

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'М.В. Двойников', written over a horizontal line.

**Руководитель ОПОП ВО
Профессор М.В. Двойников**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО
ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
СОВРЕМЕННОЕ ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И
МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ БУРЕНИЯ И
ОСВОЕНИЯ СКВАЖИН**

Уровень высшего образования:	Подготовка кадров высшей квалификации
Направление подготовки:	21.06.01 Геология, разведка и разработка полезных ископаемых
Направленность (профиль):	Технология бурения и освоения скважин
Форма обучения:	очная
Нормативный срок обучения:	4 года
Составитель:	д.т.н., профессор Двойников М.В.

Санкт-Петербург

Выбор рациональных типов долот

Задача 1. Выбрать тип долота при следующих условиях. Данное стратиграфическое подразделение разбуривалось долотами двух типов. Способ бурения всех скважин турбинный. Параметры режима на данной площади практически одинаковые.

Результаты бурения данного стратиграфического подразделения следующие (суммарные по всем скважинам):

а) общее число израсходованных долот 1-го типа $n_1 = 12$, 2-го типа $n_2 = 22$;

б) пробурено долотами 1-го типа $H_1 = 314$ м, 2-го типа $H_2 = 300$ м;

в) общее время бурения долотами 1-го типа $T_1 = 116,65$ ч, 2-го типа $T_2 = 93,75$ ч.

Эти суммарные показатели взяты после проверки совокупности проходок на наличие дефектных данных и исключения их.

Решение. Определяем средние показатели по одно долото.

1. Проходка на долото:

1-го типа

$$h_1 = H_1/n_1 = 314/12 = 25,33 \text{ м};$$

2-го типа

$$h_2 = H_2/n_2 = 300/22 = 13,64 \text{ м}.$$

2. Стойкость долота:

1-го типа

$$t_1 = (T_1/H_1)h_1 = (116,65/314)25,33 = 9,37 \text{ ч};$$

2-го типа

$$t_2 = (T_2/H_2)h_2 = (93,75/300)13,64 = 4,25 \text{ ч}.$$

3. Механическая скорость бурения долотом

1-го типа

$$v_{\text{мех}1} = H_1/T_1 = 314/116,65 = 2,69 \text{ м/ч};$$

2-го типа

$$v_{\text{мех}2} = H_2/T_2 = 300/93,75 = 3,2 \text{ м/ч}.$$

В связи с тем, что $h_1 > h_2$; $t_1 > t_2$; а $v_{\text{мех}1} < v_{\text{мех}2}$, определяем эксплуатационные затраты на 1 м проходки в рассматриваемых условиях.

Дополнительные данные: цена долот 1-го и 2-го типов одинакова и составляет $C_D = 190$ руб. Продолжительность спуско-подъемных операций (нормативная) для данного интервала глубин, отнесена к рейсу долота, с учетом вспомогательных операций составляет $t_{\text{сно}} + t_{\text{всп}} = 7$ ч. Стоимость 1 ч работы буровой установки по затратам, зависящим от времени ее работы, составляет $C_B = 29$ руб./ч.

Определяем величину эксплуатационных затрат на 1 м проходки долотом по формуле

$$C = \frac{C_B(t + t_{\text{сно}} + t_{\text{всп}}) + C_D}{h},$$

где C_B - стоимость 1 ч работы буровой установки по затратам, зависящим от времени; t - стойкость долота; $t_{\text{сно}}$ - продолжительность спуско-подъемных операций; $t_{\text{всп}}$ -

продолжительность вспомогательных работ; C_D - стоимость долота; h – проходка на долото.

Подставляя данные в формулу (1), получаем для долота 1-го типа

$$C_1 = \frac{29(9,73+7)+190}{26,2} = 25,77 \text{ руб.};$$

для долота 2-го типа

$$C_2 = \frac{29(4,26+7)+190}{13,64} = 37,87 \text{ руб.}$$

Так как $C_1 < C_2$ ($25,77 < 37,87$), то для разбуривания данного стратиграфического подразделения принимаем долота 1-го типа.

Задача 2. Определить потери вследствие неправильного применения долота для условий предыдущей задачи, если толщина указанного стратиграфического подразделения в данной скважине составляет $H=300$ м.

Решение. Потери, вызванные неправильным выбором долота, определяются по формуле

$$P = H(C_2 - C_1),$$

(2)

где H – фактическая проходка на долото в данной пачке пород, м; C_1 - величина эксплуатационных затрат на бурение 1 м пород правильно выбранным долотом, руб.; C_2 - величина эксплуатационных затрат на бурение 1 м пород неправильно выбранным долотом, руб.

Таким образом,

$$P = 300(37,87 - 25,77) = 3630 \text{ руб.}$$

Задача 3. Определить экономическую эффективность применения алмазного долота при следующих условиях:

Тип долота.....	Алмазное	Шарошечное
Бурение.....	Разведочное	
Способ бурения.....	Турбинный	
Вид привода.....	Дизельный	
Интервал бурения, м.....	3600-3712	
Проходка на долото, м.....	112	5,1
Механическая скорость бурения.....	2,3	2,7
Время на один спуско-подъем инструмента, ч.....	10	9
Время подготовительно-заключительных и вспомогательных работ на один рейс долота, ч	12	6
Время промывки ствола скважины после спуска и перед подъемом инструмента (два цикла) на один рейс долота, ч	2	2
Время ремонтных работ, ч.....	Рассчитывается По ЕНВ	
Межремонтный период работы турбобура, ч.....	75	50
Сметная стоимость 1 ч работы буровой установки по затратам, зависящим от времени, руб.....	рассчитывается	29,48

В том числе затраты на содержание турбобуров, руб./ч.....	То же	2,53
Цена долота с учетом наценки органов снабжения, руб.....	2500	80

Решение. Определяем следующие показатели:

а) суммарную проходку $H=3712-3600=112$ м;

б) число долот

алмазных $112/112=1$

шарошечных $112/2,7=22$

в) число рейсов:

при бурении алмазными долотами $(112/2,3)/75=0,65$. Принимается за один рейс.

При бурении шарошечными долотами число рейсов равно числу долот, т.е. 22;

г) время механического бурения:

алмазными долотами $112/2,3=48,7$ ч,

шарошечными долотами $112/2,7=41,5$ ч;

д) время спуско-подъемных операций:

для алмазного долота $10 \times 1=10$ ч,

для шарошечных долот $9 \times 12=198$ ч;

е) время подготовительно-заключительных и вспомогательных работ:

для алмазного долота $12 \times 1=12$ ч,

для шарошечных долот $6 \times 22=132$ ч;

ж) время промывки ствола скважины после спуска и перед подъемом инструмента:

для алмазного долота $2 \times 1=2$ ч,

для шарошечных долот $2 \times 22=44$ ч.

Итого по последним четырем пунктам (г, д, е, ж):

для алмазного долота $48,7+10+12+2=72,7$ ч,

для шарошечного долота $41,5+198+132+44=415,5$ ч.

С учетом ремонтных работ (10%) затраты времени при бурении алмазным долотом 80 ч, шарошечным долотом 457 ч.

Определяем скорректированную сметную стоимость 1 ч работы буровой установки при бурении алмазным долотом

$$(3) \quad C_{алм} = C_{шар} - C_{заб} \left(1 - t_{шар} / t_{алм} \right),$$

где $C_{шар}$ - сметная стоимость 1 ч работы буровой установки по затратам, зависящим от времени при бурении шарошечными долотами, руб.; $C_{заб}$ - затраты на содержание забойного двигателя, руб./ч; $t_{шар}$ - межремонтный период работы забойного двигателя для бурения шарошечными долотами, ч; $t_{алм}$ - то же, при бурении алмазными долотами.

Подставляя значения величин в формулу (3), получаем

$$C_{алм} = 29,48 - 2,53 \left(1 - \frac{50}{75} \right) = 28,64 \text{ руб.}$$

Рассчитываем затраты на долота:

алмазное $2500 \times 1=2500$ руб.;

шарошечные $22 \times 80=1760$ руб.

Определяем затраты на механическое бурение:

алмазным долотом $80 \times 28,64=2291,2$ руб.

шарошечными долотами $457 \times 29,48=13472,4$ руб.

Итого затраты при бурении:

алмазным долотом $2500+2291,2=4791,2$ руб.

шарошечными долотами $1760+13472,4=15232,4$ руб.
 Экономия на интервал бурения от 3600 до 3712 м составляет $15232,4-4791,2=10441,2$ руб.
 Экономия на 1 м проходки: $10441,2/112=93,2$ руб.

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ ДОЛОТ

Задача 4. Дать сравнительную оценку работоспособности двух долот при следующих данных:

а) первое долото прошло $h_1 = 60$ м за $t_{б1} = 10$ ч;

б) второе долото прошло $h_2 = 40$ м за $t_{б2} = 8$ ч.

Решение. Определим механическую скорость проходки первого и второго долот:

$$v_{\text{мех}1} = h_1 / t_{б1} = 60 / 10 = 6 \text{ м/ч};$$

$$v_{\text{мех}2} = h_2 / t_{б2} = 40 / 8 = 5 \text{ м/ч}.$$

Следовательно при прочих равных условиях, работоспособнее первое долото, так как $h_1 > h_2$ и $v_{\text{мех}1} > v_{\text{мех}2}$.

Задача 5. Дать сравнительную оценку работоспособности двух долот при следующих данных:

а) первое долото прошло $h_1 = 60$ м за $t_{б1} = 10$ ч;

б) второе долото прошло $h_2 = 60$ м за $t_{б2} = 12$ ч.

Решение. Определим механическую скорость проходки первого и второго долот:

$$v_{\text{мех}1} = h_1 / t_{б1} = 60 / 10 = 6 \text{ м/ч};$$

$$v_{\text{мех}2} = h_2 / t_{б2} = 60 / 12 = 5 \text{ м/ч}.$$

Следовательно, первое долото работоспособнее, так как $v_{\text{мех}1} > v_{\text{мех}2}$.

Примечание. Если проходки и механические скорости двух долот равны, то долота равноценны и преимущество в этом случае остается за долотом, стоимость проката которого меньше.

Задача 6. Дать сравнительную оценку работоспособности двух долот при следующих данных:

а) первое долото прошло $h_1 = 70$ м за $t_{б1} = 15$ ч;

б) второе долото прошло $h_2 = 35$ м за $t_{б2} = 7$ ч.

Решение. Определим механическую скорость проходки первого и второго долот:

$$v_{\text{мех}1} = h_1 / t_{б1} = 70 / 15 = 4,67 \text{ м/ч};$$

$$v_{\text{мех}2} = h_2 / t_{б2} = 35 / 7 = 5 \text{ м/ч}.$$

Так как $h_1 > h_2$, а $v_{\text{мех}1} < v_{\text{мех}2}$, то о работоспособности долот следует судить по рейсовой скорости.

Принимая время на спуско-подъем и замену долота $T_{\text{сп}0} = 2$ ч, определяем рейсовую скорость:

$$v_{\text{р}1} = \frac{h_1}{t_{б1} + T_{\text{сп}0}} = \frac{70}{15 + 2} = 4,12 \text{ м/ч};$$

$$v_{p2} = \frac{h_2}{t_{62} + T_{СПО}} = \frac{35}{7+2} = 3,89 \text{ м/ч.}$$

При прочих равных условиях, первое долото работоспособнее, так как $v_{p1} > v_{p2}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ИЗ ПРОМЫВОЧНЫХ И СМЕННЫХ НАСАДОК ДОЛОТА

Задача 7. Определить скорость истечения жидкости из промывочных каналов долота диаметром 215,9 мм, если подача жидкости $Q = 50 \text{ дм}^3/\text{с}$, число отверстий $m = 3$, диаметр выходного сечения насадки 18 мм.

Решение. Скорость истечения жидкости v (в м/с) определяется по формуле

$$v = \frac{4Q \cdot 10^3}{\pi m d^2},$$

(4)

где Q – расход жидкости, $\text{дм}^3/\text{с}$, m – число насадок (отверстий); d – диаметр выходного сечения насадки, мм

$$v = \frac{4 \cdot 50 \cdot 10^3}{3 \cdot 3,14 \cdot 18^2} = 66 \text{ м/с.}$$

П р и м е ч а н и е. скорость истечения жидкости из насадок можно определить по номограмме, приведенной на рис. 3.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМОГО ЧИСЛА ДОЛОТ ПРИ ИХ ИСПЫТАНИИ

Задача 8. Рассчитать необходимое число опытных долот для получения достоверных и надежных результатов в процессе их испытания при следующих условиях: в данном стратиграфическом подразделении отработаны семь серийно выпускаемых долот. Проходка на долото составляет 25; 23; 23; 24; 27; 29; 37 м.

Решение. Ранжируем величины проходок (от минимальной до максимальной): 23; 23; 24; 25; 27; 29; 37 м.

Проверяем не являются ли две минимальные (23; 23 м) или максимальная (37 м) проходки дефектными. Для исключения явно дефектных данных проверяем максимальные и минимальные величины каждой статистической совокупности следующим образом.

Для исключения максимального значения величины проходки данного ряда необходимо условие

$$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_1} \geq k_n;$$

(5)

минимального значения

$$\frac{h_2 - h_1}{h_n - h_1} \geq k_n.$$

(6)

Для исключения двух максимальных значений величины проходки данного ряда необходимо условие

$$\frac{h_n - h_{n-2}}{h_n - h_1} \geq k_n,$$

(7)

двух минимальных значений

$$\frac{h_3 - h_1}{h_n - h_1} \geq k_n,$$

(8)

Для исключения минимального значения члена ряда в предположении, что и минимальное значение дефектное, необходимо условие

$$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_2} \geq k_n,$$

(9)

Для исключения минимального значения члена ряда в предположении, что и максимальное значение дефектное, необходимо условие

$$\frac{h_2 - h_1}{h_n - h_2} \geq k_n,$$

(10)

Значение величин, входящих в эти формулы: h_1 - минимальный (первый) член совокупности чисел; h_2, h_3, h_{n-1}, h_n - соответственно второй, третий, предпоследний и последний (максимальный) член ряда.

Величину k_n можно определить по табл. 18 при заданной доверительной вероятности α , исходя из числа членов данного ряда n .

В нашем случае проверяем, не являются ли две минимальные (23; 23 м) или максимальная (37 м) проходки дефектными.

Т а б л и ц а 18

Число членов в совокупности	k_n при доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ для условий		
	$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_1}$; $\frac{h_2 - h_1}{h_n - h_1}$;	$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_2}$; $\frac{h_2 - h_1}{h_n - h_2}$;	$\frac{h_n - h_{n-2}}{h_n - h_1}$; $\frac{h_3 - h_1}{h_n - h_1}$;
3	0,941	1,000	1,000
4	0,765	0,955	0,967
5	0,642	0,807	0,845

6	0,560	0,689	0,736
7	0,507	0,610	0,661
8	0,468	0,554	0,607
9	0,437	0,512	0,565
10	0,412	0,477	0,531
11	0,392	0,450	0,504
12	0,376	0,428	0,481
15	0,338	0,381	0,430
20	0,300	0,334	0,372
24	0,281	0,309	0,347
30	0,260	0,283	0,322

По формуле (8) находим

$$\frac{h_3 - h_1}{h_n - h_1} = \frac{24 - 23}{37 - 23} = 0,071$$

По табл. 18 для $n = 7$ находим $k_n = 0,661$. Так как $0,071 < 0,661$, то минимальная величина проходки не является дефектной.

По формуле (5)

$$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_1} = \frac{37 - 29}{37 - 23} = 0,571.$$

По табл. 18. для $n = 6$ находим $k_n = 0,736$. Так как $0,167 < 0,736$, то минимальные значения величины проходки не являются дефектными.

По формуле (5)

$$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_1} = \frac{29 - 27}{29 - 23} = 0,333.$$

По табл. 18 для $n = 6$ находим $k_n = 0,560$. Так как $0,333 < 0,560$, то максимальная величина проходки нового ряда (29 м) не является дефектной; значит, ряд сохраняется.

Определяем среднюю проходку на долото

$$h_{CP} = \frac{\sum h}{n} = \frac{23 + 23 + 24 + 25 + 27 + 29}{6} = 25,2 \text{ м.}$$

Определяем среднее квадратическое отклонение от средней арифметической величины по формуле

$$s = \frac{h_n - h_1}{d_1}, \tag{11}$$

где $h_n - h_1$ - размах варьирования величин после исключения явно дефектных данных;
 d_n - величина, определяемая по табл.19 в зависимости от числа членов ряда.

Т а б л и ц а 19

Число членов ряда	Число членов ряда
-------------------	-------------------

после исключения дефектных данных	d_n	после исключения дефектных данных	d_n
2	1,128	11	3,173
3	1,693	12	3,258
4	2,059	13	3,336
5	2,326	14	3,407
6	2,534	15	3,472
7	2,704	16	3,532
8	2,847	17	3,588
9	2,970	18	3,640
10	3,078	19	3,689
		20	3,735

По формуле (11) находим

$$s = \frac{29 - 23}{2,534} = 2,37$$

Определяем выборочный коэффициент вариации по формуле

$$k_B = s/h_{CP},$$

(12)

$$k_B = 2,37/25,2 = 0,094.$$

Задаемся предельно допускаемой относительной погрешностью (для шарошечных долот $\delta = 0,2 \div 0,4$); при испытаниях $\delta_1 = 0,2$ и $\delta_2 = 0,3$.

При $\delta_2 = 0,3$ определяем величину t_α/\sqrt{n}
 $t_\alpha/\sqrt{n} = \delta_2/k_B = 0,3/0,094 = 3,191.$

При $\delta_1 = 0,2$

$$t_\alpha/\sqrt{n} = \delta_1/k_B = 0,2/0,094 = 2,128.$$

По табл. 20 приводится минимальное требуемое число опытных и серийных шарошечных долот сравниваемых конструкций

Т а б л и ц а 20

n_{\min}	t_α/\sqrt{n}	n_{\min}	t_α/\sqrt{n}	n_{\min}	t_α/\sqrt{n}
5	1,15	25	0,412	45	0,300
6	1,00	26	0,403	46	0,297
7	0,89	27	0,394	47	0,294
8	0,816	28	0,387	48	0,290
9	0,754	29	0,380	49	0,287
10	0,706	30	0,372	50	0,284
11	0,663	31	0,366	55	0,270
12	0,630	32	0,360	60	0,258

13	0,597	33	0,354	65	0,248
14	0,572	34	0,349	70	0,238
15	0,550	35	0,344	75	0,230
16	0,530	36	0,338	80	0,222
17	0,512	37	0,333	90	0,209
18	0,495	38	0,329	100	0,198
19	0,479	39	0,324	120	0,181
20	0,466	40	0,320	150	0,161
21	0,454	41	0,316	200	0,139
22	0,442	42	0,312	250	0,124
23	0,431	43	0,308	300	0,114
24	0,421	44	0,304	400	0,098

для конкретной характерной пачки пород. Значение величины t_{α}/\sqrt{n} даны при $\alpha = 0,95$.

По табл. 20 для $t_{\alpha}/\sqrt{n} = 3,191$ находим $n_1 \leq 5$; для $t_{\alpha}/\sqrt{n} = 2,128$ $n_2 \leq 5$ долот.

П р и м е ч а н и е. Если в процессе испытаний запланированное число долот обеспечивает величину коэффициента вариации экспериментальных данных $k_{B.Э} \leq k_B$, то результаты проведенных испытаний достоверны и удовлетворительны.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАБОТЫ ДОЛОТ ДАННОГО ТИПА

Задача 9. Определить средние показатели работы долот данного типа на данной площади при следующих условиях: в скв. 30 данное стратиграфическое подразделение, залегающее в интервале 320-668 м, разбуривалось долотами III-269, 9СТ-ЦВ. По результатам испытаний этих долот по каждому рейсу имеем следующие данные (табл. 21).

Т а б л и ц а 21

Номер долота	Интервал, м		Проходка на долото, м	Стойкость долота, ч
	от	до		
2120	320	401	81	6,5
4210	401	456	55	4,5
3300	456	530	74	6,0
4410	530	565	35	3,0
6500	565	639	74	6,0
7100	639	668	29	2,6
Итого по 6 долотам	320	668	348	28,6

При бурении долотами такого же типа в аналогичном стратиграфическом подразделении по скв. 35 и 37 получены следующие результаты:

скв. 35 – отработано 5 долот; проходки на долото составили соответственно 55; 60; 65; 69 м; суммарное время механического бурения 28 ч;

скв. 37 – отработано 7 долот; проходки на долото составили соответственно 45; 38; 35; 47; 40; 60; 60 м; суммарное время механического бурения 34 ч.

Решение. Внутри каждого ряда проходок проводим ранжирование величины от минимума до максимума.

I. Скв. 30-29; 35; 55; 74; 74; 81 м.

Проверяем, не являются ли минимальная и максимальная проходки дефектными.

1. Минимальная проходка (29 м).

По формуле (6) вычисляем

$$\frac{h_2 - h_1}{h_n - h_1} = \frac{35 - 29}{81 - 29} = 0,115.$$

По табл. 18 для $n = 6$ находим $k_n = 0,560$. Так как $0,115 < 0,560$, то минимальная проходка не является дефектной.

2. Максимальная проходка (81 м).

По формуле (5) определяем

$$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_n - h_1} = \frac{81 - 74}{81 - 29} = 0,135.$$

По табл. 18 для $n = 6$ находим $k_n = 0,560$. Так как $0,135 < 0,560$, то максимальная проходка не является дефектной.

Таким образом, исходная совокупность сохраняется.

Определяем для скв. 30:

среднюю проходку на долото

$$h_{CP} = \Sigma h / n = 348 / 6 = 58 \text{ м};$$

среднюю стойкость долота

$$t_{CP} = \Sigma t / n = 28,6 / 6 = 4,77 \text{ ч};$$

среднюю механическую скорость проходки

$$v_{MEX.CP} = 348 / 28,6 = 12,17 \text{ м/ч}.$$

II. Скв. 35-55; 58; 60; 65; 69 м.

1. Минимальная проходка (55 м):

$$\frac{58 - 55}{69 - 55} = 0,214.$$

По табл. 18 для $n = 5$ находим $k_n = 0,642$. Так как $0,214 < 0,642$, то проходка 55 м не исключается.

2. Максимальная проходка (69 м):

$$\frac{69 - 65}{69 - 55} = 0,286.$$

По табл. 18 для $n = 5$ находим $k_n = 0,642$. Так как $0,286 < 0,642$, то максимальная проходка также не исключается, а значит ряд проходок сохраняется.

Аналогично для скв. 35 определяем средние показатели работы долот:

$$h_{CP} = 307/5 = 61,4 \text{ м};$$

$$t_{CP} = 28/5 = 5,62 \text{ ч};$$

$$v_{MEX.CP} = 307/28 = 11 \text{ м/ч}.$$

III. Скв. 37-35; 38; 40; 45; 47; 60; 60 м.

1. Минимальная проходка (35 м):

$$\frac{38-35}{60-35} = 0,12.$$

По табл. 18 для $n = 7$ находим $k_n = 0,507$. Так как $0,12 < 0,507$, то минимальная проходка не является дефектной.

2. Проверяем, не являются ли дефектными два максимума (60; 60 м).

По формуле (7) находим

$$\frac{h_n - h_{n-2}}{h_n - h_1} = \frac{60 - 47}{60 - 35} = 0,52.$$

По табл. 18 для $n = 7$ находим $k_n = 0,661$. Так как $0,52 < 0,661$, то максимальные значения не исключаются, а значит, ряд проходок сохраняется без изменений.

Определяем средние показатели долот по скв. 37:

$$h_{CP} = 325/7 = 46,4 \text{ м};$$

$$t_{CP} = 34/7 = 4,86 \text{ ч};$$

$$v_{MEX.CP} = 325/34 = 9,56 \text{ м/ч}.$$

Определяем средние показатели работы долот по площади буровых работ:

$$h_{CP.ПЛ} = \frac{348 + 307 + 325}{6 + 5 + 7} = 54,4 \text{ м};$$

$$t_{CP.ПЛ} = \frac{28,6 + 28 + 34}{6 + 5 + 7} = 5,03 \text{ ч};$$

$$v_{MEX.CP.ПЛ} = \frac{348 + 307 + 325}{28,6 + 28 + 34} = 10,8 \text{ м/ч}.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБУЕМОГО ЧИСЛА ШАРОШЕЧНЫХ ДОЛОТ СПЛОШНОГО БУРЕНИЯ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПЛАНА БУРОВЫХ РАБОТ

Задача 10. Определить требуемое число шарошечных долот на планируемый год при следующих исходных данных.

Планируемый объем бурения. м:

эксплуатационного $H_{\text{э}}$ 40
000

000	разведочного H_p	20
	Удельный вес проходки шарошечными долотами, %	
	в эксплуатационном бурении $a_{\text{Э}}$	90
	в разведочном бурении a_p	70
	Проектируемая норма проходки на долото, м:	
	в эксплуатационном бурении $h_{\text{Э}}$	15
	в разведочном бурении h_p	10
	Норма переходящего запаса долот Т, дни.....	35
000	Выделенный фонд на шарошечные долота а предыдущем году $m_{\text{ФОНД}}$	4
000	План бурения на предыдущий год, м:	
	эксплуатационного $H_{\text{Э}}$	35
000	разведочного H_p	15 000
	Норма проходки на долото в предыдущем году, м:	
	в эксплуатационном бурении $h_{\text{Э}}$	13
	в разведочном бурении h_p	8
	Остаток долот на 1 января предыдущего года $m_{\text{ОСТ}}$	200
	Удельный вес проходки шарошечными долотами в предыдущем году, %:	
	в эксплуатационном бурении $a_{\text{Э}}$	95
	в разведочном бурении a_p	80

Решение.

1. Число долот, необходимое для обеспечения проходки $H_{\text{Э}}$ и H_p в планируемом периоде, составляет:
в эксплуатационном бурении

$$M_{\text{Э}} = \frac{H_{\text{Э}} a_{\text{Э}}}{h_{\text{Э}} \cdot 100} = \frac{40000 \cdot 90}{15 \cdot 100} = 2400;$$

в разведочном бурении

$$M_p = \frac{H_p a_p}{h_p \cdot 100} = \frac{20000 \cdot 70}{10 \cdot 100} = 1400.$$

Общее число долот в планируемом году:

$$M_{\text{Э.п}} = M_{\text{Э}} + M_p = 2400 + 1400 = 3800.$$

2. Ожидаемое число долот в предыдущем году:

$$M_1 = m_{\text{ОСТ}} + m_{\text{ФОНД}} = 200 + 4000 = 4200.$$

3. Предполагаемый расход долот в предыдущем году:

в эксплуатационном бурении

$$M'_{\text{Э}} = \frac{H'_{\text{Э}} a'_{\text{Э}}}{h'_{\text{Э}} \cdot 100} = \frac{35000 \cdot 95}{13 \cdot 100} = 2560;$$

в разведочном бурении

$$M'_{\text{Р}} = \frac{H'_{\text{Р}} a'_{\text{Р}}}{h'_{\text{Р}} \cdot 100} = \frac{15000 \cdot 80}{8 \cdot 100} = 1500.$$

Общий расход долот в предыдущем году

$$M'_{\text{Э.Р}} = M'_{\text{Э}} + M'_{\text{Р}} = 2560 + 1500 = 4060.$$

4. Ожидаемый переходящий остаток на 1 января планируемого года

$$m'_{\text{ОСТ}} = M_1 - M'_{\text{Э.Р.}} = 4200 - 4060 = 140.$$

5. Потребность в долотах в планируемом году с учетом создания установленного переходящего запаса:

$$M_2 = M_{\text{Э.Р.}} + \left(\frac{M_{\text{Э.Р.}} T}{365} \right) - m'_{\text{ОСТ}} = 3800 + \left(\frac{3800 \cdot 35}{365} \right) - 140 = 4024.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА УТЯЖЕЛИТЕЛЯ ДЛЯ УТЯЖЕЛЕНИЯ БУРОВОГО РАСТВОРА С УЧЕТОМ ЕГО ПОТЕРЬ

Задача 43. определить количество утяжелителя плотностью $\rho_3 = 4,3 \text{ г/см}^3$, необходимое для первоначального и дополнительного утяжеления, а также общий его расход, если исходное (до утяжеления) количество бурового раствора на буровой составляло $V_{\text{ИСХ}} = 100 \text{ м}^3$. Плотность раствора нужно увеличить от $\rho_1 = 1,2 \text{ г/см}^3$ до $\rho_2 = 1,5 \text{ г/см}^3$. Скважину бурят долотом диаметром 295,3 мм; при каждой очистке желобов теряется 3 м^3 бурового раствора; при проходке интервала 1500-1800 м проводятся дополнительные утяжеления через каждые 30 м проходки; влажность утяжелителя $n = 10\%$.

Решение. Определим количество утяжелителя, требуемое для первоначального утяжеления 1 м^3 бурового раствора, по формуле (99)

$$q_{\text{УТ}} = \frac{\rho_3 (\rho_2 - \rho_1) (1 - n)}{\rho_3 - \rho_2 (1 - n + n \rho_3)}.$$

Подставляя исходные данные в формулу, получаем

$$q_{\text{УТ}} = \frac{4,3 (1,5 - 1,2) (1 - 0,1)}{4,3 - 1,5 (1 - 0,1 + 0,1 \cdot 4,3)} = 0,460 \text{ т/м}^3.$$

Количество утяжелителя для утяжеления исходного объема раствора ($V_{\text{ИСХ}} = 100 \text{ м}^3$): $Q'_{\text{УТ}} = V_{\text{ИСХ}} q_{\text{УТ}} = 100 \cdot 0,46 = 46 \text{ т}$.

Подсчитаем число дополнительных обработок бурового раствора утяжелителем; $n = (1800 - 1500)/30 = 10$.

Количество утяжелителя, требуемое на одну дополнительную обработку 1 м³ раствора, составляет 0,46 т. Тогда количество утяжелителя на дополнительную обработку через каждые 30 м проходки $Q'_{УТ} = 0,460(0,0683 \cdot 30 + 3) = 2,32$ т. Здесь 0,0683 – объем 1 м скважины (СУСН, табл.14); 3 – потеря глинистого бурового раствора при чистке желобов.

Подсчитываем расход утяжелителя на 10 дополнительных обработок раствора:

$$Q_{\text{Sub}} \{ \text{size 8} \{ \text{ital УТ} \} \} = \text{ital } nQ'_{\text{Sub}} \{ \text{size 8} \{ \text{ital УТ} \} \} = 10 \cdot \text{cdot} 2,32 = 23,2 \text{ т.}$$

Общий расход утяжелителя, необходимый для проходки всей скважины,

$$Q'_{\text{Sub}} \{ \text{size 8} \{ \text{ital УТ} \} \} = Q_{\text{Sub}} \{ \text{size 8} \{ \text{ital УТ} \} \} + Q_{\text{УТ}} = 46 + 23,2 = 69,2 \text{ т.}$$

РАСЧЕТ КОМПОНЕНТОВ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ УТЯЖЕЛЕННОГО БУРОВОГО РАСТВОРА ЗАДАННОЙ ПЛОТНОСТИ

Задача 44. Определить сколько потребуется бентонитовой глины ($\rho_{ГЛ} = 2,5$ г/см³) и воды, чтобы получить раствор, объем которого $V_{Б.Р.} = 50$ м³, а плотность $\rho_{УБР} = 1,5$ г/см³.

Решение. Считая, что путем смешивания бентонитовой глины с водой можно получить раствор плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,25$ г/см³, определяем количество глины для приготовления 1 м³ бурового раствора

$$q_{ГЛ} = \frac{\rho_{ГЛ}(\rho_{Б.Р.} - \rho_{В})}{\rho_{ГЛ} - \rho_{В}} = \frac{2,6(1,25 - 1,0)}{2,6 - 1,0} = 0,406 \text{ т/м}^3.$$

Объем глины в 1 м³ раствора составляет

$$V_{ГЛ} = q_{ГЛ} / \rho_{ГЛ} = 0,406 / 2,6 = 0,156 \text{ м}^3 / \text{м}^3.$$

Определим количество утяжелителя, необходимое для утяжеления 1 м³ бурового раствора от 1,25 до 1,5 г/см³.

$$q_{УТ} = \frac{\rho_{УТ}(\rho_{УБР} - \rho_{Б.Р.})}{\rho_{УТ} - \rho_{УБР}} = \frac{4,3(1,5 - 1,25)}{4,3 - 1,5} = 0,384 \text{ т/м}^3.$$

Объем утяжелителя в 1 м³ утяжеленного раствора

$$V_{УТ} = q_{УТ} / \rho_{УТ} = 0,384 / 4,3 = 0,0892 \text{ м}^3 / \text{м}^3.$$

Определим суммарный объем глины и утяжелителя в 1 м³ раствора

$$V = V_{ГЛ} + V_{УТ} = 0,156 + 0,0892 = 0,2452 \text{ м}^3 / \text{м}^3.$$

Объем воды в 1 м³ утяжеленного бурового раствора

$$V_{В} = 1 - V = 1 - 0,2452 = 0,7548 \text{ м}^3 / \text{м}^3.$$

Для приготовления 50 м³ утяжеленного глинистого бурового раствора необходимы вода, глина и утяжелитель, объемы которых составляют:
объем воды

$$V'_B = V_{Б.Р.} \cdot V_B = 50 \cdot 0,7548 = 37,74 \text{ м}^3;$$

объем глины

$$V'_{ГЛ} = V_{Б.Р.} \cdot V_{ГЛ} = 50 \cdot 0,156 = 7,80 \text{ м}^3;$$

объем утяжелителя

$$V'_{УТ} = V_{Б.Р.} \cdot V_{УТ} = 50 \cdot 0,0892 = 4,46 \text{ м}^3.$$

Тогда общее количество раствора

$$V_{ОБЩ} = V'_B + V'_{ГЛ} + V'_{УТ} = 37,74 + 7,80 + 4,46 = 50 \text{ м}^3.$$

Для приготовления 50 м³ утяжеленного бурового раствора необходимы следующие количества сухой глины и утяжелителя:

сухая глина

$$Q_{ГЛ} = V'_{ГЛ} \rho_{ГЛ} = 7,80 \cdot 2,6 = 20,2 \text{ т};$$

сухой утяжелитель

$$Q_{УТ} = V'_{УТ} \rho_{УТ} = 4,46 \cdot 4,3 = 19,3 \text{ т}.$$

Таким образом, для приготовления 50 м³ бурового раствора плотностью 1,5 г/см³ необходимо взять 37,74 м³ воды, 20,2 т бетонитовой глины плотностью 2,6 г/см³ и 19,3 т утяжелителя плотностью 4,3 г/см³.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДОБАВЛЯЕМОГО УТЯЖЕЛЕННОГО БУРОВОГО РАСТВОРА (УТЯЖЕЛИТЕЛЯ, ГЛИНЫ) ДЛЯ УВЕЛИЧЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ИСХОДНОГО РАСТВОРА

Задача 45. Определить количество утяжеленного бурового раствора плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,6 \text{ г/см}^3$, добавляемого к буровому раствору плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,15 \text{ г/см}^3$ для увеличения его плотности до $\rho_{Б.Р.} = 1,25 \text{ г/см}^3$, если объем циркулирующего бурового раствора составляет $V'_{Б.Р.} = 100 \text{ м}^3$.

Решение. Добавляемый объем утяжеленного бурового раствора определяется по формуле

$$V'_{Б.Р.} = V'_{Б.Р.} \left(\frac{\rho_{Б.Р.} - \rho_{Б.Р.}}{\rho_{Б.Р.} - \rho_{Б.Р.}} \right) \cdot \rho_{Б.Р.} = \frac{100(1,25 - 1,15)}{1,6 - 1,15} = 28,6 \text{ м}^3.$$

Тогда общее количество циркулирующего раствора в скважине $V_{ОБЩ} = 100 + 28,6 = 128,6 \text{ м}^3$.

Задача 46. Определить плотность бурового раствора после утяжеления и общий объем полученного раствора, если к объему $V_{Б.Р.} = 50 \text{ м}^3$ бурового раствора плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,25 \text{ г/см}^3$ добавлено $Q_{УТ} = 12 \text{ т}$ утяжелителя плотностью $\rho_{УТ} = 4,3 \text{ г/см}^3$.

Решение. Плотность бурового раствора после добавления к нему сухого утяжелителя определяют по формуле

$$\rho'_{Б.Р.} = \frac{\rho_{УТ}(V_{Б.Р.}\rho_{Б.Р.} + Q_{УТ})}{V_{Б.Р.}\rho_{УТ} + Q_{УТ}}$$

(101)

Подставляя исходные данные, получаем

$$\rho'_{Б.Р.} = \frac{4,3(50 \cdot 1,25 + 12)}{50 \cdot 4,3 + 12} = 1,41 \text{ г/см}^3.$$

Общий объем полученного раствора

$$V'_{Б.Р.} = V_{Б.Р.} + Q_{УТ}/\rho_{УТ} = 50 + 12/4,3 = 52,8 \text{ м}^3.$$

Задача 47. Определить количество утяжелителя плотностью $\rho_{УТ} = 4,3 \text{ г/см}^3$, которое необходимо добавить к буровому раствору для увеличения его плотности до $\rho'_{Б.Р.} = 1,6 \text{ г/см}^3$. В буровой раствор объемом $V_{Б.Р.} = 10 \text{ м}^3$, плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,2 \text{ г/см}^3$ добавлено $Q_{Б} = 2 \text{ т}$ бентонита плотностью $\rho_{Б} = 2,6 \text{ г/см}^3$.

Решение. Плотность бурового раствора после добавления бентонита определяют по формуле

$$\rho_{Б.Р.} = \frac{V_{Б.Р.}\rho_{Б.Р.} + Q_{Б}\rho_{Б}}{V_{Б.Р.} + Q_{Б}/\rho_{Б}}$$

(102)

Подставляя значения, получаем

$$\rho_{Б.Р.} = \frac{1,2(10 + 2/2,6) + 2 \cdot 2,6}{10 + 2/2,6} = 1,3 \text{ г/см}^3.$$

Объем бурового раствора

$$V'_{Б.Р.} = V_{Б.Р.} + Q_{Б}/\rho_{Б} = 10 + 2/2,6 = 10,77 \text{ м}^3.$$

Количество утяжелителя, добавляемое к буровому раствору,

$$Q_{УТ} = \frac{V'_{Б.Р.}(\rho'_{Б.Р.} - \rho_{Б.Р.})}{\rho_{УТ} - \rho_{Б.Р.}} = \frac{10,77(1,6 - 1,3)}{4,3 - 1,3} = 5,15 \text{ т}.$$

Общий объем бурового раствора

$$V_{Б.Р.} = V'_{Б.Р.} + Q_{УТ}/\rho_{УТ} = 10,77 + 5,15/4,3 = 11,96 \text{ м}^3.$$

Задача 48. Определить количество сухой глины плотностью $\rho_{ГЛ} = 2,6 \text{ г/см}^3$, которое необходимо добавить к объему бурового раствора ($V_{Б.Р.} = 10 \text{ м}^3$) плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,15 \text{ г/см}^3$ для увеличения плотности раствора до $\rho'_{Б.Р.} = 1,25 \text{ г/см}^3$.

Решение. Количество глины определим по формуле

$$Q_{ГЛ} = V_{Б.Р.} \frac{\rho'_{Б.Р.} - \rho_{Б.Р.}}{\rho_{ГЛ} - \rho_{Б.Р.}};$$

(103)

$$Q_{ГЛ} = 10 \frac{2,6(1,25 - 1,15)}{2,6 - 1,15} = 1,79 \text{ т}.$$

Задача 49. Определить плотность бурового раствора, если к объему бурового раствора ($V_{Б.Р.} = 40 \text{ м}^3$) плотностью $\rho'_{Б.Р.} = 1,5 \text{ г/см}^3$ добавить $V_{Б.Р.} = 20 \text{ м}^3$ бурового раствора плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,25 \text{ г/см}^3$.

Решение. Плотность бурового раствора определим по формуле

$$\rho_{Б.Р.} = \frac{V'_{Б.Р.} \rho'_{Б.Р.} + V_{Б.Р.} \rho_{Б.Р.}}{V'_{Б.Р.} + V_{Б.Р.}} \quad (104)$$

$$\rho_{Б.Р.} = \frac{40 \cdot 1,5 + 20 \cdot 1,25}{40 + 20} = \frac{85}{60} = 1,41 \text{ г/см}^3.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЧЕСТВА ДОБАВЛЯЕМОГО БУРОВОГО РАСТВОРА (ВОДЫ, НЕФТИ) МЕНЬШЕЙ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ИСХОДНОГО РАСТВОРА

Задача 50. Определить количество бурового раствора плотностью $\rho_{Б.Р.} = 1,15 \text{ г/см}^3$, добавляемого к буровому раствору для уменьшения его плотности от $\rho'_{Б.Р.} = 1,35 \text{ г/см}^3$ до $1,2 \text{ г/см}^3$. Объем циркулирующего бурового раствора в скважине составляет $V_{Б.Р.} = 30 \text{ м}^3$.

Решение. Количество бурового раствора определяется по формуле

$$V'_{Б.Р.} = \frac{V_{Б.Р.} (\rho_{Б.Р.} - \rho'_{Б.Р.})}{\rho'_{Б.Р.} - \rho_{Б.Р.}}$$

Подставляя данные, получаем

$$V'_{Б.Р.} = \frac{30(1,2 - 1,15)}{(1,35 - 1,2)} = 10 \text{ м}^3.$$

Тогда общий объем раствора составит $30 + 10 = 40 \text{ м}^3$.

Задача 51. Определить количество воды, добавляемой к буровому раствору для уменьшения ее плотности от $\rho_{Б.Р.} = 1,3$ до $\rho'_{Б.Р.} = 1,1 \text{ г/см}^3$. Объем циркулирующего бурового раствора в скважине составляет $V_{Б.Р.} = 60 \text{ м}^3$.

Решение. Количество воды, добавляемое к буровому раствору для уменьшения его плотности, определяется по формуле

$$V'_B = \frac{V_{Б.Р.} (\rho_{Б.Р.} - \rho'_{Б.Р.})}{\rho'_{Б.Р.} - \rho_B} = \frac{60(1,3 - 1,1)}{1,1 - 1,0} = 120 \text{ м}^3.$$

Тогда общий объем бурового раствора составит $60 + 120 = 180 \text{ м}^3$.

Задача 52. Определить количество утяжелителя плотностью $\rho_{УТ} = 4,3 \text{ г/см}^3$, добавляемого к эмульсионному буровому раствору, чтобы после добавки к нему 30 % (от объема) нефти ($\rho_H = 0,75 \text{ г/см}^3$) плотность раствора не изменилась, и рассчитать

общий объем полученного эмульсионного бурового раствора. Первоначальный объем бурового раствора $V_{Б.Р.} = 100 \text{ м}^3$.

Решение. Количество нефти составляет $V_H = 30 \text{ м}^3$. Плотность эмульсионного бурового раствора определяется по формуле

$$\rho_{ЭМ} = \frac{V_{Б.Р.} \rho_{Б.Р.} + V_H \rho_H}{V_{Б.Р.} + V_H}.$$

Подставляя данные, получаем

$$\rho_{ЭМ} = \frac{100 \cdot 1,15 + 30 \cdot 0,75}{100 + 30} = 1,06 \text{ г/см}^3.$$

Объем эмульсионного бурового раствора

$$V'_{ЭМ} = V_{Б.Р.} + V_H = 100 + 30 = 130 \text{ м}^3.$$

Количество утяжелителя определяется по формуле

$$Q_{УТ} = \frac{V'_{ЭМ} \rho_{УТ} (\rho_{Б.Р.} - \rho_{ЭМ})}{\rho_{УТ.} - \rho_{Б.Р.}}.$$

(106)

Подставляя данные, находим

$$Q_{УТ} = \frac{130 \cdot 4,3 (1,15 - 1,06)}{4,3 - 1,15} = 16 \text{ т.}$$

Общий объем эмульсионного бурового раствора плотностью $1,15 \text{ г/см}^3$.

$$V_{ЭМ} = V_{Б.Р.} + V_H + Q_{УТ} / \rho_{УТ},$$

(107)

$$V_{ЭМ} = 100 + 30 + 16 / 4,3 = 133,7 \text{ м}^3.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ НЕПРИХВАЧЕННОЙ ЧАСТИ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

Задача 60. Определить длину неприхваченной части бурильной колонны при следующих условиях. Оснастка 4×5 . В скважине глубиной $H = 2500 \text{ м}$ произошел прихват 146-мм бурильных труб, имеющих толщину стенки $\delta = 9 \text{ мм}$. Все колонны бурильных труб в подвешенном состоянии перед прихватом 55 делений, вес подвешенной части талевой системы 5 делений, собственный вес колонны бурильных труб 50 делений по индикатору веса. Растягивание P_1 производилось на 60 делений, растягивание P_2 - на 70 делений; разность удлинений бурильной колонны равна $\Delta l = 15 \text{ см}$.

Решение. Сначала определим цену одного деления (в кН) по указывающему прибору индикатора веса с верньером (ГИВ-2). По данным тарифовки на канате диаметром 28 мм усилие на один конец, согласно по данным табл.84, при 60 делениях составляет 66,5 кН, а при 70 делениях – 78,5 кН; поэтому цена одного деления составит $(78,5 - 66,5) / 10 = 1,20 \text{ кН}$.

Показатели индикатора веса

Показатели прибора	Усилие на один конец талевого каната, кН		Отклонение, кН	
	с верньером	без верньера	с верньером	без верньера
10	5,00	5,00	0	0
20	18,15	17,50	1,40	1,00
30	30,50	28,50	1,75	1,30
40	41,65	41,15	1,90	1,90
50	54,15	52,25	1,90	2,50
60	66,50	63,90	1,75	1,65
70	78,5	75,65	2,25	1,90
80	92,4	88,50	1,90	1,75
90	106,4	101,75	1,65	1,80
100	121,5	116,00	0	0

Длина неприхваченной части бурильной колонны определяется по формуле

$$L_{н.п.} = 1,05 \frac{EF}{P_2 - P_1} \Delta l,$$

(112)

где $L_{н.п.}$ - глубина места прихвата бурильных труб, см; $E = 2,1 \cdot 10^4$ кН/см² - модуль упругости стали бурильных труб; $F = 38,7$ см² - площадь поперечного сечения тела 146-мм бурильных труб с $\delta = 9$ мм; P_1 и P_2 - создаваемая нагрузка для растяжения колонны бурильных труб, кН

$$P_1 - P_2 = 70 \text{ дел.} - 60 \text{ дел.} = 10 \text{ дел.}$$

Таким образом, разность натяжения составит $1,20 \cdot 10 \cdot 8 = 96$ кН;

$\Delta l = 15$ см – разность удлинений бурильной колонны, соответствующая указанным выше нагрузкам. Тогда

$$L_{н.п.} = 1,05 \frac{2,1 \cdot 10^4 \cdot 38,7}{96,00} 15 = 133 \quad 000 \text{ см} = 1330 \text{ м.}$$

П р и м е ч а н и е. Приведенную формулу можно записать так

$$L_{н.п.} = k_{н.п.} \Delta l,$$

(113)

$$k_{н.п.} = 1,05 \frac{EF}{P_2 - P_1},$$

(114)

Т а б л и ц а 85

Диаметр бурильной трубы, мм	Толщина стенки, мм	Коэффициент $k_{н.п.}$ при разности натяжений $P_1 - P_2$, кН						
		50	100	150	200	250	300	350
168	8	17200	8600	5733	4300	340	2866	2457

	9	19757	9878	6586	4939	3951	3293	2822
	11	23461	11730	7820	5865	4692	3910	3351
146	9	17331	8666	5777	4333	3466	2889	2476
	11	20727	10364	6909	5182	4145	3455	2961
140	8	14553	7276	4851	3638	2911	2426	2079
	9	16317	8159	5439	4079	3263	2720	2331
	11	19713	9857	6571	4928	3943	3286	2816
114	8	11818	5909	3939	2955	2364	1970	1688
	10	14553	7276	4851	3638	2911	2426	2079
89	9	9878	4939	3293	2470	1976	1646	1411
	11	11 819	5 910	3940	2955	2364	1970	1688

Значение коэффициента $K_{н.п.}$ можно брать из табл.85.

Определение места прихвата зависит от точности измерения удлинения. Поэтому приведем описание практического способа определения места прихвата, с помощью которого получают наилучшие результаты.

1. Прихваченная колонна бурильных труб растягивается под действием силы P_1 , которая по индикатору веса должна быть на пять делений больше нормального веса колонны в свободно подвешенном состоянии (предполагается, что вес колонны был известен перед прихватом). При этом на бурильной трубе делают отметку на уровне стола ротора.

2. Колонна растягивается с силой, которая по индикатору веса на пять делений больше предыдущей нагрузки, а затем разгружается до положения стрелки индикатора, равного предыдущему. Снова делают отметку на бурильной трубе, которая вследствие трения в талевой системе, возможно, и не будет совпадать с первой.

3. Расстояние между этими двумя отметками делят на две равные части и делают пометку на трубе, соответствующую нагрузке P_1 .

4. Прихваченная колонна снова растягивается под действием нагрузки P_2 , большей P_1 на 10-20 делений шкалы индикатора веса. Величина силы P_2 должна быть соизмерима с площадью поперечного сечения тела трубы и физико-механическими свойствами материала последних с тем, чтобы деформации, вызванные этой силой, были упругими. Полученное при этом удлинение отмечают на трубе.

5. Колонна снова растягивается под действием силы, на пять делений большей P_2 , затем нагрузку снимают до первоначальной величины P_2 . Новое положение также отмечают. Средняя отметка между ними представляет собой удлинение, соответствующее силе P_2 .

6. Точно измерив расстояние между верхней и нижней отметками, получают искомое удлинение неприхваченной части бурильных труб, т.е. Δl .

РАСЧЕТ НЕФТЯНОЙ (ВОДЯНОЙ ИЛИ КИСЛОТНОЙ) ВАННЫ

Задача 61. Рассчитать нефтяную ванну для освобождения прихваченных 140-мм бурильных труб с толщиной стенки $\delta = 8$ мм, если глубина скважины $H = 2300$ м, диаметр долота $D_D = 295,3$ мм, длина неприхваченной части колонны $L_{Н.П.} = 2000$ м, плотность бурового раствора $\rho_{Б.Р.} = 1,25$ г/см³, плотность нефти $\rho_{Н.} = 0,8$ г/см³.

Решение. Определим необходимое количество нефти для ванны

$$V_H = 0,785(D_{СКВ}^2 - D^2)H_1 + 0,785d^2H_2, \quad (115)$$

где $D_{СКВ}$ - диаметр скважины, м.

$$D_{СКВ} = kD_D = 1,2 \cdot 295,3 = 354 \text{ мм} = 0,354 \text{ м}.$$

Здесь k – коэффициент, учитывающий увеличение диаметра скважины за счет образования каверн, трещин и пр. (величина его колеблется в пределах 1,05 – 1,3); $D = 0,140$ м – наружный диаметр бурильных труб, м; H_1 – высота подъема нефти в затрубном пространстве. Нефть поднимают на 50-100 м выше места прихвата

$$H_1 = H - L_{Н.П.} + (50 \div 100); \quad (116)$$

$$H_1 = 2300 - 200 + 100 = 400 \text{ м};$$

d – внутренний диаметр бурильных труб, м

$$d = D - 2\delta = 140 - 2 \cdot 8 = 124 \text{ мм} = 0,124 \text{ м};$$

$\delta = 8$ мм- толщина стенки бурильных труб; H_2 – высота столба нефти в трубах, необходимая для периодического (через 1-2 ч) подкачивания нефти в затрубное пространство. Принимая $H_2 = 200$ м, находим

$$V_H = 0,785(0,354^2 - 0,140^2)400 + 0,785 \cdot 0,124^2 \cdot 200 = 35,8 \text{ м}^3.$$

Количество бурового раствора для продавки нефти

$$V_{Б.Р.} = \frac{\pi d^2}{4}(H - H_2); \quad (117)$$

$$V_{Б.Р.} = \frac{3,14 \cdot 0,124^2}{4}(2300 - 200) = 25,4 \text{ м}^3.$$

Определим максимальное давление при закачке нефти, когда за бурильными трубами находится буровой раствор, а сами трубы заполнены нефтью

$$p = p_1 + p_2 \quad (118)$$

где p_1 – давление, возникающее при разности плотностей столбов жидкости в скважине (в трубах и за трубами)

$$p_1 = \frac{H(\rho_{Б.Р.} - \rho_{Н.})}{100} = \frac{2300(1,25 - 0,8)}{100} = 10,3 \text{ МПа}.$$

p_2 – давление, идущее на преодоление гидравлических потерь. С достаточной для практических расчетов точностью

$$p_2 = 0,001H + 8 = 0,001 \cdot 2300 + 8 = 3,1 \text{ МПа}.$$

Тогда

$$p = 10,3 + 3,1 = 13,4 \text{ МПа.}$$

Считая, что нефтяная ванна будет проводиться при помощи агрегата ЦА-300, мощностью двигателя которого $N = 120$ кВт, можем определить возможную подачу насоса

$$Q = 10,2 \eta N / 10 p = 10,2 \cdot 0,635 \cdot 120 / 10 \cdot 13,4 = 5,8 \text{ дм}^3 / \text{с},$$

где η - кпд. насоса агрегата ЦА-300, равный 0,635.

П р и м е ч а н и е. Расчет водяной и кислотной ванн проводится аналогично расчету нефтяной ванны.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ПОЛОМКИ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ ПО ИНДИКАТОРУ ВЕСА

Задача 62. Определить, на какой глубине произошла поломка бурильных труб при следующих условиях. После спуска 146-мм бурильной колонны на глубину 2800 м индикатор веса над забоем показал 80 делений. В процессе бурения произошла поломка бурильной колонны, в результате чего индикатор веса показал 71 деление.

Решение. Вес бурильной колонны при этом уменьшился на $80 - 71 = 9$ делений. Согласно данным табл.84, 80 делениям индикатора соответствует усилие на одном конце талевого каната 92,4 кН, а 70 делениям – 78,5 кН. Тогда цена одного деления индикатора между 70 и 80 делениями составит $(92,4 - 78,5/10) = 1,39$ кН.

Уменьшение веса бурильной колонны (в кН) соответствующее 9 делениям, $Q = 1,39 \cdot 8 \cdot 9 = 100,08$ кН.

Здесь 8 – число рабочих струн при оснастке 4×5 . Определим, какой длине бурильной колонны соответствует вес 100,08 кН

$$t = \frac{Q}{q \left(1 - \frac{\rho_{\text{б.р.}}}{\rho_{\text{м}}}\right)} = \frac{100,08}{39,2 \left(1 - \frac{1,3}{7,85}\right) 10^{-2}} = 306 \text{ м,}$$

где $\rho_{\text{б.р.}}$ и $\rho_{\text{м}}$ - соответственно плотности бурового раствора 1,3 г/см³ и стали 7,85 г/см³;

$q = 39,2$ кг – масса 1м и 146-мм бурильных труб (см. табл.24). Таким образом, поломка бурильных труб произошла на глубине $h = 2800 - 306 = 2494$ м.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ УСИЛИЙ ПРИ РАСХАЖИВАНИИ ПРИХВАЧЕННЫХ ТРУБ

Задача 63. Определить допустимое усилие натяжения при расхаживании прихваченной бурильной колонны диаметром $D = 114$ мм с толщиной стенки $\delta = 9$ мм из стали группы прочности Д ($\sigma_{\text{T}} = 380$ МПа).

Решение. Допустимое натяжение при расхаживании прихваченной бурильной колонны определяется по формуле

$$Q_{\text{доп}} = \sigma_{\text{T}} F / k,$$

(119)

где σ_{T} - предел текучести материала труб, МПа; $F = 29,8 \text{ см}^2$ - площадь поперечного сечения тела гладкой части бурильной трубы; k – запас прочности, который при расчетах, связанных с освобождением прихваченной бурильной колонны, можно принимать в пределах 1,3 – 1,2, а иногда и ниже.

Тогда

$$Q_{\text{доп}} = \frac{380,0}{1,2} 29,8 \cdot 10^{-4} = 0,94 \text{ МН.}$$

Примечание. Допустимые усилия при расхаживании прихваченных обсадных и насосно-компрессорных колонн определяются аналогично.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМОГО ЧИСЛА ПОВОРОТОВ ПРИХВАЧЕННОЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

Задача 64. Определить допустимое число поворотов прихваченной бурильной колонны (при ее отбивке ротором), необходимое для ее освобождения, если диаметр колонны с высаженными внутрь концами равен 114 мм, глубина прихвата $L_{\text{н.п.}} = 2500$ м. Материал труб – сталь группы прочности Д; $\delta = 10$ мм, натяжение бурильной колонны $Q_{\text{доп}} = 0,5$ МН; запас прочности, связанный с освобождением прихваченной бурильной колонны, $k = 1,3$.

Решение. Допустимое число поворотов ротора n_p определяют по формуле

$$n_p = 0,204 \cdot 10^{-4} L_{\text{н.п.}} / D \sqrt{(\sigma_T / k)^2 - \sigma_p^2}, \quad (120)$$

где $L_{\text{н.п.}}$ – длина неприхваченной части бурильной колонны, м; D – наружный диаметр бурильных труб, м; σ_T – предел текучести материала труб, МПа; σ_p – напряжение растяжения, МПа

$$\sigma_p = Q_{\text{доп}} / F = 0,50 / 32,8 \cdot 10^{-4} = 152,5 \text{ МПа.}$$

Здесь $F = 32,8 \text{ см}^2$ – площадь поперечного сечения тела трубы.

Тогда

$$n_p = 0,204 \cdot 10^{-4} \cdot 2500 / 0,114 \sqrt{(380,0 / 1,3)^2 - 152,5^2} = 11,5 \text{ поворота.}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ БУРОВОГО РАСТВОРА НА ЗАБОЙ

Задача 66. Определить гидростатическое давление бурового раствора на забой, если глубина скважины $H = 3000$ м, плотность бурового раствора $\rho_{\text{б.р.}} = 1,25 \text{ г/см}^3$, статическое напряжение сдвига раствора $\theta = 0,003 \text{ Н/см}^2$ или 30 кН/м^2 , диаметр скважины $D_{\text{скв}} = 200$ мм.

Решение. Гидростатическое давление бурового раствора на забой скважины определяют по формуле

$$p = p_0 + H \rho_{\text{б.р.}} / 100 \mp p_c, \quad (121)$$

где p_0 – давление на свободной поверхности бурового раствора (в кольцевом пространстве на устье скважины). Это давление возникает в том случае, если буровой раствор выходит из скважины через герметизирующее приспособление или при задавке скважины с закрытым полностью или частично превентором. В нашем случае буровой

раствор свободно выходит из скважины, т.е. $p_0 = 0$; p_c - давление, которое может возникнуть на забое при проявлении структурных свойств бурового раствора.

Если давление на забое начинает медленно возрастать в результате слабого притока жидкости в скважину, то до начала движение раствора величину p_c необходимо брать со знаком плюс. Если происходит медленное отфильтровывание воды в нижней части скважины при неизменном положении уровня в скважине, то величину p_c необходимо брать со знаком минус. Если скважина заполнена водой, то $p_c = 0$. Величину p_c определяют по формуле:

$$p_c = 4 \theta H / D_{СКВ} = 4 \cdot 30 \cdot 3000 / 0,20 = 1800000 \text{ Н/м}^2 = 1,8 \text{ МПа.}$$

Принимая в нашем примере величину p_c со знаком плюс, получаем

$$p_c = \frac{1,25 \cdot 3000}{100} + 1,8 = 37,5 + 1,8 = 39,3 \text{ МПа.}$$

Таким образом, в статическом состоянии давление на забой скважины в результате пластических свойств раствора отклоняется от гидростатического на 1,8 МПа. Если раствор долгое время находился в состоянии покоя, в силу тиксотропных свойств и других причин статическое напряжение сдвига раствора может возрасти в 3-5 раз. При этом также возрастет и p_c . Это всегда следует учитывать при определении начального давления на выкиде насосов в процессе продавки бурового раствора, который долгое время находился в покое.

Примечание. На практике величиной p_c пренебрегают, тогда гидростатическое давление бурового раствора на забой

$$p = p_0 + p_{Б.Р.} \cdot H / 100, \quad (122)$$

а если устье скважины свободно открыто, то $p_0 = 0$ и

$$p = p_{Б.Р.} \cdot H / 100. \quad (123)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ СКВАЖИНА-ПЛАСТ

Задача 67. Определить относительное давление в системе скважина-пласт, если на глубине $H = 2000$ м пластовое давление $p_{Пл} = 25$ МПа.

Решение. Под относительным давлением $p_{Отн}$ понимается отношение давления в пласте $p_{Пл}$ к гидростатическому давлению столба воды в скважине $p_{Ст}$, т.е.

$$p_{Отн} = p_{Пл} / p_{Ст}, \quad (124)$$

где $p_{Ст} = \rho_B H / 100 = 1 \cdot 2000 / 100 = 20$ МПа.

Тогда

$$p_{Отн} = 25,0 / 20,0 = 1,25.$$

Если в системе скважина – пласт плотность бурового раствора превышает относительное давление, т.е. $\rho_{Б.Р.} > \rho_{ОТН}$, то может произойти поглощение раствора в пласт, а при значительном превышении $\rho_{Б.Р.}$ над $\rho_{ОТН}$ и полная потеря циркуляции. При этом в связи со снижением уровня бурового раствора в скважине могут произойти нарушения ее приствольной зоны.

При условии $\rho_{Б.Р.} < \rho_{ОТН}$ может происходить разгазирование раствора, перелив нефти и воды, а при значительном превышении $\rho_{ОТН}$ над $\rho_{Б.Р.}$ - газовые, нефтяные и водяные выбросы и фонтаны. Нарушения приствольной зоны скважины происходят также и в тех случаях, когда $\rho_{Б.Р.} \approx \rho_{ОТН}$. Если существует равенство $\rho_{Б.Р.} = \rho_{ОТН}$, то условия бурения скважины в большинстве случаев нормальные.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПЛАСТА

Задача 69. В поглощающей скважине при замерах статический уровень был отмечен на глубине $H_c = 97$ м от устья, а динамический уровень при работе одного насоса с подачей $110 \text{ м}^3/\text{ч}$ ($30,6 \text{ дм}^3/\text{с}$) на глубине $H_d = 81$ м. Определить коэффициент поглощающей способности пласта.

Решение. Коэффициент поглощающей способности пласта k при полном поглощении определяется по формуле

$$k = Q_{\Pi} / \sqrt{H \cdot 100}$$

(127)

где Q_{Π} - интенсивность поглощения, $\text{м}^3/\text{ч}$; H – напор, МПа, равный разности положений статического динамического уровней бурового раствора бурового раствора в скважине при работе насосов с подачей Q : $H = (H_c - H_d) / 100 = (97 - 81) / 100 = 0,16$ МПа. Тогда $k = 110 / \sqrt{16} = 27,5$.

Как видно из табл. 87, при $k > 25$ в скважину для ликвидации зон поглощения необходимо спустить промежуточную колонну или бурить без выхода циркуляции.

Т а б л и ц а 87

Зона поглощения	Коэффициент поглощающей способности, k	Мероприятия по ликвидации поглощений
I	1	Переход на бурение с использованием бурового раствора
II	1-3	Закачивание быстросхватывающейся смеси БСС, расход цемента 5-10 т
III	3-5	Закачивание БСС, расход цемента 10-20 т
IV	3-15	Закачивание высоковязкой БСС, затворяемой на буровом растворе или с добавлением в смесь бентонитового порошка, а также глинистых и глиноцементных паст: расход смеси 20-60 т
V	15-26	Перед закачивание БСС снижать

VI	>25	поглощающую способность скважины путем намыва песка или забрасывания инертных материалов. при уменьшении коэффициента k до 15 и ниже закачивать тампонирующую смесь, как и при ликвидации IV зоны поглощения Бурение без выхода циркуляции, спуск промежуточной колонны
----	-----	--

На основании обобщения опытных данных по борьбе с поглощениями была предложена следующая классификация зон поглощений и рекомендованы мероприятия по их ликвидации (табл.87)

Примечание. Статический уровень H_C замеряют при отсутствии закачки воды в скважину и при установившемся уровне жидкости, затем замеряют динамический уровень H_D . Для этого в скважину спускают бурильные трубы на 5-10 м ниже статического уровня. Из ротора вынимают вкладыши, а элеватор с трубами подтягивают к стенке кондуктора и устанавливают на ротор. На ведущую трубу навинчивают переводник с наконечником из 50-мм трубы длиной 1,5-2 м и спускают в скважину между внутренней стенкой кондуктора и бурильными трубами. Буровыми насосами в скважину закачивают воду. При помощи поплавка, спущенного на лебедке Яковлева, или другими способами замеряют в бурильных трубах установившийся динамический уровень H_D .

Задача 70. Определить коэффициент поглощающей способности пласта при условии, что на глубине 1000 м происходит частичное поглощение бурового раствора с интенсивностью $Q_{\Pi} = 15 \text{ дм}^3/\text{с}$, статический уровень был отмечен на глубине 30 м от устья, диаметр бурильных труб 140 мм, диаметр долота (скважины) 295,3 мм, подача насосов $Q_H = 35 \text{ дм}^3/\text{с}$.

По табл.87 приведены классификация зон поглощений и мероприятия по их ликвидации.

Решение. Коэффициент поглощающей способности пласта при частичном поглощении определяют по формуле

$$k = Q_{\Pi} / \sqrt{H_C + h100}, \quad (128)$$

где Q_{Π} - интенсивность поглощения, $\text{м}^3/\text{ч}$ ($Q_{\Pi} = 15 \text{ дм}^3/\text{с} = 54 \text{ м}^3/\text{ч}$); H_C - расстояние от статического уровня до устья скважины, $H_C = 30 \text{ м}$; h - гидравлические потери в затрубном пространстве при движении жидкости от поглощающего пласта к устью скважины, МПа

$$h = 8,26 \lambda_{\text{к.н.}} \frac{LQ^2}{(D_{\text{СКВ}} - D)^3 (D_{\text{СКВ}} + D)^2}. \quad (129)$$

Здесь $\lambda_{\text{к.н.}}$ - коэффициент гидравлического сопротивления кольцевого пространства. Определение величины $\lambda_{\text{к.н.}}$ приводится в задаче 31. В данном примере принимаем

$\lambda_{к.н.} = 0,280$; L – глубина залегания поглощающего пласта, равная 1000 м; Q – количество жидкости, которое возвращается из скважины в приемные емкости насосов,
 $Q = Q_H - Q_{II} = 35 - 15 = 20$ дм³/с ,

$D_{СКВ}$ – диаметр дота (скважины), $D_{СКВ} = 29,53$; D – диаметр бурильных труб, $D = 14$ см.

Тогда

$$h = 8,26 \cdot 0,280 \frac{1000 \cdot 20^2}{(29,5 - 14,0)^3 (29,5 + 14,0)^2} = 0,13 \text{ м.}$$

Подставляя данные в формулу для определения k , получаем

$$k = 54 / \sqrt{30 + 13} = 8,2.$$

Как видно из табл.87, при $k = 3 \div 15$ для ликвидации поглощения необходимо в поглощающий пласт закачать БСС.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ УСТАНОВКИ КОНЦА БУРИЛЬНЫХ ТРУБ ДЛЯ ЗАКАЧКИ ПЛАСТ БСС

Задача 71. Определить глубину установки конца труб с целью закачки тампонирующих материалов в поглощающий пласт при следующих данных: глубина залегания поглощающего горизонта $H_{II} = 1400$ м, толщина поглощающего горизонта $H_{Ц} = 50$ м, плотность глинистого бурового раствора $\rho_{Б.Р.} = 1,2$ г/см³, плотность тампонирующего материала $\rho_{Ж} = 1,7$ г/см³.

Решение. Глубина установки конца труб определяется по формуле

$$H_{Г.К} = H_{II} - (\rho_{Ж} H_{Ц} / \rho_{Б.Р.}) = 1400 - 1,7 \cdot 50 / 1,2 = 1330 \text{ м.}$$

РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВА ГЕЛЬЦЕМЕНТА ДЛЯ ЛИКВИДАЦИИ ПОГЛОЩЕНИЯ В СКВАЖИНЕ

Задача 72. Подсчитать общий объем геля цемента, необходимый для ликвидации поглощения в скважине глубиной $H = 1200$ м, если кровля поглощающего горизонта находится на глубине 1130 м, а подошва на глубине 1195 м, диаметр скважины 300 мм, в пласт требуется ввести 8 м³ геля цемента.

Решение. Объем геля цемента рассчитываем, исходя из объема скважины в интервале от подошвы поглощающего горизонта до конца бурильных труб, которые устанавливаются на расстоянии 20 м выше кровли поглощающего горизонта. Сумма указанных интервалов

$$h_1 = 1195 - 1130 + 20 = 85 \text{ м.}$$

Объем указанного интервала $V_{СКВ} = \pi D_{СКВ}^2 / 4 \cdot h_1 = 3,14 \times 0,3^2 / 4 \cdot 85 = 6 \text{ м}^3$.

Тогда общий потребный объем геля цемента $V_{ОБЩ} = 8 + 6 = 14 \text{ м}^3$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВОГО И ОБЪЕМНОГО КОЛИЧЕСТВ КОМПОНЕНТОВ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ БСС ПО ЗАДАННОМУ РЕЦЕПТУ

Задача 73. Подсчитать весовые и объемные количества каждого из компонентов, необходимых для приготовления 1 м^3 БСС по рецепту, согласно которому на 500 г цемента приходится 450 см^3 воды, 30 г порошкообразного бентонита, 15 см^3 жидкого стекла и 10 г кристаллической соды.

Решение. Принимая плотность сухого тампонажного цемента $\rho_{\text{Ц}} = 3,1 \text{ г/см}^3$, находим объем $0,5 \text{ кг}$ цемента.

$$V_{\text{Ц}} = P_{\text{Ц}} / \rho_{\text{Ц}} = 500 / 3,1 = 161 \text{ см}^3.$$

Подсчитаем объем 10 г кристаллической каустической соды плотностью $\rho_{\text{К.С.}} = 2,02 \text{ г/см}^3$.

$$V_{\text{К.С.}} = P_{\text{К.С.}} / \rho_{\text{К.С.}} = 10 / 2,02 = 4,96 \text{ см}^3.$$

Объем 30 г порошкообразного бентонита плотностью $\rho_{\text{С.Б.}} = 2,7 \text{ г/см}^3$.

$$V_{\text{С.Б.}} = P_{\text{С.Б.}} / \rho_{\text{С.Б.}} = 30 / 2,7 = 11,1 \text{ см}^3.$$

Суммарный объем всех компонентов БСС по заданному рецепту

$$V_{\text{СУМ}} = 161 + 450 + 11,1 + 15 + 4,96 = 637,1 \text{ см}^3$$

Зная, что на $637,1 \text{ см}^3$ БСС нужно 161 см^3 сухого цемента, находим объем его на 1 м^3 БСС

$$X_{\text{Ц}} = 100000 \cdot 161 / 637,1 = 253000 \text{ м}^3$$

или по массе: $253\,000 \cdot 3,1 = 782\,000 \text{ г} = 0,782 \text{ т}$.

Аналогично устанавливаем, что для приготовления 1 м^3 БСС по заданному рецепту необходимо взять:

воды:

$$X_{\text{В}} = 100000 \cdot 450 / 637,1 = 708000 \text{ см}^3 = 0,708 \text{ м}^3;$$

сухого бентонита

$$X_{\text{Б}} = 100000 \cdot 11,1 / 637,1 = 17400 \text{ см}^3$$

или по массе: $17400 \cdot 2,7 = 47\,000 \text{ г} = 47 \text{ кг}$;

жидкого стекла

$$X_{\text{СТ}} = 100000 \cdot 15 / 637,1 = 23600 \text{ см}^3 = 23,6 \text{ дм}^3;$$

сухой каустической соды

$$X_{\text{К.С.}} = 100000 \cdot 4,96 / 637,1 = 7950 \text{ см}^3$$

или по массе: $7950 \cdot 2,02 = 15\,900 \text{ г} = 15,9 \text{ кг}$.

Задача 74. Определить весовые и объемные количества каждого из компонентов, необходимые для приготовления 1 м^3 нефцецементной БСС по следующему рецепту: тампонажный цемент 100% , песок 150% , каустическая сода 10% , дизельное топливо 80% (последние три компонента берутся в процентах от массы сухого цемента). Плотность такой смеси равна $1,7 \text{ т/м}^3$.

Решение. Определяем суммарный массовый состав БСС; $P = 100 + 150 + 10 + 80 = 340 \text{ кг}$.

Подсчитываем объем, который займут 340 кг нефцецементной смеси БСС,

$$V = P / \rho = 340 / 1,7 = 200 \text{ см}^3 = 0,2 \text{ м}^3.$$

Находим количество сухого цемента, требуемое для приготовления 1 м^3 БСС,

$$X_{\text{Ц}} = 100 / 0,2 = 500 \text{ кг}.$$

Аналогично находим, что для приготовления 1 м³ БСС по заданному рецепту необходимо взять:
сухого песка

$$X_{\text{П}} = 150/0,2 = 750 \text{ кг};$$

каустической соды

$$X_{\text{К.С.}} = 10/0,2 = 50 \text{ кг};$$

дизельного топлива

$$X_{\text{Т}} = 80/0,2 = 400 \text{ кг}.$$

РАСЧЕТ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ КОЛОННЫ ДЛЯ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ

Задача 80. Рассчитать эксплуатационную колонну диаметром 146 мм для нефтяной скважины при следующих условиях $L = 3000$ м, $H = 1000$ м, $h = 1700$ м, $\rho_{\text{Ц.П.}} = 1,4$ г/см³, $\rho_{\text{О.Ж.}} = 1,0$ г/см³, $\rho_{\text{В.}} = 0,85$ г/см³, $\rho_{\text{ПЛ}} = 40$ МПа, $k = 0,25$.

Зона эксплуатационного объекта 3000 – 2700 м.

Решение. Так как $h > H$ ($1700 \text{ м} > 1000 \text{ м}$), выбираем расчетную схему 11.

Определяем избыточные наружные давления (на стадии окончания эксплуатации) для следующих характерных точек.

$$1: z = 0; \rho_{\text{HuZ}} = 0,01 \rho_{\text{Б.П.}} \cdot z = 0.$$

$$2: z = H; \rho_{\text{HuZ}} = 0,01 \rho_{\text{Б.П.}} \cdot H = (0,01 \cdot 1,4 \cdot 1000) = 14 \text{ МПа};$$

$$3: z = h; \rho_{\text{HuZ}} = \{0,01 [\rho_{\text{Б.П.}} h - \rho_{\text{В.}}(h - H)]\} = \{0,01 [1,4 \times 1700 - 0,85(1700 - 1000)]\} = 17,85 \text{ МПа};$$

$$4: z = L; \rho_{\text{HuZ}} = \{0,01 [(\rho_{\text{Ц.П.}} - \rho_{\text{В.}})L - (\rho_{\text{Ц.П.}} - \rho_{\text{Б.П.}})h + \rho_{\text{В.}}H](1 - k)\} = \{0,01 [(1,85 - 0,85)3000 - (1,85 - 1,4) \times 1700 + 0,85 \cdot 1000](1 - 0,25)\} = 23,2 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру ABCD (рис. 8, а). Для этого в горизонтальном направлении в принятом масштабе откладываем значения ρ_{HuZ} в точках 1-4 (см. рис. 7) и эти точки последовательно соединяем между собой прямолинейными отрезками.

Определяем избыточные внутренние давления из условия испытания обсадной колонны на герметичность в один прием без пакера.

Давление на устье:

$$p_{\text{У}} = p_{\text{ПЛ}} - 0,01 \rho_{\text{В.}} L = 40 - 0,01 \cdot 0,85 \cdot 3000 = 14,5 \text{ МПа}.$$

$$\text{Точка а: } z = 0; \rho_{\text{ВuZ}} = 1,1 \rho_{\text{У}} = 1,1 \cdot 14,5 = 16 \text{ МПа}.$$

По табл. 108 для 146-мм колонны

$$\rho_{\text{оп}} = 10 \text{ МПа. Принимаем } 16 \text{ МПа}.$$

$$\text{Точка б: } z = 1700 \text{ м; } \rho_{\text{виз}} = [1,1 \cdot 14,5 - 0,01(1,4 - 1,0) \times 1700] = 9,2 \text{ МПа.}$$

$$\text{Точка в: } z = L = 3000 \text{ м; } \rho_{\text{виз}} = \langle [1,1 \cdot 14,5 - 0,01[(1,85 - 0,1)3000 - (1,85 - 1,4)1700]](1 - 0,25) \rangle = -1,4 \text{ МПа.}$$

Строим эпюру ABC (см. рис. 8, б), Для этого в горизонтальном положении в принятом масштабе откладывают значения $\rho_{\text{виз}}$ в точках а, б, в, (см. рис. 7) и полученные точки соединяют между собой прямолинейными отрезками.

Определяем значение $n_{\text{кр}} \cdot \rho_{\text{виз}} = 1,15 \cdot 23,2 = 26,7 \text{ МПа.}$

По табл. 109 находим, что этому давлению соответствуют трубы из стали группы прочности Д с толщиной стенки 9 мм, дл которых $P_{\text{кр}} = 31,8 \text{ МПа}$ (1-я секция труб). Для 2-ой секции выбираем трубы той же группы прочности с толщиной стенки 8 мм, для которых по табл.109 $P_{\text{кр}} = 26,2 \text{ МПа}$. Эти трубы могут быть установлены на глубине с давлением $\rho_{\text{виз}} = 26,2/1,15 \text{ МПа} = 22,8 \text{ МПа}$. По эпюре (см. рис. 8, а) это давление соответствует глубине $l_{\text{доп8д}} = 2930 \text{ м.}$

Длина 1-й секции ($\delta = 9 \text{ мм}$) $l_1 = L - l_{\text{доп8д}} = (3000 - 2930 \text{ м}) = 70 \text{ м}$, а вес ее табл. 113 $Q_1 = 21800 \text{ Н}$ или $Q_1 = 21,8 \text{ кН.}$

Для 3-й секции берем трубы с $\delta = 7 \text{ мм}$, для которых $P_{\text{кр}} = 20,5 \text{ МПа}$. Поскольку $20,5/1,15 = 17,8 \text{ МПа}$ соответствует глубине 1700 м, а, значит, $1700 < 2700$ (начало зоны эксплуатационного объекта), то принимаем $n_{\text{кр}} = 1,0$ и определяем по эпюре, какой глубине соответствует давление 20,5 МПа. По эпюре (см. рис. 8,а) определяем $l_{\text{доп7д}} = 2330 \text{ м.}$ Следовательно, длина 2-й секции ($\delta = 8 \text{ мм}$)

$$l_2 = l_{\text{доп8д}} - l_{\text{доп7д}} = (2930 - 2330) = 600 \text{ м,}$$

а ее вес $Q_2 = 168 \text{ 000 Н} = 168 \text{ кН.}$

Общий вес двух секций: $Q_1 + Q_2 = 21,8 + 168 = 189,8 \text{ кН} = 0,1898 \text{ МН.}$

Определяем длину 3-й секции ($\delta = 7 \text{ мм}$), беря в основу расчет на растяжение. Для этих труб $P_{\text{стр7д}} = 0,71 \text{ МН}$ и $q_7 = 248 \text{ Н}$ (по табл. 111).

По формуле (171) получаем

$$l_3 = \frac{P_{\text{стр7д}}/n_{\text{стр}} - (Q_1 + Q_2)}{q_7} = \frac{0,71/1,15 - 0,1898}{248 \cdot 10^{-6}} = 1725 \text{ м.}$$

Вес 3-й секции труб ($\delta = 7 \text{ мм}$): $Q_3 = 427 \text{ 600 Н} = 427 \text{ 600 Н} = 427,6 \text{ кН} = 0,4276 \text{ МН.}$

Общий вес трех секций: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0,6174 \text{ МН.}$

Осевая нагрузка, при которой напряжение в теле трубы достигает $0,5 \sigma_T$, по табл. 110 составляет $0,57 \text{ МН}$ ($\delta = 7 \text{ мм}$).

Определяем расстояние расчетного сечения трубы от устья скважины

$$l_0 = L - l_1 - l_2 - \frac{0,57 - Q_1 - Q_2}{q_7};$$

(173)

$$l_0 = 3000 - 70 - 600 - \frac{0,57 - 0,1898}{248 \cdot 10^{-6}} = 730 \text{ м.}$$

При эюре находим, что на глубине 730 м $\rho_{\text{HyZ}} = 10,2$ МПа. Определяем коэффициент запаса прочности на критическое давление

$$n_{\text{кр}} = 20,5/10,2 = 2,0 \gg 1,1.$$

Расчет на внутреннее давление для первых двух секций не производим, так как внутреннее избыточное давление в них отсутствует (см. рис. 8, б).

Определяем внутренне давление для труб 3-й секции, имеющих наименьшую толщину стенки $\delta = 7$ мм. Фактическое внутренне давление на уровне верхней трубы, расположенной на глубине $(3000 - 70 - 600 - 1725) = 605$ м, находим по эюре (см. рис. 8, б): $\rho_{\text{BuZ}} = 13,5$ МПа.

По табл. 112 определяем, что для труб $\delta = 7$ мм $\rho_{\text{в.д7д}} = 31,8$ МПа.

Рассчитываем коэффициент запаса прочности $n_{\text{в}} = 31,8/13,5 = 2,36 \gg 1,15$.

Четвертую секцию составляем из труб с $\delta = 8$ мм. Для этих труб $\rho_{\text{СТР8д}} = 0,84$ МН; $q_8 = 280$ Н. Длина 4-й секции из расчета на растяжение

$$l_4 = \frac{0,84/1,15 - 0,6174}{280 \cdot 10^{-6}} = 400 \text{ м,}$$

а ее вес $Q_4 = 112\,000 \text{ Н} = 112 \text{ кН} = 0,112 \text{ МН}$.

Общий вес четырех секций составляет 0,7294 МН.

Пятую секцию комплектуем из труб с $\delta = 9$ мм ($\rho_{\text{СТР9д}} = 0,96$ МН; $q_9 = 312$ Н). Длина 5-й секции

$$l_5 = \frac{0,96/1,15 - 0,7294}{312 \cdot 10^{-6}} = 335 \text{ м.}$$

Принимаем $l_5 = 205$ м; вес ее $Q_5 = 64 \text{ кН} = 0,064 \text{ МН}$.

Так как $\rho_{\text{вд.9д}} = 41$ МПа, коэффициент запаса прочности для труб 5-й секции также достаточен.

Общий вес колонны $Q = 0,7934$ МН.

Результаты расчетов сводим в табл. 117.

Т а б л и ц а 117

Номер секции снизу вверх	Толщина стенки δ , мм	Интервал спуска труб, м	Длина секции, м	Вес 1 м трубы, Н	Вес секции, МН
1	9	2930-3000	70	312	0,0218
2	8	2330-2930	600	280	0,168
3	7	605-2330	1725	248	0,4276
4	8	205-605	400	280	0,112
5	9	0-205	205	312	0,064
Всего		0-3000	3000	-	0,7934

Примечание. Трубы изготовлены из стали группы прочности Д.

РАСЧЕТ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ КОЛОННЫ ДЛЯ ГАЗОВОЙ СКВАЖИНЫ

Задача 81. Рассчитать эксплуатационную колонну диаметром 168 мм для газовой скважины при следующих условиях: $L = 2500$ м; $h = 0$; $P_{пл} = 30$ МПа (период ввода скважины в эксплуатацию).

$P_{пл} = 1,0$ МПа (при окончании эксплуатации); $\rho_{б.р.} = 1,45$ г/см³; $\rho_{ц.р.} = 1,8$ г/см³; $\rho_{о.ж.} = 1,0$ г/см³; $T_3 = 363$ К; $T_y = 323$ К; $T_{ср} = 343$ К; $\rho_{г.отн} = 0,6$; $m = 0,8$; $k = 0,25$.

Зона эксплуатационного объекта 2500 – 2200 м; породы неустойчивые.

Решение. По рис. 7 выбираем расчетную схему V.

Определяем избыточные наружные давления в точках:

$$1: z = 0; \rho_{HuZ} = 0;$$

$$2: z = 2500 \text{ м}; \rho_{HuZ} = 0,01$$

$$\rho_{ц.р.} L - p_{\min})(1-k) = (0,01 \times 1,8 \cdot 2500 - 1,0)(1 - 0,25) = 33 \text{ МПа.}$$

Строим эпюру АВ (рис. 9, а).

Определяем избыточные внутренние давления в точках:

$$а: z = 0; p_{в.uz} = 1,1 p_y \text{ или } p_{в.uz} = p_{оп}.$$

По табл. 108 $p_{оп} = 9$ МПа

$$p_y = p_{вz} = p_{пл} / e^s;$$

$$s = \frac{0,03415 \rho_{г.отн} (L - z)}{m T_{ср}} = \frac{0,03415 \cdot 0,6 \cdot 2500}{0,8 \cdot 343} = 0,187;$$

$$e^s = \frac{2+s}{2-s} = \frac{2+0,187}{2-0,187} = 1,2;$$

$$p_y = 30 / 1,2 = 25 \text{ МПа}; \quad p_{в.uz} = 1,1 \cdot 25 = 27,5 \text{ МПа};$$

Так как $27,5 > 9,0$, принимаем $p_{в.uz} = 27,5$.

$$б: z = 2500 \text{ м}; p_{в.uz}$$

$$[1,1 p_y - 0,01 (\rho_{ц.р.} - \rho_{о.ж.}) L](1-k) = [27,5 - 0,01 (1,8 - 1,0) 2500](1 - 0,25) = 5,6 \text{ МПа.}$$

Строим эпюру АВ (рис. 9, б).

Определяем величину $n_{кр} p_H$ и L в зоне эксплуатационного объекта, для которого

$$n_{кр} = 1,3; 1,3 \cdot 33 = 42,9 \text{ МПа.}$$

Такому давлению соответствуют трубы группы прочности К с $\delta = 11$

мм, для которых $P_{кр} = 43,8$ МПа (табл. 109). Учитывая небольшую длину

интервала эксплуатационного объекта

принимаем $l_1 = 300$ м.

Вес 1-й секции $Q_1 = 130500$ Н = 0,1305 МН (табл. 113).

Находим внутреннее избыточное давление на глубине

$$L - l_1 = 2500 - 300 = 2200 \text{ м по эюре}$$

(рис. 9, б): $p_{в.из} = 8,2$ МПа. В

соответствии с табл. 108 эта величина должна быть не менее 9 МПа.

Определяем коэффициент запаса прочности на внутреннее давление для труб $\delta = 11$ мм из стали группы прочности К.

$$n_B = p_{вд} / p_{од} = 57,2 / 9 \approx 1,5.$$

Для труб 2-й секции наружное избыточное давление на глубине 2200 м по эюре (см. рис. 9, а) составляет $p_{в.из} = 29$ МПа. Этому давлению соответствуют трубы группы прочности Д с $\delta = 10$ мм, для которых $p_{кр} = 30$ МПа (табл. 109) и $p_{вд} = 39,5$ МПа (табл. 112).

Для 3-й секции берем трубы группы прочности Д с $\delta = 9$ мм ($p_{кр} = 25,1$ МПа; $p_{вд} = 35,6$ МПа). По эюре (см. рис. 9, а) находим, что допустимая глубина спуска труб с $\delta = 9$ мм составляет $l_{доп9д} = 1865$ м.

$$\text{Тогда длина 2-й секции (} \delta = 10 \text{ мм) } l_2 = l_{доп10д} - l_{доп9д} = 2200 - 1865 = 335 \text{ м.}$$

Вес 2-й секции ($\delta = 10$ мм) $Q_2 = 133\,700$ Н = 0,1337 МН.

Внутреннее избыточное давление для труб 2-й секции на глубине 1865 м по эюре (см. рис. 9, б) равно 11,5 МПа. Следовательно, $n_B = 39,5 / 11,5 = 3,43 \gg 1,15$.

Для 4-й секции принимаем трубы группы прочности Д с $\delta = 8$ мм ($p_{кр} = 20,2$ МПа; $p_{вд} = 31,6$ МПа). По эюре (см. рис. 9, а) $p_{кр} = 20,2$ МПа соответствует

глубине $l_{доп8д} = 1490$ м. Длина 3-й секции ($\delta = 9$ мм)

$$l_3 = l_{доп9д} - l_{доп8д} = 1865 - 1490 = 375 \text{ м; вес ее } Q_3 = 135\,700 \text{ Н} = 0,1357 \text{ МН.}$$

Внутреннее избыточное давление на глубине 1490 м составляет 14,5 МПа (рис. 9, б). Таким образом, $n_B = 35,6 / 14,5 = 2,4 \gg 1,15$.

Для 5-й секции берем трубы группы прочности Д с $\delta = 7$ мм ($p_{кр} = 15,3$ МПа; $p_{вд} = 27,7$ МПа; $p_{стр} = 0,8$ МН; $Q_7 = 287$ Н). По эюре (см. рис. 9, а) находим, что давлению 15,3 МПа соответствует глубина $l_{доп7д} = 1200$ м.

Длина 4-й секции $l_4 = l_{доп8д} - l_{доп7д} = 1490 - 1200 = 290$ м; вес ее $Q_4 = 94\,300$ Н = 0,0943 МН.

Избыточное внутреннее давление на глубине 1200 м равно 17,5 МПа (см. рис. 9, б); тогда для 4-й секции ($\delta = 8$ мм) $n_B = 31,6 / 17,5 = 1,81 > 1,15$.

Вес четырех секций: $Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=0,1305+0,1337+0,1357+0,0943=0,4942$ МН.

Длину 5-й секции ($\delta = 7$ мм) определяем с учетом растяжения

$$l_5 = \frac{0,8/1,15 - 0,4942}{287 \cdot 10^{-6}} = 702 \text{ м.}$$

Вес 5-й секции $Q_5 = 201\,470 \text{ Н} = 0,20147 \text{ МН}$.

Избыточное внутреннее давление на уровне верхней трубы 5-й секции на глубине $l_{\text{ДОП7Д}} - l_5 = 1200 - 702 = 498$ м по эпюре (см. рис. 9, б) равно 23,5 МПа. Тогда

коэффициент запаса прочности на внутреннее давление $n_B = 27,7/23,5 = 1,18 > 1,15$.

Вес пяти секций составляет $0,4942 + 0,20147 = 0,69567$ МН.

Для 6-й секции берем трубы группы прочности Д с $\delta = 8$ мм ($P_{ВД} = 31,6$ МПа; $P_{СТР} = 0,95$ МН; $Q_8 = 325$ Н)

$$l_6 = \frac{0,95/1,15 - 0,69567}{325 \cdot 10^{-6}} = 403 \text{ м, а } Q_6 = 131000 \text{ Н} = 0,131 \text{ МН.}$$

Избыточное внутреннее давление на глубине $(498 - 403) \text{ м} = 95$ м составляет 27 МПа (см. рис. 9, б). Соответственно $n_B = 31,6/27,0 = 1,17 > 1,15$.

Вес шести секций равен $0,69567 + 0,131 = 0,82667$ МН.

Для 7-й секции выбираем трубы группы прочности Д с $\delta = 9$ мм, для которых

$P_{ВД} = 35,6$ МПа; $P_{СТР} = 1,1$ МН; $Q_9 = 362$ Н.

Длина 7-й секции

$$l_7 = \frac{1,1/1,15 - 0,82667}{362 \cdot 10^{-6}} = 360 \text{ м.}$$

Принимаем длину 7-й секции 95 м; вес ее $Q_7 = 0,0344$ МН.

Следовательно, $n_B = 35,6/27,5 = 1,29 > 1,15$.

Общая длина колонны $(300+335+375+290+702+403+95) = 2500$ м; ее общий вес $Q = 0,82667+0,0344 = 0,86107$ МН.

Результаты расчетов сводим в табл. 118.

Т а б л и ц а 118

Номер секции снизу вверх	Толщина стенки δ мм	Группа прочности стали	Интервал спуска труб, м	Длина секции, м	Вес 1 м трубы, Н	Вес секции, МН
1	11	К	2200-2500	300	435	0,1305
2	10	Д	1865-2200	335	399	0,1337
3	9	Д	1490-1865	375	362	0,1357
4	8	Д	1200-1490	290	325	0,0943
5	7	Д	498-1200	702	287	0,20147
6	8	Д	95-498	403	325	0,131
7	9	Д	0-95	95	362	0,0344
Всего			0-3000	2500	-	0,86107

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЛИНЕНИЯ И РАЗГРУЗКИ ОБСАДНОЙ КОЛОННЫ

Задача 84. Определить удлинение обсадной колонны в результате растяжения под действием собственного веса, если диаметр обсадной колонны 219 мм, толщина стенки труб 12 мм, глубина спуска обсадной колонны 2500 м.

Решение. По табл. 113 вес обсадной колонны составляет 1,57 МН. Определяем площадь сечения труб

$$F = 0,785(D_{НАР}^2 - d_{ВН}^2), \quad (178)$$

где $D_{НАР}$ - наружный диаметр обсадных труб; $d_{ВН}$ - внутренний диаметр обсадных труб, см

$$F = 0,785(21,91^2 - 19,51^2) = 78,04 \text{ см}^2.$$

Рассчитываем удлинение обсадной колонны по формуле

$$\lambda = QL/EF, \quad (179)$$

где Q – вес обсадной колонны, МН; L – длина колонны, м; E – модуль упругости, МПа; F – площадь поперечного сечения трубы, м²

$$\lambda = \frac{1,57 \cdot 2500}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 78,04 \cdot 10^{-4}} = 2,39 \text{ м.}$$

Задача 85. Определить, на сколько разгрузится обсадная колонна диаметром 219 мм, а если спускать ее с обратным клапаном без долива в скважину глубиной 2000 м, заполненную буровым раствором плотностью 1,25 г/см³; толщина стенки обсадных труб 9 мм.

Решение. По табл. 113 вес обсадной колонны $Q_1 = 964000 \text{ Н} = 0,964 \text{ МН}$. Определяем вытесняемый объем бурового раствора по формуле

$$V_1 = \frac{\pi D_{НАР}^2}{4} L, \quad (180)$$

где $D_{НАР}$ - наружный диаметр обсадной колонны, м; L – длина колонны, м.

$$V_1 = 0,785 \cdot 0,2192^2 \cdot 2000 = 75,37 \text{ м}^3.$$

Находим массу вытесняемого объема бурового раствора по формуле

$$m_{Б.Р.} = V_1 \rho_{Б.Р.}, \quad (181)$$

где $\rho_{Б.Р.}$ - плотность бурового раствора, т/м³

$$m_{Б.Р.} = 75,37 \cdot 1,25 = 94,21 \text{ т.}$$

Вес бурового раствора

$$Q_2 = 94,21/100 = 0,9421 \text{ МН.}$$

Разгрузка обсадной колонны $Q_1 - Q_2 = 0,964 - 0,9421 = 0,0219 \text{ МН.}$

Задача 86. Определит разгрузку обсадной колонны диаметром 146 мм с толщиной стенки 10 мм, спускаемой в скважину глубиной 3000 м без обратного клапана; плотность бурового раствора в скважине 1,4 т/м³.

Решение. По табл. 113 определяем вес обсадной колонны $Q_1 = 1,029 \text{ МН.}$

Рассчитываем вес обсадной колонны в буровом растворе по формуле

$$Q_2 = Q_1(1 - \rho_{Б.Р.}/\rho_M),$$

(182)

где ρ_M - плотность материала труб, т/м³

$$Q_2 = 1,029(1 - 1,4/7,85) = 0,846 \text{ МН.}$$

Определяем, на сколько разгрузилась обсадная колонна:

$$Q_1 - Q_2 = 1,029 - 0,846 = 0,183 \text{ МН.}$$

Г л а в а IX БУРЕНИЕ НАКЛОННО-НАПРАВЛЕННЫХ СКВАЖИН

Скважины, в которых забой имеет определенное отклонение от вертикали, а ствол проводится по заранее заданной кривой, называются наклонно-направленными.

Наклонно направленные скважины следует бурить с минимальными затратами времени и средств. Проект на строительство наклонно-направленной скважины должен включать: обоснование выбора конфигурации профиля, расчет и построение профиля, определение допустимых отклонений ствола от проекта. Профиль наклонно-направленной скважины должен удовлетворять скоростному и качественному бурению, иметь минимальное число изгибов, быть технически выполнимым и экономически целесообразным.

Профили бывают двух типов: обычные и пространственные. Профили обычного типа представляют собой кривую линию, расположенную в одной вертикальной плоскости; профили пространственного типа представляют собой пространственную кривую линию.

ТИПЫ ПРОФИЛЕЙ НАКЛОННО-НАПРАВЛЕННЫХ СКВАЖИН И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИХ ПРИМЕНЕНИЮ

Профиль типа А (рис. 11) состоит из трех участков: вертикального 1, участка набора угла наклона ствола 2 и прямолинейного наклонного участка 3. Профиль этого типа рекомендуется применять при бурении неглубоких скважин на однопластовые месторождения, если предполагается большое смещение забоя. Он позволяет ограничить до минимума время работы с отклонителем, получить наибольшее отклонение от вертикали при наименьшем угле наклона ствола, эксплуатировать скважины без затруднений.

Профиль типа Б (см. рис. 11) отличается от профиля типа А тем, что вместо прямолинейного наклонного участка имеется участок естественного снижения угла наклона 3. Профиль этого типа рекомендуется применять в районах, где естественное снижение угла наклона невелико, и для больших глубин скважин, когда стабилизация угла наклона затруднена. Он требует набора значительно большего угла наклона ствола, длина второго участка (набора кривизны) будет больше, а значит увеличится время работы с отклонителем.

Профиль типа В (см. рис. 11) состоит из пяти участков: вертикального 1, участка набора угла наклона ствола 2, прямолинейного наклонного участка 3, участка снижения угла наклона 4 и вертикального 5. Его рекомендуется применять при проходке глубоких скважин, требующих пересечения стволом нескольких продуктивных горизонтов. Это наиболее сложный профиль.

Профиль типа Г (см. рис. 11) отличается от профиля В тем, что в нем участки 3 и 4 заменены участком самопроизвольного падения угла наклона 3. Рекомендуется применять при бурении глубоких скважин, в которых возможны отклонения в нижней части ствола скважины.

Профиль типа Д (см. рис. 11) состоит из вертикального участка 1 и участка набора угла наклона ствола 2. Профиль характеризуется большой длиной второго участка. Рекомендуется его применять, если необходимо выдержать заданные углы входа в пласт и вскрыть небольшую толщину пласта.

ВЫБОР, РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ ОБЫЧНОГО ТИПА

Для расчета любого профиля необходимо иметь следующие данные: глубину скважины по вертикали, отклонение забоя скважины от вертикали, длину первого вертикального участка, азимут наклонного ствола.

Расчет профиля сводится к определению максимального угла наклона ствола, вертикальных и горизонтальных проекций профиля (рис. 12, а - д). Необходимые расчетные формулы приведены в табл. 132.

Длина первого вертикального участка должна быть не менее 40 – 50 м, окончание его следует по возможности приурочить к пластам средне крепости, где за один рейс долота можно набрать угол наклона 5 – 6°. С целью экономии затрат времени на ориентированный спуск инструмента длина первого вертикального участка для профилей типа А – Г должна быть минимальной, а для профиля типа Д – максимальной.

Если начало искривления ствола можно приурочить к породам, слагающим разрез скважины сразу после башмака кондуктора, то это начало необходимо предусмотреть через интервал, равный величине проходки на долото после спуска кондуктора (чтобы не повредить башмак кондуктора при работе с отклонителем).

Величину расчетного радиуса искривления необходимо сравнить с величиной минимально возможного радиуса искривления.

Элементы профиля	Тип профиля					
	А (рис. 12, а)			Б (рис.12, б)		
	Длина, м	Горизонтальная проекция	Вертикальная проекция	Длина, м	Горизонтальная проекция	Вертикальная проекция
Максимальный угол наклона ствола	$\alpha = \arccos \frac{R(R-A) + H\sqrt{H^2 + A^2 - 2AR}}{(R-A)^2 + H^2}$			$\alpha = 90 - (\gamma - \beta); \quad \beta = \arctg \frac{A - R_1}{H - H_B};$ $\gamma = \arccos \frac{1}{2} \frac{(A - R_1)^2 + H_P^2 + R_1(R_0 + R_2)}{R_0 \sqrt{(A - R_1)^2 + H_P^2}}$ <p style="text-align: center;">где $R_0 = R_1 + R_2; \quad H_P = H - H_B$</p>		
Первый вертикальный участок	$l_1 = H_B$	-	H_B	$l_1 = H_B$	-	H_B
Участок набора угла наклона ствола	$l_2 = 0,01745 R \alpha$	$a = R(1 - \cos \alpha)$	$h = R \sin \alpha$	$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha$	$a = R_1(1 - \cos \alpha)$	$h = R_1 \sin \alpha$
Прямолинейный наклонный участок	$l_3 = H' / \cos \alpha$	$A' = H' \operatorname{tg} \alpha$	$H' = H_0 - (H_B + h)$	-	-	-
Участок снижения угла наклона	-	-	-	$l_3 = 0,01745 R_2 \alpha'$	$a_1 = R_2(\cos \alpha - \cos \alpha')$	$H_1 = R_2(\sin \alpha - \sin \alpha')$
Длина ствола по профилю	$L = l_1 + l_2 + l_3$	$A = a + A'$	$H_0 = H_B + h + h'$	$L = l_1 + l_2 + l_3$	$A = a + a_1$	$H_0 = H_B + h + H_1$
Максимальный угол наклона ствола	В (рис. 12, в)			Г (рис. 12, г)		
	$\alpha = \arcsin \frac{R_0 H - (R_0 - A)\sqrt{H^2 - A - (2R_0 - A)}}{(H^2 + R_0^2) - A(2R_0 - A)};$			$\alpha = \arccos \left(1 - \frac{A}{R_1 + R_2} \right)$		
Первый вертикальный	$R_0 = R_1 + R_2; \quad H = H_0 - H_B - H_3$					

	$l_1 = H_B$	-	H_B	$l_1 = H_B$	-	H_B
	$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha$	$a_1 = R_1 (1 - \cos \alpha)$	$h = R_1 \sin \alpha$	$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha$	$a_1 = R_1 (1 - \cos \alpha)$	$h = R_1 \sin \alpha$
	$l_3 = H_1 / \cos \alpha$	$a_2 = H_1 \operatorname{tg} \alpha$	$H_1 = H_0 - H_B -$ $H_3 - (R_1 + R_2)$ $\sin \alpha$	-	-	-
	$l_4 = 0,01745 R_2 \alpha$	$a_3 = R_2 (1 - \cos \alpha)$	$H_2 = R_2 \sin \alpha$	$l_3 = 0,01745 R_2 \alpha$	$a_2 = R_2 (1 - \cos \alpha)$	$H_1 = R_1 \sin \alpha$
участок	$l_5 = H_3$	-	H_3	$l_4 = H - H_B -$ $h - H_1 - h_B$	-	$h_B = l_4$
Участок набора угла наклона ствола	$L = l_1 + l_2 + l_3 +$ $+ l_4 + l_5$	$A = a_1 + a_2 + a_3$	$H_0 = H_B + h +$ $H_1 + H_2 + H_3$	$L = l_1 + l_2 + l_3 +$ $+ l_4$	$A = a_1 + a_2$	$H = H_B + h +$ $H_1 + h_B$
Прямолинейный наклонный участок		Д (рис. 12, д)				
		$\alpha = \arccos(1 - A/R)$				
Участок снижения угла наклона	$l_1 = H_B$	-	H_B			
Второй вертикальный участок	$l_2 = 0,01745 R \alpha$	$A = R (1 - \cos \alpha)$	$h = R \sin \alpha$			
Длина ствола по профилю	$L = l_1 + l_2$	A	$H_0 = H_B + h$			

Т а б л и ц а 133

Геологическая область	Тип скважин		Эксплуатационные скважины глубиной L, м							
	поисковые	разведочные	До 2000		2000-2500		2500-3000		3000	
			Минимальные расстояния между скважинами s, м							
			> 200	≤200	>200	≤200	>200	≤200	>200	≤200
Платформенная	10 % s, ≤ 5 % L	10 % s, ≤ 5 % L	10 % s	10 % s	12 % s	12 % s	15 % s	15 % s	20 % s	20 % s
Складчатая	5 % L	10 % s, ≥ 20 м		15 % s, ≥ 20 м		20 % s, ≥ 30 м		25 % s, ≥ 40 м		30 % s, ≥ 50 м

П р и м е ч а н и е. L – проектная глубина скважины

Выбранный радиус искривления необходимо принимать на 5 – 10 % больше его теоретической величины, так как фактический интервал работы с отклонителем увеличивается из-за неточности установки отклонителя при зарезке наклонного участка ствола и при последующих рейсах долота. Угол наклона ствола на прямолинейном наклонном участке всегда должен быть более 10 - 12°.

В профилях типа В минимальная длина второго вертикального участка (пятого по порядку) должна быть равной расстоянию между кровлей верхнего и подошвой нижнего продуктивных горизонтов (если стволом предполагается вскрыть несколько пластов). Длину этого участка следует увеличить примерно на 5 – 10 % от минимальной, учитывая, что над находится участок, где работы будут проводится с отклонителем и возможны ошибки как по азимуту, таки по углу наклона ствола.

Порядок проектирования профиля:

1) детально изучаем данные по ранее пробуренным скважинам, устанавливаем закономерности искривления стволов, изменение азимута, влияние различных факторов на изменение угла и азимута искривления;

2) с помощью структурной карты, на которой нанесено положение устья и забоя проектируемой скважины, определяем исходные данные для расчета профиля: вертикальную и горизонтальную проекции ствола и азимут искривления;

3) в соответствии с условиями проходки выбираем тип профиля;

4) устанавливаем длину вертикальных участков (одного – для профилей типа А, Б, Г, Д и двух – для профиля типа В);

5) выбираем компоновку низа бурильной колонны и определяем интенсивность изменения угла искривления (или наоборот);

6) по величине интенсивности изменения угла искривления определяем радиусы и сравниваем их с минимально допустимыми; темп снижения угла искривления принимаем по данным практики;

7) определяем максимальный угол наклона ствола скважины и проекции все участков ствола на горизонтальную и вертикальную плоскости. Если угол искривления ствола задан, то определяем значения радиуса искривления и интенсивность угла искривления;

8) на основании расчетных данных строим проектный профиль ствола скважины.

По окончании расчета профиля на миллиметровой бумаге строим горизонтальную и вертикальную проекции в масштабах: горизонтальную проекцию – 1:200, 1:400 или 1:500; вертикальную проекцию – 1:1000 или 1:2000.

Горизонтальную проекцию строим следующим образом: выбираем точку, которая будет являться устьем скважины и через нее в направлении заданного азимута проводим прямую линию и от выбранной точки на ней откладываем в соответствующем масштабе отрезок, равный длине смещения забоя от вертикали. Из конца отрезка радиусом того же масштаба проводим окружность, ограничивающую допуск на отклонение забоя от заданного положения. Нормы допустимых отклонений забоев скважин от проекта приведены в табл. 133.

Из точки, принятой за устье скважины, проводим две линии, касательные к окружности.

Вертикальную проекцию строим на том же листе миллиметровой бумаги. Проводим оси координат. На вертикальной оси от начала координат вниз в масштабе откладываем отрезок, равный глубине наклонной скважины по вертикали.

На этом отрезке наносим конечные точки отдельных участков профиля, а затем точки соединяем: на прямолинейных участках – по прямой, на участках искривления – по дуге радиусом, определяем расчетом.

Задача 89. Выбрать, рассчитать и поострить профиль наклонно-направленной разведочной скважины при следующих условиях: скважина

должна вскрыть один продуктивный горизонт, естественное искривление ствола незначительное. Конструкция скважины (табл. 134).

Решение. В связи с тем, что скважина предназначена для вскрытия одного продуктивного пласта и углы падения пластов небольшие, принимаем профиль типа А (см. рис.12, а).

Тип колоны	Диаметр колонны, м	Глубина спуска, м
Направление	324	5
Кондуктор	245	250
Эксплуатационная колонна	146	1800

Определяем исходные данные для расчета. Азимут искривления ствола и длину проекции ствола на горизонтальную плоскость определяем на структурной карте месторождения (рис. 13). Азимут может быть измерен при помощи транспорта непосредственно на карте. При этом необходимо учесть поправку на направление, равную алгебраической сумме угла сближения меридианов и склонения магнитной стрелки. В данном случае $\phi = 150^\circ$. Длина проекции ствола на горизонтальную плоскость равна расстоянию между положением устья и забоя скважины, измеренную в масштабе карты, и в нашем случае $A = 500$ м.

Длину первого вертикального участка выбираем, исходя из геологического разреза месторождения; окончание желательно приурочивать к пластам средней крепости.

Практически H_B принимается равной глубине спуска кондуктора плюс величина проходки на долото в этом интервале, чтобы не повредить башмак кондуктора при работе с отклонителем. В нашем случае $H_B = 250 + 50 = 300$ м.

Общая глубина скважины по вертикали определяется как сумма альтитуды устья скважины, отметки кровли продуктивного горизонта в точке его вскрытия, мощности пласта и глубины зумпфа (по вертикали), в нашем случае $H_0 = 1700$ м.

Определяем радиус искривления ствола скважины. Для набора кривизны принимаем следующую компоновку: долото диаметром 190,5 мм, турбобур Т12М3-170, кривой переводник с углом изгиба 2° и УБТ диаметром 146 м. Такая компоновка обеспечивает интенсивность набора угла искривления $1^\circ 20'$ на 10 м проходки.

Тогда

$$R = (57,3 / \Delta\alpha_{10}) 10,$$

(207)

где $\Delta\alpha_{10}$ - интенсивность набора кривизны на 10 м проходки.

$$R = (57,3 / 1,33) 10 = 430 \text{ м.}$$

Ввиду увеличения фактического интервала работы с отклонителем из-за неточности его установки рассчитанный радиус искривления принимается на 5 – 10 % больше его теоретической величины, т.е. $R = 480$ м. Этот радиус должен быть больше минимального.

Минимально возможный радиус искривления ствола, в который можно пропустить турбобур, при диаметре ствола, равном диаметру долота, рассчитывают по формуле

$$R_{\min} = \frac{167 l_T^2}{D_{\text{ДОЛ}} - d_T - k + f}, \quad (208)$$

где l_T - длина турбобура с долотом, м; $D_{\text{ДОЛ}}$ - диаметр долота, мм; d_T - диаметр турбобура, мм; k - минимальный зазор между корпусом турбобура и стенкой скважины, мм ($k = 5 \div 8$ мм); f - стрела прогиба турбобура, мм

$$f = 0,13 \cdot 10^7 q_T l_T^2 / EI_T, \quad (209)$$

где q_T - масса 1 см турбобура, кг; E - модуль Юнга, Н/см²; I_T - момент инерции поперечного сечения турбобура, см⁴

$$I_T = 0,049 d_T^4 = 0,049 \cdot 17^4 = 4092,5 \text{ см}^4;$$

$$f = 0,13 \cdot 10^7 \frac{1,23 \cdot 875^2}{2,1 \cdot 10^7 \cdot 4120} = 14,2 \text{ мм};$$

$$R_{\min} = \frac{167 \cdot 8,75^2}{190,5 - 170 - 6 + 14,2} = 445,5.$$

Таким образом, $R > R_{\min}$ ($480 > 445,5$).

Фактическая интенсивность набора кривизны

$$\Delta\alpha_{10} = \frac{57,3 \cdot 10}{480} = 1,19^\circ$$

Находим максимальный угол наклона ствола

$$\cos \alpha = \frac{R(R-A) + H \sqrt{H^2 + A^2} - 2AR}{(R-A)^2 + H^2}, \quad (210)$$

где R - радиус искривления набора кривизны, м; A - смещение забоя по вертикали, м; H - проекции второго и третьего участков ствола на вертикаль, м

$$\cos \alpha = \frac{480(480-500) + 1400 \sqrt{1400^2 + 500^2} - 2 \cdot 480 \cdot 500}{(480-500)^2 + 1400^2} = 0,934;$$

Определяем проекцию участка набора кривизны:

на горизонтальную плоскость

$$a = R(1 - \cos \alpha) = 480(1 - 0,934) = 31,7 \text{ м};$$

на вертикальную плоскость

$$h = R \sin \alpha = 480 \cdot 0,358 = 172 \text{ м}.$$

Определяем проекцию прямолинейного наклонного участка на вертикальную плоскость

$$H' = H_0 - (H_B + h) = 1700 - (300 + 172) = 1228 \text{ м}.$$

Рассчитываем длину участка набора кривизны

$$l_2 = 0,01745 R \alpha = 0,01745 \cdot 480 \cdot 21 = 176 \text{ м.}$$

Находим длину прямолинейного наклонного участка

$$l_3 = H' / \cos \alpha = 1228 / 0,934 = 1315 \text{ м.}$$

Определяем горизонтальную проекцию прямолинейного наклонного участка

$$A' = H' \operatorname{tg} \alpha = 1228 \cdot 0,384 = 470 \text{ м.}$$

Суммарная фактическая длина отклонения составит

$$A_{\phi} = a + A' = 31,7 + 470 = 501,7 \text{ м.}$$

Находим погрешность в определении угла наклона

$$\Delta \alpha = \operatorname{arctg} \frac{(A - A_{\phi})}{l_3} \cos \alpha = \operatorname{arctg} \frac{1,7 \cdot 0,934}{1315} = 0^{\circ} 5'.$$

Погрешность находится в пределах точности измерений инклинометрами; значит, расчет сделан правильно.

Определяем длину ствола по профилю

$$L = l_1 + l_2 + l_3 = 300 + 176 + 1315 = 1791 \text{ м.}$$

По данным расчета строим в масштабе профиль ствола скважины (рис. 14, а, б).

Горизонтальную проекцию профиля строим так: на листе миллиметровой бумаги выбираем точку О, которую принимаем за устье наклонной скважины (верхняя кромка миллиметрового листа соответствует северной стороне). При помощи транспортира через эту точку в направлении проектного азимута (150°) проводим прямую линию и от выбранной точки О на ней откладываем отрезок АЕ, равный длине отклонения забоя от вертикали в принятом масштабе (1:200, 1:400 или 1:500), т.е. $OO^1 = AE = 500 \text{ м}$. Из точки O^1 (рис. 14, а) радиусом 90 м в этом же масштабе проводим окружность, ограничивающую допуск на отклонение забоя от заданного положения (круг допуска). Радиус для данной скважины должен быть не более 5 % глубины скважины,

т.е. 90 м (см. табл. 133). Две касательные линии, проведенные от точки О, к кругу допуска, образуют конус допусков.

Затем на этом же листе миллиметровой бумаги проводим оси координат. От начала координат вниз на вертикальной оси откладываем отрезок, равный вертикальной проекции ствола скважины $OA = H^0 = 1700$ м в масштабе 1:1000 или 1:2000. На этом отрезке откладываем расстояния $OB = 300$ м и $BC = 172$. Из точки С проводим горизонтальную линию и на ней откладываем отрезок $CD = 31,7$ м; из точки А проводим горизонтальную линию и на ней откладываем отрезок $AE = 500$ м. Точки О и В, D и Е соединяем прямой, а В и С – по дуге окружности радиуса 480 м (рис. 14, б). По табл. 13, 136 приведены поинтервальные значения углов наклона скважины.

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Средний угол искривления интервала, градус	Отклонение забоя за интервал $x = l \sin \alpha_{CP}$, м	Общее отклонение забоя скважины, м
0-300	300	0	0	0
300-350	50	2,98	2,59	2,59
350-400	50	8,94	7,76	10,35
400-450	50	14,9	12,85	23,20
450-476	26	19,44	8,58	31,78
476-500	24	21	8,58	40,36
500-1791	1291	21	461,4	501,76

Т а б л и ц а 135

Т а б л и ц а 136

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Угол искривления скважины в конце интервала, градус	Азимут, градус
0-300	300	0	
300-350	50	5,96	150
350-400	50	11,92	150
400-450	50	17,88	150
450-476	26	21,00	150
476-500	24	21,00	150
500-179	1291	21,00	150

Примечание. Углы искривления скважины на втором участке, условно разделенном на отдельные интервалы по 50 м, определены из условия, что увеличение искривления прямо пропорционально глубине.

Задача 90. Рассчитать и построить профиль типа А (см.12, а) для бурения наклонной скважины глубиной (по вертикали) 2100 м и со смещением забоя 300 м. Интенсивность набора кривизны на 100 м проходки составляет 12° , максимальный угол наклона скважины 25° . Длина первого вертикального участка не ограничивается. Методика расчета упрощена.

Решение. Определяем длину участка набора угла наклона ствола по формуле

$$l_2 = \frac{\alpha_n - \alpha_{n-1}}{\Delta\alpha_{100}} 100,$$

(211)

где α_n - угол наклона ствола в конце участка, градусы; α_{n-1} - угол наклона ствола в начале участка, градусы; $\Delta\alpha_{100}$ - интенсивность набора кривизны на 100 м проходки, градусы.

Тогда

$$l_2 = (25/12) \cdot 100 = 208 \text{ м.}$$

Рассчитываем вертикальную проекцию участка набора кривизны

$$h = \frac{l_2 \sin \alpha}{\frac{\pi}{180} \alpha} = \frac{208 \sin 25^\circ}{\frac{\pi}{180} 25} = \frac{208 \cdot 0,4230}{0,01745 \cdot 25} = 202 \text{ м.}$$

Находим отклонение ствола скважины на участке набора кривизны (горизонтальную проекцию)

$$a = h \operatorname{tg} \alpha / 2 = 202 \operatorname{tg} 12^\circ 30' = 202 \cdot 0,2217 = 44,7 \text{ м.}$$

Определяем радиус искривления скважины

$$R = h / \sin \alpha = 202 / \sin 25^\circ = 202 / 0,423 = 477 \text{ м.}$$

Вычисляем горизонтальную проекцию прямолинейного наклонного участка

$$A' = 300 - a = 300 - 44,7 = 255,3 \text{ м.}$$

Определяем длину наклонного прямолинейного участка

$$l_3 = A' / \sin \alpha = 255,3 / 0,423 = 603 \text{ м.}$$

Рассчитываем вертикальную проекцию прямолинейного наклонного участка

$$H' = A' / \operatorname{tg} \alpha = 255,3 / \operatorname{tg} 25^\circ = 255,3 / 0,466 = 545 \text{ м.}$$

Длина первого вертикального участка

$$l_1 = H_0 - (h + H') = 2100 - (202 + 545) = 1353 \text{ м.}$$

Тогда длина скважины по профилю

$$L = l_1 + l_2 + l_3 = 1353 + 208 + 603 = 2164 \text{ м.}$$

По данным расчета строим профиль ствола скважины (рис. 14, в).

На вертикальной линии откладываем отрезки $AB = H_0 = 2100$ м, $AC = l_1 = 1353$ м, $CD = h = 202$ м. Через точки C, D, B проводим горизонтальные линии. Отложим на линии, проходящей через точку C, отрезок $R = 477$ м; на линии, проходящей через точку D, отрезок $DE = a = 44,7$ м и на линии, проходящей через точку B, отрезок $BF = A = 300$ м.

Из точки O радиусом 477 м описываем дугу. Точки E и F соединяем прямой EF до касания в другой точке E. Ломанная линия ACEF представляет собой проектный профиль ствола скважины.

Задача 91. Рассчитать и построить профиль типа Б (см. рис. 12, б), если вертикальная проекция ствола скважины 1350 м, горизонтальная проекция 420 м, длина первого вертикального участка 200 м, азимут наклонного ствола 100° .

Решение. Для бурения скважины применяют следующую компоновку: долото диаметром 244,5 мм, турбобур Т12М3-215, кривой переводник с углом изгиба $1^\circ 30'$ и УБТ диаметром 178 мм. Данная компоновка обеспечивает интенсивность набора угла наклона $1^\circ 10'$ ($1,166^\circ$) на 10 м проходки.

Тогда радиус искривления участка набора кривизны определяется по формуле

$$R_1 = (57,3 / \Delta\alpha_{10}) 10,$$

где $\Delta\alpha_{10}$ - интенсивность набора угла наклона на 10 м проходки, градусы

$$R_1 = 57,3 \cdot 10 / 1,166 = 490 \text{ м.}$$

Радиус искривления увеличиваем на 5 %, так как увеличивается фактический интервал работы с отклонителем из-за неточности установки отклонителя, т.е. $R_1 = 515$ м.

Этот радиус должен быть больше минимального, который определяется по формуле

$$R_{\min} = \frac{167 l_T^2}{D_{\text{доп}} - d_T - R + f},$$

где $f = 0,13 \cdot 10^7 q_T \frac{l_T^2}{F I_T}$;
(Обозначения см. в задаче 93).
 $I_T = 0,049 \cdot 21,5^4 = 10300$ см⁴ ;

$$f = 0,13 \cdot 10^7 \cdot 1,85 \frac{950^2}{2,1 \cdot 10^7 \cdot 10300} = 10 \text{ мм};$$

$$R_{\min} = \frac{167 \cdot 9,5^2}{244,5 - 215 - 6 + 10} = 450 \text{ м.}$$

Таким образом, $R_1 > R_{\min}$, так как $515 > 450$. Фактическая интенсивность набора угла наклона $\frac{57,3 \cdot 10}{515} = 1,11^\circ$. На основании данных практики радиус снижения угла наклона принимаем равным 1200 м, что соответствует темпу снижения угла наклона на 10 м проходки

$$\Delta \alpha_{10} = 57,3 \cdot 10 / 1200 = 0,477 = 0^\circ 29'.$$

Строим предварительно профиль в любом масштабе. На прямой линии откладываем отрезок ВС (рис. 15, а), равный вертикальной проекции ствола скважины $H = 1350$ м и отрезок ВК, равный длине первого вертикального участка $H_B = 200$ м. Из точек К и С проводим прямые, перпендикулярные к линии ВС, на которых откладываем отрезки $CO_1 = R_1 = 515$ м и $CO_2 = A = 420$ м.

Из точки O_1 радиусом $R_0 = R_1 + R_2 = 515 + 1200 = 1715$ м и из точки O_2 радиусом $R_2 = 1200$ м циркулем делаем засечки. Точки их пересечения дадут центр O_3 окружности, по дуге которой должен происходить спад кривизны. Если масштаб большой, то необходимые углы можно измерить по чертежу.

$$\alpha = 90^\circ - (\gamma - \beta);$$

$$\gamma = \arccos \frac{1}{2} \left[\frac{(A - R_1)^2 + (H - H_B)^2 + R_1(R_0 + R_2)}{R_0 \sqrt{(A - R_1)^2 + (H - H_B)^2}} \right] =$$

$$= \arccos \frac{1}{2} \left[\frac{(420 - 515)^2 + (1350 - 200)^2 + 515(1715 + 1200)}{1715 \sqrt{(420 - 515)^2 + (1350 - 200)^2}} \right] =$$

$$\approx \arccos \frac{1}{2} \left[\frac{9025 + 1322500 + 1501225}{1980825} \right] = 44^\circ 30'$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{A - R_1}{H - H_B} = \operatorname{arctg} \frac{420 - 515}{1350 - 200} = -4^\circ 40'.$$

После подстановки значений γ и β получаем

$$\alpha = 90^\circ - (44^\circ 30' + 4^\circ 40') = 40^\circ 50', \text{ Принимаем } \alpha = 41^\circ.$$

Определяем угол входа в пласт

$$\alpha'' = \arcsin \left[\frac{R_0 \sin \alpha - (H - H_B)}{R_2} \right] = \arcsin \left[\frac{1715 \sin 41^\circ - (1350 - 200)}{1200} \right] = -1^\circ 12'.$$

Рассчитываем длины участков профиля и его проекции.

Участок набора кривизны:

длина

$$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha = 0,01745 \cdot 515 \cdot 41 = 368 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a = R_1 (1 - \cos \alpha) = 515 (1 - \cos 41^\circ) = 126 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$h = R_1 \sin \alpha = 515 \cdot 0,656 = 338 \text{ м}.$$

Участок снижения кривизны:

длина

$$l_3 = 0,01745 R_2 \alpha'; \quad \alpha' = \alpha - \alpha'' = 41^\circ + 1^\circ 12' = 42^\circ 12';$$

$$l_3 = 0,01745 \cdot 1200 \cdot 422 = 833 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a_1 = R_2 (\cos \alpha - \cos \alpha') = 1200 (\cos 41^\circ - \cos 42^\circ 12') = 294 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$H_1 = R_2 (\sin \alpha - \sin \alpha') = 1200 (\sin 41^\circ - \sin 42^\circ 12') = -812 \text{ м};$$

Длина ствола по профилю

$$L = l_1 + l_2 + l_3 = 200 + 368 + 883 = 1451 \text{ м}.$$

Горизонтальная проекция ствола

$$A = a + a_1 = 126 + 294 = 420 \text{ м},$$

что не отличается от проектного значения.

Вертикальная проекция ствола

$$H = H_B + h + H_1 = 200 + 338 + 812 = 1350 \text{ м}.$$

На основании расчетных данных на профиле указываем координаты характерных точек и составляем таблицу (табл. 137).

Т а б л и ц а 137

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Угол искривления, градус			Отклонение забоя за интервал, м $x = l \cdot \sin \alpha_{CP}$	Среднее отклонение забоя скважины, м
		В начале интервала	В конце интервала	Средний за интервал		
0-200	200	0	0	0	0	0
200-300	100	0	11,10	5,55	9,67	9,67
300-400	100	11,10	22,20	16,65	28,65	38,32

400-500	100	22,20	33,40	27,80	46,64	84,96
500-568	68	33,40	41,00	37,20	40,80	125,76
568-668	100	41,00	36,23	38,61	62,41	188,17
668-768	100	36,23	31,46	33,84	55,67	243,74
768-868	100	31,46	26,69	29,07	48,58	292,32
868-968	100	26,69	21,92	24,30	41,15	333,47
968-1068	100	21,92	17,15	19,53	33,43	366,90
1068-1168	100	17,15	12,38	14,76	25,48	392,38
1168-1268	100	12,38	7,61	9,99	17,36	409,74
1268-1368	100	7,61	2,84	5,22	9,06	418,80
1368-1451	83	2,84	-1,12	0,86	1,25	420,05

Пр и м е ч а н и е. Азимут равен 100°.

Задача 92. Рассчитать и построить типа Б (см. рис. 12, б) для бурения наклонной скважины глубиной 2400 по вертикали, если смещение забоя составляет 260 м, интенсивность набора кривизны 7° на 100 м проходки, интенсивность снижения кривизны 1,2° на 100 м проходки, угол искривления ствола скважины на забое 6°. Длина первого вертикального участка должна быть более 500 м.

Решение. Определяем максимальный угол искривления скважины по формуле

$$\cos \alpha = \frac{\Delta \alpha_C + \Delta \alpha_H \cos \delta - A \Delta \alpha_H \Delta \alpha_C}{\Delta \alpha_H + \Delta \alpha_C},$$

(212)

где $\Delta \alpha_H$ - интенсивность набора кривизны на 100 м проходки, градусы; $\Delta \alpha_C$ - интенсивность снижения кривизны на 100 м проходки, градусы; А – отклонение забоя скважины от вертикали, м; δ - угол искривления ствола скважины у забоя, градусы.

$$\cos \alpha = \frac{1,2 + 7 \cos 6^\circ - 260 \cdot 1,2 \cdot 7 \cdot 0,0001745}{8,2} = \frac{1,2 + 6,96 - 0,382}{8,2} = 0,948$$

$$\alpha = 18^\circ 30'.$$

Определяем вертикальную проекцию наклонной части ствола скважины

$$H_0 = \frac{5730}{\Delta \alpha_H + \Delta \alpha_C} [(\Delta \alpha_H + \Delta \alpha_C) \sin \alpha - \Delta \alpha_H \sin \delta] =$$

$$= \frac{5730}{1,2 + 7} [(7 + 1,2) \sin 18^\circ 30' - 7 \sin 9^\circ 15'] = 700(2,6 - 1,12) = 1070 \text{ м.}$$

Определяем длину вертикальной скважины

$$l_1 = H - H_0 = 2400 - 1070 = 1330 \text{ м.}$$

Определяем длину ствола скважины по профилю

$$L = l_1 + l_2 + l_3$$

$$l_2 = (\alpha / \Delta \alpha_H) 100$$

$$l_2 = (18,5 / 7) 100$$

$$l_3 = \frac{(\alpha - \delta) 100}{\Delta \alpha_C} = \frac{(18,5 - 6) 100}{1,2} = 1040 \text{ м.}$$

$$L = 1330 + 264 + 1040 = 2634 \text{ м.}$$

Определяем вертикальную проекцию участка набора кривизны

$$h = \frac{100 \sin \alpha}{\Delta \alpha_H \cdot 0,01745} = \frac{100 \sin 18^\circ 30'}{7 \cdot 0,01745} = 260 \text{ м.}$$

Вычисляем величину смещения забоя на участке набора кривизны

$$a = htg \alpha / 2 = 260 tg 9^\circ 15' = 42,3 \text{ м.}$$

Определяем горизонтальную проекцию участка снижения кривизны

$$a_1 = A - a = 260 - 42,3 = 217,7 \text{ м.}$$

Рассчитываем радиус дуги участка снижения кривизны

$$R_1 = \frac{100}{\Delta \alpha_H \cdot 0,01745} = \frac{100}{7 \cdot 0,01745} = 820 \text{ м.}$$

Определяем радиус дуги участка снижения кривизны

$$R_2 = \frac{100}{\Delta \alpha_C \cdot 0,01745} = \frac{100}{1,2 \cdot 0,01745} = 4780 \text{ м.}$$

Определяем элементы искривленного участка скважины по интервалам глубин, и результаты расчетов сводим в табл. 138.

Расхождение между заданной величиной отклонения забоя скважины и расчетной составляет 2,64 м (или 1 %), что вполне допустимо.

Строим профиль (рис. 15, б). Откладываем на вертикальной линии отрезки: АВ = Н = 2400 м, АС = l_1 = 1330 м, CD = h = 260 м. Из точки С проводим горизонтальную линию и на ней откладываем отрезок R_1 = 820 м. Из точки D проводим горизонтальную линию и на ней откладываем отрезок DE = a = 42,3 м, а из точки В – горизонтальную линию BF = A = 260 м. Из точки O_1 радиусом R_1 проводим дугу, соединяющую точки С и Е, а из точки O_2 радиусом R_2 = 4780 м – дугу, соединяющую точки Е и F. Точка O_2 находится на пересечении двух дуг окружностей, проведенных из точек Е и F радиусом R_2 . Ломаная линия ACEF представляет собой проектный профиль скважины.

Т а б л и ц а 138

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Угол искривления, градус		Отклонение забоя, м	
		В конце интервала	Средний за интервал	За интервал $x = l \cdot \sin \alpha_{CP}$	суммарное
0-1330	1330	0	0	0	0
1330-1430	100	7,0	3,50	6,10	6,10
1430-1530	100	14,0	10,50	18,22	24,32
1530-1594	64	18,5	16,25	17,90	42,22
1594-1694	100	17,3	17,90	30,74	72,96
1694-1794	100	16,1	16,70	28,74	101,70
1794-1894	100	14,9	15,50	26,72	128,42
1894-1994	100	13,7	14,30	24,70	153,12
1994-2094	100	12,5	13,10	22,67	175,79
2094-2194	100	11,3	11,90	20,62	196,41
2194-2294	100	10,1	10,70	18,57	214,98
2294-2394	100	8,9	9,50	16,50	231,48
2394-2494	100	7,7	8,30	14,44	245,92
2494-2594	100	6,5	7,10	12,36	258,28
2594-2634	40	6,0	6,25	4,36	262,64

Задача 93. Рассчитать и построить профиль типа В (см. рис.12, в), если вертикальная проекция ствола скважины составляет 2325 м, отклонение забоя скважины от вертикали 325 м, длина первого вертикального участка в соответствии с геологическими условиями 275 м, длина пятого вертикального участка 125 м, азимут искривления ствола 105°.

Решение. Для бурения второго участка применяем следующую компоновку: долото диаметром 244,5 мм, турбобур ТС4А-170, кривой переводник с углом изгиба 1° и УБТ диаметром 146 мм. Такая компоновка обеспечивает интенсивность набора угла наклона

$\Delta\alpha_{10} = 0,666^\circ$ на 10 м проходки. Тогда радиус искривления второго участка

$$R_1 = 57,3 \cdot 10 / \Delta\alpha_{10} = 573 / 0,666 = 860 \text{ м.}$$

С учетом увеличения на 5 % R_1 принимается равным 900 м. По результатам бурения в данном районе темп снижения угла искривления на 10 м проходки составляет 0,8°. Тогда радиус участка снижения угла наклона равен

$$R_2 = 57,3 \cdot 10 / \Delta\alpha_{10} = 573 / 0,8 = 716 \text{ м.}$$

С учетом увеличения на 5 % R_2 принимается равным 750 м. Принятые радиусы R_1 и R_2 должны быть большими минимальных, которые определяются по формуле

$$R_{\min} = \frac{167 l_T^2}{D_{\text{ДОП}} - d_T - k + f},$$

где

$$f = 0,13 \cdot 10^7 q_T \frac{l_T^2}{EI_T};$$

$$l_T = 0,049 d_T^4.$$

(Обозначения те же, что и в задаче 89.)

$$l_T = 0,049 \cdot 17^4 = 4120 \text{ см}^4;$$

$$f = 0,13 \cdot 10^7 \cdot 1,375 \frac{1478^2}{2,1 \cdot 10^7 \cdot 4120} = 34,6 \text{ мм};$$

$$R_{\min} = \frac{167 \cdot 1478^2}{244,5 - 170 - 5 + 34,6} = 350 \text{ м.}$$

Сравнивая принятые $R_1 = 900$ м и $R_2 = 750$ м с $R_{\min} = 350$ м, видим, что $R_1 > R_{\min}$ и $R_2 > R_{\min}$.

Находим необходимый угол наклона третьего участка ствола по формуле

$$\sin \alpha = \frac{R_0 H - (R_0 - A) \sqrt{H^2 - A(2R_0 - A)}}{(H^2 + R_0^2) - A(2R_0 - A)},$$

где $R_0 = R_1 + R_2 = 900 + 750 = 1650$ м; $H = H_0 - H_B - H_3 = 2325 - 275 - 125 = 1925$ м.

Тогда

$$\sin \alpha = \frac{1650 \cdot 1925 - (1650 - 325) \sqrt{1925^2 - 325(2 \cdot 1650 - 325)}}{(1925^2 + 1650^2) - 325(2 \cdot 1650 - 325)} = 0,1805;$$

$$\alpha = 10^{\circ} 24'$$

Определяем горизонтальные и вертикальные проекции остальных участков.

Участок набора угла наклона:

длина

$$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha = 0,01745 \cdot 900 \cdot 10,4 = 163 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a = R_1 (1 - \cos \alpha) = 900 (1 - \cos 10^{\circ} 24') = 14,77 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$h = R_1 \sin \alpha = 900 \sin 10^{\circ} 24' = 162 \text{ м}.$$

Участок поддержания угла наклона ствола (прямолинейный наклонный):

вертикальная проекция

$$H_1 = H_0 - H_B - H_3 - (R_1 + R_2) \sin \alpha = 2325 - 275 - 125 - (900 + 750) \sin 10^{\circ} 24' = 1628 \text{ м};$$

длина

$$l_3 = H_1 / \cos \alpha = 1628 / \cos 10^{\circ} 24' = 1655 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a_2 = H_1 \operatorname{tg} \alpha = 1628 \operatorname{tg} 10^{\circ} 24' = 298,1 \text{ м}.$$

Участок снижения угла наклона ствола:

длина

$$l_4 = 0,01745 R_2 \alpha = 0,01745 \cdot 750 \cdot 10,4 = 136 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a_3 = R_2 (1 - \cos \alpha) = 750 (1 - \cos 10^{\circ} 24') = 12,3 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$H_2 = R_2 \sin \alpha = 750 \sin 10^{\circ} 24' = 135 \text{ м}.$$

Длина ствола по профилю

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 = 275 + 163 + 1655 + 136 + 125 = 2354 \text{ м}.$$

Горизонтальная проекция ствола

$$A = a_1 + a_2 + a_3 = 14,77 + 298,1 + 12,3 = 325,17 \text{ м}.$$

Вертикальная проекция ствола

$$H_0 = H_B + h + H_1 + H_2 + H_3 = 275 + 162 + 1628 + 135 + 125 = 2325 \text{ м}.$$

Разница $325,17 - 325 = 0,17 \text{ м}$ – вполне допустимая величина. Строим профиль (рис.16, а). Горизонтальную проекцию профиля строим аналогично построению, описанному в задаче 89. Вертикальную проекцию строим следующим образом. На вертикальной линии откладываем отрезок, равный вертикальной проекции ствола

скважины $AB = H_0 = 2325 \text{ м}$. На этом отрезке откладываем расстояния: $AC = H_B = 275 \text{ м}$; $CD = h = 162 \text{ м}$; $DE = H_1 = 1628 \text{ м}$; $EF = H_2 = 135 \text{ м}$.

Из точек D, E, F и B проводим горизонтальные линии, перпендикулярные к AB, и на них соответственно откладываем отрезки $DK = a = 14,77 \text{ м}$; $EL = a_1 + a_2 = 312,8 \text{ м}$; $FM = A = 325,17 = BN$.

Из точек C и K радиусом $R_1 = 900 \text{ м}$ делаем засечки, точки их пересечения дадут центр O^1 окружности, по дуге которой должен происходить набор кривизны, а из точек L и M радиусом $R_2 = 750 \text{ м}$ делаем засечки, точки их пересечения дадут центр O^2 окружности, по дуге которой должен происходить спад ранее набранного угла наклона.

Точки К и L, М и N соединяем прямыми линиями KL и MN. Ломаная линия ACKLMN представляет собой профиль проектной наклонной скважины.

Определяем элементы искривленных участков скважины по интервалам глубин и результаты расчетов сводим в табл. 139.

Т а б л и ц а 139

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Угол искривления, градус		Отклонение забоя, м	
		В конце интервала	Средний за интервал	За интервал $x = l \cdot \sin \alpha_{CP}$	суммарное
0-275	275	0	0	0	0
275-375	100	0	6,36	5,55	5,55
375-438	63	6,36	10,40	8,98	14,53
438-538	100	10,40	10,40	18,05	32,58
538-638	100	10,40	10,40	18,05	50,63
638-738	100	10,40	10,40	18,05	68,68
738-838	100	10,40	10,40	18,05	86,73
838-938	100	10,40	10,40	18,05	104,78
938-1038	100	10,40	10,40	18,05	122,83
1038-1138	100	10,40	10,40	18,05	140,88
1138-1238	100	10,40	10,40	18,05	158,93
1238-1338	100	10,40	10,40	18,05	176,98
1338-1438	100	10,40	10,40	18,05	195,03
1438-1538	100	10,40	10,40	18,05	213,08
1538-1638	100	10,40	10,40	18,05	231,13
1638-1738	100	10,40	10,40	18,05	249,18
1738-1838	100	10,40	10,40	18,05	267,23
1838-1938	100	10,40	10,40	18,05	285,28
1938-2038	100	10,40	10,40	18,05	303,33
2038-2093	55	10,40	10,40	9,90	313,23
2093-2163	100	10,40	2,76	11,15	324,38
2193-2229	36	2,76	0	0,87	325,25
2229-2354	125	0	0	0	0

Примечание. в интервалах глубины 0 – 275 м и 2229 – 2351 м азимут равен нулю, во всех остальных интервалах 105°.

Задача 94. Рассчитать и построить профиль типа В (см. рис.12, в) по упрощенной методике, если глубина скважины по вертикали 2600 м, величина отклонения забоя от вертикали 280 м, длина первого вертикального участка 1000 м, интенсивность набора кривизны 6° на 100 м вертикальной проекции, интенсивность снижения кривизны 3° на 100 м вертикальной проекции, максимальный угол искривления скважины 15°. Нижний участок на протяжении 100 м должен быть вертикальным.

Решение. Определяем длину вертикальной проекции интервала набора угла искривления ствола скважины от нуля до 15°

$$l_H = \frac{\alpha_n - \alpha_{n-1}}{\Delta\alpha_{100}} 100$$

(213)

где α_n - кривизна ствола в конце участка, градусы; α_{n-1} - кривизна ствола в начале участка, градусы; $\Delta\alpha_{100}$ - интенсивность искривления ствола скважины на 100 м длины, градусы

$$l_H = \frac{15-0}{6} 100 = 250 \text{ м.}$$

Рассчитываем длину вертикальной проекции интервала снижения угла искривления ствола скважины

$$l_C = \frac{15-0}{3} 100 = 500 \text{ м.}$$

Тогда вертикальная проекция прямолинейного наклонного участка составит

$$l_{II} = 2600 - (1000 + 250 + 50 + 100) = 750 \text{ м.}$$

Определяем отклонении забоя ствола наклонной скважины по интервалам глубин по формуле

$$a = a_{n-1} + 100 \operatorname{tg} \frac{\alpha_n + \alpha_{n-1}}{2},$$

(214)

где α_{n-1} - отклонение забоя от вертикали предыдущего участка, м.
Интервал глубин:

$$\begin{aligned} & 0 - 1000 \text{ м} & a_1 = 0 & ; \\ & 1000 - 1100 \text{ м} & a_2 = a_1 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{6+0}{2} \right)^\circ = 0 + 100 \operatorname{tg} 3^\circ = 5,24 & ; \\ & 1100 - 1200 \text{ м} & a_3 = a_2 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{12+6}{2} \right)^\circ = 5,24 + 15,84 = 21,08 & \text{ м;} \\ & 1200 - 1250 \text{ м} & a_4 = a_3 + 50 \operatorname{tg} \left(\frac{15+12}{2} \right)^\circ = 21,08 + 12,00 = 33,08 & \text{ м;} \\ & 1250 - 2000 \text{ м} & a_5 = a_4 + 750 \operatorname{tg} 15^\circ = 33,08 + 201 = 234,08 & \text{ м;} \\ & 2000 - 2100 \text{ м} & a_6 = a_5 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{12+15}{2} \right)^\circ = 234,08 + 24,01 = 258,09 & \text{ м;} \\ & 2100 - 2200 \text{ м} & a_7 = a_6 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{9+12}{2} \right)^\circ = 258,09 + 18,53 = 276,62 & \text{ м;} \\ & 2200 - 2300 \text{ м} & a_8 = a_7 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{6+9}{2} \right)^\circ = 276,62 + 13,17 = 289,79 & \text{ м;} \\ & 2300 - 2400 \text{ м} & a_9 = a_8 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{3+6}{2} \right)^\circ = 289,79 + 7,87 = 297,66 & \text{ м;} \\ & 2400 - 2500 \text{ м} & a_{10} = a_9 + 100 \operatorname{tg} \left(\frac{0+6}{2} \right)^\circ = 297,66 + 2,67 = 300,28 & \text{ м;} \end{aligned}$$

$$2500 - 2600 \text{ м}$$

$$a_{11} = a_{10} + 0 = a_{10} = 300,28 \text{ м.}$$

Полученное суммарное смещение забоя (300,28 м) больше требуемого (280 м) на $300,28 - 280 = 20,28$ м, т.е. изменится начало искривления ствола скважины

$$h_0 = 1000 + \frac{20,28}{\text{tg } 15^\circ} = 1000 + 75,6 = 1075,6 \text{ м.}$$

Следовательно, величина прямолинейного наклонного участка уменьшится на 75,6 м, т.е. $750 - 75,6 = 674,6$ м.

Проводим перерасчет и результаты сводим в табл.140

Т а б л и ц а 140

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Угол искривления, градус		Отклонение забоя, м	
		В конце интервала	Средний за интервал	По тангенсу средней кривизны	суммарное
0 – 1075,6	1075,6	0	0	0	0
1075,6-1175,6	100,0	6	3,0	5,24	5,24
1175,6-1275,6	100,0	12	9,0	15,84	21,08
1275,6-1325,6	50,0	15	13,5	12,00	33,08
1325,6-2000,0	674,4	15	15,0	180,72	213,80
2000-2100	100,0	12	13,5	24,01	237,81
2100-2200	100,0	9	10,5	18,53	256,34
2200-2300	100,0	6	7,5	13,17	269,51
2300-2400	100,0	3	4,5	7,87	277,38
2400-2500	100,0	0	1,5	2,62	280,00
2500-2600	100,0	0	0	0	-

Для построения профиля скважины (рис.16, б) на вертикальной линии откладываем конечные величины интервалов из табл.140 (1075,6; 1175,6 и т.д.). Из каждой точки по горизонтали откладываем соответствующие им суммарные смещения (0; 5,24; 21,08 и т.д.). Точки В, С, D, Е и F, К, L, М, N, О соединяем плавной кривой, а точки Е и F, О и P прямой, сопряженной с верхней и нижней кривыми.

Задача 95. Рассчитать и построить профиль типа Г (см. рис. 12, г) для наклонной скважины глубиной 1800 м по вертикали с отклонением забоя по вертикали 500 м, если интенсивность набора кривизны 8° на 100 м проходки, длина первого вертикального участка 250 м, длина нижнего (четвертого) вертикального участка должна быть на менее 120 м.

Решение. Определяем радиус искривления второго участка

$$R_1 = 5730 / \Delta\alpha_{100} = 5730 / 8 = 716 \text{ м.}$$

Принимаем $R_1 = 720$ м.

Находим радиус снижения угла наклона на третьем участке

$$R_2 = 5730 / 4 = 1432 \text{ м. Принимаем } R_1 = 1440 \text{ м.}$$

Определяем величину необходимого угла наклона

$$\cos \alpha = 1 - \frac{A}{R_1 + R_2},$$

где А – величина смещения забоя от вертикали, м.

Тогда

$$\cos \alpha = 1 - \frac{500}{720 + 1440} = 0,768 \quad ; \quad \alpha \approx 39,8^\circ$$

Рассчитываем длину участков профиля и их горизонтальные и вертикальные проекции.

Участок набора угла наклона ствола скважины:

длина

$$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha = 0,01745 \cdot 720 \cdot 39,8 = 500 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a = R_1 (1 - \cos \alpha) = 720 (1 - \cos 39,8^\circ) = 720 \cdot 0,232 = 167 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$h = R_1 \sin \alpha = 720 \sin 39,8^\circ = 720 \cdot 0,641 = 461 \text{ м};$$

Участок снижения угла наклона ствола:

длина

$$l_3 = 0,01745 R_2 \alpha = 0,01745 \cdot 1440 \cdot 39,8^\circ = 1000 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a_2 = R_2 (1 - \cos \alpha) = 1440 \cdot 0,232 = 333 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$H_1 = R_2 \sin \alpha = 1440 \sin 39,8^\circ = 1440 \cdot 0,641 = 922 \text{ м}.$$

Вертикальный участок (четвертый):

длина

$$H_0 = H - H_B - h - H_1 = 1800 - 250 - 461 - 922 = 167 \text{ м};$$

вертикальная проекция $h_B = l_4 = 167 \text{ м}.$

Длина ствола по профилю

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 250 + 500 + 1000 + 167 = 1917 \text{ м}.$$

Проекция ствола:

горизонтальная

$$A = a_1 + a_2 = 167 + 333 = 500 \text{ м}.$$

вертикальная

$$H_0 = H_B + h + H_1 + h_B = 250 + 461 + 922 + 167 = 1800 \text{ м}.$$

Уклонение ствола скважины за счет кривизны

$$L_{\text{удл}} = L - H = 1917 - 1800 = 117 \text{ м}.$$

Для построения профиля скважины (рис.17) на вертикальной линии откладываем отрезки $AB = H = 250 \text{ м}$; $CD = h = 461 \text{ м}$; $DE = H_1 = 922 \text{ м}$ и $EB = h_B = 167 \text{ м}$.

Через точки С, D, E, В проводим горизонтальные линии и откладываем от точки С отрезок $CO_1 = R_1 = 720 \text{ м}$; от точки D – отрезок $DF = a_1 = 167 \text{ м}$; от точки E – отрезок $EK = A = 500 \text{ м}$; от точки К по направлению линии KE – отрезок $KO_2 = R_2 = 1440 \text{ м}$; от точки В – отрезок $BL = A = 500 \text{ м}$. Из точки O_1 описываем дугу радиусом R_1 , а из точки O_2 – дугу радиусом R_2 .

Ломаная линия АСFKL представляет собой профиль ствола наклонной скважины.

Задача 96. Рассчитать и построить профиль типа D (см. рис.12, д), если глубина скважины по вертикали составляет 1620 м, отклонение забоя о вертикали 135 м, длина первого вертикального участка 1000 м, азимут 140° .

Решение. Определяем вертикальную проекцию участка набора кривизны

$$h = H_0 - H_B = 1620 - 1000 = 620 \text{ м};$$

где H_0 - вертикальная проекция ствола скважины, м; H_B - длина первого вертикального участка, м.

Определяем радиус искривления ствола скважины по формуле

$$R = (h^2 + A^2) / 2A,$$

(215)

где A – отклонения забоя скважины по вертикали,

$$R = \frac{620^2 + 135^2}{2 \cdot 135} = 1491 \text{ м.}$$

Рассчитываем угол искривления скважины

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = A/h = 135/620 = 0,218 \quad ; \quad \alpha = 24^\circ 36'.$$

Определяем вертикальные и горизонтальные проекции профиля. Участок набора кривизны:

длина

$$l_2 = 0,01745 R_1 \alpha = 0,01745 \cdot 1491 \cdot 24,6 = 640 \text{ м};$$

горизонтальная проекция

$$a = R(1 - \cos \alpha) = 1491(1 - \cos 24^\circ 36') = 1491(1 - 0,9092) = 135,5 \text{ м};$$

вертикальная проекция

$$h = R \sin \alpha = 1491 \sin 24^\circ 36' = 1491 \cdot 0,4163 = 620 \text{ м.}$$

Длина ствола по профилю

$$L = l_1 + l_2 = 1000 + 640 = 1640 \text{ м.}$$

Вертикальная проекция ствола

$$H_0 = H_B + h = 1000 + 620 = 1620 \text{ м.}$$

Если, кроме вертикальной проекции ствола скважины, смещения забоя от вертикали, азимута и первого и вертикального участка, задан угол входа в пласт $\gamma=15^\circ$ (между осью ствола скважины и плотностью напластования) и известен угол падения пласта $\beta=20^\circ$ (составляемый плоскостью напластования с горизонтальной плоскостью), то угол наклона ствола и вертикали α в месте входа в пласт находим по формуле

$$\alpha = 90^\circ - \gamma - \beta = 90^\circ - 15^\circ - 20^\circ = 55^\circ.$$

Тогда радиус искривления скважины

$$R \frac{A}{1 - \cos \alpha} = \frac{135}{1 - \cos 55^\circ} = \frac{135}{1 - 0,574} = 317 \text{ м.}$$

При бурении данной скважины долотом диаметром 244,5 мм с турбобуром Т12МЗ-215 $R_{\min} = 450$ м (см. задачу 91). Поэтому необходимо увеличить радиус искривления ствола скважины до минимального, т.е. $R = 450$ м.

Значения отклонения ствола скважины от вертикали на различных глубинах и величины углов искривления на тех же глубинах приведены в табл. 141.

Т а б л и ц а 141

Интервал глубины, м	Длина интервала, м	Угол искривления, градус		Отклонение забоя, м	
		В конце интервала	Средний за интервал	За интервал $x = l \cdot \sin \alpha_{CP}$	суммарное
0-1000	1000	0	0	0	0
1000-1100	100	0	3,84	3,35	3,35
1100-1200	100	3,84	7,68	10,05	13,40
1200-1300	100	7,68	11,52	16,68	30,08
1300-1400	100	11,52	15,36	23,23	53,31
1400-1500	100	15,36	19,20	29,71	83,02
1500-1600	100	19,20	23,04	36,03	119,05
1600-1640	40	23,04	24,57	16,00	135,05

П р и м е ч а н и е. 1. Азимут составляет 140° .

2. $\Delta \alpha_{100} = 57,3 \cdot 10 / R = 573 / 1491 = 0,384^\circ$.

Строим профиль (рис.18). Горизонтальную проекцию строим аналогично описанной в задаче 89.

Для построения вертикальной проекции на вертикальной линии откладываем отрезок $AB = H_0 = 1620$ м, равный глубине наклонной скважины по вертикали. Далее наносим конечные точки определенных участков профиля: $AC = H_B = 1000$ м; $BD = A = 135$ м. Затем точки С и D соединяем по дуге радиусом $R = 1491$ м. Линия АСD будет представлять собой проектный профиль скважины.

- [Обзор](#)
- [Эксперименты в науке и промышленности](#)
- [Различия в методике](#)
- [Обзор](#)

- [Общие идеи](#)
- [Вычислительные проблемы](#)
- [Компоненты дисперсии, синтез деноминатора](#)
- [Выводы](#)
- [Дробные \$2^{**}\(k-p\)\$ факторные планы](#)
- [Основная идея](#)
- [Построение плана](#)
- [Разрешение плана](#)
- [Планы Плакетта - Бермана \(матрица Адамара\) для отсеивания](#)
- [Усиление разрешения плана методом инверсии](#)
- [Псевдонимы для взаимодействий: генераторы плана](#)
- [Разбиение на блоки](#)
- [Повторение плана](#)
- [Добавление центральных точек \(центроидов\)](#)
- [Анализ результатов эксперимента \$2^{**}\(k-p\)\$](#)
- [Графические опции](#)
- [Выводы](#)
- [Максимально несмешанные \$2^{**}\(k-p\)\$ планы](#)
- [Основная идея](#)
- [Критерий плана](#)
- [Выводы](#)
- [Планы \$3^{**}\(k-p\)\$, планы Бокса-Бенкена и смешанные 2-х и 3-х уровневые](#)

планы

- [Обзор](#)
- [Планирование экспериментов \$3^{**}\(k-p\)\$](#)
- [Пример плана \$3^{**}\(4-1\)\$ в 9 блоках](#)
- [Планы Бокса-Бенкена](#)
- [Анализ плана \$3^{**}\(k-p\)\$](#)
- [Дисперсионный анализ](#)
- [Графическое представление результатов](#)
- [Планы для факторов на 2-х и 3-х уровнях](#)
- [Центральные композиционные планы и нефакторные планы для](#)

поверхности отклика

- [Обзор](#)
- [Соображения относительно плана](#)
- [Альфа для ротатабельности и ортогональности](#)
- [Доступные стандартные планы](#)
- [Анализ центральных композиционных планов](#)
- [Подогнанная поверхность отклика](#)
- [Категоризованные поверхности отклика](#)
- [Планы на латинских квадратах](#)
- [Обзор](#)
- [Планы на латинских квадратах](#)
- [Анализ плана](#)
- [Очень большие планы, случайные эффекты, несбалансированные вложения](#)
- [Методы Тагучи: робастное планирование эксперимента](#)
- [Обзор](#)
- [Функции качества и потеря качества](#)
- [Отношения \(С/Ш\) сигнал/шум](#)
- [Ортогональные массивы](#)
- [Анализ планов](#)

- [Аккумуляционный анализ](#)
- [Выводы](#)
- [Планы для смесей и тернарные поверхности](#)
- [Обзор](#)
- [Треугольные координаты](#)
- [Тернарные поверхности и контуры](#)
- [Канонический вид полиномов для смесей](#)
- [Общие модели для смесей](#)
- [Стандартные планы экспериментов для смесей](#)
- [Ограничения снизу](#)
- [Ограничения сверху и снизу](#)
- [Анализ экспериментов для смесей](#)
- [Дисперсионный анализ](#)
- [Оценки параметров](#)
- [Псевдокомпоненты](#)
- [Графические опции](#)
- [Планы для поверхностей и смесей с ограничениями](#)
- [Обзор](#)
- [Планы для экспериментальных областей с ограничениями](#)
- [Линейные ограничения](#)
- [Алгоритм Пипеля и Сни](#)
- [Выбор точек эксперимента](#)
- [Анализ планов для поверхностей и смесей с ограничениями](#)
- [Построение D- и A-оптимальных планов](#)
- [Обзор](#)
- [Основные идеи](#)
- [Измерение эффективности плана](#)
- [Построение оптимальных планов](#)
- [Общие рекомендации](#)
- [Устранение вырожденности матрицы](#)
- [“Подправление” планов](#)
- [Ограниченные экспериментальные области и оптимальный план](#)
- [Специальные разделы](#)
- [Создание профиля предсказанного и желательного отклика](#)
- [Анализ остатков](#)
- [Преобразование Бокса-Кокса зависимых переменных](#)

Обзор

Эксперименты в науке и промышленности

Экспериментальные методы широко используются как в науке, так и в промышленности, однако нередко с весьма различными целями. Обычно основная цель научного исследования состоит в том, чтобы показать статистическую значимость эффекта воздействия определенного фактора на изучаемую зависимую переменную (подробнее о понятии статистической значимости см. в главе [Элементарные понятия статистики](#), т. I).

В условиях промышленного эксперимента основная цель обычно заключается в извлечении максимального количества объективной информации о влиянии изучаемых факторов на производственный процесс с помощью наименьшего числа дорогостоящих наблюдений. Если в научных приложениях методы [дисперсионного анализа](#) используются для выяснения реальной природы взаимодействий, проявляющейся во взаимодействии

факторов высших порядков, то в промышленности учет эффектов [взаимодействия](#) факторов часто считается излишним в ходе выявления существенно влияющих факторов.

Различия в методике

Указанное отличие приводит к существенному различию методов, применяемых в науке и промышленности. Если просмотреть классические учебники по дисперсионному анализу, например, монографии Винера (1962) или Кеппеля (1982), то обнаружится, что в них, в основном, обсуждаются планы с количеством факторов не более пяти (планы же с более чем шестью факторами обычно оказываются бесполезными: подробнее см. в разделе *Вводный обзор* главы [Дисперсионный анализ](#)). Основное внимание в данных рассуждениях сосредоточено на выборе общезначимых и устойчивых критериев значимости. Однако если обратиться к стандартным учебникам по экспериментам в промышленности (например, Бокс, Хантер и Хантер (1978); Бокс и Дрейпер (1987); Мейсон, Ганс и Гесс (1989); Тагучи (1987)), то окажется, что в них обсуждаются, в основном, многофакторные планы (например, с 16-ю или 32-мя факторами), в которых нельзя оценить эффекты взаимодействия, и основное внимание сосредоточивается на том получении несмещенных оценок главных эффектов (или, реже, взаимодействий второго порядка) с использованием наименьшего числа наблюдений.

Это сравнение можно продолжить, но после того как вы получите более подробную информацию о планировании промышленных экспериментов, различия станут еще более очевидны. Отметим, что глава [Дисперсионный анализ](#) содержит подробное обсуждение типичных вопросов, касающихся планирования эксперимента в научных исследованиях, а модуль Дисперсионный анализ системы STATISTICA представляет исчерпывающую реализацию общей линейной модели в дисперсионном и ковариационном анализе (как одномерном, так и многомерном). Разумеется, существует немало промышленных приложений, в которых с успехом используются обычные планы дисперсионного анализа, зарекомендовавшие себя в научных исследованиях. Для того, чтобы составить более общее впечатление о совокупности методов, объединенных понятием *Планирование эксперимента*, будет полезно обратиться к разделу *Вводный обзор* главы [Дисперсионный анализ](#).

Обзор

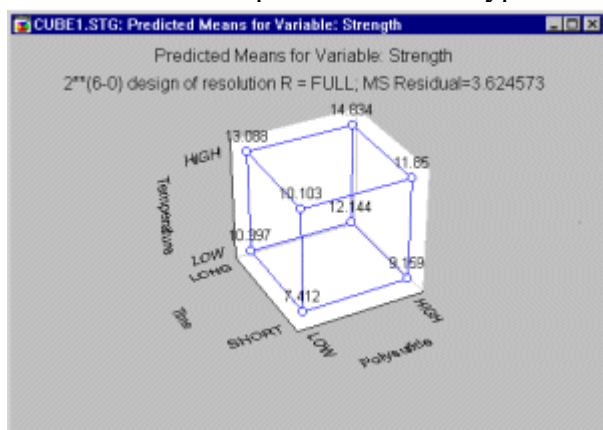
В следующих параграфах обсуждаются общие идеи и принципы, на которых основано планирование промышленных экспериментов, а также описываются используемые типы планов. Эти параграфы близки по своему характеру к вводным. Предполагается, что вы уже знакомы с основными идеями дисперсионного анализа и способами интерпретации главных эффектов и [взаимодействий](#). Мы рекомендуем перечитать раздел *Вводный обзор* главы [Дисперсионный анализ](#) перед тем, как продолжить чтение.

Общие идеи

Обычно любая машина или станок, используемый на производстве, позволяет операторам изменять различные настройки, влияя на качество производимого продукта. Эксперименты позволяют инженеру, ответственному за производство, улучшать настройки машины, а также выяснить какие факторы вносят наиболее важный вклад в качество продукции. Использование этой информации позволяет улучшить настройки системы, достигнув оптимального качества. Чтобы проиллюстрировать эти рассуждения ниже приводится несколько примеров.

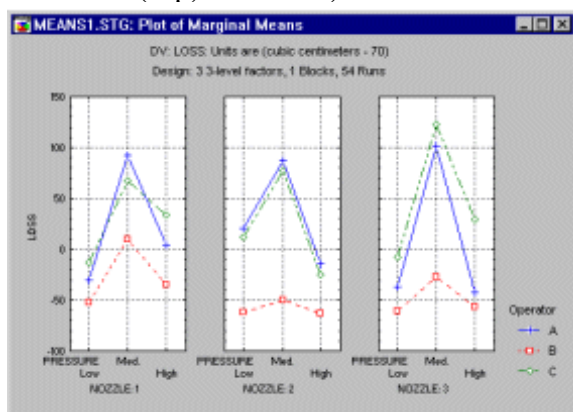
Пример 1: Производство красителей для ткани. В книге Бокса и Дрейпера (Бокс и Дрейпер (1987), стр. 115) рассказывается об эксперименте по производству некоторого красителя для ткани. В этом случае *качество* производимой продукции описывается насыщенностью, яркостью и стойкостью окрашенной ткани. Кроме того, необходимо уточнить, что надо изменять для получения красок различной насыщенности, яркости для удовлетворения потребительского спроса. Другими словами, в этом эксперименте нужно выявить факторы, наиболее заметно влияющие на яркость, насыщенность и стойкость

производимой краски. В примере Бокса и Дрейпера рассматривается 6 различных факторов, влияние которых оценивается с помощью плана $2^{**}(6-0)$ (объяснение обозначения $2^{**}(k-p)$ см. ниже). Результаты эксперимента показывают, что имеется три наиболее важных фактора: *Полисульфидный индекс*, *Время* и *Температура* (см. Бокс и Дрейпер (1987), стр. 116). Можно представить ожидаемое воздействие на интересующую нас переменную (в данном случае светостойкость окраски) в виде так называемой кубической диаграммы. Эта диаграмма показывает ожидаемую (предсказываемую) среднюю стойкость на верхних и нижних уровнях каждого из трех факторов.



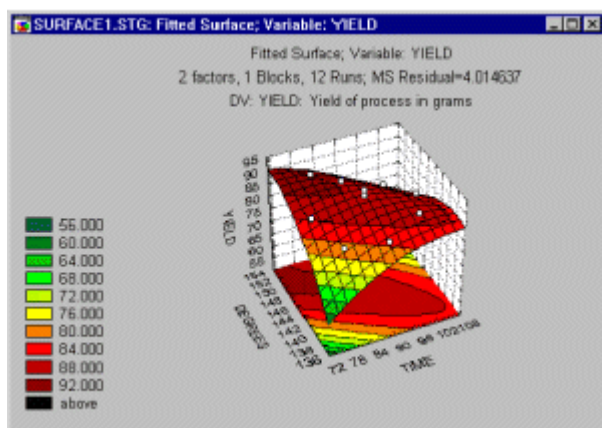
Пример 1.1: Отсеивающие планы. В предыдущем примере производилось оценивание плана с 6-ю различными факторами. Не редки случаи, когда очень много (до ста) различных факторов потенциально важны в исследовании. Специальные планы (например, план Плакетта-Бермана или планы с применением матрицы Адамара, смотрите Плакетт-Берман (1946)), реализованные в модуле *Планирование эксперимента*, позволяют эффективно “просеять” большое число факторов, используя минимальное число наблюдений. Например, вы можете спланировать и проанализировать эксперимент со 127 факторами, использующий всего 128 опытов, а затем оценить главный эффект каждого фактора, легко определив, таким образом, какие из факторов важны при изучении процесса.

Пример 2: Планы $3^{}3$.** В работе Монтомгери (Монтомгери (1976), стр. 204) описывается эксперимент по определению факторов, существенно влияющих на потери сиропа при изготовлении безалкогольных напитков, - потери возникают из-за вспенивания при наполнении 20-литровых металлических контейнеров. Рассматривались три фактора: (1) конфигурация заливного наконечника, (2) оператор машины по разливу и (3) давление, под которым производится разлив. Каждый фактор был установлен на трех различных уровнях, что определяет полный экспериментальный план $3^{**}(3-0)$ (объяснение обозначения $3^{**}(k-p)$ см. ниже).



Кроме того, для каждой комбинации факторов было проведено два измерения, таким образом, план $3^{**}(3-0)$ был полностью повторен или, как говорят, реплицирован.

Пример 3: Максимизация выхода химической реакции. Выход продукта многих химических реакций зависит от времени и температуры. К сожалению, эти функции не линейны и не монотонны. Другими словами, нельзя сказать: “чем больше продолжительность реакции, тем больше выход” и “чем выше температура, тем больше выход”.



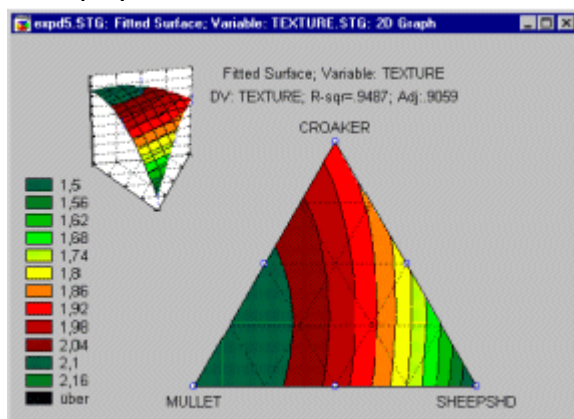
Формально цель эксперимента заключается в том, чтобы найти *оптимальное* положение на *поверхности* выхода, образованной двумя переменными: *временем и температурой*.

Пример 4: Проверка эффективности четырех топливных присадок. Планы на латинских квадратах обычно используются, когда интересующие нас факторы измеряются более чем на двух уровнях, а характер задачи подсказывает возможность разбиения плана на *блоки*. Например, представьте, что изучается 4 топливные присадки для снижения содержания в выхлопах окиси азота (смотрите монографию Бокса, Хантера и Хантера, 1978, стр. 263). Вы имеете в своем распоряжении 4 водителя и 4 автомобиля. Вам не интересен эффект влияния работы водителей или типа автомобиля на снижение концентрации окиси азота, однако, вам не хотелось бы, чтобы полученные результаты относились к некоторому конкретному водителю или автомобилю (из смещения по этим факторам). Планы на латинских квадратах позволяют оценить главные эффекты всех факторов несмещенным образом. В данном примере размещение уровней воздействия в виде латинского квадрата гарантирует, что различия между водителями и автомобилями не повлияют на оценку эффекта различных топливных присадок.

Пример 5: Улучшение поверхностной однородности при производстве кремниевых кристаллов. Производство надежных микропроцессоров требует высокоотлаженного производственного процесса. Отметим, что в данном примере одинаково, если не более важно, контролировать как *изменчивость* некоторых производственных характеристик, так и их средние значения. Например, средняя толщина поверхностного слоя поликремниевой подложки производственный процесс может быть отрегулирован превосходно, однако, если изменчивость этого параметра велика (представьте, что срез под микроскопом будет похож на ломанную линию с острыми углами), то микрочипы будут недостаточно надежными. Фадке (1989) описал, как различные характеристики производственного процесса (давление, температура кипящего слоя, давление обдувающего потока азота и т.д.) влияют на изменчивость толщины поверхностного слоя кремния на подложке. Не существует теоретической модели, которая позволяла бы инженеру *предсказать*, как эти факторы влияют на однородность поверхности кристаллов. Следовательно, для оптимизации производственного процесса нужно систематизировано проводить эксперименты на различных уровнях факторов. В этом случае чрезвычайно полезны так называемые *Робастные планы Тагути*.

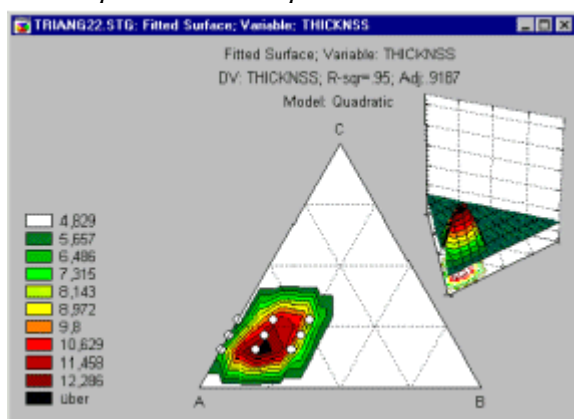
Пример 6: Планы для смесей. В работе Корнелла (1990, стр. 9) приводится пример типичной задачи анализа смесей. Было проведено исследование для определения оптимального состава рыбного паштета как результата смешения различных пород рыб,

идущих на его приготовление (в том числе кефаль, окунь и горбыль). В отличие от обычных экспериментов, в смеси общая сумма долей должна быть постоянна, например, равна 100%. Результаты таких экспериментов обычно представляются графически в виде *тернарных графиков*.



Основное ограничение - три компоненты в сумме равняются константе - выражается в треугольной форме графика.

Пример 6.1: Планы для смесей с ограничениями. В частности, в планах по изучению смесей на относительные доли компонентов можно наложить дополнительные ограничения (помимо условия постоянства их суммы). Например, предположим, что вы хотите разработать наилучший по вкусу фруктовый пунш, состоящий из смеси пяти фруктовых соков. Поскольку предполагается, что изготовленная смесь должна быть именно фруктовым пуншем, чистые смеси, состоящие только из одного фруктового сока не рассматриваются. Дополнительные ограничения на область допустимых смесей могут возникнуть из-за высокой стоимости одного из соков или по некоторым другим соображениям, поскольку некоторый конкретный сок не может иметь в смеси долю более чем, скажем, 30% (иначе фруктовый пунш был бы слишком дорог, длительность его хранения была бы невелика, пунш не мог бы производиться в больших количествах и так далее). Подобные поверхности с ограничениями представляют многочисленные трудности для практиков. Однако все они могут быть легко преодолены с помощью модуля *Планирование эксперимента*.



В общем случае, при заданных ограничениях ищется план эксперимента, который позволяет извлечь максимальное количество информации об интересующей нас функции отклика (например, о вкусе фруктового пунша) на выбранной многомерной поверхности.

Вычислительные проблемы

К основным видам задач, решаемых в модуле *Планирование эксперимента*, относятся:

1. планирование оптимального эксперимента
2. анализ результатов эксперимента.

Для решения задач первого вида имеется несколько подходов, реализованных в соответствующих планах экспериментов, основную идею которых можно выразить следующим образом. В общем случае, цель экспериментатора состоит в получении наиболее несмещенной (или наименее смещенной) оценки эффекта фактора вне зависимости от установок других факторов. Более точно, вы пытаетесь построить планы, в которых главные эффекты не смешаны друг с другом, а может быть даже и с взаимодействиями факторов.

Компоненты дисперсии, синтез деноминатора

Некоторые модули в *STATISTICA* позволяют проводить анализ планов со случайными эффектами (смотрите [Методы дисперсионного анализа](#)). Модуль [Компоненты дисперсии и смешанная модель ANOVA/ANCOVA](#) содержит различные опции для оценок компонент дисперсии для случайных эффектов, а также для проведения приближенных *F* - тестов, основанных на обобщенном члене ошибки. Смотрите также [Методы дисперсионного анализа](#) для знакомства с различными опциями ANOVA/ANCOVA, доступных в *STATISTICA*.

Выводы

Экспериментальные методы находят все большее применение в промышленности для оптимизации производственных процессов. Целью этих методов является поиск оптимальных уровней факторов, определяющих течение процесса производства. В рассмотренных примерах мы познакомили вас с основными типами планов, обычно используемыми в промышленности: планами $2^{**}(k-p)$ (двухуровневыми многофакторными планами), *отсеивающими планами* для большего числа факторов, планами $3^{**}(k-p)$ (трехуровневыми многофакторными планами), смешанными 2-х и 3-х уровневными планами, *центральными композиционными планами* (или *планами поверхности отклика*), *планами на латинских квадратах*, *робастными планами Тагучи*, планами для *смесей*, а также специальными процедурами для проведения экспериментов на поверхностях с ограничениями. Интересно, что многие из этих методов прошли путь от заводских цехов до кабинетов менеджеров и аналитиков, зарекомендовав себя в задачах планирование прибыли в бизнесе, управления финансовыми потоками в банковском деле и многих других (см., например, работу Йокиама и Тагучи (1975)).

Все эти методы подробно обсуждаются в следующих разделах:

1. [Дробные \$2^{**}\(k-p\)\$ факторные планы](#)
2. [Максимально несмешанные \$2^{**}\(k-p\)\$ планы](#)
3. [Планы \$3^{**}\(k-p\)\$, планы Бокса-Бенкена и смешанные 2-х и 3-х уровневые планы](#)
4. [Центральные композиционные планы и нефакторные планы поверхности отклика](#)
5. [Планы на латинских квадратах](#)
6. [Методы Тагучи: робастное планирование эксперимента](#)
7. [Планы для смесей и тернарные поверхности](#)
8. [Планы для поверхностей и смесей с ограничениями](#)
9. [D- и A- оптимальные планы для поверхностей и смесей](#)

Дробные $2^{**}(k-p)$ факторные планы

Основная идея

Во многих случаях достаточно рассмотреть всего два уровня факторов, влияющих на производственный процесс. Например, температура проведения химического процесса может быть установлена немного ниже или немного выше заданного уровня, количество растворителя при производстве красителя можно немного увеличить или уменьшить и так далее. Экспериментатор хотел бы установить, влияют ли какие-либо из этих изменений на

результат производственного процесса. Наиболее очевидный подход в данном случае состоит в полном переборе комбинаций уровней интересующих факторов. Это отлично сработает, если бы число необходимых опытов в таком эксперименте не росло экспоненциально. Например, если вы хотите провести эксперимент с 7 факторами, то необходимое число опытов равно $2^{**7} = 128$. Чтобы изучить 10 факторов вам потребуется $2^{**10} = 1,024$ опытов. Поскольку для проведения каждого опыта нужна длительная и дорогостоящая перенастройка, то на практике часто нереально ставить столь большое число опытов. В этом случае при планировании эксперимента обычно используют *дробные планы*, отбрасывающие взаимодействия высокого порядка и уделяющие наибольшее внимание главным эффектам.

Построение плана

Подробное описание того, как строятся дробные факторные планы, выходит за пределы данного введения. Много интересного о $2^{**}(k-p)$ планах можно найти, например, в работах Бейна и Рубина (1986), Бокса и Дрейпера (1987), Бокса, Хантера и Хантера (1978), Даниела (1976), Деминга и Моргана (1993), Мейсона, Ганста и Гесса (1989), Райана (1989), а также Монтгомери (1991) и многих других. В общем случае, программа успешно использует взаимодействия наивысших порядков для генерации новых факторов. В качестве примера рассмотрим следующий план, включающий 11 факторов, но требующий проведения только 16 опытов (наблюдений).

Design: 2**(11-7), Resolution III												
un	R	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	
4	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	
7	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	
8	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	
9	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	
10	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	
11	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	
12	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	
13	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	
14	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	
15	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	

Чтение плана. План, представленный в таблице, интерпретируется следующим образом. Каждый столбец таблицы содержит +1 или -1 для обозначения уровня соответствующего фактора (верхнего или нижнего, соответственно). Так, например, в первом опыте эксперимента все факторы от A до K установлены на верхнем уровне (+1); во втором опыте факторы A, B, и C - на верхнем уровне, а фактор D - на нижнем и так далее. Отметим также, что имеется множество опций для отображения плана на экране и сохранения в файле с использованием обозначений, отличных от ± 1 для уровней факторов. Например, можно использовать реальные значения факторов (например, 90°C и 100°C) или текстовые метки (*Низкая температура*, *Высокая температура*).

Рандомизация опытов. Поскольку многие условия проведения эксперимента могут измениться от опыта к опыту то, чтобы не возникали систематические смещения, следует рандомизировать порядок проведения опытов (модуль *Планирование эксперимента* позволяет случайно выбрать порядок их проведения).

Разрешение плана

План в приведенной выше таблице описывается как $2^{**}(11-7)$ план *разрешения* III (три). Это означает, что изучается $k = 11$ факторов (первая цифра в скобках), однако $p = 7$ из этих факторов (вторая цифра в скобках) порождены **взаимодействиями** полного факторного плана $2^{**}[(11-7) = 4]$. В результате план не обеспечивает полного *разрешения*, т.е. имеются эффекты взаимодействий, которые смешиваются с другими эффектами (идентичны им). Вообще, план называется планом разрешения R , если в нем ни одно **взаимодействие** порядка $l = 1, \dots, [(r+1)/2]$ не смешивается с каким-либо взаимодействием порядка меньше $R-l$. В данном примере, R равно 3. Ни одно из взаимодействий порядка $l = 1$ (то есть ни один главный эффект) не смешивается здесь с каким-либо другим взаимодействием порядка меньше $R-l = 3-1 = 2$. Главные эффекты в этом плане смешиваются со взаимодействиями 2-го порядка и, следовательно, все взаимодействия более высоких порядков также смешаны. Если провести 64 опыта по плану $2^{**}(11-5)$, полученное разрешение равнялось бы четырем ($R = IV$). Для того чтобы сделать такой вывод достаточно убедиться, что взаимодействия порядка ($l=1$) (главные эффекты) не смешиваются со взаимодействиями порядка меньше $R-l = 4-1 = 3$, а взаимодействия второго порядка ($l=2$) не смешиваются со взаимодействиями порядка меньшего, чем $R-l = 4-2 = 2$. Это приводит к тому, что некоторые взаимодействия второго порядка в данном плане смешаны друг с другом.

Планы Плакетта - Бермана (матрица Адамара) для отсеивания

Если необходимо просеять большое число факторов, которые могут быть потенциально важными (т. е. связаны с интересующей нас зависимой переменной), хотелось бы использовать план, который бы позволил тестировать наибольшее число главных эффектов при наименьшем числе наблюдений, то есть построить план разрешения III с наименьшим числом наблюдений. Один из способов планирования такого эксперимента состоит в смешивании всех **взаимодействий** с “новыми” главными эффектами. Такие планы часто называют *насыщенными*, поскольку вся информация в них используется для оценки параметров, не оставляя степеней свободы для оценки эффекта (члена) ошибок ДА. Поскольку дополнительные факторы создаются приравнением (“присвоением псевдонимов”, смотрите ниже) “новых факторов” к взаимодействиям в полной факторной модели, то эти планы всегда будут состоять из $2^{**}k$ опытов, (то есть, 4, 8, 16, 32 и так далее опытов). Плакетт и Берман (Plackett и Burman, 1946) показали, как полная факторная модель может быть разбита так, чтобы получить насыщенные планы, в которых число опытов кратно 4, а не степени 2. Такие планы иногда называют планами с матрицей Адамара. Конечно, вы не обязаны использовать все имеющиеся факторы в этих планах, и фактически, иногда вам хотелось бы сгенерировать насыщенный план для еще одного фактора сверх тех, которые вы бы хотели тестировать. Это позволит оценить изменчивость случайных эффектов и тестировать оценки параметров на статистическую значимость.

Усиление разрешения плана методом инверсии

Одним из способов, с помощью которых разрешение III плана может быть усилено до разрешения IV, является метод *инверсии* (например, смотрите Box и Draper, 1987, Deming и Morgan, 1993). Предположим, что имеется 7-факторный план с 8 опытами:

Design: $2^{**}(7-4)$ design								
un	R	A	B	C	D	E	F	G

	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	
3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	
5	-1	1	1	-1	-1	1	-1	
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	

Это план с разрешением III, в нем 2-х факторные [взаимодействия](#) смешаны с главными эффектами. Вы можете преобразовать его в план разрешения IV с помощью опции *Инверсия (усиление разрешения)*. При инверсии весь план копируется и добавляется в конец исходного плана с обращением всех знаков (заменой на противоположные):

Design: 2**(7-4) design (+Foldover)								
Run	A	B	C	D	E	F	G	ew: H
	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
5	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
9	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
10	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
11	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
12	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1
13	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
14	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
15	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
16	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1

Исходный опыт номер 1 был $-1, -1, -1, 1, 1, 1, -1$; новый опыт номер 9 (первый опыт в “загнутой” порции) имеет все знаки, обратные знакам опыта 1: $1, 1, 1, -1, -1, -1, 1$. Кроме того, для усиления разрешения плана добавочно получили 8-ой фактор (фактор H), который содержит все +1 для первых восьми опытов и -1 для загнутой порции нового плана. Заметим, что полученный план действительно является планом $2^{**}(8-4)$ разрешения IV (смотрите также Box и Draper, 1987, стр. 160).

Псевдонимы для взаимодействий: генераторы плана

Вернемся к плану разрешения $R = III$. Теперь вы знаете, что главные эффекты плана смешаны с [взаимодействиями](#) 2-го порядка, и можете поставить вопрос: “Какие

взаимодействия и какие главные эффекты смешаны?” Модуль *Планирование эксперимента* генерирует следующую таблицу.

Factor	Fractional Design Generators 2^{11-7} design (Factors are denoted by numbers) Alias
5	123
6	234
7	134
8	124
9	1234
10	12
11	13

Генераторы плана. Генераторы плана в таблице, являются “ключами”, показывающими, что факторы от 5 до 11 порождаются отождествлением их с конкретными взаимодействиями первых 4 факторов в полном факторном плане 2^{11-7} . В частности, фактор 5 идентичен взаимодействию 123 (фактора 1, фактора 2 и фактора 3). Фактор 6 идентичен взаимодействию 234 и т. д. Помните, что план имеет разрешение III (три), и вы ожидаете, что некоторые главные эффекты смешаны с некоторыми взаимодействиями 2-го порядка: в самом деле, фактор 10 (десять) идентичен взаимодействию 12 (фактор 1 на фактор 2) и фактор 11 (одиннадцать) идентичен взаимодействию 13 (фактор 1 на фактор 3). Другой способ выражения этих тождеств состоит в высказывании, что главный эффект фактора 10 (десять) является псевдонимом взаимодействия факторов 1 и 2.

Подводя итоги, заметим, что коль скоро вы хотели бы включить меньше наблюдений (опытов) в ваш эксперимент, чем это требуется полным факторным планом 2^{11-k} , вы “жертвуете” эффектами взаимодействия и приписываете их некоторым уровням факторов. Получающийся план не является больше полным факторным, а становится *дробным* факторным.

Фундаментальное тождество. Другой способ описания генератора плана состоит в простом уравнении. Именно, если, например, фактор 5 в дробном факторном плане идентичен взаимодействию 123 (фактор 1 и фактор 2 и фактор 3), тогда, умножая кодированные значения взаимодействия 123 на кодированные значения фактора 5, мы получим в результате +1 (если все уровни факторов закодированы +1) или:

$$I = 1235$$

где символ *I* заменяет +1 (используя стандартные обозначения как, например, в Box и Draper, 1987). Так, мы знаем, что фактор 1 смешан с взаимодействием 235, фактор 2 смешан с взаимодействием 123, а фактор 3 смешан с взаимодействием 125, поскольку в каждом случае их произведение должно равняться 1. Смешанность взаимодействий 2-го порядка также определяется этим уравнением, поскольку взаимодействие 12, будучи умножено на взаимодействие 35, должно дать в результате 1 и, следовательно, они идентичны или смешаны. Поэтому можно суммировать все смешанные в плане эффекты с помощью подобного тождества, называемого *фундаментальным тождеством*.

Разбиение на блоки

В некоторых производственных процессах изделия производятся “партиями” или блоками. Вам хотелось бы быть уверенными в том, что эти блоки не сдвинут (не сместят) оценки главных эффектов. Например, вы имеете печь для обжига специальной керамики, однако ее размеры ограничены, так что вы не можете проводить все опыты сразу. В этом случае вы разбиваете эксперимент на блоки. Однако вы не хотели бы опыты с

положительными установками факторов проводить в одном блоке, а с отрицательными – в другом. Иначе случайные отличия между блоками будут систематически воздействовать на оценки главных эффектов интересующих нас факторов (другими словами, сместят их). В действительности вам хотелось бы так разбить опыты на блоки, чтобы любые различия между блоками (то есть блоковый *фактор*) не повлияли бы на результаты интересующих вас факторов. Это осуществляется введением блокового фактора как дополнительного фактора в плане эксперимента. Следовательно, вы “теряете” еще один эффект взаимодействия с блоковым фактором и получающийся план становится планом с меньшим разрешением. Однако такие планы часто имеют преимущество в мощности, т. к. позволяют оценивать и контролировать изменчивость производственного процесса, обусловленную различиями между блоками.

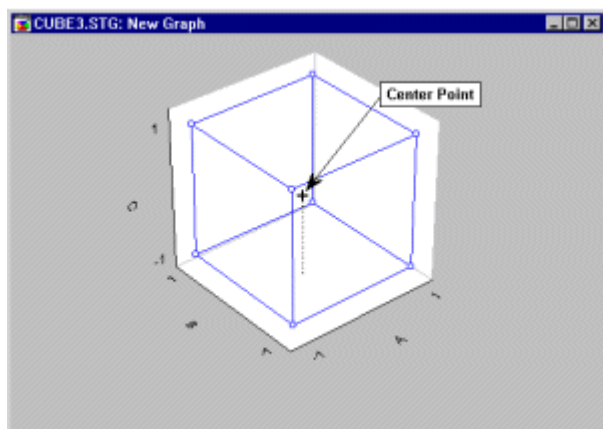
Повторение плана

Иногда желательно повторить (реплицировать) план, то есть провести опыт с каждой фиксированной комбинацией уровней факторов более одного раза. Это позволит оценить так называемую *чистую ошибку* эксперимента. Заметим, что при повторении плана можно вычислить изменчивость (изменчивость) измерений на каждой конкретной комбинации уровней факторов. Эта изменчивость даст представление о случайной ошибке измерений, (например, обусловленной неконтролируемыми факторами, ненадежностью инструментов измерений и так далее), поскольку повторные наблюдения совершаются при одинаковых условиях (установках уровней факторов). Такая оценка чистых ошибок может быть использована для оценки величины и статистической значимости вариации, обусловленной контролируруемыми факторами.

Частные реплики. Если невозможно или нецелесообразно повторять все комбинации уровней (то есть проводить еще раз весь полный план), то можно все же получить оценку чистой ошибки при повторе только некоторых опытов. Однако нужно быть осторожным при рассмотрении смещений, потенциально возникающих при выборочном повторении только некоторых опытов. Если повторяются только те опыты, которые повторить легко, (например, собрать информацию в точках, где это дешевле всего), то можно случайно выбрать только те комбинации уровней факторов, в которых имеется очень маленькая (или очень большая) вариация, что приводит к недооценке (или переоценке) истинной величины чистой ошибки. Таким образом, нужно тщательно рассматривать, обычно основываясь на вашем представлении об изучаемом процессе, какие опыты следует повторять, то есть какие опыты дадут хорошую (несмещенную) оценку чистой ошибки.

Добавление центральных точек (центроидов)

Планирование эксперимента для факторов, установленных на двух уровнях неявно предполагает, что их воздействие на зависимую переменную (например, на *прочность* ткани) линейно. При этом невозможно проверить, имеется ли нелинейная компонента (например, квадратичная) в соотношении между фактором *A* и зависимой переменной, коль скоро *A* оценивается только в двух точках (например, *нижнем* и *верхнем* уровнях). Если предполагается, что соотношение между факторами и зависимой переменной, скорее всего, нелинейно, то необходим один или несколько опытов, где все (непрерывные) факторы установлены в промежуточных (средних) точках. Такие опыты принято называть опытами в центральных точках (или просто в центрах), поскольку они в некотором смысле находятся в центре плана (смотрите график).



Позднее при анализе (смотрите ниже) можно сравнить измерения зависимой переменной в центральной точке со средним в остальных точках плана. Это дает возможность проверить *нелинейность* зависимостей (смотрите Box и Draper, 1987): Если среднее зависимой переменной в центре плана значительно отличается от общего среднего по всем остальным точкам плана, то это является основанием считать, что простое предположение о линейности связи факторов с зависимой переменной не выполняется.

Анализ результатов эксперимента 2(к-р)**

Дисперсионный анализ. Далее необходимо точно определить, какие факторы достоверно воздействуют на зависимую переменную. Например, в исследовании, приведенном Box и Draper (1987, стр. 115), хотелось бы знать, какие факторы, участвующие в производстве красителя, влияют на устойчивость краски. В этом примере, факторы 1 (Polysulfide – Полисульфид), 4 (Time – Время) и 6 (Temperature – Температура) значимо влияют на прочность ткани. Влияние остальных факторов незначимо. Заметим, что для простоты в таблице, приведенной ниже, показаны только главные эффекты.

ANOVA; Var.:STRENGTH; R-sqr = .60614; Adj:.56469 (fabrico.sta)						
2**(6-0) design; MS Residual = 3.62509 DV: STRENGTH						
	SS	f	d	MS	F	p
(1)POLYSU	48.8		1	48.8	13.4	.00
FD	252		252	6867		0536
(2)REFLUX	7.9102	1	7.9102	2.18206		.145132
(3)MOLES	.1702	1	.1702	.04694		.829252
(4)TIME	142.5039	1	142.5039	39.31044		.000000
(5)SOLVENT	2.7639	1	2.7639	.76244		.386230
(6)TEMPERTR	115.8314	1	115.8314	31.95269		.000001
Error	206.6302	57	3.6251			
Total SS	524.6348	63				

Чистая ошибка и потеря согласия. Если план эксперимента, по крайней мере, частично повторен (реплицирован), то можно оценить изменчивость ошибок эксперимента. Поскольку измерения сделаны при одинаковых условиях, то есть при идентичных установках уровней факторов, оценка вариабельности ошибок на основании этих опытов не зависит от того, является ли “истинная модель” линейной или нелинейной по природе или же включает взаимодействия высоких порядков. Так оцененная изменчивость ошибки представляет *чистую ошибку*, то есть ошибку, всецело обусловленную ненадежностью измерений зависимой переменной. Если оценка чистой ошибки получена, то ее можно использовать в критерии значимости для остаточной дисперсии, то есть остающейся изменчивости (вариабельности), которая не может быть

обусловлена факторами и их взаимодействиями, присутствующими в текущей модели. Если на самом деле остаточная изменчивость значительно больше вариабельности чистой ошибки, можно сделать вывод, что остающаяся вариация обусловлена различием между группами и, следовательно, имеется *потеря согласия* модели с данными.

ANOVA; Var.:STRENGTH; R-sqr = .58547; Adj.:.56475 (fabrico.sta)						
2**(3-0) design; MS Pure Error = 3.594844 DV: STRENGTH						
	SS	f	d	MS	F	p
(1)POLYSU	48.8		1	48.8	13.5	.00
FD	252		252	8200	0517	
(2)TIME	142.5039	1	142.5039	39.64120	.000000	
(3)TEMPERTR	115.8314	1	115.8314	32.22154	.000001	
Lack of Fit	16.1631	4	4.0408	1.12405	.354464	
Pure Error	201.3113	56	3.5948			
Total SS	524.6348	63				

Например, таблица, приведенная выше, показывает результаты эксперимента для трех факторов, которые мы ранее идентифицировали, как наиболее важные по их воздействию на прочность краски (остальные факторы проигнорированы). Как видите в строке *Lack of Fit – Потеря согласия*, - остаточная вариация модели (после удаления трех главных эффектов) сравнима с чистыми ошибками, оцениваемыми из внутригрупповой вариации, - результирующее значение *F*-критерия не является статистически значимым. Следовательно, этот результат также подтверждает вывод, что, на самом деле, факторы Polysulfide - Полисульфид, Time – Время и Temperature – Температура достоверно влияют на окончательную прочность ткани аддитивным образом (без взаимодействий). Другими словами, все различия между средними, полученные в различных экспериментальных условиях, могут быть полностью объяснены простой аддитивной моделью с тремя переменными.

Параметры или оценки эффектов. Теперь посмотрим на то, *как* количественно факторы влияют на прочность окраски ткани.

	E	S	t	p
	ffect	td.Err.	(57)	
Mean/	1	.	4	.
Interc.	1.12344	237996	6.73794	000000
(1)POLYSUFD	1.74688	.475992	3.66997	.000536
(2)REFLUX	.70313	.475992	1.47718	.145132
(3)MOLES	.10313	.475992	.21665	.829252
(4)TIME	2.98438	.475992	6.26980	.000000
(5)SOLVENT	-.41562	.475992	-.87318	.386230
(6)TEMPERTR	2.69062	.475992	5.65267	.000001

Числа в этой таблице являются эффектами или оценками параметров. За исключением общего *Mean/Intercept – Среднего/Свободного члена*, эти оценки являются *deviations – отклонениями* среднего отрицательных установок от среднего положительных для каждого соответствующего фактора. Например, если вы измените установку фактора *Time - Время* с *low – нижний* на *high - верхний*, можете ожидать увеличение *Strength – Прочности* на 2.98; если вы установите значение фактора *Polysulfd - Полисульфид* на верхний уровень, то можете ожидать дальнейшее увеличение на 1.75 и так далее.

Как видите, те же самые три фактора, которые были статистически значимыми, показывают наивысшие оценки параметров; так что установки этих трех факторов наиболее важны для окончательной прочности ткани.

Для анализа, включающего взаимодействия, интерпретация параметров эффектов несколько более сложная. Параметры двухуровневых взаимодействий определяются как полуразность между главными эффектами одного фактора на двух уровнях второго фактора (смотрите Mason, Gunst и Hess, 1989, стр. 127); подобным же образом, параметры трехфакторных взаимодействий определяются как полуразности между эффектами двухфакторного взаимодействия на двух уровнях третьего фактора и так далее.

Регрессионные коэффициенты. Можно также взглянуть на параметры модели регрессии (смотрите *Множественная регрессия*, том I). Чтобы продолжить пример, рассмотрим следующее уравнение прогноза:

$$\text{Strength} = \text{const} + b_1 * x_1 + \dots + b_6 * x_6$$

Здесь x_1 до x_6 обозначают 6 анализируемых факторов. Таблица *Effect Estimates - Оценки эффектов*, показанная ранее, также содержит эти оценки параметров:

	Coeff.	Std.Err. Coeff.	95.% Cnf.Limt	5.% Cnf.Limt
Mean/ Intercept	1.12344	.237996	.64686	.60002
(1)POLYSUFD	.87344	.237996	.39686	1.35002
(2)REFLUX	.35156	.237996	-.12502	.82814
(3)MOLES	.05156	.237996	-.42502	.52814
(4)TIME	1.49219	.237996	1.01561	1.96877
(5)SOLVENT	-.20781	.237996	-.68439	.26877
(6)TEMPERTR	1.34531	.237996	.86873	1.82189

На самом деле эти оценки содержат весьма мало “новой” информации, поскольку они просто равны половине значений параметров, показанных ранее (кроме оценок для *Mean/Intercept - Среднего/Свободного члена*). Это теперь приобретает новый смысл, если интерпретировать коэффициент как отклонение (зависимой переменной) при высокой установке соответствующего фактора от значения в центре. Заметим, однако, такая интерпретация верна только для случая, когда уровни факторов закодированы как -1 и $+1$, соответственно. Другими словами, кодировка факторов влияет на значения оценок параметров. В примере из монографии Box и Draper (1987, стр. 115), значения различных факторов измерялись в весьма разных шкалах:

data file: FABRICO.STA [64 cases with 9 variables]										
2**(6-0) Design, Box & Draper, p. 117										
	PO LYSUFD	R EFLUX	M OLES	T IME	S OLVENT	T EMPERTR	S TR ENGTH	U E	B RI GTHNS	
1	6	1	1	2	30	120	3.4	1	36.0	
7		50	.8	4	30	120	9.7	5.0	35.0	
2	6	150	1.8	24	30	120	7.4	5.0	37.0	
3	7	170	1.8	24	30	120	10.6	23.0	34.0	
4	6	170	1.8	24	30	120	6.5	8.0	30.0	
5	7	150	2.4	24	30	120	7.9	20.0	32.0	
6	6	150	2.4	24	30	120	10.3	9.0	28.0	
7	7	170	2.4	24	30	120	9.5	13.0	38.0	
8	6	170	2.4	24	30	120	14.3	5.0	40.0	
9	7	150	1.8	36	30	120	10.5	23.0	32.0	

10		150	1.8	36				1.0	32.0
11	6	170	1.8	36	30	120	7.8	11.0	28.0
12	7	170	1.8	36	30	120	17.2	5.0	34.0
13	6	150	2.4	36	30	120	9.4	15.0	26.0
14	7	150	2.4	36	30	120	12.1	8.0	30.0
15	6	170	2.4	36	30	120	9.5	15.0	...
..
.									

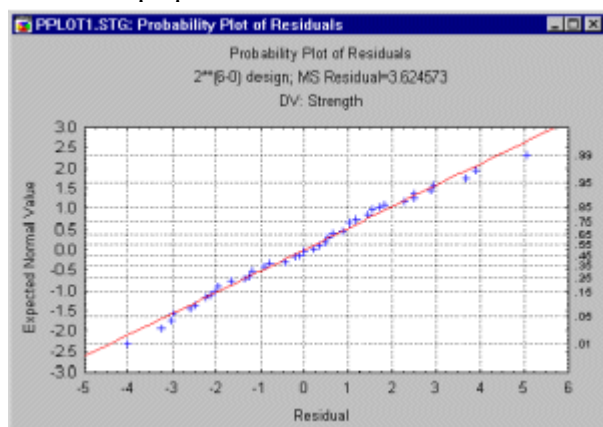
Ниже показаны оценки коэффициентов регрессии, базирующиеся на незакодированных исходных значениях факторов:

	R	Std.Err.	t (57)	p
Mean/	-	8.	-	.
Interc.	46.0641	109341	5.68037	000000
(1)POLYSUFD	1.7469	.475992	3.66997	.000536
(2)REFLUX	.0352	.023800	1.47718	.145132
(3)MOLES	.1719	.793320	.21665	.829252
(4)TIME	.2487	.039666	6.26980	.000000
(5)SOLVENT	-.0346	.039666	-.87318	.386230
(6)TEMPERTR	.2691	.047599	5.65267	.000001

Поскольку метрики для различных факторов не сопоставимы, то несопоставимы значения коэффициентов регрессии. Именно поэтому полезнее взглянуть на оценки параметров ДА (для закодированных значений уровней факторов), как это и было представлено ранее. Однако коэффициенты регрессии могут быть полезны, когда нужно предсказать зависимую переменную, основываясь на исходной метрике факторов.

Графические опции

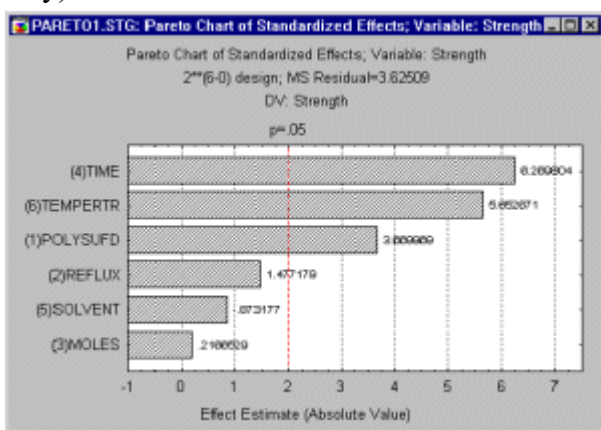
Графики остатков. Вначале перед принятием конкретной “модели”, включающей конкретное число эффектов (например, главные эффекты для *Polysulfide* - *Полисульфида*, *Time* – *Времени* и *Temperature* – *Температуры* в текущем примере), нужно всегда проверить распределение величин остатков, которые вычисляются как разница между модельными (вычисленными на построенной модели) и наблюдаемыми значениями. Предоставляются опции для вычисления гистограмм таких остатков, а также для вероятностных графиков.



Оценки параметров и таблицы ДА основаны на предположении нормальности распределения остатков (смотрите [Элементарные понятия](#)). Гистограмма представляет способ визуально проверить это предположение. Так называемый *нормальный вероятностный* график является другим общим средством оценки того, сколь хорошо

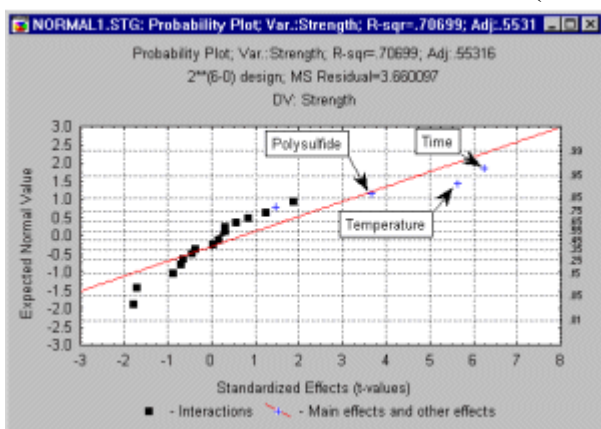
наблюдаемые значения (в нашем случае - остатков) согласуются с теоретическим распределением. На графике наблюдаемые значения остатков отмечаются на горизонтальной оси X ; вертикальная ось Y отмечает ожидаемые нормальные значения для соответствующих величин после их упорядочения по возрастанию. Если все значения укладываются на прямую (как это продемонстрировано на вышеприведенной иллюстрации), можно быть удовлетворенным тем, что остатки следуют нормальному распределению.

Диаграмма Парето эффектов. Диаграмма [Парето](#) является действенным средством для демонстрации результатов эксперимента непрофессионалам (в частности, начальству).

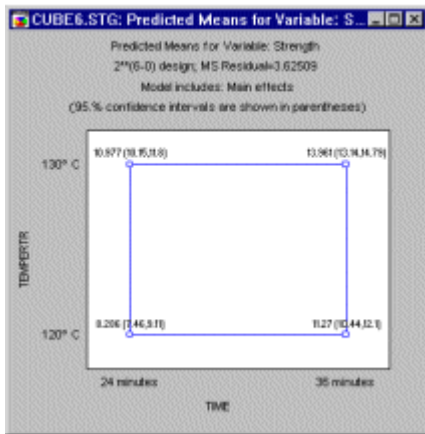


На этой диаграмме оценки эффектов ДА расположены по абсолютной величине значений: от наибольших к наименьшим. Величина каждого эффекта представлена столбиком, и часто столбики пересекают линией, указывающей, каков должен быть эффект по величине (то есть какова должна быть длина столбика), чтобы быть статистически значимым.

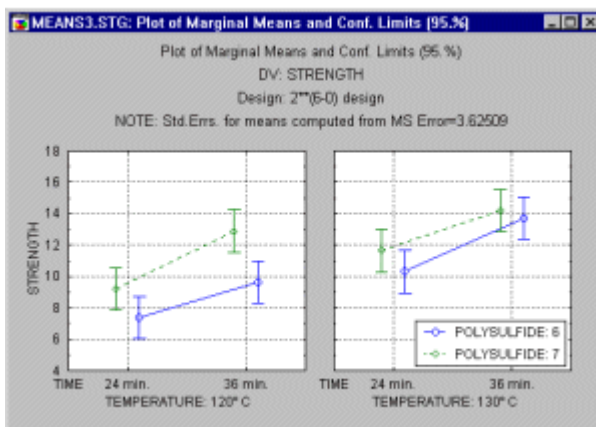
Нормальный график эффектов. Другим полезным, хотя и технически более сложным графиком, является *нормальный вероятностный* график. Как и в нормальной вероятностной диаграмме остатков, вначале оценки эффектов упорядочиваются по возрастанию, а затем вычисляются нормальные значения z , основываясь на предположении, что оценки распределены нормально. Эти значения z отмечаются на оси Y , а наблюдаемые оценки наносятся на оси X (как показано ниже).



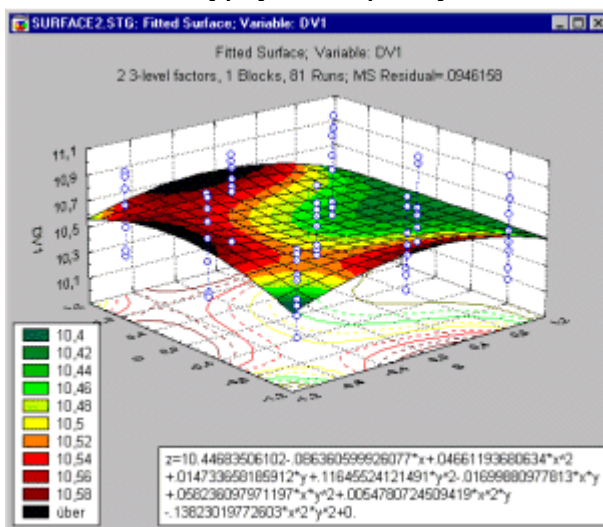
Квадратичные и кубические диаграммы. Эти диаграммы часто используются для итогового представления предсказываемых значений зависимой переменной для соответствующих верхних и нижних установок факторов. Квадратичная диаграмма показывает предсказываемые значения (и по желанию доверительные интервалы) для двух факторов одновременно. Кубическая диаграмма показывает предсказываемые значения (и по желанию доверительные интервалы) для трех факторов одновременно.



Диаграммы взаимодействий. Общим видом диаграммы для демонстрации средних является стандартная диаграмма взаимодействий, на которой средние показаны точками, соединенными линиями. Такая диаграмма полезна, когда в модели присутствуют эффекты взаимодействий.



Контурные диаграммы и диаграммы поверхности. Если факторы плана непрерывны по своей природе, то часто также полезно взглянуть на диаграмму поверхности или контурную диаграмму зависимой переменной как функции факторов.



Типы таких диаграмм будут обсуждены позднее в данном разделе в связи с планами $3^{**}(k-p)$, а также центральными композиционными планами и планами поверхности отклика.

Выводы

Планы $2^{**}(k-p)$ наиболее часто используются в промышленности. Вклад большого числа факторов в производственный процесс может быть оценен относительно эффективно (т.е. с помощью небольшого числа опытов). Логика экспериментов такого

рода весьма проста (каждый фактор имеет только два уровня), а с помощью модуля *Планирование эксперимента* построение плана и анализ таких экспериментов занимают буквально секунды.

Недостатки. Простота этих планов является их главным недостатком. Как было отмечено ранее, основанием для использования двухуровневых факторов является убеждение в том, что изменения зависимой переменной (например, прочности ткани) *линейны* по своей природе. Часто это не выполняется, то есть многие переменные связаны с характеристиками качества нелинейным образом. В приведенном выше примере, если бы вы непрерывно увеличивали фактор температуры (существенно связанный с прочностью окраски ткани), то в конечном счете обнаружили бы “пик”, после которого прочность убывает при возрастании температуры. Этот тип *нелинейности* может быть обнаружен, если план содержит центральную точку. Нельзя точно подогнать нелинейную модель (например, квадратичную) с помощью планов 2^{k-p} , однако, это можно сделать с помощью [центральных композиционных планов](#).

Другим недостатком дробных планов является предположение о том, что [взаимодействия](#) высоких порядков отсутствуют, но иногда они действительно присутствуют. Например, если некоторые другие факторы установлены так, что оказывают *отрицательное* влияние на температуру. Однако в дробных факторных планах [взаимодействия](#) высоких порядков (выше двух), как правило, не будут обнаружены.

[В
начало](#)

Максимально несмешанные 2^{k-p} планы

Основная идея

Дробные 2^{k-p} факторные планы часто используются в промышленных экспериментах, так как позволяют сокращать количество используемых данных. Предположим в качестве примера, что инженеру нужно изучить эффект воздействия на производственный процесс 11 переменных факторов, каждый из которых может быть установлен на 2 уровнях. Обозначим число факторов через k , в нашем примере это 11. Эксперимент с полным факторным планом, когда изучаются эффекты каждой комбинации уровней каждого фактора, будет требовать проведения 2^k опытов, или 2048 в нашем случае. Для уменьшения объема работ с данными инженер может решить отказаться от рассмотрения эффектов взаимодействий высоких порядков 11 факторов, и вместо этого сосредоточиться только на выявлении главных эффектов 11 факторов и некоторых эффектов взаимодействий низкого порядка, которые могут быть оценены с помощью эксперимента с меньшим, более разумным числом опытов. Существует другая, более теоретическая причина отказа от больших полных факторных 2-х уровневых экспериментов. Обычно нелогично заниматься идентификацией эффектов взаимодействий факторов эксперимента высоких порядков, игнорируя нелинейные эффекты низкого порядка, такие как квадратичные и кубические эффекты, которые не могут быть оценены, если используются только 2-х уровневые факторы. Таким образом, несмотря на то, что практические соображения часто приводят к необходимости экспериментов с малым числом опытов, это логически оправданно для таких экспериментов.

Альтернативой полного 2^k факторного плана является 2^{k-p} дробный факторный план, который требует только "часть" данных, необходимых для полного факторного плана. В нашем примере с $k=11$ факторами, если могут быть проведены только 64 опыта, может быть построен 2^{11-5} дробный факторный план для эксперимента с $2^6 = 64$ опытами. В сущности, построен полный $k - p = 6$ факторный план эксперимента с уровнями p факторов, "построенных" по уровням выбранных [взаимодействий](#) высокого порядка других 6 факторов. Дробные факторные "жертвуют" эффектами взаимодействий высокого порядка, но эффекты низкого порядка, могут еще

быть вычислены корректно. Однако могут быть использованы различные критерии для выбора взаимодействий высокого порядка, используемых в качестве генераторов, среди которых некоторые критерии иногда приводят к различным "лучшим" планам.

Дробные 2^{k-p} факторные планы могут также содержать блоковые факторы. В некоторых производственных процессах изделия выпускаются "партиями" или блоками. Для того чтобы быть уверенным, что эти блоки не смешают ваши оценки эффектов k factors, блоковые факторы могут быть добавлены в план как дополнительные. Следовательно, вы можете "пожертвовать" дополнительными эффектами взаимодействий для создания блоковых факторов, но эти планы часто имеют большую мощность, т.к. позволяют оценивать и контролировать вариабельность (изменчивость) производственного процесса, вызванную блоковыми различиями.

Критерий плана

Многие концепции, которые обсуждались в этом обзоре, также относятся и к разделу [Обзор дробных \$2^{k-p}\$ факторных планов](#). Однако техническое описание построения дробных факторных планов выходит за рамки Вводного обзора. Детальные объяснения, как план 2^{k-p} эксперимента может быть найден, содержатся, например, у Wayne и Rubin (1986), Box и Draper (1987), Box, Hunter, и Hunter (1978), Montgomery (1991), Daniel (1976), Deming и Morgan (1993), Mason, Gunst, и Hess (1989), или Ryan (1989), и существует много других книг по этому предмету.

Обычно опция *Максимально несмешанные 2^{k-p} планы* будет производить последовательный отбор, в зависимости от выбранного критерия поиска, с [взаимодействиями](#) высшего порядка в качестве генераторов для p факторов. Для примера рассмотрим следующий план, который включает 11 факторов, но требует только 16 опытов (наблюдений).

Design: 2^{11-7} , Resolution III												
un	R	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	
4	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	
7	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	
8	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	
9	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	
10	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	
11	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	
12	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	
13	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	
14	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	
15	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	
16	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	

Интерпретация плана. План, показанный в таблице результатов, может интерпретироваться следующим образом. Каждый столбец содержит +1 или -1 для обозначения уровня соответствующего фактора (верхнего или нижнего, максимального или минимального). Так в первом опыте все факторы от A до K установлены на верхнем

уровне, во втором опыте факторы A , B и C установлены на верхнем уровне, а фактор D – на нижнем уровне, и так далее. Заметим, что установки фактора E для каждого опыта эксперимента могут быть получены как произведение соответствующих установок факторов A , B и C . Следовательно, в этом плане эффект взаимодействия $A \times B \times C$ не может быть оценен независимо от эффекта фактора E так как эти два эффекта смешаны. Точно так же установки фактора F могут быть получены как произведение соответствующих установок факторов B , C и D . Согласно терминологии, ABC и $B CD$ являются генераторами факторов E и F , соответственно.

Критерий максимального разрешения плана. План, показанный в таблице результатов, характеризуется как $2^{**}(11-7)$ план *разрешения* III (три). Это означает, что вы исследуете всего $k = 11$ факторов, но $p = 7$ из них сгенерированы взаимодействиями полного $2^{**}[(11-7) = 4]$ факторного плана. В результате этот план не дает полного *разрешения*, то есть существуют некоторые эффекты взаимодействий, смешанные с другими эффектами. В общем случае план имеет разрешение R , когда в нем нет взаимодействий порядка l , смешанных с любыми другими взаимодействиями порядка, меньшего $R - l$. В нашем примере R равно 3. Здесь нет взаимодействий порядка $l = 1$ (т.е. главных эффектов), смешанных с любыми другими взаимодействиями порядка меньшего, чем $R - l = 3 - 1 = 2$. Поэтому главные эффекты в этом плане не смешаны друг с другом, но смешаны с двухфакторными взаимодействиями, а следовательно, и с другими взаимодействиями более высокого порядка. Очевидным, но тем не менее очень важным общим критерием плана является то, что взаимодействия высшего порядка, используемые как генераторы, должны быть выбраны так, чтобы план имел максимально возможное разрешение.

Критерий максимальной несмешанности плана. Максимизация разрешения плана, однако, сама по себе не гарантирует, что выбранные генераторы дают "лучший" план. Для примера рассмотрим два различных плана с разрешением IV. В обоих планах главные эффекты могут быть несмешанными друг с другом, и 2-х факторные взаимодействия могут быть несмешанными с главными эффектами, т.е. не существует взаимодействий порядка $l = 2$, смешанных с любыми другими взаимодействиями порядка меньшего, чем $R - l = 4 - 2 = 2$. Оба плана могли быть различными, однако, по отношению к степени смешивания 2-факторных взаимодействий. Для планов с разрешением IV "критическим порядком", при котором появляется смешивание эффектов, является 2-факторные взаимодействия. В одном плане не "критического порядка" 2-факторные взаимодействия могут быть несмешанными со всеми другими 2-факторными взаимодействиями, в то время как в другом плане фактически все 2-факторные взаимодействия могут быть несмешанными со всеми другими 2-факторными взаимодействиями. Второй план – это план "почти разрешения V" может быть более предпочтительнее, чем план "просто точно разрешения IV". Это означает, что даже несмотря на то, что главным критерием являлся критерий максимального разрешения, может быть введен дополнительный критерий, по которому выбираются те генераторы, содержащие максимальное число взаимодействий порядка меньшего или равного критическому, для данного разрешения, несмешанных со всеми другими взаимодействиями критического порядка. Этот критерий называется критерием максимальной несмешанности, иначе говоря, дополнительным критерием плана при поиске $2^{**}(k-p)$ плана.

Критерий минимальной аберрации плана. Критерий минимальной аберрации плана является другим необязательным критерием, используемым при поиске $2^{**}(k-p)$ плана. В некоторых отношениях этот критерий похож на критерий максимальной несмешанности. Формально план с минимальной аберрацией определяется как план с максимальным разрешением "с минимальным числом слов в определяющем взаимоотношении, которое имеет минимальную длину" (Fries & Hunter, 1984). Менее формально, действие критерия основано на выборе генераторов, которые дают

наименьшее число пар смешанных взаимодействий критического порядка. Например, план разрешения IV с минимальной абберрацией имел бы минимальное число пар смешанных 2-факторных взаимодействий.

Для пояснения различия между критериями максимальной несмешанности и минимальной абберрации рассмотрим максимально несмешанный план $2^{**}(9-4)$ и план $2^{**}(9-4)$ с минимальной абберрацией, как в примере, данном Box, Hunter, и Hunter (1978). Если вы сравните эти два плана, вы увидите, что в максимально несмешанном плане 15 из 36 2-факторных [взаимодействий](#) не смешаны с любыми другими 2-факторными взаимодействиями, в то время как в плане с минимальной абберрацией только 8 из 36 2-факторных взаимодействий не смешаны с любыми другими 2-факторными взаимодействиями. План с минимальной абберрацией, однако, дает 18 пар смешанных взаимодействий, в то время как максимально несмешанный план дает 21 пару смешанных взаимодействий. Таким образом, эти критерии приводят к выделению генераторов, дающих различные "лучшие" планы.

К счастью, выбор между критерием максимальной несмешанности и критерием минимальной абберрации не вносит различия в выбранном плане (за исключением, возможно, переобозначения факторов), когда имеется 11 или меньше факторов, - единственное исключение составляет план $2^{**}(9-4)$, описанный выше (смотрите Chen, Sun, & Wu, 1993). Для планов с более чем 11 факторами оба критерия приводят к весьма различным планам, и нет лучшего совета, как использовать оба критерия, а затем сравнить полученные планы и выбрать план, наиболее отвечающий вашим потребностям. Добавим, что максимизация числа полностью несмешанных эффектов часто имеет больший смысл, чем минимизация числа пар смешанных эффектов.

Выводы

*Дробные $2^{**}(k-p)$ факторные планы*, вероятно, наиболее часто используемые планы в промышленных экспериментах. Предмет рассмотрения любого $2^{**}(k-p)$ дробного факторного эксперимента включает число исследуемых факторов, число опытов в эксперименте и наличие блоков опытов эксперимента. После этих основных вопросов следует также определить, позволяет ли число опытов найти план требуемого разрешения и степень смешивания для критического порядка [взаимодействий](#), для данного разрешения.

[В](#)
[начало](#)

Планы $3^{}(k-p)$, планы Бокса-Бенкена и смешанные 2-х и 3-х уровневые планы** **Обзор**

В некоторых случаях приходится анализировать факторы, имеющие более 2-х уровней. Например, если предполагается, что влияние факторов на зависимую переменную не линейное, то необходимо, как говорилось ранее (см. [2^{**}\(k-p\) планы](#)), по меньшей мере, 3 уровня для проверки линейных и квадратичных эффектов (и [взаимодействий](#)). Более того, некоторые факторы могут быть категориальными с более чем двумя категориями. Например, вы можете иметь три различных машины, производящие конкретную деталь.

Планирование экспериментов $3^{}(k-p)$**

Общий механизм построения дробных факторных планов на трех уровнях (планов $3^{**}(k-p)$) очень схож с тем, который описан для [2^{**}\(k-p\) планов](#). Именно, отправляясь от полного факторного плана, [взаимодействия](#) используются для построения "новых" факторов (или блоков) с помощью определения их уровней равными соответствующим членам взаимодействий (то есть, определяя новые факторы как псевдонимы взаимодействий).

Например, рассмотрим следующий простой факторный план $3^{**}(3-1)$:

$3^{**}(3-1)$ fractional
--

factorial design, 1 block , 9 runs			
Stand	A	B	C
1	0	0	0
2	0	1	2
3	0	2	1
4	1	0	2
5	1	1	1
6	1	2	0
7	2	0	1
8	2	1	0
9	2	2	2

Как и в случае планов 2^{k-p} , план строится из полного факторного плана $3-1=2$, чьи факторы перечислены в первых двух столбцах таблицы (факторы A и B). Фактор C строится на основании взаимодействия AB первых двух факторов. Значения фактора C вычисляются по формуле

$$C = 3 - \text{mod}_3(A+B)$$

Здесь символ $\text{mod}_3(x)$ обозначает сравнение по модулю 3 (остаток от деления x на 3). Например, $\text{mod}_3(0)$ равен 0, $\text{mod}_3(1)$ равен 1, $\text{mod}_3(3)$ равен 0, $\text{mod}_3(5)$ равен 2 (3 – наибольшее число, не большее 5, делящееся на 3; так что окончательно, $5-3=2$) и так далее.

Фундаментальное тождество. Если вы примените эту функцию к сумме столбцов A и B в таблице, показанной выше, вы получите третий столбец C . Аналогично планам 2^{k-p} (см. [2^{k-p} планы](#) для обсуждения понятия *фундаментальное тождество* в связи с планами 2^{k-p}), это смешивание взаимодействий с “новыми” главными эффектами может быть представлено выражением:

$$0 = \text{mod}_3(A+B+C)$$

Если вы снова взгляните на таблицу плана 3^{3-1} , показанную ранее, вы увидите, что, на самом деле, если вы просуммируете числа в трех столбцах, они дадут в результате 0, 3 или 6, то есть значения, делящиеся на 3 без остатка (и, следовательно, $\text{mod}_3(A+B+C)=0$). Или кратко $ABC=0$, для окончательного выражения смешивания факторов в дробном плане 3^{k-p} .

Некоторые из планов будут иметь фундаментальные тождества, содержащие множитель 2, например,

$$0 = \text{mod}_3(B+C*2+D+E*2+F)$$

Это обозначение можно интерпретировать, как и прежде, то есть оператор деления по модулю 3 для суммы $B+2*C+D+2*E+F$ должен быть равен 0. Следующий пример демонстрирует данное тождество.

Пример плана 3^{4-1} в 9 блоках

Здесь приведены результаты для 4-х факторного 3-х уровневого дробного факторного плана в 9 блоках, требующего только 27 опытов.

SUMMARY:	3^{4-1}	fractional	factorial
Design	generators:		ABCD
Block	generators:		AB,AC2
Number of factors	(independent	variables):	4
Number of runs	(cases,	experiments):	27
Number of blocks:	9		

Этот план позволит тестировать линейные и квадратичные эффекты 4 факторов в 27 опытах, собранных в 9 блоков по 3 наблюдения в каждом. Фундаментальное тождество или генератор плана $ABCD$, так что сумма по модулю 3 уровней факторов по всем четырем факторам равна 0. Фундаментальное тождество также позволяет определить смешивание факторов и взаимодействий плана (смотрите McLean и Anderson, 1984, для более подробного изложения).

Unconfounded Effects (experi3.sta)				
EXP	List of uncorrelated factors and interactions			
	3**(4-1) fractional factorial design, 9 blocks, 27 runs			
ERIM. DESIGN	Unconf. (excl. blocks)	Effects	Unconfounded blocks included?	if
1	(1)A	(L)	Yes	
2	A	(Q)	Yes	
3	(2)B	(L)	Yes	
4	B	(Q)	Yes	
5	(3)C	(L)	Yes	
6	C	(Q)	Yes	
7	(4)D	(L)	Yes	
8	D	(Q)	Yes	

Как вы видите, в этом плане $3^{**}(4-1)$ главные факторы не смешаны друг с другом, несмотря на то, что эксперимент состоит из 9 блоков.

Планы Бокса-Бенкена

Для планов $2^{**}(k-p)$ Plackett и Burman (1946) разработали метод для отсеивания максимального числа (главных) эффектов при возможно меньшем числе опытов. Эквивалентом для планов $3^{**}(k-p)$ являются так называемые планы Бокса-Бенкена (Box и Behnken, 1960; смотрите также Box и Draper, 1984). Эти планы не имеют простых генераторов (конструируются комбинированием двухуровневых факторных планов с планами неполных блоков) и имеют сложную смесь взаимодействий. Тем не менее, они экономичны, и, следовательно, особенно полезны в случаях, когда дорого проводить необходимые опыты.

Анализ плана $3^{**}(k-p)$

Анализ таких типов планов происходит, в основном, таким же образом, как и анализ, описанный для планов $2^{**}(k-p)$ планы. Однако для каждого эффекта теперь можно тестировать его линейность или квадратичность (нелинейность). Например, при изучении выхода химического процесса, температура может влиять на него нелинейным образом, то есть максимум выхода достигается при температуре, установленной на среднем уровне. Так, нелинейность часто возникает, если процесс находится вблизи оптимального уровня.

Дисперсионный анализ

Чтобы оценить параметры ДА, уровни факторов, находящихся в анализе, специально перекодированы так, чтобы можно было тестировать линейные и квадратичные компоненты соотношений между факторами и зависимой переменной. Так, независимо от исходной метрики установки факторов (например, $100^{\circ}C$, $110^{\circ}C$, $120^{\circ}C$), программа всегда перекодирует эти значения в -1 , 0 , и $+1$ для вычислений. Получающиеся оценки параметров ДА могут интерпретироваться аналогично оценкам параметров планов $2^{**}(k-p)$.

Например, рассмотрим следующую таблицу результатов ДА:

Factor	E	St	t	p
ffect	1	d.Err.	(69)	
Mean/Interc.	1	.3	2	0.
BLOCKS(1)	03.6942	90591	65.4805	000000
BLOCKS(2)	.8028	1.360542	.5901	.557055

(1)TEMPERAT (L)	-1.2307	1.291511	-.9529	.343952
TEMPERAT (Q)	-.3245	.977778	-.3319	.740991
(2)TIME (L)	-.5111	.809946	-.6311	.530091
TIME (Q)	.0017	.977778	.0018	.998589
(3)SPEED (L)	.0045	.809946	.0056	.995541
SPEED (Q)	-10.3073	.977778	-10.5415	.000000
1L by 2L	-3.7915	.809946	-4.6812	.000014
1L by 2Q	3.9256	1.540235	2.5487	.013041
1Q by 2L	.4384	1.371941	.3195	.750297
1Q by 2Q	.4747	1.371941	.3460	.730403
	-2.7499	.995575	-2.7621	.007353

Оценки главных эффектов. По умолчанию оценки *Эффектов* для линейных эффектов (помеченных буквой *L* вслед за именем фактора) могут интерпретироваться как разница между средним откликом на высоких и низких установках соответствующих факторов. Оценка квадратичного (нелинейного) эффекта (помеченного буквой *Q*) может интерпретироваться как разница между средним откликом в центре (средней точке) и комбинацией отклика для высоких и низких установок соответствующего фактора.

Оценки эффектов взаимодействий. Как и для планов $2^{**}(k-p)$, эффект линейно-линейного взаимодействия может интерпретироваться как половина разницы между линейным главным эффектом одного фактора на высоких и низких уровнях другого фактора. Аналогично, взаимодействия квадратичных компонент могут интерпретироваться как половина различия между квадратичным эффектом одного фактора на соответствующих установках другого (квадратично-линейное взаимодействие) или комбинации отклика на средних, высоких и низких установках (квадратично-квадратичное взаимодействие).

На практике, а также с точки зрения “интерпретируемости результатов” обычно пытаются избежать квадратичных взаимодействий. Например, квадратично-квадратичное взаимодействие факторов *A* и *B* указывает на то, что нелинейные эффекты фактора *A* изменяются нелинейным образом (модифицируются) при установках фактора *B*. Это означает, что имеется довольно сложное взаимодействие факторов, так что становится трудно понять и оптимизировать процесс. Иногда проблему можно решить с помощью подходящего нелинейного преобразования (например, логарифмирования *log*) зависимой переменной.

Центрированные и нецентрированные полиномы. Как уже упоминалось ранее, простая интерпретация оценок эффектов применима только в случае, если использовалась параметризация модели по умолчанию. В этом случае программа кодирует квадратичные взаимодействия факторов так, чтобы они становились максимально “несвязанными” с линейными главными эффектами.

Графическое представление результатов

Имеются те же диаграммы (например, диаграммы остатков) для планов $3^{**}(k-p)$, что и для $2^{**}(k-p)$ планов. Таким образом, перед интерпретацией окончательных результатов следует всегда вначале посмотреть на распределение остатков модели. Заметим, что ДА предполагает нормальное распределение остатков (ошибок).

Диаграммы взаимодействия средних. Если взаимодействуют категориальные факторы (например, тип машины, оператор или регулировка), то наилучший способ понять взаимодействия - посмотреть диаграммы маргинальных средних для взаимодействий.

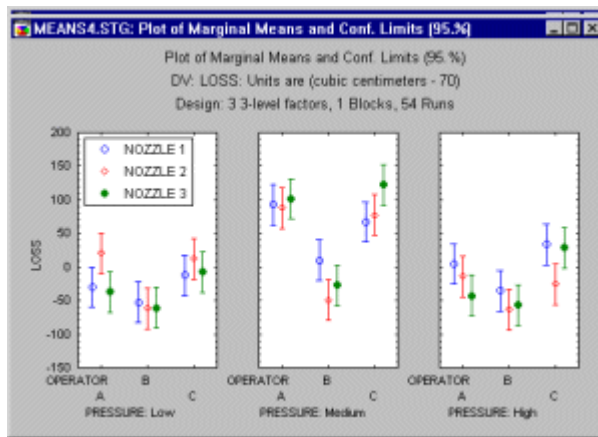


Диаграмма поверхности. Если взаимодействующие факторы непрерывны, то следует посмотреть на диаграмму поверхности отклика, соответствующую подогнанной модели. Заметим, что данный график отражает уравнение прогноза, которое дает соответствующую поверхность отклика.

Планы для факторов на 2-х и 3-х уровнях

Вы можете также генерировать стандартные планы для факторов на 2-х и 3-х уровнях. Точнее, вы можете создавать стандартные планы, перечисленные Кантором и Янгом для Национального бюро стандартов США (смотрите McLean и Anderson, 1984). Детали используемого метода построения плана лежат за пределами этого введения. В некотором смысле, техника является комбинацией процедур, описанных для планов $2^{**}(k-p)$ и $3^{**}(k-p)$. Следует отметить, что хотя все эти планы очень эффективны, они не обязательно ортогональны. Модуль *Планирование эксперимента* использует общий [алгоритм](#) оценки параметров ДА и сумм квадратов, который не требует ортогональности плана.

Планирование и анализ таких экспериментов лежит в русле обсуждений для экспериментов $2^{**}(k-p)$ планов и $3^{**}(k-p)$.

[В](#)
[начало](#)

Центральные композиционные планы и нефакторные планы для поверхности отклика

Обзор

Планы $2^{**}(k-p)$ и $3^{**}(k-p)$ требуют, чтобы факторы устанавливались, например, на 2-х или 3-х уровнях. Во многих примерах такие планы невозможны в силу неосуществимости некоторых комбинаций факторов по тем или иным причинам (например, когда факторы *A* и *B* не могут быть установлены на *верхних* уровнях одновременно). Помимо этого, по причинам, связанным с эффективностью, которые будут кратко обсуждены далее, часто желательно исследовать интересующую нас экспериментальную область в конкретных точках, которые не могут быть представлены в факторном плане.

Все планы, обсуждаемые в данном разделе, посвящены оценке (подгонке) поверхностей отклика, удовлетворяющих общему уравнению (модели):

$$y = b_0 + b_1 * x_1 + \dots + b_k * x_k + b_{12} * x_1 * x_2 + b_{13} * x_1 * x_3 + \dots + b_{k-1,k} * x_{k-1} * x_k + b_{11} * x_1^2 + \dots + b_{kk} * x_k^2?$$

Иными словами, подгоняется модель для наблюдаемых значений зависимой переменной *y*, которая включает (1) главные эффекты факторов x_1, \dots, x_k , (2) их взаимодействия ($x_1 * x_2, x_1 * x_3, \dots, x_{k-1} * x_k$) и (3) их квадратичные компоненты (x_1^2, \dots, x_k^2). Не делается никаких предположений относительно “уровней” факторов; вы можете анализировать любой набор непрерывных значений факторов.

Имеются некоторые соображения, касающиеся эффективности и несмещенности плана, которые приводят к стандартным планам, обычно используемым для подгонки поверхностей отклика, и эти стандартные планы будут кратко обсуждены (например, смотрите Box, Hunter и Hunter, 1978; Box и Draper, 1987; Khuri и Cornell, 1987; Mason, Gunst и Hess, 1989; Montgomery, 1991). Однако, как будет показано ниже при рассмотрении [планов для поверхностей с ограничениями](#), а также [D- и A-оптимальных планов](#), иногда эти стандартные планы не могут быть использованы по практическим соображениям. Повторим, однако, что опции анализа центральных композиционных планов не требуют никаких предположений относительно структуры массива данных, то есть относительно числа различных значений фактора или их комбинаций по опытам эксперимента и, следовательно, эти опции могут использоваться для анализа любого типа плана для подгонки к данным общей модели, описанной выше.

Соображения относительно плана

Ортогональные планы. Одной желательной характеристикой любого плана является независимость оценок главных эффектов и взаимодействий интересующих нас факторов. Например, предположим, что вы имеете двухфакторные эксперименты с факторами на двух уровнях. Ваш план состоит из четырех опытов:

		A	B
	R	1	1
un 1			
Run 2		1	1
Run 3		-1	-1
Run 4		-1	-1

В двух первых опытах оба фактора *A* и *B* установлены на верхних уровнях (+1). В двух вторых они установлены на нижних уровнях (-1). Предположим, нужно оценить влияние независимых вкладов факторов *A* и *B* на интересующую нас зависимую переменную. Ясно, что этот план неразумный, поскольку он не позволяет оценить главные эффекты ни для *A*, ни для *B*. Оценке поддается только один эффект – разница между *Runs 1+2* - *Опытами 1+2* и *Runs 3+4* - *Опытами 3+4*, представляющими комбинацию эффектов *A* и *B*.

Чтобы оценить независимые вклады двух факторов, их уровни в четырех опытах должны быть установлены так, чтобы “столбцы” плана были независимыми друг от друга. Другими словами, столбцы матрицы плана (а их столько, сколько имеется параметров главных эффектов и взаимодействий, которые желательно оценить) должны быть *ортогональными*. Например, если план организован следующим образом:

		A	B
	R	1	1
un 1			
Run 2		1	-1
Run 3		-1	1
Run 4		-1	-1

то столбцы, соответствующие *A* и *B*, ортогональны. Теперь вы можете оценить главный эффект *A* путем сравнения высокого уровня *A* для каждого уровня *B* с низким уровнем *A* для каждого уровня *B*; главный эффект *B* может быть оценен таким же образом.

Два столбца матрицы плана ортогональны, если сумма произведений их элементов равна нулю (иными словами, равно нулю их скалярное произведение). На практике часто возникают ситуации, когда, например, из-за потери некоторых данных или по другим причинам столбцы матрицы плана не полностью ортогональны. Общее правило здесь состоит в том, что чем более столбцы ортогональны, тем план лучше организован, тем больше информации относительно интересующих нас эффектов может быть извлечено. Поэтому одним из соображений при выборе стандартных центральных композиционных планов является нахождение планов, которые ортогональны или почти ортогональны.

Ротатабельные планы. Второе соображение состоит в том, что нужно делать, чтобы наилучшим образом извлечь максимальное количество (несмещенной) информации из плана. Не вдаваясь в подробности (смотрите монографии Vox, Hunter и Hunter, 1978; Vox и Draper, 1987, глава 14; смотрите также Deming и Morgan, 1993, глава 13), можно показать, что стандартная ошибка предсказания значений зависимой переменной пропорциональна

$$(1 + f(x)' * (X'X)^{-1} * f(x))^{1/2}$$

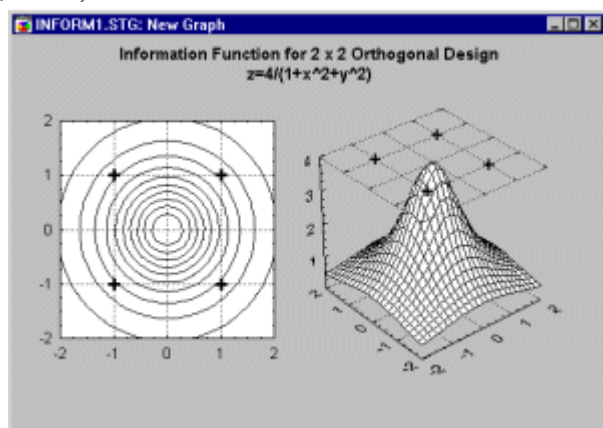
где $f(x)$ обозначает эффекты факторов соответствующей модели ($f(x)$ - вектор, а $f(x)'$ - транспонированный вектор $f(x)$), X - матрица плана; а $(X'X)^{-1}$ - матрица, обратная ковариационной матрице $X'X$. Deming и Morgan (1993) называют это выражение *нормализованной неопределенностью*, эту функцию также называют *дисперсионной функцией* (смотрите определение в Vox и Draper (1987)). Количество неопределенности в предсказании значений зависимой переменной зависит от варибельности точек плана и их ковариаций между опытами. (Заметим, что эта величина обратно пропорциональна определителю матрицы $X'X$; данный вопрос будет далее обсуждаться в разделе [D- и A-оптимальных планов](#)).

Очевидно, желательно выбрать план таким образом, чтобы извлечь наибольшую *информацию* о зависимой переменной и получить наименьшую неопределенность для прогноза ее будущих значений. Из приведенного выражения следует, что количество *информации* (или *нормализованной информации* согласно Deming и Morgan, 1993) обратно пропорционально нормализованной неопределенности.

Для простого ортогонального плана с 4-мя опытами, приведенного ранее, информационная функция равна

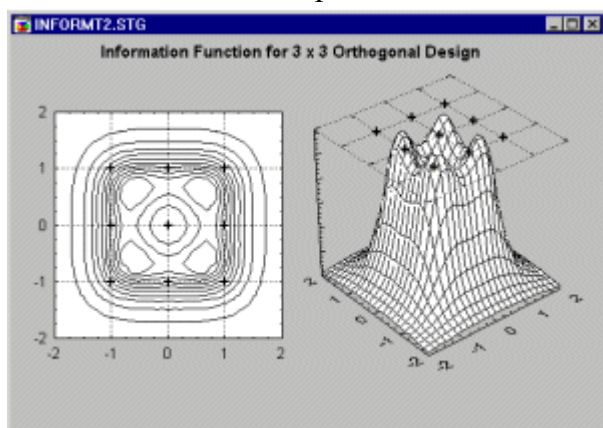
$$I_x = 4/(1 + x_1^2 + x_2^2)$$

где x_1 и x_2 обозначают соответственно уровни факторов A и B , (смотрите Vox и Draper, 1987).



Видно, что информационная функция постоянна на концентрических окружностях с центрами в начале координат. Таким образом, любое вращение исходных точек плана дает то же самое количество информации, то есть то же самое значение информационной функции. Поэтому говорят, что ортогональный план из 4-х опытов, приведенный выше, является *ротатабельным* (инвариантным относительно вращения).

Чтобы оценить нелинейные компоненты (квадратичные, второго порядка) соотношений между факторами и зависимой переменной, необходимо иметь, по крайней мере, 3 уровня соответствующих факторов. Как же выглядит информационная функция для простого факторного плана 3-на-3 в квадратичной модели (второго порядка), показанной в начале данного раздела?

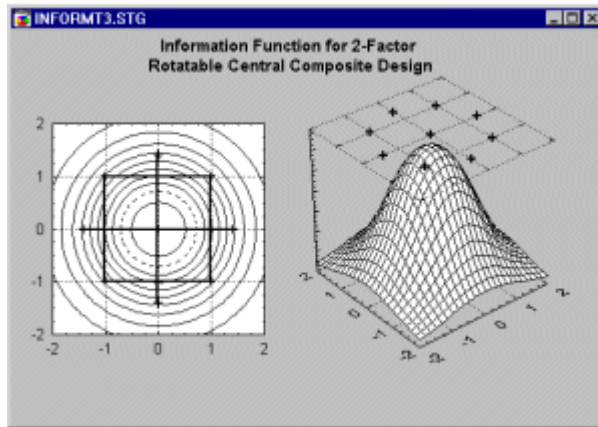


Известно (см. Vox и Draper, 1987 или Montgomery, 1991), что эта функция выглядит более сложно, содержит “карманы” с высокой плотностью в угловых областях (которые, вероятно, представляют малый интерес для экспериментатора) и, очевидно, не является постоянной на окружностях. Следовательно, она не ротатабельна. Это означает, что при различных вращениях точек плана будет извлекаться разное количество информации.

Звездные точки и ротатабельные планы второго порядка. Можно показать, что при добавлении так называемых звездных точек к простым (квадратным или кубическим) 2-уровневым факторным планам можно получить ротатабельные, а иногда и ортогональные или почти ортогональные планы. Например, к ротатабельному плану приводит добавление следующего ряда точек к простому ортогональному плану 2-на-2:

		A	B
	R		
un	1	1	
Run	2	1	-1
Run	3	-1	1
Run	4	-1	-1
Run	5	-1.414	0
Run	6	1.414	0
Run	7	0	-1.414
Run	8	0	1.414
Run	9	0	0
Run	10	0	0

Первые четыре опыта в этом плане являются точками предыдущего факторного плана 2-на-2 (или *квадратными точками* или *кубическими точками*); опыты с 5-го по 8-ой являются так называемыми *звездными точками* или *осевыми точками*, а опыты 9 и 10 – центральными точками.



Информационная функция этого плана для модели второго порядка (квадратичной модели) ротатабельна, т. е. постоянна на окружностях с центром в начале координат (иными словами, план стал ротатабельным).

Альфа для ротатабельности и ортогональности

Две характеристики плана – ортогональность и ротатабельность – зависят от числа центральных точек плана и так называемого *осевого расстояния* α *a (альфа)*, которое равно расстоянию от звездных точек до центра плана (т. е. 1.414 для плана, показанного выше). Можно показать, (см. например, Vox, Hunter, и Hunter, 1978; Vox и Draper, 1987, Khuri и Cornell, 1987; Montgomery, 1991), что план ротатабелен, если:

$$\alpha = (n_c)^2$$

где n_c означает число кубических точек в плане (т. е. точек в факторной части плана).

Центральный композиционный план является ортогональным, если выбрать альфа так, чтобы:

$$\alpha = \{[(n_c + n_s + n_0)^2 - n_c^2] * n_c / 4\}^2$$

где

n_c	число	кубических	точек	плана
n_s	число	звездных	точек	плана
n_0	число центральных точек плана			

Чтобы сделать план одновременно (приблизительно) и ортогональным, и ротатабельным, следует вначале выбрать осевое расстояние для ротатабельности, а затем добавить центральные точки (см. Khuri и Cornell, 1987) так, чтобы:

$$n_0 \approx 4 * n_c^2 + 4 - 2k$$

где k означает число факторов плана.

Наконец, если имеется разбиение на блоки, Vox и Draper (1987) дают следующую формулу осевого (аксиального) расстояния для достижения ортогональности, и (в большинстве случаев) также для получения приемлемых контуров информационной функции, т. е. контуров, близких к сферическим:

$$\alpha = [k * (1 + n_{s0} / n_s) / (1 + n_{c0} / n_c)]^2$$

где

n_{s0}	число	центральных	точек	в	звездной	части	плана
n_s	число	нецентральных	звездных	точек	плана		
n_{c0}	число	центральных	точек	в	кубической	части	плана
n_c	число нецентральных точек кубических точек плана						

Доступные стандартные планы

Стандартные центральные композиционные планы обычно строятся следующим образом: в качестве кубической части плана берется план 2^{k-p} и затем он дополняется звездными и центральными точками. Vox и Draper (1987) перечислили ряд таких планов.

Малые композиционные планы. В стандартных планах кубическая часть обычно является планом разрешения V (или выше). Это, однако, не является обязательным, и в

случаях, когда опыты дороги, или когда необходимо построить статистически наиболее мощный тест для проверки адекватности модели, можно выбрать кубическую часть планов с разрешением III. Например, это можно сделать с помощью планов [Плаккетта-Бермана](#). Hartley (1959) описал такие планы.

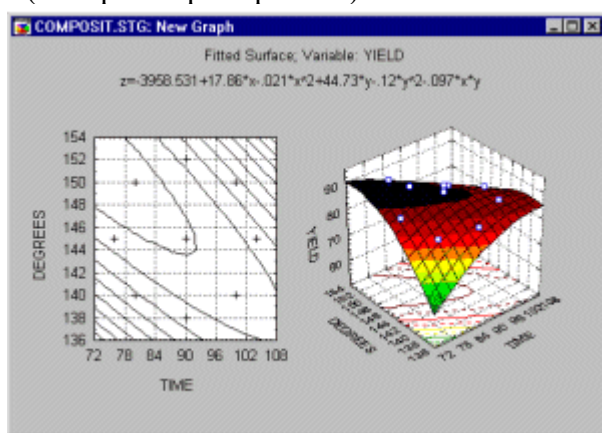
Анализ центральных композиционных планов

Анализ центральных композиционных планов во многом подобен анализу [3^{**}\(k-p\) планов](#). Программа подгоняет данные с помощью общей модели, описанной ранее; например, для двух переменных программа будет подгонять модель:

$$y = b_0 + b_1 * x_1 + b_2 * x_2 + b_{12} * x_1 * x_2 + b_{11} * x_1^2 + b_{22} * x_2^2$$

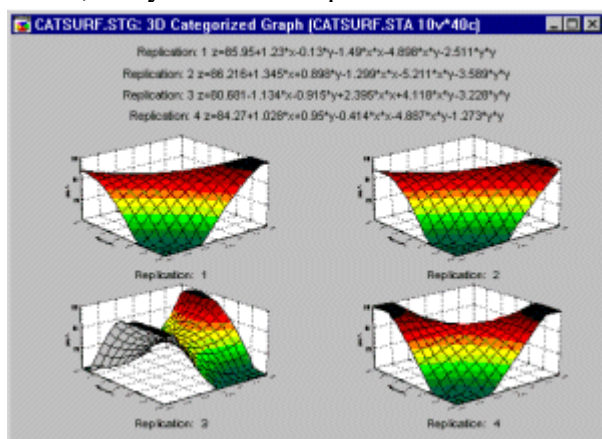
Подогнанная поверхность отклика

Форму подогнанной поверхности отклика лучше всего представить в графическом виде, и вы можете строить как контурные диаграммы, так и диаграммы поверхности отклика (смотрите пример ниже).

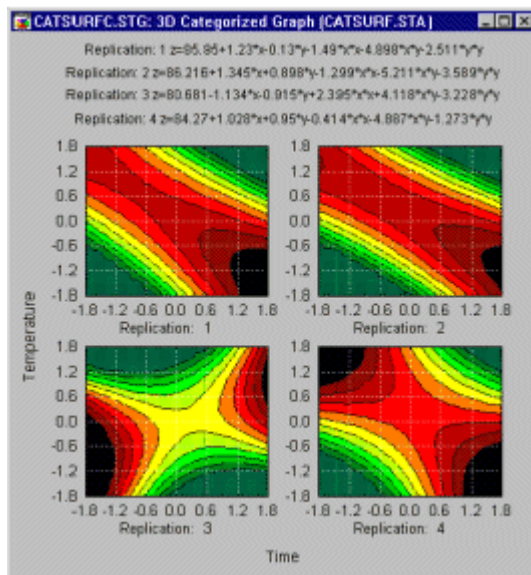


Категоризованные поверхности отклика

Вы можете подогнать 3-х мерную поверхность к вашим данным, категоризованную по некоторым другим переменным. Например, если стандартный центральный композиционный план повторен 4 раза, очень полезно посмотреть, насколько подобны поверхности, получающиеся при подгонке в каждой реплике.



Графическое представление позволит вам убедиться в надежности результатов, а также выявить области, в которых имеются отклонения.



Очевидно, третья реплика дает поверхность, отличную от других. В репликах 1, 2 и 4 подогнанные поверхности очень похожи друг на друга. Таким образом, необходимо выяснить, что является причиной этого заметного отличия в третьей реплике плана.

[В начало](#)

Планы на латинских квадратах Обзор

Планы латинских квадратов используются в тех случаях, когда интересующие нас факторы имеют более двух уровней, и вы заранее знаете, что между факторами нет [взаимодействий](#) (или этими взаимодействиями можно пренебречь). Например, если вы хотите проверить воздействие 4 топливных присадок на снижение концентрации окиси азота и имеете в своем распоряжении 4 автомобиля и 4 водителя, то в принципе, можно поставить полный факторный эксперимент 4 x 4 x 4, который требует 64 опыта. Однако вас реально не интересуют (малые) взаимодействия между топливными присадками и водителями, топливными присадками и автомобилями, а также автомобилями и водителями. Больше всего вас интересует оценка главных эффектов, в особенности фактор топливных присадок. В то же время хотелось бы иметь уверенность, что главные эффекты водителей и автомобилей не влияют на оценку главного эффекта топливных присадок (не смещают их).

Если вы обозначите присадки буквами A, B, C и D, то план латинских квадратов, который позволит получить оценки *несмешанных* главных эффектов, выглядит следующим образом (смотрите также Box, Hunter и Hunter, 1978, стр. 263):

	Car				
river	D	1	2	3	4
	1	A	B	D	C
2	D	C	A	B	
3	B	D	C	A	
4	C	A	B	D	

Планы на латинских квадратах

Пример, показанный выше, на самом деле является лишь одним из трех возможных расположений уровней факторов, позволяющих получить *несмещенные* оценки главных

эффектов. Такое расположение факторов называется *Латинским квадратом*. Выше показан латинский квадрат 4 x 4. Вместо требующихся в полном факторном эксперименте 64 опытов достаточно выполнить только 16.

Греко-латинские квадраты. Замечательное свойство латинских квадратов состоит в том, что они могут накладываться друг на друга, образуя *Греко-латинские квадраты*. Например, следующие два латинских квадрата 3 x 3 могут быть преобразованы в греко-латинский квадрат:

a	b	c	and	α	β	τ	results in	a α	b β	c τ
b	c	a		τ	α	β		b τ	c α	a β
c	a	b		β	τ	α		c β	a τ	b α

С помощью этого греко-латинского квадрата вы можете оценить главные эффекты четырех 3-х уровневых факторов (фактора строк, фактора столбцов, римских букв и греческих букв) проведя только 9 опытов.

Гипер-греко-латинские квадраты. Для некоторого числа уровней имеется более двух возможных расположений в латинские квадраты. Например, существует три различных латинских квадрата на 4-х уровнях. Если их наложить друг на друга, получится план *Гипер-греко-латинских квадратов*. С его помощью можно оценить главные эффекты всех пяти 4-уровневых факторов, проведя эксперимент только с 16 опытами.

Анализ плана

Анализ планов латинских квадратов прост. Кроме того, могут быть получены диаграммы средних для интерпретации результатов.

Очень большие планы, случайные эффекты, несбалансированные вложения

Заметим, что имеется несколько методов, которые также позволяют проводить анализ такого типа планов; обращайтесь к разделу [Методы дисперсионного анализа](#) для подробностей. В частности, в разделе [Компоненты дисперсии и смешанная модель ANOVA/ANCOVA](#) описаны весьма эффективные методы для анализа планов с несбалансированными вложениями (когда вложенные факторы имеют другие уровни внутри уровней факторов, в которые они вложены), очень больших вложенных планов (например, с более чем 200 уровнями в совокупности) или иерархически вложенных планов (включая или исключая [случайные эффекты](#)).

В

[начало](#)

Методы Тагучи: робастное планирование эксперимента

Обзор

Приложения. Методы Тагучи находят все большее применение в последние годы. Примеры значительного улучшения качества, связанного с внедрением этих методов (смотрите, например, Phadke, 1989; Noori, 1989), вызвали интерес к ним американских промышленников. Так, некоторые из ведущих производителей начали использовать их с очень большим успехом. Например, АТ&Т использует эти методы в производстве очень больших интегральных контуров (*ОБИК*), компания Форд добилась значительного улучшения качества, используя эти методы (Американский институт снабжения, 1984 по 1988).

Обзор. Методы Тагучи находятся во многих отношениях в стороне от традиционных процедур контроля качества (смотрите [Контроль качества](#) и [Анализ производственных процессов](#)) и промышленного эксперимента. Особенно важными являются следующие понятия:

1. *функция потери качества,*
2. *отношение сигнал/шум (С/Ш),*
3. *ортогональные массивы*

Эти основные аспекты методов робастного планирования будут обсуждаться в следующих разделах. По этим методам недавно было опубликовано несколько монографий, например, Pease (1993), Phadke (1989), Ross (1988) и Roy (1990), и рекомендуется обращаться к ним для более детального изучения темы. Вводные обзоры идей Тагучи о качестве и его улучшении можно найти в работах Barker (1986), Garvin (1987), Kaskar (1986) и Noori (1989).

Функции качества и потерь качества

Что такое качество. Тагучи начинает с вопроса, что такое качество? Нелегко дать простое определение *качества*; однако, если ваш новый автомобиль теряет скорость в центре напряженного перекрестка, подвергая вас и других участников движения риску, то вы говорите, что ваш автомобиль *не* обладает высоким качеством. Понятие *противоположное* качеству более простое: это общие *потери* для вас и для общества, обусловленные функциональной изменчивостью (изменчивостью) и неблагоприятными побочными эффектами, связанными с соответствующим продуктом. Таким образом, в качестве рабочего определения вы можете измерять качество в терминах этих потерь, и чем больше потери качества, тем ниже оно само.

Разрывная функция потерь. Вы можете сформулировать гипотезу об общем классе и форме функции потерь. Предположим, что имеется особая *идеальная* точка высшего качества; например, превосходный автомобиль без каких-либо проблем с качеством. Обычно в статистическом контроле процессов (СКП, см. также *Анализ производственных процессов*) принято определять уровень допуска вокруг номинальной идеальной точки производственного процесса. Согласно традиционной точке зрения, используемой в методах СКП, если вы находитесь внутри допуска, у вас не возникает проблем с качеством. Другими словами, внутри зоны допуска потери качества равны нулю. Если вы вышли за его пределы, потери качества объявляются неприемлемыми. Так, согласно традиционной точке зрения, функция потерь качества является *разрывной порогообразной функцией*: если вы находитесь внутри зоны допуска, потери качества пренебрежимы, а когда вы выходите за его пределы, потери становятся неприемлемыми.

Квадратичная функция потерь. Зададимся вопросом: является ли кусочно-постоянная функция хорошей моделью для потери качества? Вернемся к примеру “превосходного автомобиля”. Имеется ли разница между автомобилем, с которым *ничего* не случилось в течение года после покупки, и автомобилем, у которого начало что-то немножко барахлить, например, отвалились некоторые крепления и разбились часы на панели (все это входит в гарантийный ремонт, не так ли...)? Если вы когда-либо покупали новый автомобиль, вы очень хорошо знаете, как могут раздражать такие небольшие по общему признанию проблемы с качеством. Точка зрения здесь такова: *не* является реалистичным предположение о том, что если вы удаляетесь от номинального определения вашего производственного процесса, потери качества равны нулю, если вы находитесь в зоне допуска. Наоборот, если вы не попали точно “в цель”, то потери все же существуют, например, в терминах удовлетворения покупателя. Более того, эти потери, вероятно, не являются линейной функцией отклонения от номинальной спецификации процесса, а являются *квадратичной* функцией арочного типа (вроде перевернутой буквы U). Шум в одном месте вашего автомобиля раздражает, но вы, вероятно, не будете слишком опечалены этим; но добавьте еще пару шумов и, возможно, вы объявите ваш автомобиль “хламом”. Если постепенные отклонения от номинала дают непропорциональное увеличение потерь, то скорее всего это квадратичные увеличения.

Вывод: контроль изменчивости. Если фактически потери качества являются квадратичной функцией отклонения от номинального значения, то цель ваших усилий состоит в том, чтобы *минимизировать квадрат отклонения или дисперсию* продукта относительно его номинальной (идеальной) спецификации, а не *число единиц внутри границы допуска* (как это делается в традиционных процедурах анализа процессов).

Отношения (С/Ш) сигнал/шум

Измерение потери качества. Даже если вы заключили, что функция потерь квадратична, вы до сих пор точно не знаете, как измерять сами потери. Однако, на какой бы мере вы ни остановились, она должна отражать квадратичную природу функции.

Сигнал, шум и управляющие факторы. Продукт идеального качества всегда должен откликаться одинаковым образом на *управляющие сигналы*. Когда вы поворачиваете ключ зажигания автомобиля, то ожидаете, что стартер провернет двигатель, и он заведется. В автомобиле идеального качества процесс зажигания всегда происходит одним и тем же образом, например, после трех поворотов ключа зажигания двигатель заводится. Если в ответ на один и тот же сигнал - поворот ключа зажигания - наблюдается случайная изменчивость процесса, вы имеете дело с качеством, худшим, чем идеальное. Например, из-за таких неконтролируемых факторов, как низкая температура, влажность, изношенность двигателя и так далее последний может иногда завестись только после 20 попыток и даже не завестись совсем. Этот пример иллюстрирует ключевой принцип измерения качества по Тагучи: вам хотелось бы минимизировать изменчивость реакции продукта в ответ на факторы *шума*, максимизируя при этом изменчивость в ответ на *управляющие факторы*.

Факторы *Шума* - это те факторы, которые находятся вне контроля оператора. В примере с автомобилем эти факторы включают колебания температуры, различия в качестве бензина, изношенность двигателя и так далее. *Управляющие факторы* – это те факторы, которые устанавливаются или управляются оператором машины для ее использования по назначению (поворот ключа зажигания запускает двигатель и автомобиль может начать движение).

Итак, целью ваших усилий по улучшению качества является установка наилучших значений *управляющих факторов*, которые включены в производственный процесс для того, чтобы максимизировать отношение С/Ш (сигнал-шум); так что здесь факторы в эксперименте выступают как *управляющие*.

С/Ш отношения. Вывод из предыдущего состоит в том, что качество может быть рассмотрено с точки зрения отклика продукта на шумы и управляющие факторы. Идеальный продукт будет реагировать только на сигналы оператора, и не будет реагировать на случайный шум (погоду, температуру, влажность и так далее). Следовательно, цель ваших усилий по совершенствованию качества может рассматриваться как попытка *максимизировать отношение сигнал/шум (С/Ш)* соответствующего продукта. Отношения *С/Ш*, описанные в последующих параграфах, были предложены Тагучи (1987).

Меньше - лучше. Если вы хотите минимизировать число появлений некоторых дефектов продукта, вычислите следующее отношение С/Ш:

$$\text{Eta} = -10 * \log_{10} [(1/n) * \sum(y_i^2)] \quad \text{for } i = 1 \text{ to no. vars} \quad \text{see } \text{outer arrays}$$

Здесь *Eta* является результирующим отношением С/Ш, *n* - число наблюдений, а *y* - соответствующая характеристика. Например, число повреждений окраски автомобиля могло бы выступать как переменная *y* и анализироваться посредством отношения С/Ш. Эффект управляющих факторов равен нулю, поскольку нуль повреждений окраски является желаемым состоянием. Заметим, что отношение С/Ш является выражением предполагаемой *квадратичной* функции потерь. Множитель *-10* указывает на то, что это отношение измеряет величину, противоположную “плохому качеству”: чем больше повреждений окраски, тем больше сумма квадратов чисел повреждений и тем меньше (то есть более отрицательным) становится отношение С/Ш. Максимизация этого отношения приводит к возрастанию качества.

Номинальное – наилучшее значение. Здесь вы имеете фиксированную величину сигнала (номинальное значение), и дисперсия вокруг этого значения рассматривается как результат действия шумов:

$$\text{Eta} = 10 * \log_{10} (\text{Mean}^2/\text{Variance})$$

Такое отношение сигнал/шум может использоваться, когда идеальное качество совпадает с конкретным номинальным значением. Например, диаметр поршневых колец в двигателе автомобиля должен быть как можно ближе к стандартному, чтобы обеспечить высокое качество двигателя.

Больше - лучше. Примерами такого типа инженерных задач является экономия топлива автомобиля (литров бензина на километр), прочность цементного раствора, сопротивление защитных материалов и так далее. Здесь используется следующее отношение С/Ш:

$$\text{Eta} = -10 * \log_{10} [(1/n) * \sum (1/y_i^2)] \quad \text{for } i = 1 \text{ to no. vars} \quad \text{see } \text{outer arrays}$$

Цель со знаком. Этот тип отношения С/Ш применяется, когда характеристика качества имеет идеальное значение 0 (ноль) и могут встречаться как положительные, так и отрицательные значения качества (отклонения от 0). Например, причиняющее ущерб напряжение в дифференциальных усилителях постоянного тока может быть как положительным, так и отрицательным (смотрите Phadke, 1989). Можно воспользоваться следующим отношением С/Ш для проблем такого типа:

$$\text{Eta} = -10 * \log_{10}(s^2) \quad \text{for } i = 1 \text{ to no. vars} \quad \text{see } \text{outer arrays}$$

где s^2 обозначает дисперсию характеристики качества по измерениям (переменным).

Доля дефектов. Это отношение С/Ш используется для минимизации отходов, минимизации доли пациентов, у которых развиваются побочные реакции на препарат, и так далее. Тагучи также ссылается на значения *Эта* как на значения *Омеги*. Заметим, что это отношение С/Ш эквивалентно известному преобразованию *логит* (смотрите главу [Нелинейное оценивание](#)):

$$\text{Eta} = -10 * \log_{10}[p/(1-p)]$$

где

p доля дефектных изделий

Упорядоченные категории (аккумуляционный анализ). В некоторых случаях измерения характеристики качества могут быть получены только в терминах категорий. Например, покупатели могут категоризировать товар как *превосходный*, *хороший*, *средний* или *ниже среднего*. В этом случае вы пытаетесь максимизировать количество продуктов, оцениваемых как *превосходные* и *хорошие*. Обычно результат аккумуляционного анализа представляется в виде гистограммы.

Ортогональные массивы

Третий аспект робастных планов Тагучи весьма схож с традиционными методами. Тагучи разработал систему табулированных планов, которые позволяют оценить несмещенным (ортогональным) образом максимальное число главных эффектов при помощи минимального числа опытов в эксперименте. [Планы на латинских квадратах](#), [2**\(k-p\) планы](#) ([Планы Плакетта-Бермана](#), в частности), и [Планы Бокса-Бенкена](#) также предназначены для достижения этой цели. Многие стандартные ортогональные массивы, табулированные Тагучи, идентичны дробным факторным двухуровневым планам, планам Плакетта-Бермана, планам Бокса-Бенкена, латинским квадратам, греко-латинским квадратам и так далее.

Анализ планов

Большая часть робастных планов эквивалентна обычному дисперсионному анализу (ДА) для соответствующих отношений С/Ш, в котором игнорируются [взаимодействия](#) второго порядка и выше. Заметим, что при оценке дисперсий ошибок обычно объединяются вместе главные эффекты пренебрежимых размеров.

Анализ отношений С/Ш в стандартных планах. Следует заметить, что все обсуждавшиеся ранее планы (например, [2**\(k-p\) планы](#), [3**\(k-p\) планы](#), смешанные 2-х и 3-х уровневые планы, [латинские квадраты](#), [центральные композиционные планы](#)) могут быть использованы для анализа отношений С/Ш, которые вы вычислили. На самом деле, многие дополнительные диаграммы или другие опции, имеющиеся для указанных планов

(например, оценивание квадратичных компонент и так далее), могут оказаться очень полезными при анализе вариабельности (С/Ш отношений) в производственном процессе.

Диаграмма средних. Визуализация итогов эксперимента состоит в нанесении на график средних *Эта* (С/Ш отношений) по уровням факторов. По этой диаграмме легко могут быть установлены оптимальные значения (то есть наибольшие отношения С/Ш) каждого фактора.

Проверочные или тестовые эксперименты. Для целей предсказания вы можете вычислить ожидаемое отношение С/Ш, при фиксировании пользователем определенных комбинаций установок факторов (игнорируя факторы, отнесенные в член ошибок). Эти предсказанные отношения С/Ш могут быть затем использованы для проведения проверочного эксперимента, в котором инженер действительно настраивает машину соответственно и сравнивает результаты наблюдаемого отношения С/Ш с предсказанным из предыдущего эксперимента отношением С/Ш. Если случаются большие отклонения, нужно сделать вывод, что модель простых главных эффектов не подходит.

В таких случаях Тагучи рекомендует преобразование зависимой переменной для обеспечения аддитивности факторов, то есть попытаться “заставить” модель главных эффектов соответствовать (Taguchi, 1987). Phadke (1989, глава 6) также детально обсуждает методы обеспечения аддитивности факторов.

Аккумуляционный анализ

Для анализа упорядоченных категориальных данных дисперсионный анализ непригоден. Вместо него модуль *Планирование эксперимента* представит кумулятивный график числа наблюдений в каждой категории. Для каждого уровня фактора программа выведет накопленную (кумулятивную) долю числа дефектных изделий. Таким образом, эта диаграмма дает ценную информацию относительно распределения категориальных отсчетов при различных значениях факторов.

Выводы

Вначале вы должны определить факторы *плана* или *управляющие* факторы, которые могут быть установлены конструктором или инженером. Это факторы эксперимента, которые вы будете устанавливать на различные уровни. Затем вы примете решение об использовании соответствующего ортогонального массива для эксперимента. Далее вы должны решить, как измерять интересующую вас характеристику качества. Помните, что большинство отношений С/Ш требует, чтобы в каждом опыте эксперимента производились многократные измерения, в противном случае, например, изменчивость (разброс) вокруг номинального значения не может быть оценена. Наконец, вы проводите эксперимент и определяете факторы, наиболее сильно влияющие на выбранное отношение С/Ш, и соответственно регулируете вашу машину или производственный процесс.

[В
начало](#)

Планы для смесей и тернарные поверхности

Обзор

Специальные вопросы возникают, когда анализируются смеси компонент, которые в сумме должны давать константу. Например, если вы хотите оптимизировать вкус фруктового пунша, состоящего из соков 5 фруктов, то сумма долей всех соков в каждой смеси должна быть равна 100%. Такая задача оптимизации смесей часто встречается в производстве пищи, очистке или производстве химикатов или лекарств. Разработан ряд планов, специально для анализа смесей (смотрите, например, Cornell, 1990a, 1990b; Cornell и Khuri, 1987; Deming и Morgan, 1993; Montgomery, 1991).

Треугольные координаты

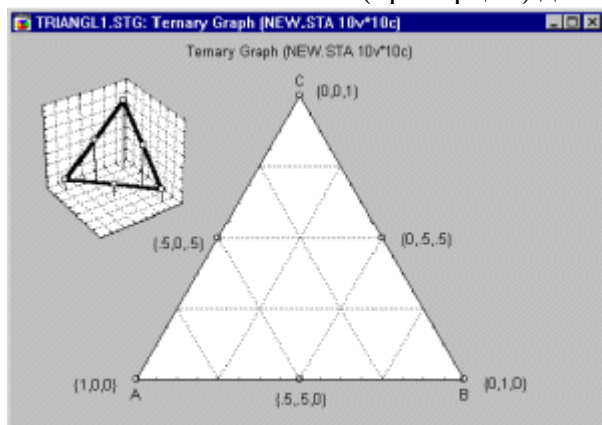
Общим способом, с помощью которого могут быть представлены пропорции в смеси, являются треугольные диаграммы (диаграммы на треугольнике). Например,

предположим, что у вас есть смесь, которая состоит из 3 компонент A , B , C . Любая смесь трех компонент может быть представлена точкой в системе координат на треугольнике, определяемой тремя переменными.

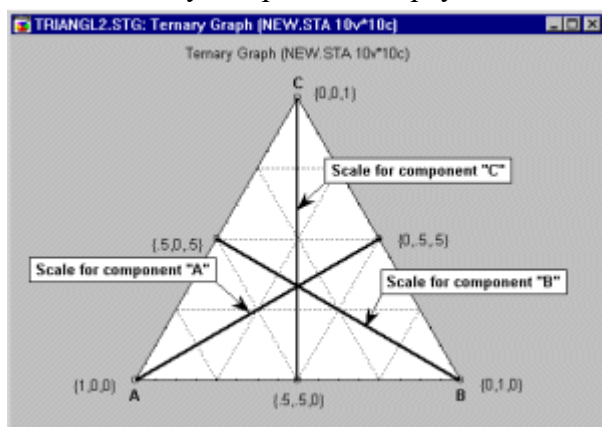
Например, возьмем следующие 6 смесей из 3-х компонент.

	A	B	C
	1	0	0
0	1	0	
0	0	1	
0.5	0.5	0	
0.5	0	0.5	
0	0.5	0.5	

Сумма для каждой смеси равна 1.0, так что значения компонент в каждой смеси могут интерпретироваться как пропорции. Если вы нанесете эти данные на график в виде обычной 3-х мерной диаграммы рассеяния, станет очевидно, что точки образуют треугольник в 3-х мерном пространстве. Только точки внутри треугольника, где сумма значений компонент равна 1, представляют настоящие смеси. Следовательно, можно просто наносить данные только в треугольник (в данном случае двумерный), чтобы изображать значения компонент (пропорции) для каждой смеси.



Чтобы определить координаты точки в треугольном графике, вы соединяете прямой линией точку с вершинами треугольника.

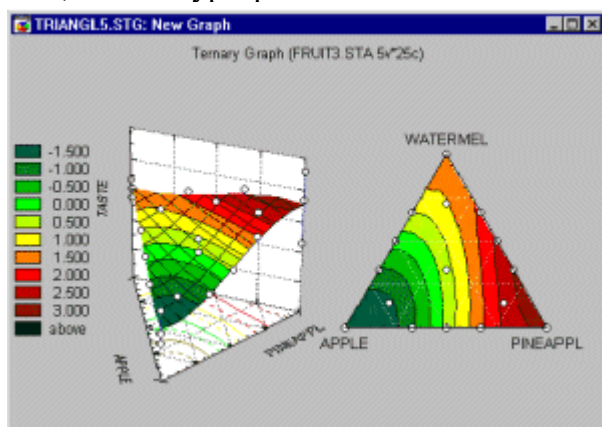


Вершина, соответствующая конкретному фактору представляет собой чистую смесь, то есть состоящую только из данной компоненты. Так что координата соответствующей вершине компоненты равна 1 (или 100% или любой другой величине в зависимости от шкалирования) и равна 0 (нулю) для всех других компонент. На стороне,

противоположной соответствующей вершине, значение данной компоненты равно 0 (нулю), а для других компонент .5 (или 50% и так далее).

Тернарные поверхности и контуры

Можно теперь добавить четвертое измерение и нанести на график значения зависимой переменной или функцию (поверхность) для каждой точки внутри треугольника. Заметим, что поверхность отклика может быть представлена либо в 3-х мерном пространстве, где предсказываемый отклик (оценка *Taste -Вкус*) наносится, как расстояние поверхности от плоскости треугольника, либо представлена в виде контурной диаграммы, где контуры равной высоты наносятся в 2-х мерном треугольнике.



Здесь следует упомянуть о том, что категоризованные графики позволяют построить категоризованные диаграммы, заданные на треугольнике. Они полезны, поскольку позволяют вам подгонять зависимую переменную (например, *Taste -Вкус*) поверхностью отклика для различных уровней четвертой компоненты.

Канонический вид полиномов для смесей

Подгонка поверхности отклика к данным по смесям, в принципе, осуществляется таким же образом, как и подгонка поверхности для данных, полученных, например, с помощью центральных [композиционных планов](#). Однако имеется проблема, состоящая в том, что в данных о смесях накладывается ограничение, состоящее в том, что сумма значений компонент должна быть постоянной.

Рассмотрим простой пример с двумя факторами A и B . Желательно подогнать простую линейную модель:

$$y = b_0 + b_A * x_A + b_B * x_B$$

Здесь y обозначает зависимую переменную, b_A и b_B обозначают коэффициенты регрессии, x_A и x_B - значения факторов. Предположим, что x_A и x_B должны в сумме давать 1; тогда вы можете умножить b_0 на $1 = (x_A + x_B)$:

$$y = (b_0 * x_A + b_0 * x_B) + b_A * x_A + b_B * x_B$$

или:

$$y = b'_A * x_A + b'_B * x_B$$

где $b'_A = b_0 + b_A$ и $b'_B = b_0 + b_B$. Таким образом, оценивание в этой модели сводится к подгонке модели множественной регрессии без свободного члена. (Смотрите также [Множественная регрессия](#) для более детального рассмотрения вопросов, касающихся регрессии).

Общие модели для смесей

Квадратичную и кубическую модели также можно упростить (как показано выше на примере простой линейной модели), что приводит к четырем стандартным моделям, обычно применяемым для подгонки смесей. Здесь приведены формулы для 3-х переменных для таких моделей (смотрите Cornell, 1990, для дополнительных подробностей).

Линейная модель:

$$y = b_1 * x_1 + b_2 * x_2 + b_3 * x_3$$

Квадратичная модель:

$$y = b_1*x_1 + b_2*x_2 + b_3*x_3 + b_{12}*x_1*x_2 + b_{13}*x_1*x_3 + b_{23}*x_2*x_3$$

Специальная кубическая модель:

$$y = b_1*x_1 + b_2*x_2 + b_3*x_3 + b_{12}*x_1*x_2 + b_{13}*x_1*x_3 + b_{23}*x_2*x_3 + b_{123}*x_1*x_2*x_3$$

Полная кубическая модель:

$$y = b_1*x_1 + b_2*x_2 + b_3*x_3 + b_{12}*x_1*x_2 + b_{13}*x_1*x_3 + b_{23}*x_2*x_3 + d_{12}*x_1*x_2*(x_1 - x_2) + d_{13}*x_1*x_3*(x_1 - x_3) + d_{23}*x_2*x_3*(x_2 - x_3) + b_{123}*x_1*x_2*x_3$$

(Заметим, что коэффициенты d_{ij} также являются параметрами модели).

Стандартные планы экспериментов для смесей

Обычно используются два типа стандартных планов экспериментов для смесей.

Оба они оценивают поверхности отклика в вершинах треугольника и в центрах сторон. Иногда в эти планы добавляют дополнительные внутренние точки.

Симплекс-вершинные планы. При этом размещении точек плана $m+1$ для каждого фактора или компоненты в модели тестируются равноотстоящие точки:

$$x_i = 0, 1/m, 2/m, \dots, 1 \quad i = 1, 2, \dots, q$$

а также все их комбинации. Получающийся план называется *simplex-lattice* – *симплекс-вершинным* планом. Например, симплекс-вершинный план с $\{q=3, m=2\}$ включает следующие смеси:

	A	B	C
	1	0	0
0	1	0	
0	0	1	
.5	.5	0	
.5	0	.5	
0	.5	.5	

Симплекс-вершинный план с $\{q=3, m=3\}$ включает следующие точки:

	A	B	C
	1	0	0
0	1	0	
0	0	1	
1/3	2/3	0	
1/3	0	2/3	
0	1/3	2/3	
2/3	1/3	0	
2/3	0	1/3	
0	2/3	1/3	
1/3	1/3	1/3	

Симплекс-центроидные планы. Альтернативное размещение факторов, введенное Шеффе (Scheffe, 1963), является так называемым *симплекс-центроидным* планом. При его применении точки плана соответствуют всем перестановкам чистых смесей (например, $1\ 0\ 0$; $0\ 1\ 0$; $0\ 0\ 1$), перестановкам бинарных смесей ($S\ S\ 0$; $S\ 0\ S$; $0\ S\ S$), перестановкам с тремя одинаковыми по пропорции компонентами и так далее. Например, для 3-х факторов симплекс-центроидный план состоит из точек (вершины, центры сторон, центр треугольника):

	A	B	C
--	---	---	---

	1	0	0
0	1	0	
0	0	1	
1/2	1/2	0	
1/2	0	1/2	
0	1/2	1/2	
1/3	1/3	1/3	

Добавление внутренних точек. Подобные планы иногда дополняются внутренними точками (смотрите Khuri и Cornell, 1987, стр. 343; Mason, Gunst, Hess; 1989; стр. 230). Например, для 3-х факторов можно добавить следующие внутренние точки:

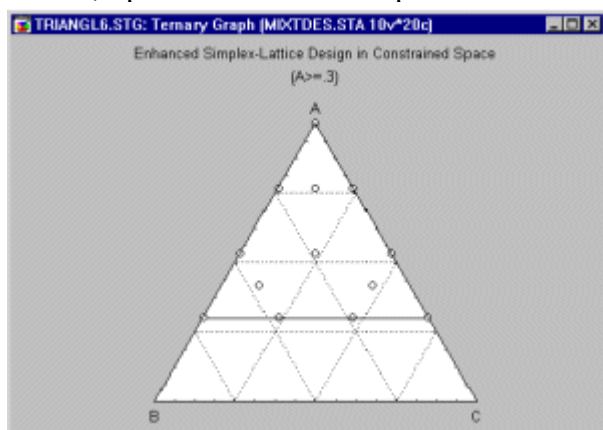
	A	B	C
	2	1	1
/3	/6	/6	
1/6	2/3	1/6	
1/6	1/6	2/3	

Если вы нанесете их на диаграмму рассеяния в треугольных координатах, можно увидеть, как ровно эти планы заполняют экспериментальную область, определенную на треугольнике.

Ограничения снизу

Для всех планов, описанных выше, требуются точки-вершины, то есть чистые смеси, состоящие из одной компоненты. На практике такие точки обычно неприемлемы, т.к. не могут производиться из-за соображений стоимости или других ограничений. Например, предположим, что вы хотели бы изучить эффект пищевых добавок на вкус фруктового пунша. Дополнительный ингредиент может варьироваться лишь в узких пределах, например, он не может превышать некоторого процента общей массы. Ясно, что фруктовый пунш, составленный *только* из чистой добавки, не будет на самом деле пуншем. Такого рода ограничения весьма типичны.

Рассмотрим пример с тремя компонентами, где на компоненту A наложено ограничение $x_A \geq .3$. Общая сумма для 3-х компонентной смеси должна быть равной 1. Это ограничение может быть показано на треугольной диаграмме в виде прямой с треугольными координатами для $x_A = .3$, то есть прямой, параллельной стороне треугольника, противоположной вершине A .



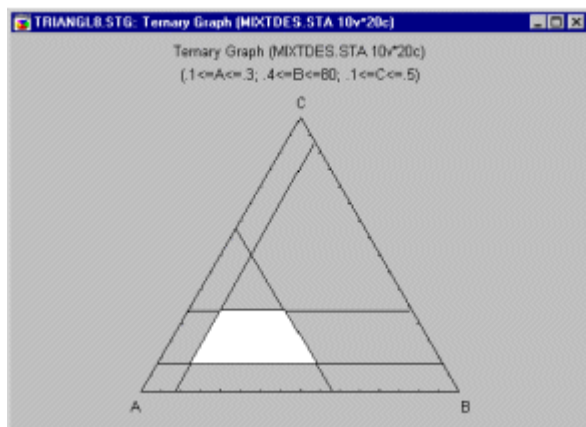
Теперь можно построить план, как и ранее, с тем лишь условием, что одна компонента смеси удовлетворяет ограничению. Позднее, при проведении анализа, можно

просмотреть оценки параметров так называемых *псевдокомпонент*, рассматривающих ограниченный треугольник как полный.

Множественные ограничения. Многомерные ограничения снизу можно рассматривать аналогично одномерным. Программа сконструирует множество внутри полного треугольника и затем поместит точки плана в нее согласно выбранному плану.

Ограничения сверху и снизу

Если имеются ограничения снизу и сверху (что часто бывает в экспериментах на смесях), то стандартные симплекс-вершинные и симплекс-центроидные планы не могут быть построены, поскольку область, определяемая ограничениями, не является больше треугольником и центры (например, вершины) могут не принадлежать области определения. Существует общий [алгоритм](#) нахождения точек-вершин и центроидов для таких [планов с ограничениями](#).



Заметим, что вы все еще можете проводить анализ таких планов, подгоняя стандартные модели.

Анализ экспериментов для смесей

Анализ экспериментов для смесей похож на множественную регрессию со свободным членом, равным нулю. Как объяснялось ранее, основное ограничение: сумма всех компонент должна быть постоянной – может быть реализовано в подгонке модели множественной регрессии, не включающей свободный член. Если вы не знакомы с понятием множественной регрессии, смотрите [Множественная регрессия](#).

Специальные модели, рассматриваемые обычно, описаны ранее. Суммируя это описание, отметим, что к значениям зависимой переменной подгоняется поверхность отклика возрастающей сложности, начиная с линейной модели, затем продолжая квадратичной моделью, специальной кубической моделью и, наконец, завершая полной кубической моделью. Ниже приведена таблица, показывающая число членов или параметров в каждой модели для некоторого числа компонент (смотрите таблицу 4, Cornell, 1990):

o. of Comp.	Model (Degree of Polynomial)			
	Linear	Quadr.	pecial Cubic	ull Cubic
2	2	3	--	--
3	3	6	7	10
4	4	10	14	20
5	5	15	25	35
6	6	21	41	56
7	7	28	63	84
8	8	36	92	120

Дисперсионный анализ

Для того чтобы решить, какая модель из иерархии моделей возрастающей сложности дает достаточно хорошее согласие с наблюдаемыми данными, обычно их сравнивают пошагово. Например, рассмотрим смесь 3-х компонент, к которой подгоняется полная кубическая модель.

ANOVA; Var.:DV (mixt4.sta)										
3 Factor mixture design; Mixture total=1., 14 Runs										
Sequential fit of models of increasing complexity										
Model	S Effect	S f Effect	d S Effect	M S Error	S f Error	d S Error	M F	p	R-sqr	-sqr Adj.
Linear		4	2	2	4	1	4	5		
Quadratic	4.755		2.378	6.872	1	.2611	.2516	.0251	.4884	.3954
Special Cubic	30.558	3	10.186	16.314	8	2.0393	4.9949	.0307	.8220	.7107
Cubic	.719	1	.719	15.596	7	2.2279	.3225	.5878	.8298	.6839
Total Adjusted	8.229	3	2.743	7.367	4	1.8417	1.4893	.3452	.9196	.7387
	91.627	13	7.048							

Вначале подгоняется линейная модель. Хотя эта модель имеет 3 параметра: по одному для каждой компоненты, имеется только 2 степени свободы. Это происходит из-за общего ограничения (сумма всех значений компонент смеси постоянна). Одновременный тест для всех параметров этой модели статистически значим ($F(2,11)=5.25$; $p<.05$). Добавление 3-х параметров квадратичной модели ($b_{12}*x_1*x_2$, $b_{13}*x_1*x_3$, $b_{23}*x_2*x_3$) увеличивает согласие ($F(3,8)=4.99$; $p<.05$). Однако добавление параметров специальной кубической и полной кубической модели не приводит к статистически значимому увеличению согласия подгоняемой поверхности. Таким образом, можно сделать вывод, что квадратичная модель обеспечивает адекватное согласие с данными (конечно, мы пока откладываем изучение остатков для высказывающихся наблюдений и тому подобные вопросы).

R-квадрат (коэффициент детерминации). Таблица ДА содержит также *R-квадрат* (коэффициент детерминации) соответствующей модели. Значения *R-квадрат* могут интерпретироваться как доля изменчивости зависимой переменной относительно среднего. Заметим, что для моделей без свободного члена некоторые программы множественной регрессии вычисляют значения *R-квадрат* только для доли дисперсии вокруг 0 (нуля), обусловленной независимыми переменными; (для получения большей информации смотрите Kvalseth, 1985; Okunade, Chang, и Evans, 1993).

Чистая ошибка и потеря согласия. Полезность оценивания *чистой ошибки* для установления общей *потери согласия* было ранее обсуждено в разделе о [центральных композиционных планах](#). Если некоторые опыты плана повторяются (реплицируются), то можно вычислить оценку дисперсии ошибки. Эта оценка дает хорошее представление о ненадежности измерений независимо от подгоняемой модели, поскольку основывается на одинаковых установках факторов (смесей в нашем случае). Можно тестировать остаточную изменчивость после подгонки текущей модели, используя эту оценку *чистой ошибки*. Если этот тест статистически значим, то есть остаточная изменчивость значительно больше вариабельности, обусловленной чистой ошибкой, тогда можно сделать вывод, что, вероятно, имеются дополнительные существенные различия между смесями, не описываемые текущей моделью. Таким образом, может иметь место общая *потеря согласия* текущей модели. В этом случае попытайтесь использовать более

сложную модель, вероятно добавляя в нее отдельные члены из модели более высокого порядка (например, добавляя только член $b_{13} * x_1 * x_3$ в линейную модель).

Оценки параметров

Обычно после подгонки конкретной модели следует просмотреть оценки параметров. Заметим, что на линейные члены в моделях для смесей наложены ограничения (сумма компонент должны быть константой). Следовательно, независимые критерии значимости не могут быть выполнены.

Псевдокомпоненты

Чтобы избежать влияния разных шкал измерения компонент смеси обычно их перекодируют в так называемые *псевдокомпоненты* (смотрите также Cornell, 1993, глава 3):

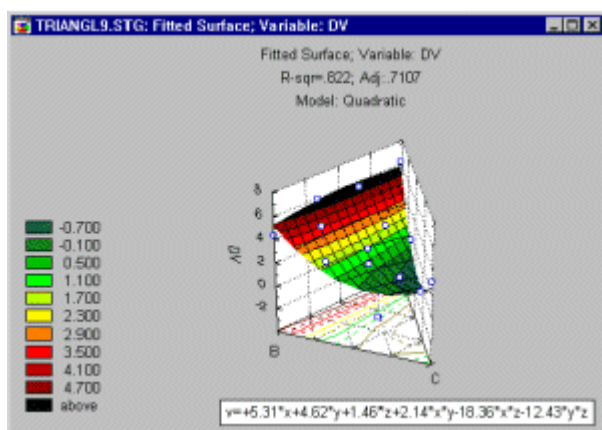
$$x'_i = (x_i - L_i) / (Total - L)$$

Здесь x'_i обозначает i -ую псевдокомпоненту, x_i обозначает исходные значения компоненты, L_i – ограничение снизу (предел) для i -ой компоненты, L – сумма всех ограничений снизу для всех компонент плана, а $Total$ есть суммы значений всех компонент смеси.

Вопрос об ограничениях снизу также обсуждался в этом разделе. Если план является стандартным симплекс-вершинным или симплекс-центроидным, то это преобразование приводит просто к другой шкале измерения факторов (строится субтреугольник (субсимплекс), определяемый ограничениями снизу). Однако вы можете вычислять оценки параметров, основываясь на исходной (не преобразованной) метрике компонент, участвующих в эксперименте. Если вы используете подогнанные значения параметра для целей прогноза (то есть предсказываете значения зависимой переменной), то часто более удобно использовать параметры для непреобразованных компонент. Заметим, что диалоговый режим получения результатов в экспериментах для смесей содержит опции для прогноза зависимой переменной в задаваемых пользователем значениях компонент в исходной метрике.

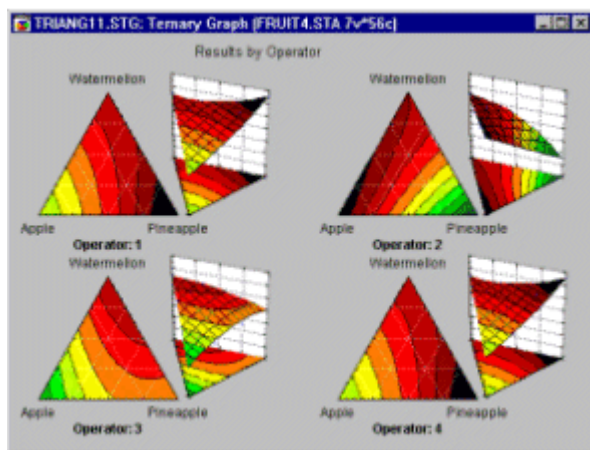
Графические опции

Поверхности и контуры. Конкретная подогнанная модель может быть визуализирована в виде диаграммы поверхности на треугольнике или в виде контурной диаграммы, которая, по желанию, может также включать соответствующую подогнанную функцию.



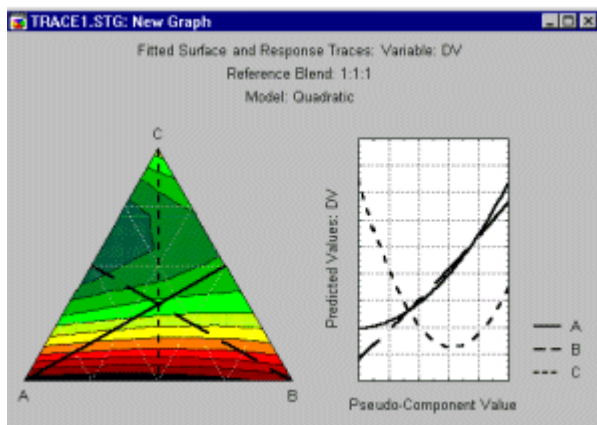
Заметим, что подогнанная функция, представленная в виде поверхности или контурной диаграммы, всегда соответствует оценкам параметров для псевдокомпонент.

Категоризованные поверхности. Если план содержит реплики, и они закодированы в вашем массиве данных, то вы можете использовать *Категоризованные графики* для просмотра соответствующих подгонок, реплика за репликой.



Конечно, если у вас есть другие категориальные переменные (например, оператор или экспериментатор, машина и так далее), вы можете также категоризовать 3-х мерную диаграмму поверхности и для таких переменных.

Графики следа отклика. Одним из методов оказания помощи при интерпретации поверхности отклика на треугольнике является *график следа ожидаемого отклика*. Предположим, что вы смотрите на контурную диаграмму поверхности отклика для трех компонент. Тогда определим *базисную смесь* двух компонент, например, установив A и B на уровне $1/3$. Удерживая относительные пропорции A и B постоянными (то есть равными установленным значениям), вы можете нанести на диаграмму оценку отклика (значения зависимой переменной) для различных значений C .



Если базисная смесь для A и B составляет $1:1$, то линия *следа* является осью фактора C ; то есть прямой между вершиной C и серединой противоположной стороны треугольника. Графики следа для других смесей также могут быть получены. Обычно на графике видны следы всех компонент для конкретной базисной смеси.

Графики остатков. Наконец, весьма важно после принятия решения о выборе модели, просмотреть остатки, чтобы найти выбросы и определить области плохой и хорошей подгонки. Кроме того, следует просмотреть стандартный нормальный график остатков и диаграмму рассеяния наблюдаемых значений против предсказываемых. Помните, что множественная регрессия (подгонка поверхности) предполагает, что остатки распределены нормально, и следует тщательно просмотреть остатки на наличие выбросов).

[В](#)
[начало](#)

[Планы для поверхностей и смесей с ограничениями](#)
[Обзор](#)

Как уже говорилось при обсуждении [планов для смесей](#), на интересующие нас экспериментальные области могут быть наложены ограничения. Пипель и Сни (Piepel,

1988) и Snee, 1985) предложили алгоритм для нахождения вершин и центроидов в областях с ограничениями.

Планы для экспериментальных областей с ограничениями

Когда в эксперименте со многими факторами имеются ограничения на значения факторов и их комбинаций, не ясно, как подойти к решению такой задачи. Разумный подход состоит в включении в эксперимент экстремальных вершинных точек и центроидов ограниченной области, которые обычно образуют хорошее ее покрытие (например, смотрите Pierel, 1988; Snee, 1975). В самом деле, планы для смесей, рассмотренные в предыдущем разделе, дают примеры таких планов, поскольку они обычно строятся так, чтобы включать в эксперимент вершины и центры ограниченной области, содержащейся в треугольнике (симплексе).

Линейные ограничения

Обычный способ задания большинства ограничений состоит в применении линейных неравенств (смотрите Pierel, 1988):

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_qx_q + A_0 \geq 0$$

Здесь A_0, \dots, A_q являются параметрами линейного ограничения, наложенного на q факторов, а x_1, \dots, x_q обозначают значения факторов (уровни) для q факторов. Эта общая формула может описать даже очень сложные ограничения. Например, предположим, что в двухфакторном эксперименте первый фактор всегда должен быть установлен на уровнях по крайней мере в два раза больших второго фактора, что может быть записано в виде: $x_1 \geq 2x_2$. Это простое ограничение далее может быть переписано как: $x_1 - 2x_2 \geq 0$. Ограничение в виде отношения $2x_1/x_2 \geq 1$ может быть записано в виде $2x_1 - x_2 \geq 0$ и так далее.

Проблема нескольких ограничений сверху и снизу на значения компонент смеси была обсуждена ранее в связи с экспериментами для смесей. Например, предположим, что в 3-х компонентной смеси фруктовых соков ограничения сверху и снизу на компоненты таковы (смотрите пример 3.2 в работе Cornell 1993):

	40% \leq Watermelon	(x ₁)	\leq 80%
10%	\leq Pineapple	(x ₂)	\leq 50%
10% \leq Orange (x ₃) \leq 30%			

Эти ограничения могут быть переписаны как линейные ограничения в виде:

	Water	x ₁ -	
melon:	40	≥ 0	
	-x ₁ +80	≥ 0	
	Pinea	x ₂ -	
pple:	10	≥ 0	
	-x ₂ +50	≥ 0	
	Oran	x ₃ -	
ge:	10	≥ 0	
	-x ₃ +30	≥ 0	

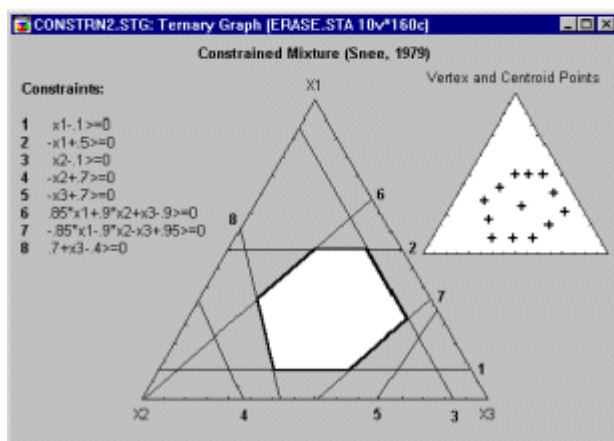
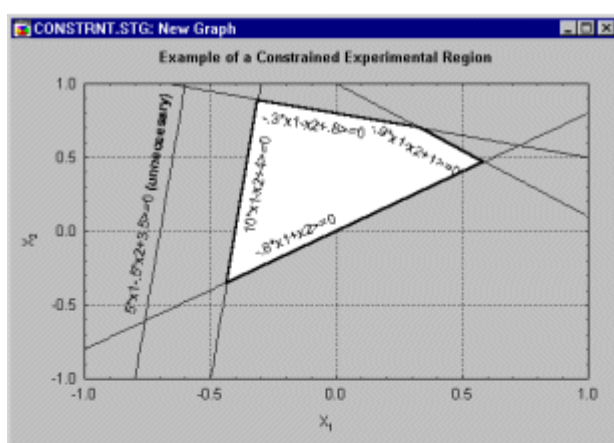
Таким образом, проблема нахождения точек плана для экспериментов на смесях с компонентами, на которые наложено несколько ограничений сверху и снизу, является частным случаем общих линейных ограничений.

Алгоритм Пипеля и Сни

Для специального случая смесей с ограничениями часто используются алгоритмы типа *XVERT* (см., например, Cornell, 1990) для того чтобы найти вершинные и центроидные точки для ограниченных областей (внутри треугольника, тетраэдра). Пипелем и Сни (Pierel, 1988 и Snee, 1979) был предложен общий алгоритм для

нахождения вершин и центров тяжести (центроидов) и приложимый как к смесям, так и к не-смесям. Общий подход подробно описан Сни (Snee, 1979).

А именно, программа рассматривает ограничения, записанные с помощью линейных неравенств, как это было описано выше, одно за другим. Каждое ограничение описывает прямую (или гиперплоскость), проходящую в экспериментальной области. Для каждого последовательного ограничения программа оценивает, пересекает ли она текущую ограниченную область. Если это так, вычисляются новые вершины, определяющие новую экспериментальную область, подправленную с учетом последнего ограничения. Затем проверяется, не становятся ли предыдущие ограничения излишними, то есть определяют прямую или плоскость, целиком находящуюся вне рассматриваемой области. После того как обработаны все ограничения, программа вычисляет центроиды для сторон ограниченной области (упорядоченные по запросу пользователя). В двумерном (двухфакторном) случае можно легко воссоздать этот процесс, просто проводя прямые через экспериментальную область (по одной на ограничение), так что получится искомая область.



Для более подробной информации, см. оригинальные работы Pierel (1988) или Snee (1979).

Выбор точек эксперимента

Как только вершины и центры вычислены, вы сталкиваетесь с проблемой выбора подмножества точек для эксперимента. Если каждый его опыт дорогостоящ, то не разумно использовать все вершины и центроиды. В частности, если имеется много факторов и ограничений, то число центроидов может расти очень быстро.

Если вы просеиваете большое число факторов и не интересуетесь нелинейными эффектами, то, выбирая только вершины, как правило, получаете хорошее покрытие экспериментальной области. Чтобы увеличить статистическую мощность (увеличить число степеней свободы для члена ошибок дисперсионного анализа), можно включить несколько опытов с факторами, установленными в центроиде всей ограниченной области.

Если вы рассматриваете несколько моделей, которые могут подходить к данным, можно использовать опции [D- и A-оптимальных планов](#), описанных в следующем разделе. Эти опции помогут отобрать точки плана, извлекая максимум информации из ограниченной экспериментальной области для ваших моделей.

[Анализ планов для поверхностей и смесей с ограничениями](#)

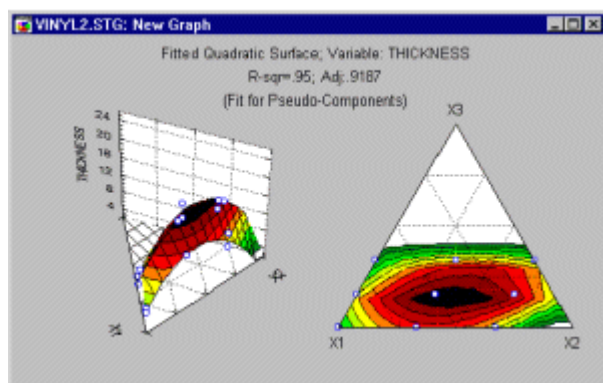
Как уже отмечалось в разделах о [центральных композиционных планах](#) и [планах для смесей](#), если точки в ограниченной области выбраны для окончательного эксперимента, и интересующие нас значения зависимых переменных получены, анализ проводится стандартным образом.

Например, Cornell (1990, стр. 68) описывает эксперимент с тремя пластификаторами и их воздействие на толщину винилового покрытия автомобильных сидений. Производственные ограничения на три компонента пластификатора x_1 , x_2 и x_3 следующие:

$$\begin{aligned} & .409 & \leq x_1 & \leq .849 \\ & .000 & \leq x_2 & \leq .252 \\ & .151 \leq x_3 \leq .274 \end{aligned}$$

(Заметим, что эти значения уже стандартизованы, так что их сумма для каждой смеси должна быть равна 1). Построенные вершины и центроидные точки, построенные таковы:

	x_1	x_2	x_3
1	2	3	
8490	0000	1510	
.7260	.0000	.2740	
.4740	.2520	.2740	
.5970	.2520	.1510	
.6615	.1260	.2125	
.7875	.0000	.2125	
.6000	.1260	.2740	
.5355	.2520	.2125	
.7230	.1260	.1510	



[В](#)
[начало](#)

Построение D- и A-оптимальных планов
Обзор

В разделе стандартных факторных планов (смотрите [Дробные 2**\(k-p\) факторные планы](#) и [3**\(k-p\) планы, планы Бокса-Бенкена, и Смешанные 2-х и 3-х уровневые планы](#)) и

[центральных композиционных планов](#) обсуждалось свойство *ортогональности*. Коротко говоря, если уровни установок факторов не коррелированы, то есть изменяются независимо друг от друга, то говорят, что они *ортогональны*. (Если вы знакомы с матричной и векторной алгеброй, два вектор-столбца X_1 и X_2 в матрице ортогональны, если $X_1' * X_2 = 0$). Интуитивно понятно, что можно извлечь максимальное количество информации о зависимой переменной в экспериментальной области (область, определяемая мыслимыми уровнями установок факторов), если все эффекты факторов ортогональны друг другу. Обратное, предположим, что проводится эксперимент из четырех опытов для двух факторов следующим образом:

		X	X
		1	2
	R		
un 1	1	1	1
Run 2	1	1	1
Run 3	-1	-1	-1
Run 4	-1	-1	-1

Здесь столбцы факторов X_1 и X_2 идентичны друг другу (их корреляция равна 1), и в результате невозможно различить главные эффекты факторов X_1 и X_2 .

Процедуры *D*- и *A*-оптимальных планов предоставляют различные опции для отбора из списка подходящих точек-кандидатов (то есть комбинаций установок факторов) тех точек, которые извлекают из экспериментальной области максимальное количество информации для модели, которую вы хотите подогнать к данным. Вы уже имеете список точек-кандидатов, например, вершин и центроидов, вычисленных с помощью [Планов для поверхностей и смесей с ограничениями](#), тип ожидаемой модели, число опытов. Тогда будет построен план с заданным числом опытов, который обеспечит максимальную ортогональность столбцов матрицы плана.

Смысл *D*- и *A*-оптимальности обсуждается, например, в монографии Бокса и Дрейпера (Box и Draper, 1987, глава 14). Различные [алгоритмы](#), используемые для поиска оптимальных планов, обсуждаются в работах Dykstra (1971), Galil и Kiefer (1980) и Mitchell (1974a, 1974b). Подробное сравнительное описание алгоритмов проводится в работе Cook и Nachtsheim (1980).

Основные идеи

Техническое обсуждение идей, лежащих в основе *D*- и *A*-оптимальных планов, а также их ограничения находятся за пределами этого обсуждения. Однако, основные идеи достаточно прозрачны. Рассмотрим снова простой двухфакторный эксперимент из четырех опытов:

		X	X
		1	2
	R		
un 1	1	1	1
Run 2	1	1	1
Run 3	-1	-1	-1
Run 4	-1	-1	-1

Как отмечалось выше, этот план, разумеется, не позволяет независимо проверить статистическую значимость вклада двух переменных для прогноза зависимой переменной.

Если вы вычислите корреляционную матрицу двух переменных, то корреляция между ними будет равна 1:

		x	x
	1	2	
x	1	1	1
x ₂	.0	.0	1.0
	1.0	1.0	

Обычно нужно планировать эксперимент таким образом, чтобы два фактора изменялись независимо друг от друга:

		x	x
	1	2	
R			
un 1	1	1	1
Run 2	1	-1	
Run 3	-1	1	
Run 4	-1	-1	

Теперь две переменные некоррелированы, то есть их корреляционная матрица равна:

		x	x
	1	2	
x	1	0	
x ₂	.0	.0	1.0
	0.0	1.0	

Другой термин, обычно используемый в данном контексте - ортогональность. Если сумма произведений элементов двух столбцов (*векторов*) матрицы плана равна 0 (нулю), то два столбца ортогональны.

Определитель матрицы плана. Определитель D квадратной матрицы (подобной корреляционной матрице 2 на 2, показанной выше) является числом, количественно выражающим независимость столбцов или строк матрицы или степень сводимости их друг к другу. Для случая 2 на 2 он просто равен произведению диагональных элементов минус произведение внедиагональных элементов (для матриц большей размерности вычисления более сложные). Например, для двух матриц, показанных выше, определитель D равен, соответственно:

$$\begin{aligned}
 D &= 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 0 \\
 D &= 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1
 \end{aligned}$$

Таким образом, определитель первой матрицы, получающийся из полностью вырожденной установки факторов, равен θ . Определитель второй матрицы при ортогональных факторах равен 1 .

D-оптимальные планы. Это базовое соотношение обобщается для матриц плана больших размерностей. Чем более зависимы векторы-столбцы матрица плана, тем более близок к θ (нулю) детерминант корреляционной матрицы для этих векторов, а чем более независимы столбцы, тем больше детерминант этой матрицы. Таким образом, нахождение матрицы плана с максимальным детерминантом D означает нахождение плана, в котором эффекты факторов максимально независимы друг от друга. Этот критерий называется критерием *D-оптимальности*.

Матричные обозначения. В действительности обычно проводятся вычисления с ковариационной (а не корреляционной) матрицей. В матричных обозначениях, если матрица плана обозначается X , то интересующая нас величина есть детерминант матрицы $X'X$ (X -транспонированная, умноженная на X). Таким образом, поиск *D-optimal* - *D-оптимальных* планов заключается в максимизации $|X'X|$, где $(|\cdot|)$ обозначают детерминант матрицы.

A-оптимальные планы. Другим способом взглянуть на проблему независимости является максимизация суммы диагональных элементов матрицы $X'X$ при минимизации внедиагональных элементов. Так называемый *критерий следа* или критерий *A-оптимальности* воплощает эту идею. *A-критерий* определяется как:

$$A = \text{trace}(X'X)^{-1}$$

где *trace* обозначает сумму диагональных элементов матрицы $(X'X)^{-1}$.

Информационная функция. Здесь следует упомянуть, что *D-оптимальные* планы минимизируют ожидаемую ошибку предсказания зависимой переменной, то есть такие планы будут максимизировать точность прогноза, а значит, *информацию* (которая определяется как обратная величина ошибки), извлекаемую из интересующей нас экспериментальной области.

Измерение эффективности плана

Было предложено несколько стандартных мер, суммарно оценивающих эффективность плана.

D-эффективность. Эта мера связана с критерием *D-оптимальности*:

$$D\text{-efficiency} = 100 * (|X'X|^{1/p}/N)$$

Здесь p обозначает число факторов-эффектов плана (столбцов в X), а N – число требуемых опытов. Эта мера может быть интерпретирована как относительное число опытов (в процентах), которое требовалось бы ортогональному плану для достижения той же величины детерминанта $|X'X|$. Однако ортогональный план часто нереален. Во многих случаях, это лишь теоретический критерий. Следовательно, вы должны использовать эту меру лишь как относительный индикатор эффективности для сравнения с другими планами того же объема, построенными из того же списка точек-кандидатов плана. Также заметим, что эта мера - единственно осмысленная (и только она может сообщаться), если вы решили, что факторы (то есть установки факторов точек из списка точек-кандидатов) имеют минимум -1 и максимум $+1$.

A-эффективность. Эта мера относится к критерию *A-оптимальности*:

$$A\text{-efficiency} = 100 * p/\text{trace}(N*(X'X)^{-1})$$

Здесь p обозначает число факторов-эффектов плана (столбцов в X), N – число требуемых опытов, а *trace* означает сумму диагональных элементов матрицы $(N*(X'X)^{-1})$ (след матрицы). Эта мера может интерпретироваться, как относительное число опытов (в процентах), которое потребовалось бы ортогональному плану для достижения той же самой величины следа $(X'X)^{-1}$. Однако, снова отметим, что вы должны использовать эту меру как *относительный* индикатор эффективности для сравнения других планов того же объема, построенных из того же списка точек-кандидатов. Более того, это единственно осмысленная мера, если вы решили перекодировать установки факторов от -1 до $+1$.

G-эффективность. Эта мера вычисляется как:

$$G\text{-efficiency} = 100 * \text{square root}(p/N) / \sigma_M$$

Здесь как и ранее p обозначает число факторов-эффектов плана (столбцов в X), N – число требуемых опытов, а Again, p stands for the number of factor effects in the design and N is the number of requested runs; σ_M (*sigma_M*) обозначает максимальную стандартную ошибку по множеству точек-кандидатов. Эта мера относится к так называемому критерию *G-оптимальности*; *G-оптимальные* планы определяются как планы, минимизирующие максимальное значение стандартной ошибки предсказания отклика.

Построение оптимальных планов

Средства построения оптимальных планов в модуле *Планирование эксперимента* будут “осуществлять поиск” оптимальные планы при заданном списке “точек-кандидатов”. Иными словами, при заданном списке точек, определяющих допустимую область, и определенном пользователем числе опытов окончательного эксперимента, программа будет отбирать точки для оптимизации соответствующего критерия. Этот “поиск” наилучшего плана не точный метод, а алгоритмическая процедура, использующая некоторые стратегии поиска для нахождения наилучшего плана (согласно некоторому критерию оптимальности).

Предложенные процедуры и алгоритмы поиска описаны ниже (для обзора и подробного сравнения, смотрите работу Cook и Nachtsheim, 1980). Они расположены в порядке скорости реализации: *Последовательный* метод или метод *Дейкстры* является наиболее быстрым, но часто приводит к неправильному результату, то есть к плану, не являющемуся оптимальным (например, строится только локально оптимальный плану, вопрос о котором будет коротко обсужден далее).

Последовательный метод или метод Дейкстры. Этот алгоритм принадлежит Дейкстре (Dijkstra, 1971). Начиная с пустого плана, программа ведет поиск по списку точек-кандидатов и на каждом шаге отбирает одну, которая максимизирует выбранный критерий. Не проводятся итерации, программа просто последовательно отбирает заданное число точек. Таким образом, этот метод самый быстрый из обсуждаемых. Кроме того, по умолчанию, этот метод используется остальными для построения начального плана.

Метод простого обмена (Винна-Митчелла). Этот алгоритм обычно приписывают работам Mitchell и Miller (1970) и Wynn (1972). Метод стартует с начального плана требуемого объема (по умолчанию строящийся с помощью алгоритма *последовательного* поиска, описанного выше). В каждой итерации одна точка (опыт) выбрасывается из плана, а одна – добавляется из списка кандидатов. Выбор точек для выбрасывания и добавления последовательный, то есть на каждом шаге точка, добавляющая меньше всего относительно выбранного критерия оптимальности выбрасывается из плана, затем алгоритм отбирает точку из списка кандидатов для максимального увеличения соответствующего критерия. Алгоритм останавливается, когда нет дальнейшего улучшения с помощью дополнительных изменений.

Алгоритм DETMAX (обмен с отклонениями). Этот алгоритм принадлежащий Митчеллу (Mitchell, 1974b), вероятно наилучший из известных и наиболее широко используемый для поиска оптимального плана. Подобно алгоритму простого обмена (Винна-Митчелла) вначале строится исходный план (по умолчанию с помощью алгоритма *последовательного* поиска, описанного выше). Поиск начинается с применения алгоритма простого обмена (Винна-Митчелла), как описано выше. Однако, если соответствующий критерий (D или A) не улучшается, алгоритм предпринимает *отклонения*. А именно, алгоритм добавляет или выбрасывает более одной точки за один раз, так что во время поиска число точек в плане может изменяться между $N_D + N_{\text{отклонение}}$ и $N_D - N_{\text{отклонение}}$, где N_D – требуемый объем плана, а $N_{\text{отклонение}}$ обозначает максимально допустимое отклонение, определяемое пользователем. Итерации останавливаются, когда выбранный критерий (D или A) больше не улучшается с помощью максимального отклонения.

Модифицированный алгоритм Федорова (одновременного переключения).

Этот алгоритм представляет модификацию (Cook и Nachtsheim, 1980) основного алгоритма Федорова, описанного ниже. Он также начинается с исходного плана требуемого объема (по умолчанию строящегося с помощью алгоритма *последовательного* поиска). На каждой итерации алгоритм обменивается каждой точкой плана с отобранной из списка точек-кандидатов, чтобы оптимизировать план согласно выбранному критерию (D или A). В отличие от алгоритма простого обмена (Винна-Митчелла) алгоритм, описанного выше, в данном алгоритме обмен не последовательный, а одновременный. Так, на каждой итерации каждая точка плана сравнивается с каждой точкой из списка кандидатов, и обмен происходит парой, оптимизирующей план. Алгоритм останавливается, когда нет дальнейшего улучшения соответствующего критерия оптимальности.

Алгоритм Федорова (одновременного переключения). Этот оригинальный метод одновременного переключения предложен В.В.Федоровым (см. Cook и Nachtsheim, 1980). Отличие данной процедуры от процедуры, описанной выше (*модифицированный алгоритм Федорова*), заключается в том, что на каждой итерации осуществляется только единственный обмен, то есть на каждой итерации оцениваются все возможные пары точек плана и списка кандидатов. Алгоритм обменивается парой, оптимизирующей план относительно выбранного критерия. Таким образом, этот алгоритм потенциально может быть весьма медленным, поскольку на каждой итерации осуществляется $N_D * N_C$ сравнений для обмена единственной точкой.

Общие рекомендации

Если вы подумаете над основными стратегиями поиска, представленных различными алгоритмами, описанными выше, станет ясно, что не существует точного решения проблемы оптимального плана. Именно, детерминант матрицы $X'X$ (и след ее обратной) являются сложными функциями списка точек-кандидатов. В частности, имеется несколько “локальных минимумов” относительно выбранного критерия оптимальности, например, в любой момент поиска план может казаться оптимальным, до тех пор, пока вы одновременно не выбросите половину точек плана и не выберете некоторые другие точки из списка кандидатов, но если вы обмениваетесь отдельными точками или только несколькими точками (как в алгоритме DETMAX), тогда улучшения не случится.

Следовательно, важно попробовать ряд начальных планов и несколько алгоритмов. Если после повторения оптимизации несколько раз со случайного старта получится тот же самый или близкий оптимальный план, тогда вы можете быть в достаточной мере уверены, что вы не “попали” в локальный минимум или максимум.

Кроме того, методы, описанные выше, сильно различаются способностью “попадания” в локальные минимумы или максимумы. Общее правило состоит в том, что чем медленнее алгоритм (то есть чем он ниже в списке, описанном выше), тем более вероятно, что он приведет к истинно оптимальному плану. Однако, заметим, что модифицированный алгоритм *Федорова* практически работает так же хорошо, как и не модифицированный алгоритм (смотрите Cook и Nachtsheim, 1980); следовательно, если не рассматривать фактор времени, мы рекомендуем модифицированный алгоритм *Федорова* как наилучший для практического использования.

D-оптимальность и A-оптимальность. По вычислительным соображениям (смотрите Galil и Kiefer, 1980), обновление следа матрицы (для критерия A -оптимальности) много медленнее, чем обновление детерминанта (для D -оптимальности). Так что, если вы выбираете критерий A -оптимальности, вычисления могут занимать значительно больше времени по сравнению с критерием D -оптимальности. Поскольку на практике имеется много других факторов, влияющих на качество эксперимента, (например, надежность измерения зависимой переменной), мы, вообще говоря, рекомендуем использование критерия D -оптимальности. Однако, в трудных ситуациях построения плана, например, когда выясняется, что имеется много локальных максимумов

критерия D , и повторные попытки приводят к сильно различающимся результатам, вы можете попробовать несколько прогонов оптимизации критерия A , чтобы лучше изучить различные типы возможных планов.

Устранение вырожденности матрицы

Может оказаться, что в процессе поиска, программа не сможет вычислить обратную матрицу к $X'X$ матрица (для A -оптимальности) или, что детерминант матрицы становится близок к 0 (нулю). В этом случае поиск обычно не может продолжаться. Чтобы избежать подобной ситуации, программа осуществляет оптимизацию, основываясь на подправленной матрице $X'X$:

$$X'X_{\text{augmented}} = X'X + \alpha * (X_0'X_0/N_0)$$

где X_0 обозначает матрицу плана, построенную из списка N_0 всех точек-кандидатов, а where X_0 stands for the design matrix constructed from the list of all N_0 candidate points, and α (*альфа*) – определяемая пользователем малая константа. Так, вы можете использовать это свойство, положив (*alpha*) is a user-defined small constant. Thus, you can turn off this feature by setting $\alpha = 0$ (нулю).

“Подправление” планов

Свойства оптимальных планов могут быть использованы для “подправления” планов. Например, предположим, что вы используете ортогональный план, но некоторые данные потеряны (например, из-за неисправности оборудования), и вследствие этого некоторые интересующие вас эффекты не могут быть оценены. Вы, конечно, можете переделать потерянные опыты, но, предположим, что у вас нет ресурсов для того, чтобы переделать их все. В этом случае вы можете построить список точек-кандидатов из всех подходящих для этого точек экспериментальной области, добавить к этому списку все точки, для которых вы уже проделали опыты, и проинструктировать программу всегда включать эти точки в окончательный план (и никогда их не исключать, то есть вы можете пометить их в списке кандидатов с помощью опции неперемного (насильственного) включения). Теперь можно исключать из плана лишь те точки, в которых вы пока не ставили опытов. Подобным образом вы можете, например, найти единственный опыт, добавив который к эксперименту, вы оптимизируете соответствующий критерий.

Ограниченные экспериментальные области и оптимальный план

Типичным применением оптимального плана являются ситуации, когда интересующая нас экспериментальная область ограничена. Как описано ранее в этом разделе, существуют средства и возможности для нахождения вершин и центроидов в случае областей с линейными ограничениями и для смесей. Такие точки могут затем быть представлены в списке точек-кандидатов для построения оптимального плана заданного объема для конкретной модели. Таким образом, эти два свойства, будучи объединены, предоставляют очень мощное средство справиться с трудными ситуациями построения плана, когда интересующая нас область подвергнута сложным ограничениям, а мы желаем подогнать конкретную модель при наименьшем числе опытов.

[В](#)

[начало](#)

Специальные разделы

Последующие разделы описывают некоторые методы анализа: [Профили отклика/функции желательности](#), проведение [Анализа остатков](#) и выполнение [Преобразования Бокса-Кокса](#) зависимых переменных.

Смотрите также [Дисперсионный анализ](#), [Методы дисперсионного анализа](#) и [Компоненты дисперсии и смешанные модели ANOVA/ANCOVA](#).

Создание профиля предсказанного и желательного отклика

Основная идея. Типовая задача, часто решаемая на производстве, заключается в поиске набора условий или уровней входных переменных, которые позволяют получить продукт с наилучшими характеристиками, т.е. с наилучшими значениями переменных

отклика. Процедуры, используемые для решения этой задачи обычно включают два шага: (1) предсказание отклика, т.е. значений зависимых Y -переменных, с помощью подгонки моделирующего уравнения на основе имеющихся данных об отклике на заданных уровнях независимых X -переменных, (2) поиск уровней X -переменных, которые одновременно дают наиболее желательные предсказанные отклики Y -переменных. Derringer и Suich (1980) предложили в качестве примера этих процедур задачу нахождения состава ткани, наиболее устойчивого к истиранию. В ней даны такие переменные Y , как PICO показатель истирания, 200-процентный модуль, продолжительность воздействия и плотность. Характеристики продукта в терминах переменных отклика зависят от состава, переменных X , таких как hydrated silica level – доля гидрата кварца, silane coupling agent level – доля соединения силана и sulfur. Задача состоит в нахождении уровней переменных X , которые максимизируют желательность откликов Y . Решение должно учитывать тот факт, что уровни переменных X , которые максимизируют один отклик, могут не максимизировать другой отклик.

Профиль отклика/функции желательности в анализе таких планов, как [2^{**}\(k-p\) \(двухуровневые факторные\) планы](#), [2-х уровневые отсеивающие планы](#), [Максимально несмешанные 2^{**}\(k-p\) планы](#), [Планы 3^{**}\(k-p\) и планы Бокса-Бенкена](#), [Смешанные 2-х и 3-х уровневые планы](#), [Центральные композиционные планы](#) и [Планы для смесей](#) позволяет вам просматривать поверхность отклика, получаемую при подгонке наблюдаемых откликов с использованием уравнения, основанного на уровнях независимых переменных.

Профили предсказания. Когда вы анализируете результаты любого из перечисленных выше планов, для подгонки наблюдаемых откликов каждой зависимой переменных (содержащих различные коэффициенты, но одинаковые члены) используются отдельные уравнения предсказания. Как только эти уравнения построены, предсказанные значения для зависимых переменных могут быть вычислены для любой комбинации уровней предикторов. *Профиль предсказания* для зависимой переменной состоит из серии графиков, по одному на каждую независимую переменную (предиктор), предсказанных значений зависимой переменной при различных уровнях независимой переменной, при значениях других независимых переменных, равных константе на заданных уровнях, называемых *текущими значениями*. Если выбраны соответствующие *текущие значения* для независимых переменных, просмотр *профиля предсказания* поможет выяснить, какие уровни предикторов дают наиболее желательный отклик зависимой переменной.

Исследователь может быть заинтересован в контроле предсказанных значений зависимых переменных только на текущих уровнях, которые принимают независимые переменные в течение эксперимента. В качестве альтернативы, исследователь может быть заинтересован в контроле предсказанных значений зависимых переменных на уровнях, отличных от текущих уровней независимых переменных, используемых в течение эксперимента, в целях выявления промежуточных уровней независимых переменных, которые могут дать даже более желательные отклики. Также, возвращаясь к примеру Derringer и Suich (1980), для некоторых переменных отклика наиболее желательные значения не обязательно являются наиболее экстремальными значениями, например, наиболее желательное значение продолжительности воздействия может лежать в узком диапазоне возможных значений.

Желательность отклика. Разные зависимые переменные могут по-разному зависеть от различных взаимосвязей между вкладом переменной и желательностью вкладов. Более светлое пиво может быть более желательным, но более вкусное пиво также может быть более желательным: оба свойства - большей "светлости" и большей "вкусности" - более желательны. Взаимосвязь между предсказанными откликами зависимой переменной и желательностью откликов называется функцией желательности. Derringer и Suich (1980) выработали процедуру для определения взаимосвязи между предсказанными откликами зависимой переменной и желательностью откликов, процедуру, которая предполагает до трех точек "перегиба" функции. Применительно к

примеру по составу ткани, описанного выше, эти процедуры включают преобразование вкладов каждой из четырех результирующих переменных, характеризующих состав ткани, в желательности вкладов, которые находятся в интервале от 0.0 для нежелательных до 1.0 для очень желательных. Например, их функция желательности для hardness - плотности состава ткани определяется заданием значения желательности 0.0 для показателя hardness, меньшего 60 или большего 75, значения желательности 1.0 для срединного показателя hardness 67.5, значения желательности, увеличивающегося линейно от 0.0 до 1.0 для показателей hardness между 60 и 67.5 и значения желательности, уменьшающегося линейно от 1.0 до 0.0 для показателей hardness между 67.5 и 75.0. В более общем смысле это означает, что процедуры нахождения функций желательности должны обеспечивать кривизну "уменьшения" желательности между точками перегиба функции.

После преобразования предсказанных значений зависимых переменных при различных комбинациях уровней предикторных переменных в индивидуальные показатели желательности может быть вычислена общая желательность исходов при различных комбинациях уровней предикторных переменных. Derringer и Suich (1980) предложили вычислять общую желательность как геометрическое среднее отдельных желательностей (что имеет интуитивно понятный смысл, так как, если отдельная желательность некоторого исхода равна 0.0, или нежелательна, общая желательность тоже будет равна 0.0, или нежелательна, не учитывая при этом, насколько желательны другие отдельные исходы — геометрическое среднее берет произведение всех значений и возводит это произведение в степень, обратную числу значений). Процедура Derringer и Suich дает простой способ преобразования предсказанных значений для множественных зависимых переменных в простой показатель общей желательности. Проблема одновременной оптимизации нескольких переменных отклика затем сводится к выбору уровней предикторных переменных, которые максимизируют общую желательность откликов зависимых переменных.

Выводы. Когда исследователь разрабатывает продукт, для которого известно, что его свойства зависят от его "ингредиентов", создание лучшего продукта, возможно, требует определения эффектов его ингредиентов на каждое свойство продукта в отдельности и последующее нахождение гармонического сочетания ингредиентов, оптимизирующего общую желательность продукта. В терминах анализа данных, процедура, которая производит максимизацию желательности продукта, делает следующее: (1) находит адекватные модели (т.е. уравнения предсказания) для предсказания свойств продукта как функцию уровней независимых переменных, и (2) определяет оптимальные уровни независимых переменных для получения высокого общего качества продукта. Эти два шага, если им точно следовать, с большой вероятностью приводят к большему успеху в усовершенствовании продукта, чем придуманная, но статистически сомнительная методика надежды на случайные достижения и открытия, которые радикально улучшили бы качество продукта.

Анализ остатков

Основная идея. *Расширенный анализ остатков* - это ряд диагностических средств для контроля различных остаточных и предсказанных значений, проверки адекватности модели предсказания, необходимости преобразований переменных модели, и наличия выбросов в данных.

Остатки — это отклонения наблюдаемых значений зависимой переменной от предсказанных значений, получаемых текущей моделью. Модели ANOVA, используемые в анализе откликов зависимой переменной, делают некоторые предположения о виде распределения остатков (но не предсказанных значений) зависимой переменной. Эти предположения можно выразить, сказав, что модель ANOVA предполагает *нормальность, линейность, постоянство дисперсии и независимость* остатков. Эти свойства остатков для зависимой переменной могут быть проверены с помощью *Статистик остатков*.

Преобразование Бокса-Кокса зависимых переменных

Основная идея. В дисперсионном анализе делается предположение, что дисперсии различных групп (состояний эксперимента) однородны, и что они не коррелированы со средними. Если распределение значений в каждом состоянии асимметрично, и если средние коррелированы со стандартными отклонениями, то исследователь часто может применить соответствующее степенное преобразование зависимой переменной для стабилизации дисперсий, а также для уменьшения или устранения корреляции между средними и стандартными отклонениями. *Преобразование Бокса-Кокса* используется для выбора соответствующего (степенного) преобразования зависимой переменной.

Опция *Преобразование Бокса-Кокса* выдает график *Остаточной суммы квадратов*, даваемой моделью, как функции значения *лямбда*, где *лямбда* используется для задания преобразования зависимой переменной,

$$y' = (y^{**(\lambda) - 1}) / (g^{**(\lambda - 1)} * \lambda) \quad \text{if } \lambda \geq 0$$

$$y' = g * \text{natural log}(y) \quad \text{if } \lambda = 0$$

где *g* обозначает геометрическое среднее зависимой переменной, и все значения зависимой переменной неотрицательны. Значение *лямбда*, для которого *Остаточная сумма квадратов* минимальна, является оценкой максимального правдоподобия для этого параметра. Это дает стабилизирующее дисперсию преобразование зависимой переменной, которое уменьшает или исключает корреляцию между групповыми средними и стандартными отклонениями.

На практике нет необходимости использовать *точно* оцененное значение *лямбда* для преобразования зависимой переменной. Предпочтительнее, как эмпирическое правило, рассматривать следующие преобразования:

Approximate lambda	Suggested transformation of y
-1	Reciprocal
-0.5	Reciprocal square root
0	Natural logarithm
0.5	Square root
1	None

За дополнительной информацией по этому семейству преобразований обращайтесь к Box и Cox (1964), Box и Draper (1987) и Maddala (1977).