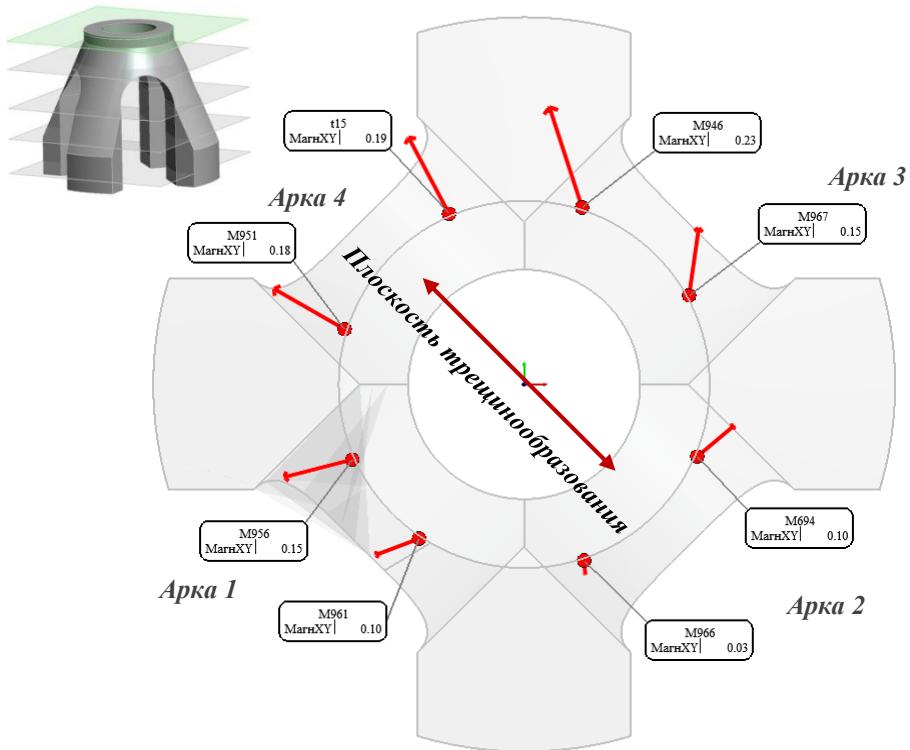


Рисунок 4.15 – Картограмма плановых смещений пунктов пятого уровня опоры по состоянию на июль 2023 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

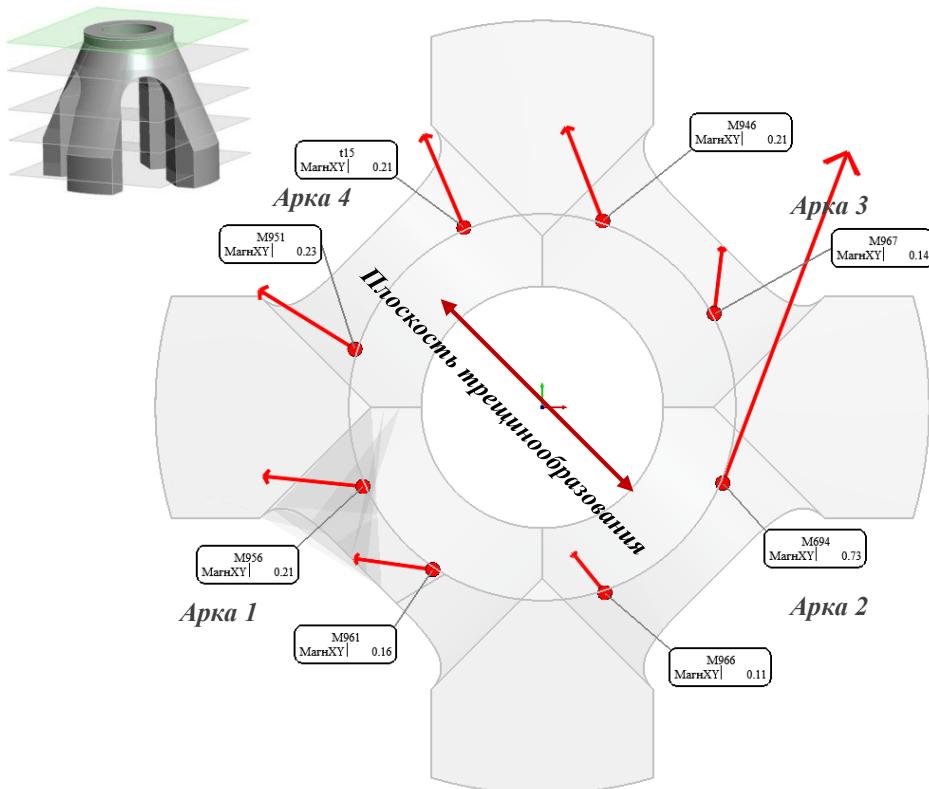


Рисунок 4.16 – Картограмма плановых смещений пунктов пятого уровня опоры по состоянию на октябрь 2023 года, все значения приведены в мм. Вектор смещения на пункте M694 обусловлен ошибкой наблюдений (составлено автором)

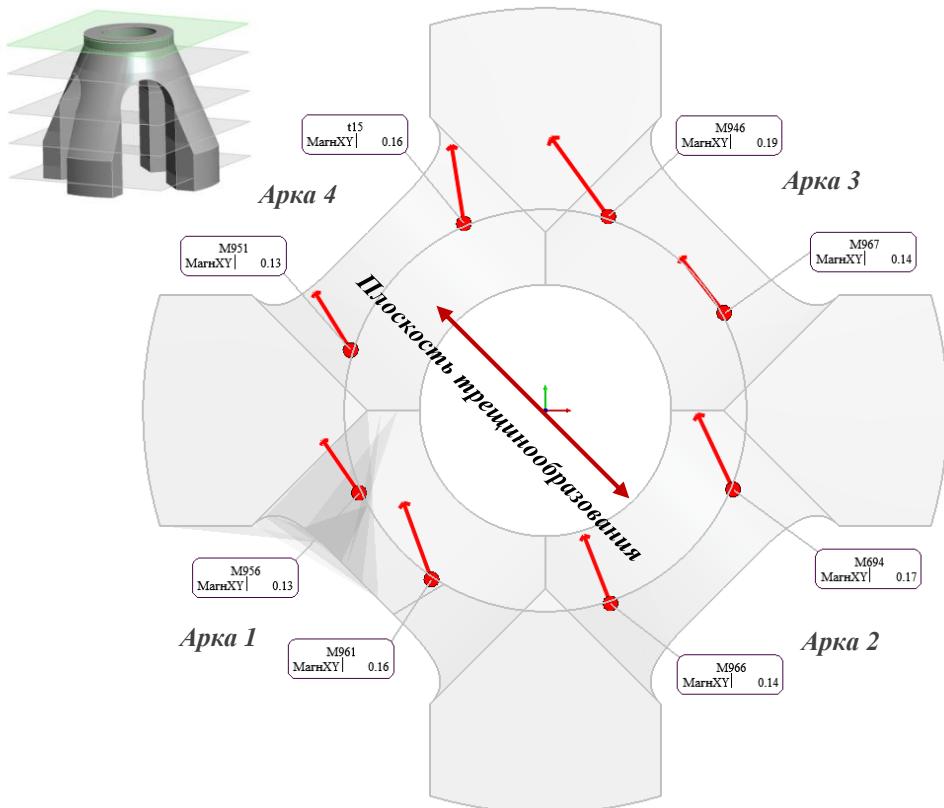


Рисунок 4.17 – Картограмма плановых смещений пунктов пятого уровня опоры по состоянию на март 2024 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

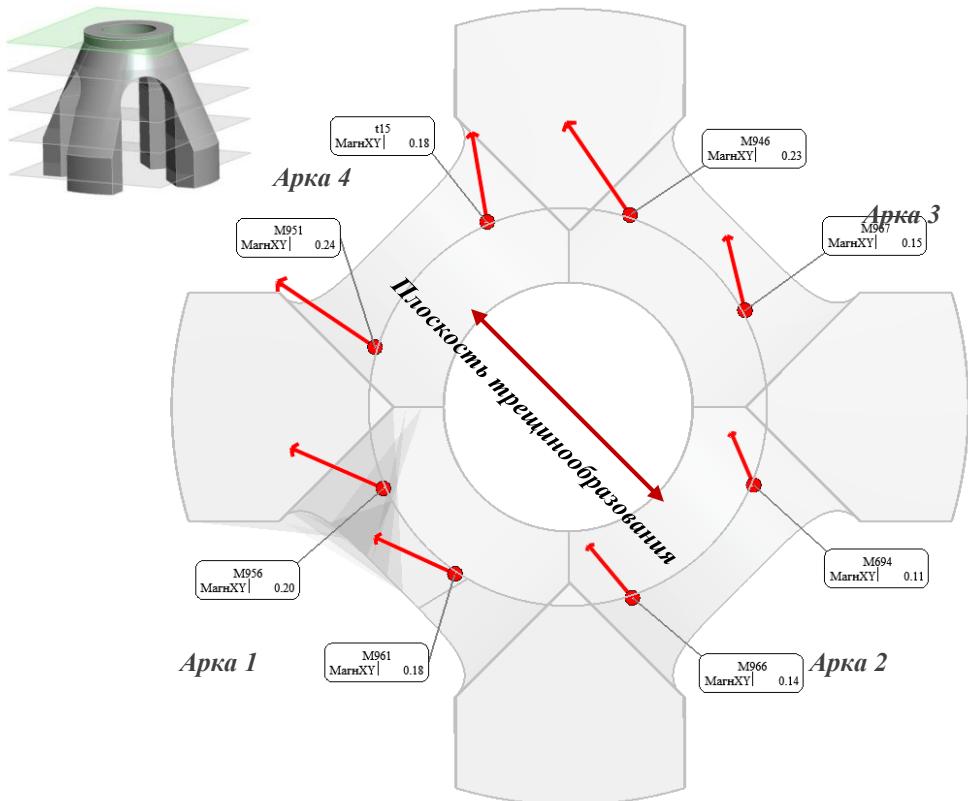


Рисунок 4.18 – Картограмма плановых смещений пунктов пятого уровня опоры по состоянию на июнь 2024 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

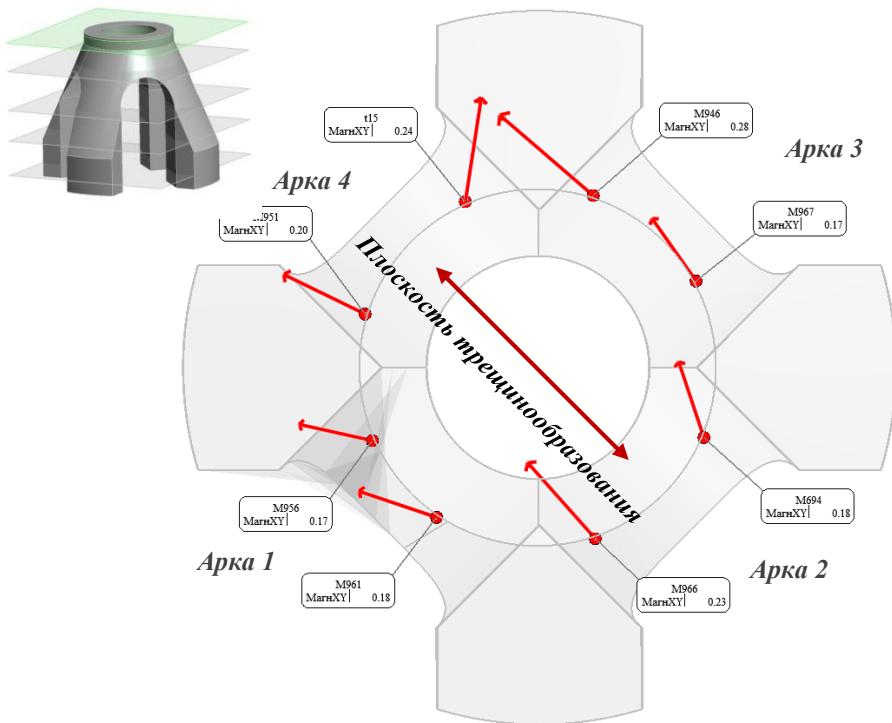


Рисунок 4.19 – Картограмма плановых смещений пунктов пятого уровня опоры по состоянию на сентябрь 2024 года, все значения приведены в мм (составлено автором)

Полученные при сопоставлении уравненных пространственных сетей картограммы высотных смещений показывают оседание конструкции в период с августа 2022 года (исходный цикл) по сентябрь 2024 года. При этом прослеживается неравномерность оседания, на сентябрь 2024 года составляющая 0.32 мм на пятом уровне закрепленных пунктов. По картограммам можно сделать вывод о развивающемся наклоне конструкции в сторону арки 4. Неравномерность оседания конструкции подтверждается появлением трещин на опоре, для контроля которых были установлены приборы контроля раскрытия трещин (далее – ПКРТ) с индикаторами часового типа (рисунок 4.20). Основная трещина проходит в направлении от арки 2 к арке 4 примерно по центру опоры.

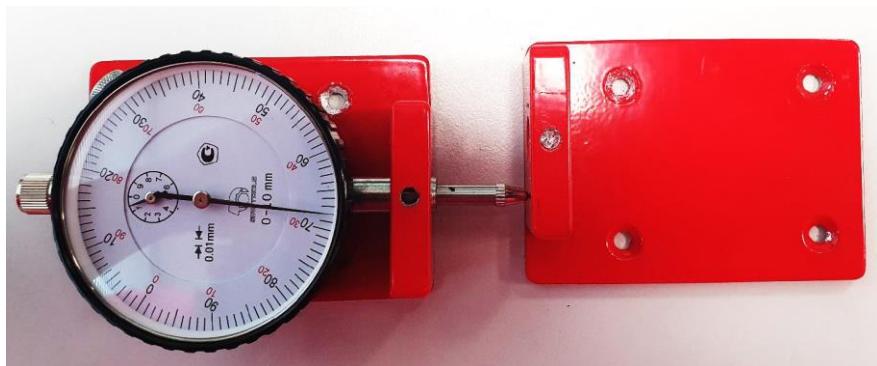


Рисунок 4.20 – Внешний вид ПКРТ с индикаторами часового типа (составлено автором)

Наклон опоры в направлении арки 4 подтверждается картограммами плановых смещений. При этом расстояние между пунктами, закрепленными над аркой 4, увеличивается, что также

подтверждается раскрытием основной трещины. Принцип расположения ПКРТ над аркой представлен на рисунке 4.21. На рисунке 4.22 приведены графики раскрытия трещины по результатам наблюдений лазерным трекером по пунктам в непосредственной близости от трещины и снятия показаний двух ПКРТ.

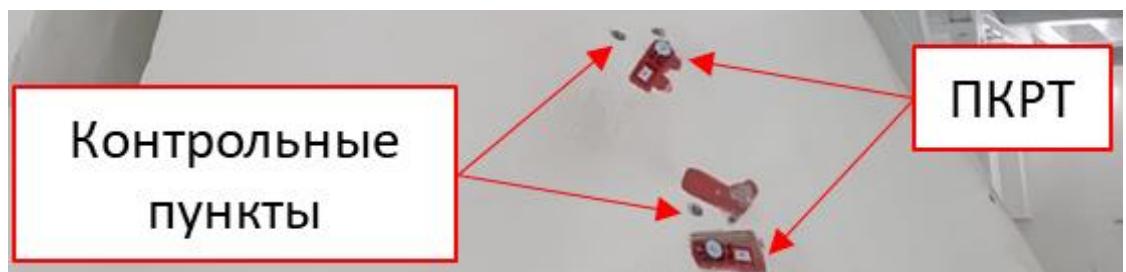


Рисунок 4.21 – Расположение двух ПКРТ, закрепленных для контроля основной трещины  
(составлено автором)

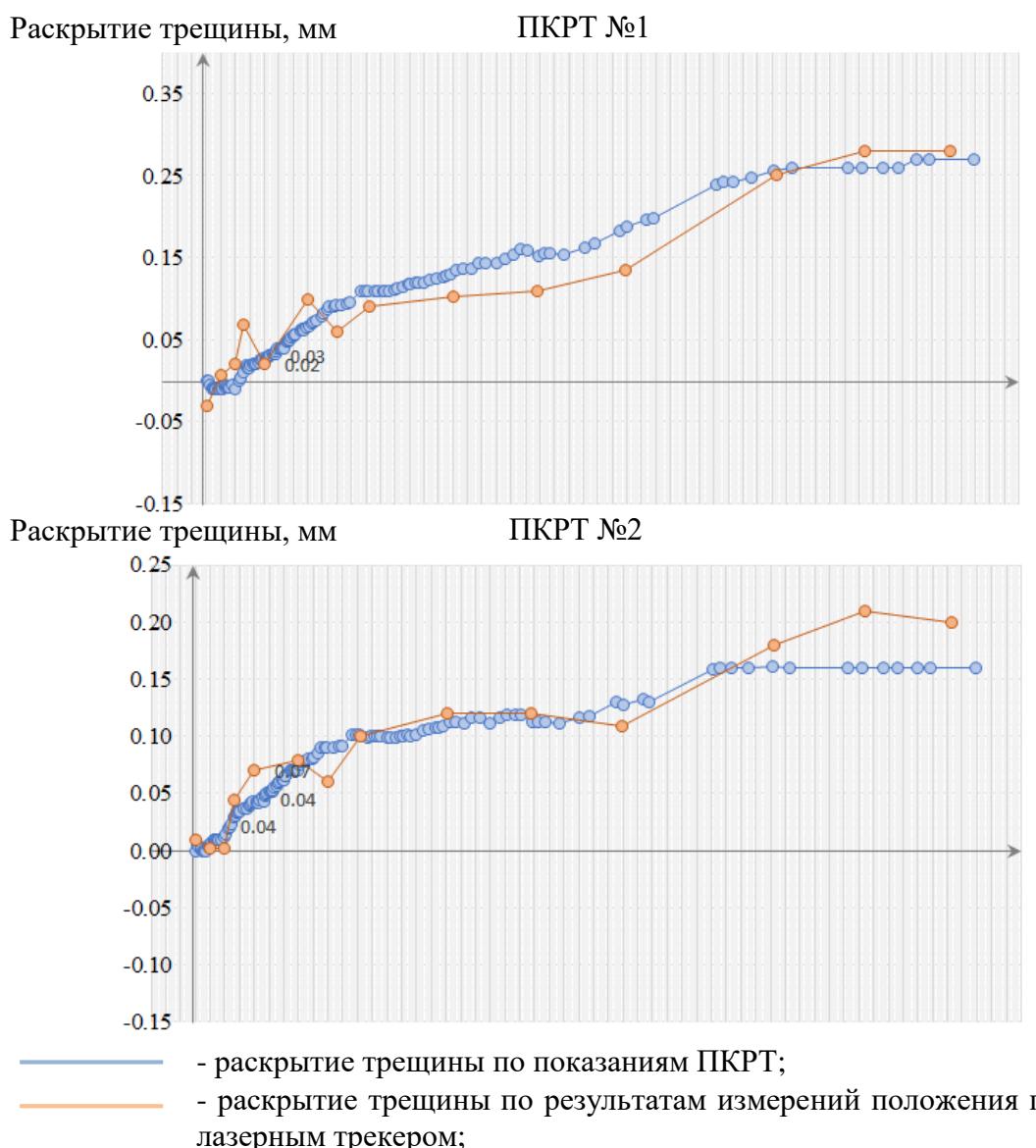


Рисунок 4.22 – Графики раскрытия трещины по результатам наблюдений лазерным трекером и снятия показаний двух ПКРТ (составлено автором)

#### 4.7 Выводы по Главе 4

В процессе аprobации предложенного метода выполнено следующее:

1) на примере многократного мониторинга деформаций опоры камеры взаимодействия лазерной установки аprobирована методика построения деформационной картины на основе сопоставления уравненных пространственных сетей;

2) показан пример сопоставления сетей с независимым вычислением линейных и угловых параметров Гельмерта средствами SpatialAnalyzer;

3) построенные картограммы смещений показывают последовательное изменение положения наблюдаемого объекта, что говорит о надежности использования метода прямого сопоставления при наложении результатов циклических измерений при деформационном мониторинге;

4) выявленные направления смещений пунктов косвенно подтверждаются приборами контроля раскрытия трещин с часовым механизмом;

5) выявленные смещения при сравнении двух циклов измерений могут быть обусловлены температурными изменениями или погрешностями определения координат, связанными с плохой сохранностью пункта или иными причинами, влияющими на точность определения координат, однако на основе анализа большого количества циклов измерений можно заключить, что направление и величина смещений могут быть определены с использованием рассматриваемого метода с высоким уровнем достоверности, что подтверждает третье защищаемое положение.

Приведенный в данной главе пример объекта также показывает важность развития методов деформационного мониторинга с использованием координатного метода, так как с учетом особенностей объекта и требований к точности применение прочих методов измерений представляется невозможным или нецелесообразным.

Для реализации метода требуется закрепление большого числа пунктов, так как заранее неизвестно, какие из них сохранят достаточную стабильность в процессе измерений. При этом сам процесс измерений при использовании лазерного трекера требует значительно меньше времени, чем при использовании классических методов, а обработка результатов измерений при использовании метода позволяет оперативно получить информацию о смещениях наблюдаемых пунктов, в том числе при нахождении непосредственно на объекте измерений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предлагается и подробно рассматривается метод обработки результатов линейно-угловых пространственных измерений в незакрепленной геодезической сети при деформационном мониторинге. В ходе работы достигнуты следующие результаты:

1. Предложен метод обработки результатов пространственных линейно-угловых измерений, позволяющий построить деформационную картину на основе сравнения геометрии уравненных незакрепленных сетей двух циклов измерений путем вычисления параметров связи между их системами координат.
2. Показаны особенности и ограничения метода, связанные с влиянием окружающей среды, возможностями применяемого оборудования, необходимостью выбора стабильных пунктов для вычисления параметров преобразования.
3. Разработано программное средство на языке VBA, реализующее тест общего соответствия с пересчетом параметров Гельмерта для плановых сетей, автоматизирующий деформационный анализ с итеративной фильтрацией в двумерном пространстве (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024665752, Приложение В).
4. Разработано программное средство на языке Python, реализующее тест общего соответствия с пересчетом параметров Гельмерта для пространственных сетей, позволяющее сопоставить две уравненные незакрепленные сети на основе выбранных опорных пунктов, и визуализирующее вычисленные смещения в виде векторов смещений.
5. Проведено сравнение результатов обработки данных в существующем программном обеспечении (SpatialAnalyzer) со строгими и нестрогими методами расчета параметров преобразования, сделаны выводы о качестве расчетов в существующем ПО и с использованием поисковых методов.
6. Показано использование метода с использованием лазерного трекера и обработкой в иностранном программном обеспечении SpatialAnalyzer на примере многократных циклических наблюдений за деформациями опоры камеры взаимодействия лазерной установки. Акт внедрения предлагаемого метода в производственную деятельность представлен в приложении Д. Данный пример подтверждает эффективность метода, при этом показывая, что достижимая точность определения смещений пунктов (фактически - деформаций), значительно превышает требуемую точность для I класса точности согласно ГОСТ 24846—2019, и соответствует требованиям локальных актов, инструкций и требований.
7. Перспектива дальнейших исследований состоит в развитии метода, автоматизации процесса выбора опорных пунктов, применении подходов с анализом альтернативных гипотез для увеличения надежности анализа, разработке полноценного программного обеспечения на основе модернизированных алгоритмов для анализа больших массивов пространственных данных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, Д. В. Получение твердотельных моделей с помощью программ PolyWorks Inspector и Geomagic Design X / Д. В. Александров // Техника и технологии машиностроения : Материалы VIII Международной научно-технической конференции, Омск, 22–25 мая 2019 года. – Омск: Омский государственный технический университет, 2019. – С. 228-235. – EDN NDNAAN.
2. Аполонский, В. В. Методы расчёта наиболее устойчивых реперов нефтегазодобывающего комплекса / В. В. Аполонский, Е. Н. Купреева // Электронный научно-методический журнал Омского ГАУ. – 2019. – № 2(17). – С. 7. – EDN KQRDWG.
3. Баборыкин, М. Ю. Мониторинг оползней с использованием лазерного сканирования и геодезических наблюдений / М. Ю. Баборыкин, Е. В. Жидиляева // Инженерные изыскания. – 2014. – № 3. – С. 16-24. – EDN SJCTSN.
4. Барлиани, А. Г. Коррелатная версия уравнивания и оценка точности геодезических сетей на основе итерационного алгоритма / А.Г. Барлиани, М.В. Ковальчук, Д.А. Пятков // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2014. – Т.1, №1. – с. 23-28
5. Барлиани, А. Г. Разработка алгоритмов уравнивания и оценки точности свободных и несвободных геодезических сетей на основе псевдонормального решения: монография / А. Г. Барлиани. – Новосибирск: Сибирская государственная геодезическая академия, 2010. – 135 с. – ISBN 978-5-87693-414-7. – EDN RWJEON.
6. Брынь, М. Я. Уравнивание спутниковых и наземных измерений параметрическим способом в плоских координатах для построения мостовых разбивочных сетей / М. Я. Брынь, А. В. Астапович, П. А. Веселкин [и др.] // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2007. – № 1(10). – С. 135-140. – EDN LRHVYT.
7. Брынь, М. Я. Оценка точности определения положения точек способом свободного станционирования / М. Я. Брынь, Ю. В. Лобанова, Д. А. Афонин, Г. Г. Шевченко // Геодезия и картография. – 2021. – Т. 82, № 5. – С. 2-9. – DOI 10.22389/0016-7126-2021-971-5-2-9. – EDN MDQNX.
8. Брынь, М. Я. Об уравнивании пространственных геодезических сетей поисковым методом / М. Я. Брынь, Г. Г. Шевченко // Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. Наука и образование : Сборник материалов III всероссийской научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 06–08 ноября 2019 года / Научный редактор О.А. Лазебник. – Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, 2019. – С. 225-233. – EDN DPBJUW.
9. Будо, А.Ю. Расчёт осадок деформаций в CREDO / А.Ю. Будо, Д.М. Васильков, Д.В. Грохольский // Геопрофи. – 2014. – №1. – С. 24-28. – ISSN 2306-8736.

10. Бузик В. В., Бузик Г. Б. Калибровка промышленного оборудования высокоточными геодезическими методами с применением абсолютных лазерных трекеров Leica // Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. Наука и образование : сб. материалов III Всероссийской науч.-практ. конф. / науч. ред. О. А. Лазебник. – СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2019. – С. 146–151.
11. Ганьшин, А.Ф. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов / [В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко, А.Г. Ильин и др.]. — М. : Недра, 1981. — 215 с.; 21.
12. Геодезическое обеспечение проектирования, строительства, эксплуатации и мониторинга ускорительно-накопительных комплексов / П. П. Мурzinцев, А. В. Полянский, Д. Б. Буренков, Л. Е. Сердаков. – Новосибирск : ООО Издательство "Сибпринт", 2021. – 232 с. – ISBN 978-5-94301-863-3. – EDN MNEVWJ.
13. Гордеев, В. А. Исследование точности определения горизонтальных смещений при геодезическом мониторинге зданий и сооружений / В. А. Гордеев, Г. Г. Шевченко // Электронный сетевой полitemатический журнал "Научные труды КубГТУ". – 2022. – № 4. – С. 21-31. – EDN RMQSVB.
14. ГОСТ 24846-2019. Грунты. Методы измерений деформаций оснований зданий и сооружений. – Утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 28 июля 2020 г. № 409-ст: дата введения 2021-01-01. – М.: Стандартинформ, 2020. – 15 с.
15. ГОСТ 31937-2024. Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния. – Утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 10 апреля 2024 г. № 433-ст: дата введения 2024-05-01. – М.: ФГБУ «Институт стандартизации», 2024. – 65 с.
16. ГОСТ 32019-2012 Мониторинг технического состояния уникальных зданий и сооружений. Правила проектирования и установки стационарных систем (станций) мониторинга. – Утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 18 декабря 2012. № 2020-ст: дата введения 2014-01-01. – М.: Стандартинформ, 2014. – 22 с.
17. ГОСТ 56198 – 2014. Мониторинг технического состояния объектов культурного наследия. Недвижимые памятники. Общие требования. – Утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 30 октября 2014 г. № 1458-ст: введен впервые: дата введения 2015-04-01. – М.: Стандартинформ, 2015. – 38 с.

18. Гусев, В.Н. Способ определения вертикальных сдвигений и деформаций с помощью лазерно-сканирующих систем / В. Н. Гусев, М. Г. Выстрчил // Записки Горного института. - 2012. - Т. 199. - С. 245-248.
19. Гусев, Г. Н. О некоторых проблемах измерительных систем на основе гидростатического нивелирования при долговременных измерениях / Г. Н. Гусев, В. В. Епин, Р. В. Цветков // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. – 2017. – №4. – С. 70-76.
20. Дорогова, И. Е. Влияние выбора исходных пунктов на результаты уравнивания повторных геодезических измерений // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2015. – №1. – С. 209-213.
21. Дьяков, Б.Н. Сравнительный анализ способов Костехеля и Марчака // Маркшейдерский вестник. – 2009. – № 6 (74). – С. 43-46.
22. Епин, В. В. Адаптация систем гидростатического нивелирования к условиям эксплуатации на реальных сооружениях / В. В. Епин, С. В. Лекомцев, Р. В. Цветков, А. П. Шестаков // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. – 2019. – №3. – С. 41-48.
23. Епин, В. В. Деформационный мониторинг фундаментов зданий методом гидростатического нивелирования / В. В. Епин, Р. В. Цветков, И. Н. Шардаков // Magazine of Civil Engineering. – 2015. – №3 (55). – С. 21-28.
24. Зданович, В.Г. Об оценке приближенных способов уравнивания измерений // Записки Горного института. – 1969. – Т. 59. Вып. 1. – С. 125-132.
25. Зубов, А.В. Оценка качества моделей, построенных по методу наименьших квадратов / А.В. Зубов, В.В. Беляев, Т.А. Евтеева // Маркшейдерский вестник. – 2011. – № 1 (81). – С. 39-42.
26. Зубов, А.В. Получение параметров связи между плоскими системами координат методом Ньютона второго порядка / А.В. Зубов, Д.А. Быкасов // Геодезия, землеустройство и кадастры: проблемы и перспективы развития. – 2020. – №1. – С. 58-62.
27. Зубов, А. В. Оценка стабильности опорных и деформационных маркшейдерско-геодезических сетей / А. В. Зубов, Н. С. Павлов // Маркшейдерский вестник. – 2013. – № 2(94). – С. 21-23. – EDN QLRWXZ.
28. Зубов, А. В. Программный комплекс для определения кренов сооружений башенного типа по данным наземного лазерного сканирования / А. В. Зубов, Н. Н. Елисеева // Геодезия и картография. – 2020. – Т. 81, № 7. – С. 2-7. – DOI 10.22389/0016-7126-2020-961-7-2-7. – EDN LNQIZU.

29. Зубов, А. В. Решение маркшейдерско-геодезических задач поисковыми методами / А. В. Зубов, Н. Н. Елисеева // Маркшейдерский вестник. – 2017. – № 5(120). – С. 35-38. – EDN ZXWYHN.
30. Илюхин Д.А. Применение цифровых нивелиров для наблюдения за осадками сооружений // Записки Горного института. – 2012. – Т. 196. – С. 65.
31. Исаев, М. А. Алгоритм начальной инициализации кватерниона пространственной ориентации в параметрах Родрига-Гамильтона / М. А. Исаев, А. М. Исаев, Н. В. Кудинов, Р. С. Мироненко // Вестник Донского государственного технического университета. — 2018. — Т. 18, № 2. — С. 238-245. — DOI 10.23947/19925980-2018-18-2-238-245.
32. Карпенко, В.А. Корреляционный анализ осадки фундамента конвейера ШС-1000 / В.А. Карпенко // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – Москва. – 1966. – №3. – С. 55-60.
33. Ким, Х. И. Исследование возможности использования кватернионов для определения параметров внешнего ориентирования в фотограмметрии / Х. И. Ким, Ч. Б. Рю, Ж. Х. Ким, Ч. Жен // Научные исследования. – 2017. – № 5(16). – С. 85-89. – EDN YLJNZN.
34. Кольцов П.В. Методика безотражательных наблюдений за деформирующимиися участками бортов карьеров и отвалов // Записки Горного института. – 2012. – Т. 198. – С. 65-69.
35. Корнилов Ю.Н., Артемьев П.А., Зверева О.В. Определение деформации объектов фотограмметрическим методом с использованием ЦФС «Photomod» // Записки Горного института. – 2013. – Т. 206. – С. 53-55.
36. Корнилов, Ю. Н. Оценка деформационных процессов фотограмметрическим способом в Agisoft Metashape / Ю. Н. Корнилов, А. Ю. Романчиков, А. А. Боголюбова // Геодезия и картография. – 2023. – Т. 84, № 10. – С. 2-11. – DOI 10.22389/0016-7126-2023-1000-10-2-11. – EDN DUKIWN.
37. Корнилов Ю. Н., Царёва О. С. Совершенствование методики наблюдений за деформациями зданий и сооружений // Геодезия и картография. – 2020. – № 4. – С. 9-18. DOI: 10.22389/0016-7126-2020-958-4-9-18.
38. Корнилов, Ю. Н. Оптимизация расположения деформационных марок при построении сети в виде линейной пространственной засечки / Ю. Н. Корнилов, О. С. Царева, А. С. Шевченко // Геодезия и картография. – 2021. – Т. 82, № 12. – С. 2-11. – DOI 10.22389/0016-7126-2021-978-12-2-11. – EDN ZZCGLO.
39. Косарев, Н. С. Использование синтезированного варианта алгоритма параметрической версии МНК-оптимизации результатов ГНСС-измерений для их сравнительного анализа / Н. С. Косарев, В. А. Падве, С. А. Сергеев, В. И. Дударев // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2018. – Т. 23, № 3. – С. 30-45. – EDN YAATHF.

40. Коугия В.А., Канашин Н.В. Определение градиентным методом элементов связи между трёхмерными системами координат // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2008. – №2. – С. 22-28.
41. Красильникова, Е. А. Сравнение алгоритмов поиска грубошибочных измерений в маркшейдерско-геодезических сетях / Е. А. Красильникова, А. В. Зубов // Маркшейдерский вестник. – 2015. – № 5(108). – С. 43-46. – EDN UNSYYZ.
42. Кузин, А. А. Геодезическое обеспечение выверки формы отражающей поверхности главного зеркала радиотелескопа с применением лазерных трекеров / А. А. Кузин, В. В. Петров, А. А. Пефтиев // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2023. – Т. 28, № 1. – С. 22-32. – DOI 10.33764/2411-1759-2023-28-1-22-32. – EDN NKDTQJ.
43. Кузин А. А., Филиппов В. Г. Прогнозирование величин оползневых смещений на основе геодезических данных // Устойчивое развитие горных территорий. – 2024. – Т. 16. – № 3. – С. 1176–1191. DOI: 10.21177/1998-4502-2024-16-3-1176-1191.
44. Кузин, А. А. Оценка точности высот точек воздушного лазерного сканирования для зонирования территорий по степени оползневой опасности / А. А. Кузин // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2014. – № 5(88). – С. 57-61. – EDN SGJFAL.
45. Кукаренко И.С. CREDO 3D СКАН – новое решение для обработки данных лазерного сканирования / И.С. Кукаренко, Д.В. Грохольский // Геопрофи. – 2016. – №1. – С. 41-43. – ISSN 2306-8736
46. Левчук, Г. П. Прикладная геодезия : Основные методы и принципы инж.-геодез. работ / Г. П. Левчук, В. Е. Новак, В. Г. Конусов; Под ред. Г. П. Левчука. – М.: Недра, 1981. – 438 с.
47. Ляпишев, К. М. Исследование оползней с применением технологии наземного лазерного сканирования / К. М. Ляпишев, А. В. Погорелов, Д. Ю. Шуляков // Геодезия, картография и маркшейдерия : Материалы Всероссийской научной Интернет-конференции с международным участием, Казань, 05 июня 2014 года / Сервис виртуальных конференций Рах Grid; составитель Д. Н. Синяев. – Казань: Индивидуальный предприниматель Синяев Дмитрий Николаевич, 2014. – С. 26-32. – EDN STPLWT.
48. Макаров, Г. В. Оценка точности при использовании поисковых методах уравнивания [Текст] / Г. В. Макаров, В. В. Афанасьев, Б. В. Афанасьев // Геодезия и картография. – 1981. – № 11. – С. 20-22.
49. Маркузе, Ю. И. Исследование алгоритма для анализа деформаций геодезических пунктов при наблюдении за горизонтальными смещениями гидротехнических сооружений / Ю. И. Маркузе, А. К. Лэ // Геодезия и картография. – 2017. – Т. 78, № 7. – С. 23-30. – DOI 10.22389/0016-7126-2017-925-7-23-30. – EDN ZEOJXJ.

50. Михалев, А. В. Оценка возможности использования тригонометрического нивелирования для производства высокоточных измерений / А. В. Михалев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2013. – Т. 12, № 8. – С. 136-144. – EDN SIKBUH.
51. Мицкевич, В. И. Математическая обработка геодезических сетей методами нелинейного программирования [Текст]: Учеб. пособие / В. И. Мицкевич. – Новополоцк: ПГУ, 2007. – 64 с.
52. Мицкевич, В. И. Теория математической обработки геодезических построений методами нелинейного программирования: дис. ... д-ра техн. наук: 25.00.32 / Валерий Иванович Мицкевич. – Новополоцк, 2004. – 133 с.
53. Мурзинцев, П. П. Об оптимизации опорных геодезических кольцевых сетей ускорителей при использовании лазерных трекеров / П. П. Мурзинцев, А. В. Полянский, Л. Е. Сердаков // Геодезия и картография. – 2017. – Т. 78, № 5. – С. 2-6. – DOI 10.22389/0016-7126-2017-923-5-2-6. – EDN YSKVHT.
54. Мустафин, М. Г. Оценка вертикальных смещений оснований зданий и сооружений на основе анализа элементов деформационной сети / М. Г. Мустафин, Х. В. Нгуен // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80, № 3. – С. 11-19. – DOI 10.22389/0016-7126-2019-945-3-11-19. – EDN ZYLNRB.
55. Мустафин, М.Г. Методика геодезического мониторинга с использованием свободной деформационной сети / М.Г. Мустафин, Г.Е. **Васильев** // Маркшейдерский вестник. – 2024. – № 1. – С. 58-66. – EDN LKWDTF.
56. Мустафин, М.Г. Методика оценки деформационного процесса при мониторинге инженерных сооружений / М.Г. Мустафин, А.В. Зубов, Г.Е. **Васильев** // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2025. – № 8. – С. 92-113. – DOI 10.25018/0236\_1493\_2025\_8\_0\_92.
57. Мустафин, М.Г. Оценка смещений пунктов свободной геодезической сети при повторных наблюдениях с незакрепленных точек / М.Г. Мустафин, Г.Е. **Васильев** // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2023. – Т. 28, № 4. – С. 38-48. – DOI: 10.33764/2411-1759-2023-28-4-38-48.
58. Мустафин, М.Г. Применение метода свободной станции для мониторинга элементов плавучих сооружений / М.Г. Мустафин, А.В. Зубов, В.В. Петров, Г.Е. **Васильев** // Геодезия и картография. – 2025. – Т. 86, № 6. – С. 2-12. – DOI: 10.22389/0016-7126-2025-1020-6-2-12.
59. Неволин, А. Г. К вопросу о влиянии ошибок исходных данных на точность определения геометрических параметров технологического оборудования / А. Г. Неволин, Т. М. Медведская // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и

технологий). – 2019. – Т. 24, № 1. – С. 16-27. – DOI 10.33764/2411-1759-2019-24-1-16-27. – EDN GQAXYL.

60. Никонов, А. В. Особенности применения современных геодезических приборов при наблюдении за осадками и деформациями зданий и сооружений объектов энергетики / А. В. Никонов // Вестник Сибирской государственной геодезической академии. – 2013. – № 4(24). – С. 12-18. – EDN RTAYCR.

61. Никонов, А. В. Исследование влияния стабильности положения исходной геодезической основы на точность обратной линейно-угловой засечки / А. В. Никонов, И. Н. Чешева, Г. В. Лифашина // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2014. – Т. 1, № 1. – С. 63-70. – EDN SBNZMZ.

62. Новоселов, Д.Б. Высокоточное нивелирование цифровым нивелиром в условиях недостаточной освещенности / Д.Б. Новоселов // Геодезия и картография. – 2013. – №8. – С. 14-17. – ISSN 0016-7126.

63. О выборе местоположения станций лазерного трекера для установки технологического оборудования / Л. Е. Сердаков, П. П. Мурзинцев, Д. Б. Буренков, А. В. Полянский // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80, № 11. – С. 22-25. – DOI 10.22389/0016-7126-2019-953-11-22-25. – EDN TXDNEO.

64. Онегина, Т. Г. Исследование влияния взаиморасположения свободных станций и связующих точек на точность тахеометрической съемки объектов строительства / Т. Г. Онегина // Форум молодых ученых. – 2021. – № 6(58). – С. 577-580. – EDN CKAIKI.

65. OCT5P.9324—2016. Комплексная система контроля качества. Корпуса металлических судов. Точность изготовления узлов и секций // НИИ «Лот» ФГУП «Крыловский государственный научный центр». – 2016. – 71 с.

66. Падве, В. А. Потенциал универсального синтезированного алгоритма МНК-оптимизации геодезических данных [Текст] / В. А. Падве // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2011. – № 2. – С. 34-42.

67. Правдина Е.А. Применение лазерно-сканирующих технологий при маркшейдерском обеспечении горных работ на карьерах // Записки Горного института. – 2007. – Т. 173. – С. 68-70.

68. Руководство по определению кренов инженерных сооружений башенного типа геодезическими методами / Центральный научно-исследовательский и проектно-экспериментальный институт организации, механизации и технической помощи строительству Госстроя СССР. – М.: Стройиздат. – 1981. – 56 с.

69. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024665752 Российской Федерации. Программа для анализа плановых деформаций свободных геодезических сетей. Заявка № 2024663808 : заявл. 18.06.2024 : опубл. 05.07.2024 / М. Г. Мустафин, А. В. Зубов,

Г. Е. Васильев; заявитель/правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II». – 75,2 КБ.

70. Свод правил. Геодезические работы в строительстве. СНиП 3.01.03-84: (СП 126.13330.2017): издание официальное: утверждён приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 24 октября 2017 г. № 1469/пр: введён в действие с 25.04.18 г. – М., 2017. – 71 с.

71. Свод правил. Здания и сооружения. Правила проведения геотехнического мониторинга при строительстве: (СП 305.1325800.2017): утверждён Приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 17 октября 2017 г. № 1435/пр: введен в действие с 18 апреля 2018 г. – М.: Стандартинформ, 2017. – 61 с.

72. Свод правил. Здания и сооружения. Правила эксплуатации. Основные положения: (СП 255.1325800.2016): издание официальное: утвержден Приказом Минстроя России от 24.08.2016. № 590/пр: введен в действие с 25.02.2017. – М.: Минстрой России, 2016. – 43 с.

73. Свод правил. Инженерно-геодезические изыскания для строительства. Общие правила производства работ: (СП 317.1325800.2017): утверждён Приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации (Минстрой России) от 22 декабря 2017 г. № 1702/пр и введен в действие с 23 июня 2018 г.: дата введения 2018-06-23. – М.: Стандартинформ, 2018. – 74 с.

74. Свод правил. Основания зданий и сооружений: (СП 22.13330.2016): издание официальное: утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 16 декабря 2016 г. № 970/пр: введен в действие 17.06.17 г. – Москва: НИИОСП им. Н.М. Герсеванова. 2017. – 201 с.

75. Степанова, О.С. Методика геодезических наблюдений за деформациями Морского Никольского собора в Кронштадте / О.С. Степанова, Г.В. Макаров // Записки Горного Института. – Санкт-Петербург. – 2013. – Т. 204. – С. 52-57. – ISSN 2411-3336

76. Тюрин С.В. Уравнивание свободных пространственных сетей // Записки Горного института. – 2004. – Т. 156. – С. 193-197.

77. Уставич, Г. А. Разработка и совершенствование технологии инженерно-геодезического нивелирования тригонометрическим способом / Г.А. Уставич, М.Е. Рахымбердина, А.В. Никонов и др. // Геодезия и картография. – 2013. – №6. – С. 17-22. – ISSN 0016-7126.

78. Хатум, Х. М. Оптимизация места расположения роботизированных станций наблюдений за деформациями зданий и сооружений / Х. М. Хатум, М. Г. Мустафин // Геодезия

и картография. – 2020. – Т. 81, № 9. – С. 2-13. – DOI 10.22389/0016-7126-2020-963-9-2-13. – EDN LPPICU.

79. Царёва О. С. Метод оценки пространственных деформаций при геодезическом мониторинге памятников культурного наследия: Автореф...дис.канд.тех.наук. — СПб.: 2020. — 20 с

80. Шайдуров Г. Я. Новые направления в разработке автоматизированных систем контроля безопасности гидротехнических сооружений / Г. Я. Шайдуров, А. Волошин, В. Ветошкин [и др.] // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2010. – № 6(32). – С. 66-71. – EDN NQXSWR.

81. Шалыгина, Е. Л. Цифровое нивелирование – основные источники ошибок / Е. Л. Шалыгина // Геодезия и картография. – 2005. – №5. – С. 15-17. – ISSN 0016-7126.

82. Шевченко, Г. Г. Псевдообращение матриц поисковым методом нелинейного программирования при уравнивании свободных геодезических сетей / Г. Г. Шевченко, М. Я. Брынь, Н. А. Наумова // Геодезия и картография. – 2023. – Т. 84, № 1. – С. 20-28. – DOI 10.22389/0016-7126-2023-991-1-20-28. – EDN HWUYJF.

83. Шевченко Г.Г. Использование поисковых методов для уравнивания и оценки точности элементарных геодезических построений // Геодезия и картография. – 2019. – № 10. – С. 10-20. DOI: 10.22389/0016-7126-2019-952-10-10-20

84. Шевченко, Г. Г. Обращение матриц поисковым методом при уравнивании геодезических сетей / Г. Г. Шевченко, М. Я. Брынь, Н. А. Наумова // Геодезия и картография. – 2022. – Т. 83, № 6. – С. 21-29. – DOI 10.22389/0016-7126-2022-984-6-21-29. – EDN EPOOWM.

85. Шевченко, Г. Г. Поиск глобального минимума целевой функции для определения псевдообратной матрицы поисковым методом при уравнивании свободных геодезических сетей / Г. Г. Шевченко, Н. А. Наумова, М. Я. Брынь // Геодезия и картография. – 2024. – Т. 85, № 2. – С. 31-41. – DOI 10.22389/0016-7126-2024-1004-2-31-41. – EDN NQXOIU.

86. Шеховцов Г. А. Единый алгоритм уравнивания, оценки точности и оптимизации геодезических засечек: Монография – Н. Новгород: изд. ННГАСУ, – 2017. – 123 с.

87. Шеховцов Г. А. Современные геодезические методы определения деформаций инженерных сооружений: монография; / Г.А. Шеховцов, Р.П. Шеховцова; Нижегород. гос. архит.-строит. ун-т –Н.Новгород: ННГАСУ. – 2009. – 156 с.

88. Шнитко, С. Г. Алгоритмы уравнивания и оценки точности геодезических сетей нелинейными методами / С. Г. Шнитко // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 8. – С. 133-135. – EDN RZDWIQ.

89. Abellan, A. Detection of millimetric deformation using a terrestrial laser scanner: experiment and application to a rockfall event / A. Abellan, M. Jaboyedoff, T. Oppikofer, J. M. Vilaplana // *Hazards Earth Syst. Sci.* – 2009. – Vol. 9. – P. 365–372.
90. Amiri-Simkooei, A. Weighted total least-squares formulated by standard least squares theory / A. Amiri-Simkooei, S. Jazaeri // *Journal of Geodetic Science.* – 2012. – 2(2), 113124.
91. Aydin C. Power of global test in deformation analysis // *Journal of Surveying Engineering.* – 138. – No. 2. – P. 51–55. – DOI: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000064.
92. Chang, G. M-estimator for the 3D symmetric Helmert coordinate transformation / G. Chang, T. Xu, Q. Wang // *Journal of Geodesy.* – 2018. – Vol. 92, No. 1. – P. 47-58. – DOI: 10.1007/s00190-017-1043-9. – EDN CORCTU.
93. da Silva, I. Experience of Using Total Station and GNSS Technologies for Tall Building Construction Monitoring / I. da Silva,, W. Ibañez,, G. Poleszuk // *GeoMEast 2017. Sustainable Civil Infrastructures.* – 2018. – P. 471–486. – DOI: 10.1007/978-3-319-61914-9\_36.
94. Duchnowski, R. Robustness of Msplit(q) estimation: A theoretical approach / R. Duchnowski, Z. Wiśniewski // *Studia Geophysica et Geodaetica* – 2019. – Vol. 63. – P. 390–417. – DOI: 10.1007/s11200-018-0548-x.
95. Duchnowski, R. Hodges–Lehmann estimates in deformation analyses / R. Duchnowski // *Journal of Geodesy.* – 2013. – Vol. 87, No. 10. – P. 873–884. – DOI 10.1007/s00190-013-0651-2. – EDN DVOCEQ..
96. Duchnowski, R. Accuracy of the Hodges–Lehmann estimates computed by applying Monte Carlo simulations / R. Duchnowski, Z. Wiśniewski // *Acta Geodaetica et Geophysica.* – 2017. – Vol. 52, No. 4. – P. 511–525. – DOI 10.1007/s40328-016-0186-0. – EDN TYJZ0Z.
97. Fang, X. Weighted total least-squares with constraints: a universal formula for geodetic symmetrical transformations / X. Fang // *Journal of Geodesy.* – 2015. – Vol. 89, No. 5. – P. 459-469. – DOI 10.1007/s00190-015-0790-8. – EDN BBSYZN.
98. Hamza, V. Deformation analysis: the Caspary approach / V. Hamza, T. Ambrožič, B. Stopar // *Geodetski Vestnik.* – 2020. – Vol. 64, No. 01. – P. 68-88. – DOI 10.15292/geodetski-vestnik.2020.01.68-88. – EDN WGZHKV.
99. Harmening, C. Laser Scanner–Based Deformation Analysis Using Approximating B-Spline Surfaces / C. Harmening, Ch. Hobmaier, H. Neuner // *Remote Sensing.* – 2021. – Vol. 13, No. 18. – P. 3551. – DOI 10.3390/rs13183551. – EDN USZUXG.
100. Herrmann, C. Comparison of SpatialAnalyzer and Different Adjustment Programs / C. Herrmann, M. Lösler, H. Bähr // *The 1st International Workshop on the Quality of Geodetic Observation and Monitoring Systems (QuGOMS'11).* – 2014. – P. 79-84. DOI: 10.1007/978-3-319-10828-5\_12.

101. Jaafar, H. A. New approach for monitoring historic and heritage buildings: Using terrestrial laser scanning and generalised Procrustes analysis / H. A. Jaafar, X. Meng, A. Sowter, P. Bryan // Structural Control and Health Monitoring. – 2017. – Vol. 24(11). – 22 p. – DOI:10.1002/stc.1987.
102. Janicka, J. Mspli transformation of coordinates / J. Janicka, J. Rapinski. // Survey Review. – 2013. – 45 (331). – P. 269–274. – <https://doi.org/10.1179/003962613X13726661625708>.
103. Kermarrec, G. The variance inflation factor to account for correlations in likelihood ratio tests: deformation analysis with terrestrial laser scanners / G. Kermarrec, M. Lösler, S. Guerrier, S. Schön // Journal of Geodesy. – 2022. – Vol. 96, No. 11. – P. 1-18. – DOI 10.1007/s00190-022-01654-5. – EDN SQXEGZ.
104. Koch, K.R., Kargoll, B. Outlier detection by the EM algorithm for laser scanning in rectangular and polar coordinate systems / K.R. Koch, B. Kargoll // Journal of Applied Geodesy. – 2015. – No. 9. – P. 162–173. DOI: 10.1515/jag-2015-0004.
105. Kuzin, A. A. Coordinate method for determining position in geodetic monitoring of cracks / A. A. Kuzin, P. O. Palkin // Journal of Physics: Conference Series, Saint Petersburg, Virtual, 14–17 апреля 2020 года. – Saint Petersburg, Virtual, 2021. – P. 012010. – DOI 10.1088/1742-6596/1728/1/012010. – EDN SZUBYV.
106. Lehmann, R. Transformation model selection by multiple hypotheses testing / R. Lehmann // Journal of Geodesy. – 2014. – Vol. 88, No. 12. – P. 1117-1130. – DOI 10.1007/s00190-014-0747-3. – EDN COCGSS.
107. Lehmann, R. Congruence analysis of geodetic networks – hypothesis tests versus model selection by information criteria / R. Lehmann, M. Lösler // Journal of Applied Geodesy. – 2017. – No. 11. – P.271 – 283.
108. Lu, J.. Robust total least squares with reweighting iteration for three-dimensional similarity transformation / J. Lu, Y. Chen, B. F. Li, X. Fang // Surv. Rev. – 2014. – No. 46. – P. 28-36.
109. Mitchell, J. Sensor fusion of laser trackers for use in large-scale precision metrology / J. Mitchell, A. Spence, M. Hoang, A. Free // Proceedings of photonics technologies for robotics, automation, and manufacturing. – 2003. – Vol. 5263. – DOI: 10.1117/12.515021.
110. Monserrat, O. Deformation measurement using terrestrial laser scanning data and least squares 3D surface matching / O. Monserrat, M. Crosetto // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. – 2008. – Vol. 63, № 1. – P. 142–154.
111. Muralikrishnan, B. Laser trackers for large-scale dimensional metrology: A review / B. Muralikrishnan, S. D. Phillips, D. Sawyer // Precision Engineering-journal of The International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology. – 2016. – No. 44. – P. 13-28. – DOI: 10.1016/j.precisioneng.2015.12.001.

112. Eliseeva, N. N. The application of search methods for solving optimization problems in geodesy / N. N. Eliseeva, A. V. Zubov // Topical issues of rational use of natural resources : Scientific Conference Abstracts XV International Forum-Contest of Students and Young Researchers, St. Petersburg. –2019. – P. 238. – EDN MHZQSY.
113. Nowel, K. Specification of deformation congruence models using combinatorial iterative DIA testing procedure / K. Nowel // Journal of Geodesy. – 2020. – Vol. 94, No. 12. – P. 1-23. – DOI: 10.1007/s00190-020-01446-9. – EDN RJUBZI.
114. Nowel, K. Robust estimation of deformation from observation differences for free control networks / K. Nowel, W. Kamiński // Journal of Geodesy. – 2014. – Vol. 88, No. 8. – P. 749-764. – DOI: 10.1007/s00190-014-0719-7. – EDN WKGTJQ.
115. Nowel, K. Robust M-Estimation in Analysis of Control Network Deformations: Classical and New Method / K. Nowel // Journal of Surveying Engineering. – 2015. – Vol. 141(4), 04015002. – DOI:10.1061/(asce)su.1943-5428.0000144.
116. Palkin, P. O. Using high accuracy geodetic measurements to fix the main bases of the ship in shipbuilding and ship-repairing / P. O. Palkin, A. A. Kuzin // Journal of Physics: Conference Series, Saint Petersburg. – Saint Petersburg, Virtual, 2021. – P. 012015. – DOI: 10.1088/1742-6596/1728/1/012015. – EDN KNXMJL.
117. Prószyński, W. Another approach to reliability measures for systems with correlated observations / W. Prószyński // Journal of Geodesy. – 2010. – Vol. 84, No. 9. – P. 547-556. – DOI: 10.1007/s00190-010-0394-2. – EDN KREKGK.
118. Rajaganapathy, S. Change detection using an iterative algorithm with guarantees / S. Rajaganapathy, Ja. Melbourne, M. V. Salapaka // Automatica. – 2022. – Vol. 136. – P. 110075. – DOI 10.1016/j.automatica.2021.110075. – EDN RQHTNE.
119. Singla, P. How to avoid singularity when using Euler angles? / P. Singla, D. Mortari, J. Junkins // Advances in the Astronautical Sciences. – 2005. – Vol. 119. – P. 1409–1426.
120. Sušić, Z. Geometric Deformation Analysis in Free Geodetic Networks: Case Study for Fruska Gora in Serbia / Z. Sušić // Acta Geodynamica et Geomaterialia. – 2017. – Vol. 14. – P. 341-355. – DOI:10.13168/AGG.2017.0017.
121. Sušić, Z.. Identification of movements using different geodetic methods of deformation analysis / Z. Sušić, M. Batilović, T. Ninkov, I. Aleksić, V. Bulatovic// Geodetski vestnik. – 2015. – Vol. 59. – P. 537-553. – DOI: 10.15292/geodetski-vestnik.2015.03.537-553.
122. Teunissen, P. J. G. Distributional theory for the DIA method / P. J. G. Teunissen // Journal of Geodesy. – 2018. – Vol. 92, No. 1. – P. 59-80. – DOI 10.1007/s00190-017-1045-7. – EDN JIHWT.
123. Tsareva, O. Estimation of absolute deformations by changes in distances between the reference points and deformation marks / O. Tsareva, I. Dmitriev, Y. Kornilov // MATEC Web of

Conferences, 29 AF Polytechnicheskaya Str. 195251, Saint-Petersburg, 19–20 ноября 2018 года. – 29 AF Polytechnicheskaya Str. 195251, Saint-Petersburg, 2018. – P. 04013. – DOI 10.1051/matecconf/201824504013. – EDN TMEISA.

124. Tsareva, O. Separation of relative deformations of buildings from a general displacement vector of deformation marks / O. Tsareva, N. Pshchelko, V. Glazunov, A. Yugov // Proceedings of EECE 2019, Lecture Notes in Civil Engineering 70. – 2020. – P. 93-102. – DOI: 10.1007/978-3-030-42351-3\_8.

125. Wiśniewski, Z. Total Mspli<sup>t</sup> estimation / Z. Wiśniewski // Journal of Geodesy. – 2022. – Vol. 96, No. 10. – P. 1-23. – DOI 10.1007/s00190-022-01668-z. – EDN PVYFAZ.

126. Wiśniewski, Z. Shift-Mspli<sup>t</sup>\* estimation in deformation analyses / Z. Wiśniewski, M. Zienkiewicz // Journal of Surveying Engineering – 2016. – Vol. 142 (4): 04016015. – [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000183](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000183).

127. Wiśniewski, Z. Efficacy of Mspli<sup>t</sup> Estimation in Displacement Analysis / Z. Wiśniewski, R. Duchnowski, A. Dumalski // Sensors. – 2019. – Vol. 19(22), 5047. – DOI:10.3390/s19225047.

128. Yang, L. Robust M estimation for 3D correlated vector observations based on modified bifactor weight reduction model / L. Yang, Yu. Shen // Journal of Geodesy. – 2020. – Vol. 94, No. 3. – P. 1-17. – DOI 10.1007/s00190-020-01351-1. – EDN OJRWRT.

129. Zogg, H. Terrestrial laser scanning for deformation monitoring-load tests on the Felsenau viaduct ( CH ) / H. Zogg, H. Ingensand // ETH Zurich, Institute of Geodesy and Photogrammetry. – 2008.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Схема построения деформационной картины при реализации теста общего соответствия

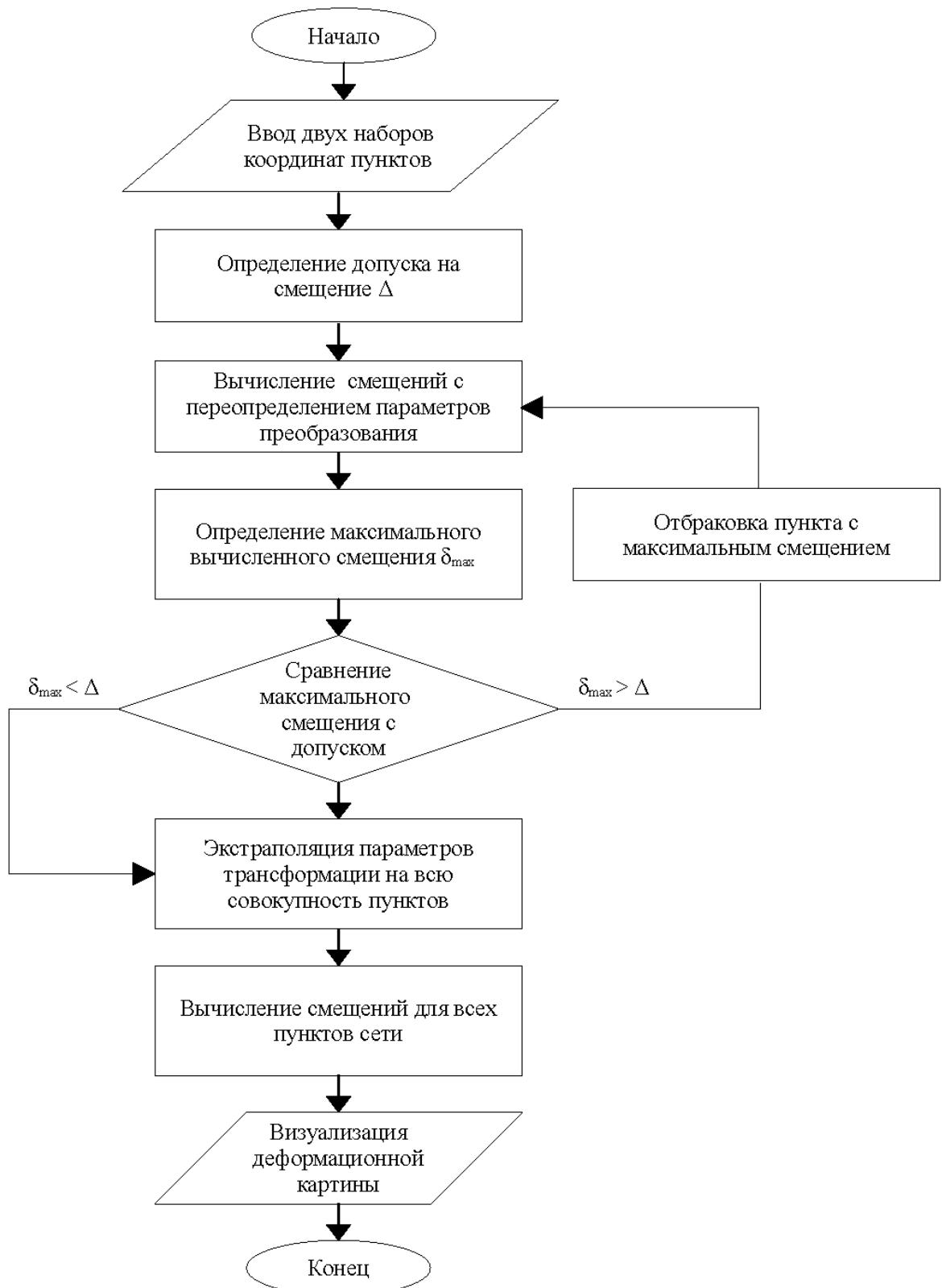


Рисунок А.1 – Схема построения деформационной картины при реализации теста общего соответствия

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

**Формулы для вычисления элементов матрицы коэффициентов нормальных уравнений поправок**

$$\frac{\partial X_i}{\partial w_x} = 0 \quad (\text{П.Б.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_i}{\partial w_x} = & \left( \sin(w_y) \cdot \cos(w_x) \cdot \cos(w_z) - \sin(w_x) \cdot \sin(w_z) \right) \cdot A_i - \\ & - \left( \cos(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \cos(w_z) + \sin(w_x) \cdot \cos(w_z) \right) B_i + \cos(w_x) \cdot C_i \end{aligned} \quad (\text{П.Б.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_i}{\partial w_x} = & \left( \sin(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \cos(w_z) + \cos(w_x) \cdot \sin(w_z) \right) \cdot A_i - \\ & - \left( \sin(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \sin(w_z) - \cos(w_x) \cdot \cos(w_z) \right) \cdot B_i - \sin(w_x) \cdot \cos(w_y) \cdot C_i \end{aligned} \quad (\text{П.Б.3})$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial w_y} = -\sin(w_y) \cdot \cos(w_z) \cdot A_i + \sin(w_y) \cdot \sin(w_z) \cdot B_i + \cos(w_y) \cdot C_i \quad (\text{П.Б.4})$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial w_y} = \left( \sin(w_x) \cdot \cos(w_y) \cdot \cos(w_z) \right) \cdot A_i - \left( \sin(w_x) \cdot \cos(w_y) \cdot \sin(w_z) \right) \cdot B_i \quad (\text{П.Б.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_i}{\partial w_y} = & \left( -\cos(w_x) \cdot \cos(w_y) \cdot \cos(w_z) \right) \cdot A_i + \\ & + \left( \cos(w_x) \cdot \cos(w_y) \cdot \sin(w_z) \right) \cdot B_i - \cos(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot C_i \end{aligned} \quad (\text{П.Б.6})$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial w_z} = -\sin(w_z) \cdot \cos(w_y) \cdot A_i - \cos(w_y) \cdot \cos(w_z) \cdot B_i \quad (\text{П.Б.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_i}{\partial w_z} = & \left( -\sin(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \sin(w_z) + \cos(w_x) \cdot \cos(w_z) \right) \cdot A_i - \\ & - \left( \sin(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \cos(w_z) + \cos(w_x) \cdot \sin(w_z) \right) \cdot B_i \end{aligned} \quad (\text{П.Б.8})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_i}{\partial w_z} = & \left( \cos(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \sin(w_z) + \sin(w_x) \cdot \cos(w_z) \right) \cdot A_i + \\ & + \left( \cos(w_x) \cdot \sin(w_y) \cdot \sin(w_z) - \sin(w_x) \cdot \sin(w_z) \right) \cdot B_i \end{aligned} \quad (\text{П.Б.9})$$

где  $X_i, Y_i, Z_i$  – пространственные координаты пункта в системе координат базовой сети, вычисляемые через уравнения связи;

$A_i, B_i, C_i$  – пространственные координаты пункта в системе координат перемещаемой сети;  $w_x, w_y, w_z$  – параметры вращения вокруг осей  $OX, OY, OZ$  (параметры вращательного преобразования Гельмерта) [56].

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ

## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2024665752

Программа для анализа плановых деформаций  
свободных геодезических сетей

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский горный университет  
императрицы Екатерины II» (RU)**

Авторы: **Мустафин Мурат Газизович (RU), Зубов Андрей  
Владимирович (RU), Васильев Глеб Евгеньевич (RU)**

Заявка № 2024663808

Дата поступления 18 июня 2024 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 05 июля 2024 г.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДСИГНОУ  
Сертификат 429b6a0fe3853164ba96f83b73b4aa7  
Владелец Зубов Юрий Сергеевич  
Действителен с 10.05.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

**Схема алгоритма вычислений с использованием метода прямого поиска для поиска параметров преобразования пространственных сетей без учета масштабного коэффициента**

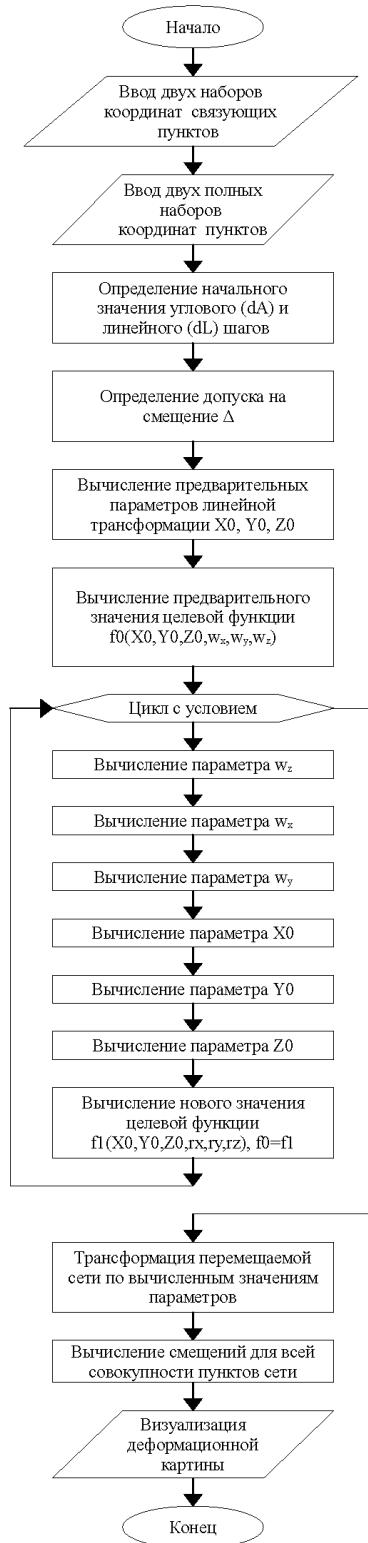


Рисунок Г.1 – Схема алгоритма вычислений с использованием метода прямого поиска для поиска параметров преобразования пространственных сетей без учета масштабного коэффициента

**ПРИЛОЖЕНИЕ Д**  
**Акт внедрения**



ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ  
**«ПРОМЫШЛЕННАЯ ГЕОДЕЗИЯ»**

199106 г. Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., дом 84, лит. А, пом. 4-Н  
 тел.: +7 (921) 922-74-03  
 company@promgeo.com

Утверждаю:  
**Генеральный директор**  
**Петров В.В.**

**«13» декабря 2024 г.**

**АКТ**  
**о внедрении результатов диссертационной работы**  
**Васильева Глеба Евгеньевича**  
**соискателя учёной степени кандидата технических наук**  
**по специальности 1.6.22. Геодезия**



Комиссия в составе:

председатель: Медянников В.О.;

члены комиссии: Кирилловский М.А., Саликов А.А.

составили настоящий акт о том, что результаты диссертации на тему «Метод обработки результатов линейно-угловых пространственных измерений в незакрепленной геодезической сети при деформационном мониторинге», представленной на соискание учёной степени кандидата наук, включены в производственную деятельность предприятия при сопровождении инженерных изысканий для:

- оценки стабильности опорного набора пунктов деформационной сети между несколькими циклами наблюдений;
- трансформации сетей двух циклов измерений к единой системе координат с использованием алгоритма оптимизации параметров перехода;
- построения пространственной деформационной картины объекта на основе циклических линейно-угловых наблюдений.

Эффективность предложенных алгоритмов проверена при решении прикладных задач на производственных объектах предприятия.

**Председатель комиссии**

Инженер-геодезист

/ Медянников В.О. /

**Члены комиссии:**

Инженер-геодезист

/ Кирилловский М.А. /

Инженер-геодезист

/ Саликов А.А. /