Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет**

Кафедра общей и технической физики

ФИЗИКА

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Методические указания к самостоятельной работе для студентов всех специальностей и направлений подготовки бакалавриата

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019**

УДК 531/534 (073)

ФИЗИКА. Волновые процессы: Методические указания к самостоятельной работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *Н.А. Тупицкая, А.Ю. Егорова.* СПб, 2019. 33 с.

Методические указания для самостоятельной работы студентов посвящены изучению волновых процессов – процессов распространения колебаний. Они включают теоретическую часть, примеры решения задач, задачи для самостоятельного решения и расчетно-графическое задание.

Предназначены для студентов всех специальностей и направлений подготовки бакалавриата**.**

Научный редактор проф. *А.С. Мустафаев*

Рецензент проф. *П.П. Серёгин* (РГПУ им. Герцена)

ВВЕДЕНИЕ

Механические колебания порождают волны, которые могут распространяться в упругой среде, в частности звуковые волны. Электромагнитные колебания создают электромагнитные волны. Электромагнитные волны есть форма существования электромагнитного поля. Свет представляет собой электромагнитные волны. Отсюда следует несомненная важность изучаемой темы. Усвоение физических закономерностей волновых процессов поможет понять физику акустических явлений, а также явления волновой оптики, такие как интерференция, дифракция, поляризация света.

Для самостоятельного изучения предлагается две темы:

1. Характеристики волнового процесса.
2. Электромагнитные волны.

В конце каждой темы вы должны ответить на поставленные вопросы.

1. Характеристики волнового процесса

1.1. Образование волн. Принцип Гюйгенса

Из опыта известно, что колебания могут распространяться в пространстве. Для процесса распространения механических колебаний нужна упругая среда.

Сплошную упругую среду можно представить как систему материальных точек, связанных между собой упругими связями. Если в каком-либо месте упругой среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью υ. При этом и энергия будет передаваться от частицы к частице. Так образуется упругая волна.

Процесс распространения колебаний в пространстве, сопровождающийся переносом энергии, называется волной.

Частицы среды, в которой распространяется волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

Если направление колебаний частиц среды совпадает с направлением распространения волны, то волна называется продольной.

Если направление колебаний перпендикулярно направлению распространения, то волна называется поперечной.

Для возникновения поперечных волн необходимо, чтобы среда обладала упругостью на сдвиг. Поэтому поперечные волны существуют лишь в твердых средах, а в газах и внутри жидкости существуют только продольные волны.

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t, называется фронтом волны (волновым фронтом).

Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью.

Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, т.е. их бесчисленное множество. Все частицы среды, образующие фронт волны, тоже колеблются в одинаковой фазе, таким образом, фронт волны – это одна из волновых поверхностей.

По форме волновой поверхности волны делят на плоские, сферические и цилиндрические. Положение волновой поверхности и волнового фронта в любой момент времени позволяет определить принцип Гюйгенса.

Каждая точка среды, до которой дошло колебание, сама становится источником вторичных полусферических волн, а огибающая всех этих вторичных волн дает положение волнового фронта в последующий момент времени (рис. 1.1).

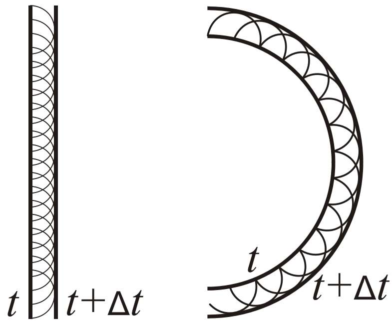


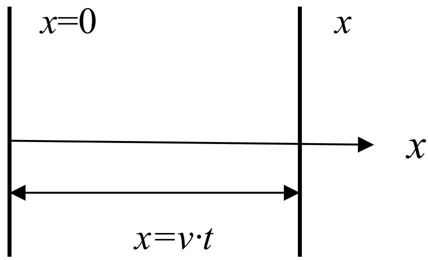
Рис 1.1

1.2. Уравнение бегущей волны

Уравнением волны называется выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы как функцию координат ее положения равновесия и времени:

$$\xi = \xi(x, y, z, t). \tag{1.1}$$

Сначала найдем вид функции ξ в случае плоских гармонических волн (рис.1.2). Направим ось *X* вдоль направления распространения волны. Волновые поверхности в этом случае перпендикулярны оси *X* и смещение ξ будет зависеть только от *x* и *t*.



Уравнение колебаний в плоскости $x = 0$ имеет вид:

$$\xi(x,t) = a \cdot \cos(\omega(t-\tau)+\alpha) = a \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{\upsilon}x + \alpha\right). \tag{1.3}$$

Это и есть уравнение волны. «Мгновенная фотография» подобной волны изображена на рис. 1.3. С течением времени эта картина движется вдоль оси *X*, поэтому волна называется **бегущей.**

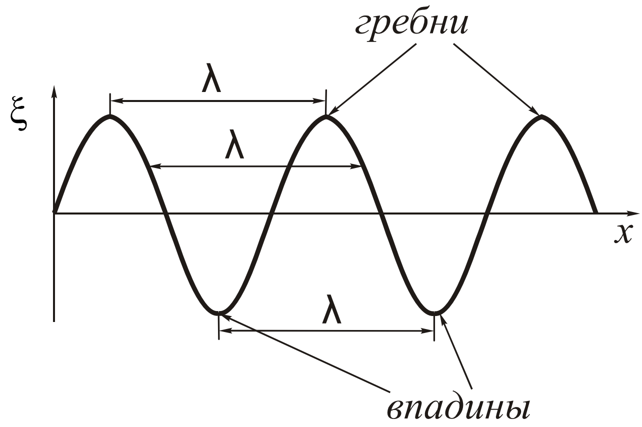


Рис. 1.3

Те точки пространства, в которых ξ максимальна, называется **гребнями**, а в которых ξ минимальна – **впадинами**.

Расстояние между соседними гребнями или соседними впадинами, или любыми двумя точками, фазы которых отличаются на 2π*, называются длиной волны* λ.

$$\Delta\varphi = 2\pi = \frac{\omega\lambda}{\upsilon},$$

$$\lambda = \frac{2\pi\upsilon}{\omega} = \frac{\upsilon}{\nu} = \upsilon T. \qquad (1.4)$$

Длина волны – это расстояние, проходимое волной за один период колебаний.

Величина $\frac{\omega}{\upsilon} = k$ называется *волновым числом*, а вектор $\vec{k} = k \cdot \vec{n}$, где $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к волновой поверхности, называется *волновым вектором*.

$$\xi(x,t) = a \cdot \cos(\omega t - kx + \alpha). \qquad (1.5)$$

Если волна бежит в противоположном направлении (т.е. против оси *X*), то уравнение волны имеет вид:

$$\xi(x,t) = a \cdot cos(\omega t + kx + \alpha). \tag{1.6}$$

Если направление распространения плоской волны не совпадает с осью X (рис. 1.4), то положение колеблющейся точки задается радиус-вектором $\vec{r}$ и уравнение волны имеет вид:

$$\xi(\vec{r},t) = a \cdot cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha). \tag{1.7}$$

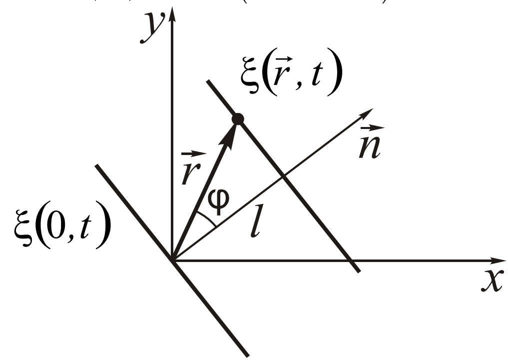


Рис. 1.4

Если среда непоглощающая, то амплитуда плоской волны a одинакова во всех точках пространства. В поглощающей среде амплитуда волны убывает с расстоянием по закону

$$a = a_0 \mathrm{e}^{-\gamma r}, \tag{1.8}$$

где γ - коэффициент поглощения среды. Тогда уравнение волны запишется в виде:

$$\xi(\vec{r},t) = a_0 \mathrm{e}^{-\gamma \mathrm{r}} \cdot cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha). \tag{1.9}$$

Уравнение сферической волны имеет вид:

$$\xi(\vec{r},t) = \frac{a}{r} \cdot cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha). \tag{1.10}$$

В уравнении (1.10) a – постоянная величина, численно равная амплитуде на расстоянии от источника, равном единице.

1.3. Волновое уравнение

Распространение волн в однородной изотропной непоглощающей среде описывается дифференциальным уравнением в частных производных, которое называется *волновым уравнением*. Полученное в предыдущем параграфе уравнение волны является решением волнового уравнения.

Рассмотрим плоскую волну, бегущую вдоль оси X:

$$\xi(x,t) = a \cdot cos(\omega t - kx + \alpha). \tag{1.11}$$

Возьмем последовательно от этого выражения производные по координате x и времени t.

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -a\omega \cdot sin(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -a\omega^2 \cdot cos(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = ak \cdot sin(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k^2 a \cdot cos(\omega t - kx + \alpha).$$

Поделим вторые производные друг на друга

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Big/ \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{k^2}{\omega^2} = \frac{\omega^2/\upsilon^2}{\omega^2} = \frac{1}{\upsilon^2}. \tag{1.12}$$

Таким образом:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \tag{1.13}$$

Уравнение (1.13) называется **одномерным волновым уравнением.** В общем случае волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \tag{1.14}$$

Решением уравнения (1.14) будет волна, распространяющаяся в пространстве с фазовой скоростью υ. Конкретный вид этой волны (плоская, сферическая) будет зависеть от начальных и граничных условий.

1.4. Скорость упругих волн

Скорость упругих волн зависит от свойств среды. Упругие свойства среды определяются модулями упругости и в общем случае могут отличаться для продольных и поперечных волн.

Скорость продольных волн в твердой среде равна:

$$V_{прод} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}\,, \qquad (1.15)$$

где E – модуль Юнга, ρ – плотность среды.

Для поперечных волн эта скорость равна:

$$V_{поп} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\,, \qquad (1.16)$$

где G – модуль сдвига.

Скорость поперечных волн в струне зависит от силы натяжения струны F и площади ее поперечного сечения S:

$$V_{стр} = \sqrt{\frac{F}{S \cdot \rho}}\,. \qquad (3.17)$$

Наконец, в газах скорость упругих волн определяется выражением:

$$V_{газ} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}\,, \qquad (1.18)$$

где p и ρ – давление и плотность невозмущенного волной газа, а γ - показатель адиабаты (для воздуха $\gamma \approx 1,4$).

1.5. Энергия упругой волны
Поток волновой энергии. Вектор Умова

Рассмотрим плоскую волну, бегущую вдоль оси X.

$$\xi = a \cdot cos(\omega t - kx + \alpha)\,. \qquad (1.19)$$

Выделим в среде малый объем ΔV. Учитывая, что масса этого объема $m = \rho\Delta V$, деформация $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ и скорость $\upsilon = \frac{\partial \xi}{\partial t}$, получим, что объем обладает кинетической $\Delta W_к$ и потенциальной $\Delta W_п$ энергиями, причем:

$$\Delta W_к = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 \Delta V, \qquad (1.20)$$

$$\Delta W_п = \frac{1}{2}E\varepsilon^2\Delta V = \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 \Delta V.$$

Учитывая, что модуль Юнга среды связан с фазовой скоростью волны υ соотношением $E = \rho\upsilon^2$, получим:

$$\Delta W_{\text{п}} = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 \Delta V. \qquad (1.21)$$

Полная энергия объема ΔV определяется выражением:

$$\Delta W = \Delta W_{\text{к}} + \Delta W_{\text{п}} = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \upsilon^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\right]\Delta V.$$

Тогда объемная плотность энергии равна:

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \upsilon^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\right]. \qquad (1.22)$$

Подставив в эту формулу производные выражения (1.19) по x и t, получим:

$$w = \rho a^2\omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \alpha). \qquad (1.23)$$

Можно сказать, что среда, в которой распространяется волна, обладает дополнительным запасом энергии. Эта энергия доставляется от источника колебаний в различные точки среды самой волной.

Количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность в единицу времени, называется потоком энергии через эту поверхность.

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \qquad (1.24)$$

Размерность потока энергии в СИ – 1 Вт.

Плотностью потока энергии называется вектор, численно равный потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данной точке перпендикулярно к направлению, в котором переносится энергия. Направление вектора плотности потока энергии совпадает с направлением переноса энергии.

$$\vec{j} = \frac{d\Phi}{dS_\perp}\vec{n} = \frac{dW}{dS_\perp \cdot dt}\vec{n}\,, \tag{1.25}$$

где $\vec{n}$ – вектор единичной длины, направленный в направлении распространения волны. Плотность потока энергии характеризует перенос энергии в различных точках пространства.

Через площадку $\Delta S_\perp$ (рис. 1.5) за время Δt будет перенесена энергия ΔW, заключенная в объеме цилиндра с основанием $\Delta S_\perp$ и высотой $\upsilon \cdot \Delta t$, где υ - фазовая скорость волны.

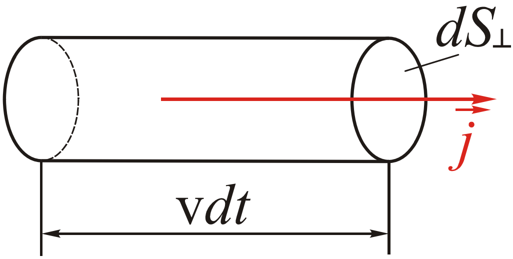


Рис. 1.5

$$\Delta W = w \cdot \Delta S_\perp \cdot \upsilon \cdot \Delta t\,. \tag{1.26}$$

Отсюда следует, что $j = \omega \cdot \upsilon$, а, учитывая, что направление фазовой скорости совпадает с направлением переноса энергии, получаем:

$$\vec{j} = w \cdot \vec{\upsilon}\,. \tag{1.27}$$

Вектор $\vec{j}$ носит название *вектор Умова*.

Среднее за период значение вектора Умова называется интенсивностью,

$$I = \left\langle \vec{j} \right\rangle.$$

1.6. Принцип суперпозиции волн. Стоячие волны

При распространении в упругой среде одновременно нескольких волн возникает их наложение, причем волны не возмущают друг друга! Колебания частиц среды оказываются векторной суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности. Это называют *принципом суперпозиции* (наложением) волн.

Рассмотрим реализацию этого принципа в случае, когда две гармонические волны с одинаковой частотой ω и амплитудой *a* распространяются в противоположных направлениях оси *X*:

$$\xi_1 = a \cdot cos(\omega t - kx) \qquad \text{и} \qquad \xi_2 = a \cdot cos(\omega t + kx). \tag{1.28}$$

Суперпозиция этих волн дает

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \cdot cos\, kx \cdot cos\, \omega t, \tag{1.29}$$

где $A = 2a$. Выражение (1.29) есть уравнение стоячей волны. Частота такой волны та же, а амплитуда зависит от координаты x. В точках, где $|\cos kx| = 1$ наблюдаются максимумы – *пучности*, а где $\cos kx = 0$ - минимумы – *узлы*. Расстояние между соседними пучностями или-узлами равно половине длины волны $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ (рис. 1.6).

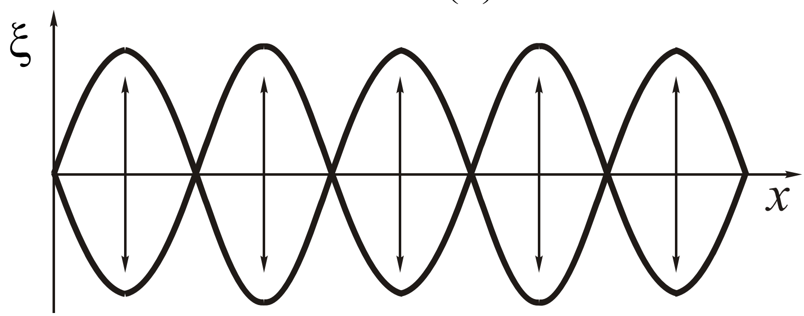


Рис. 1.6

Между двумя соседними узлами все точки среды колеблются синфазно (т.е. в одной фазе), при переходе через узел фаза меняется на π, т.е. колебания по разные стороны от узла происходят в противофазе. Узлы как бы разделяют среду на автономные области, в которых гармонические колебания совершаются независимо. Никакой передачи движения от одной области к другой, а значит и перетекания энергии через узлы не происходит. Именно поэтому подобная волна и называется стоячей. Подобные волны существуют, например, в струнах всех струнных музыкальных инструментов.

1.7. Звуковые волны

Звук – это упругие волны, воспринимаемые человеческим ухом, т.е. в диапазоне частот от 20 *Гц до* 20 *кГц.*
Упругие волны с частотами, меньшими 20 Гц, называют *инфразвуком*, а с частотами больше 20 кГц – *ультразвуком*.
Звуки различают по высоте, тембру и громкости.

Высота звука определяется его частотой: чем больше частота, тем выше звук.

Тембр звука определяется спектром частот, содержащихся в звуковой волне. Спектр может быть непрерывным (т.е. сплошным), такая ситуация характерна для различных шумов. Спектр может быть дискретным ω_1, ω_2 и т.д. (линейчатый спектр). Состав этого спектра и определяет тембр звука. В линейчатом спектре низшая частота называется *основной*. Если остальные частоты находятся в определенном соотношении (т.е. кратны основной), то они называются *гармониками*. Такая ситуация соответствует музыкальному звуку.

Громкость звука – это величина слухового ощущения, позволяющая располагать все звуки по шкале от тихих до громких. При неизменной частоте и форме колебаний громкость растет с увеличением их интенсивности I, которая пропорциональна квадрату амплитуды волны. Чтобы вызвать ощущение звука, его интенсивность должна превышать некоторую минимальную величину – *порог слышимости*. Эта величина в области наибольшей чувствительности человеческого уха ($0{,}5 \div 5{,}0$ кГц) составляет $I_{\text{пор}} \approx 10^{-12}$ Вт/м^2. При интенсивности порядка $1 \div 10$ Вт/м^2 колебания перестают восприниматься как звук, вызывая в ушах ощущение давления и боли. Данное значение интенсивности называют *порогом болевого ощущения*.

Для характеристики громкости используется более удобная величина *уровень громкости.* Уровень громкости звука определяется как логарифм отношения громкости данного звука к величине $I_{\text{пор}}$; измеряется в логарифмических единицах – *децибелах (*дБ*)*:

$$L_{\text{дб}} = 10\lg\frac{I}{I_0}, \qquad (1.30)$$

где I – интенсивность звука, а I_0 – порог слышимости.

Например, шорох листьев, слабый шепот на расстоянии 1 м соответствует уровню в 10 дБ, шум в жилом помещении – 40 дБ, шум внутри трамвая – 70 дБ, сильные удары грома – 120 дБ, порог болевого ощущения – 130 дБ.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое волна?
2. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
3. Запишите уравнение бегущей волны.
2. Когда возникают продольные и поперечные волны?
4. Что называется длиной волны?
5. В чем заключается физический смысл вектора Умова?
6. От чего зависит интенсивность звука? громкость и высота звука?
7. Что такое интерференция волн?

2. Электромагнитные волны

2.1. Физические следствия из уравнения Максвелла

Д. Максвелл, проанализировав предложенную им систему уравнений, описывающих электромагнитное поле, теоретически предсказал существование принципиально нового физического явления – электромагнитных волн – задолго до их экспериментального обнаружения. В своей теории Максвелл показал, что переменное магнитное поле порождает электрическое поле. Если электрическое поле – переменное, то оно, в свою очередь, порождает переменное магнитное поле и т.д. Таким образом, если возбуждать с помощью колеблющихся зарядов переменное электромагнитное поле, то в окружающем эти заряды пространстве возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся в пространстве. Этот процесс будет периодическим во времени и в пространстве и представляет собой волну. Экспериментально электромагнитные волны были открыты и изучены Г. Герцем в 1888 г.

Электромагнитной волной называется переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве.

Из решения уравнений Максвелла в дифференциальной форме следует, что электромагнитное поле распространяется в виде волн, т.е. векторы напряженности электрического и магнитного полей удовлетворяют волновому уравнению:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}=\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2}=\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \qquad (2.2)$$

Фазовая скорость электромагнитных волн равна:

$$\upsilon=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \qquad (2.3)$$

где $c=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ - скорость электромагнитных волн в вакууме. Оказалось, что $c = 3\cdot10^8$ м/с, т.е. совпадает со скоростью света в вакууме.

2.2. Плоская электромагнитная волна

Плоская электромагнитная волна является одним из решений волновых уравнений (2.1) и (2.2). Исследуем плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся в нейтральной непроводящей однородной изотропной среде (объемная плотность заряда $\rho = 0$, плотность тока $\vec{j}=0$, диэлектрическая проницаемость ε = const и магнитная проницаемость μ = const).

Направим ось X перпендикулярно волновым поверхностям. Тогда $\vec{E}$ и $\vec{H}$, т.е. векторы напряженностей электрического и магнитного полей, не будут зависеть от Y и Z. В этом случае уравнения Максвелла (2.1) и (2.2) преобразуются к виду:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t} \quad \frac{\partial H_z}{\partial x}=-\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t},$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial x}=\mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t} \quad \frac{\partial H_y}{\partial x}=\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}. \qquad (2.4)$$

Из уравнений (2.4) следует, что, если первоначально было создано переменное электромагнитное поле с электрической компонентой вдоль оси Y $\left(\vec{E}_y\right)$, то возникает магнитная составляющая вдоль оси Z $\left(\vec{H}_z\right)$.

Магнитная составляющая H_z приведет к возникновению компоненты E_y и т.д. При этом компоненты E_z и H_y не возникают. Аналогичные рассуждения можно провести для компонент E_z и H_y. Выберем систему координат так, чтобы $E_z = H_y = 0$. Тогда волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t},$$
$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \tag{2.5}$$

Решением этих уравнений будет плоская волна, описываемая зависимостями:

$$E_y = E_m\, cos\left(\omega t - k\,\mathrm{x} + \alpha_1\right), \tag{2.6}$$

$$H_z = H_m \cos\left(\omega t - kx + \alpha_2\right), \tag{2.7}$$

где ω - частота волны; k – волновое число; α_1 и α_2 – начальные фазы колебаний в точках с координатой $x = 0$.

Если эти зависимости подставить в уравнение (2.5), то можно получить, что $\alpha_1 = \alpha_2$, т.е. колебания векторов напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой. Кроме того, для амплитуд этих векторов выполняется соотношение:

$$\varepsilon_0 \varepsilon E_m{}^2 = \mu\mu_0 H_m^2\,. \tag{2.8}$$

При этом в любой момент времени векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны, т.е. плоская электромагнитная волна – волна *поперечная*. На рис.2.1 показана «мгновенная фотография» такой волны.

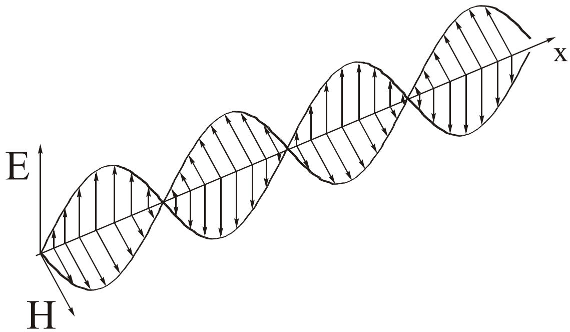


Рис. 2.1

2.3 Свойства электромагнитных волн

В отличие от упругих волн, распространение которых всегда происходит в какой-либо среде, электромагнитные волны могут распространяться и в вакууме, никакой среды для распространения электрического и магнитного полей не требуется. Разумеется, электромагнитные волны могут существовать и в среде.

Электромагнитные волны, распространяющиеся в однородной нейтральной непроводящей среде ($\rho = 0$, $\vec{j} = 0$, $\varepsilon = \mathrm{const}$, $\mu = \mathrm{const}$), являются *поперечными* волнами. Электромагнитные волны, как и любые волны в линейной среде (т.е. в такой среде, где скорость распространения волны не зависит от энергии, переносимой волной), подчиняются принципу суперпозиции волн.

Результирующее возмущение в какой-либо точке линейной среды при одновременном распространении в ней нескольких волн равно сумме возмущений, соответствующих каждой их этих волн порознь.

В вакууме все электромагнитные волны распространяются с одинаковой скоростью, равной скорости света в вакууме

$c = 3\cdot10^8$ м/с. Скорость распространения электромагнитных волн в среде зависит от свойств самой среды. Если волна монохроматическая, т.е. в ней содержатся колебания одной единственной частоты ω, то волна распространяется в среде с фазовой скоростью υ, связанной со скоростью света в вакууме соотношением (2.3):

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

В случае, если волна не монохроматическая, то эту волну можно, в соответствии с принципом суперпозиции, представить в виде группы синусоидальных волн, т.е. – «волнового пакета». В общем случае каждая из синусоидальных волн волнового пакета может распространяться со своей скоростью. Тогда распространение волнового пакета характеризует скорость переноса энергии, которая называется **групповой скоростью** $\vec{u}$**.** Если спектр частот волнового пакета не очень широк, то

$$\mathrm{u} = \frac{d\omega}{d\mathrm{k}} = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}. \qquad (2.9)$$

Если дисперсия среды (т.е. зависимость υ от λ) отсутствует, то групповая скорость волнового пакета равна фазовой скорости. С другой стороны, чем сильнее дисперсия среды, т.е. чем больше значение $\frac{d\upsilon}{d\lambda}$, тем сильнее различаются фазовая и групповая скорости.

2.4. Поток энергии и интенсивность электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга

Электромагнитные волны, так же как и упругие, переносят энергию. Для характеристики переноса энергии в разных точках пространства служит вектор плотности потока энергии.

Пусть электромагнитная волна распространяется в непроводящей среде. Скорость волны при этом равна $\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. Объемная плотность энергии электромагнитного поля w складывается из плотностей энергии электрического и магнитного полей:

$$w = w_{\mathrm{E}} + w_{\mathrm{H}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \qquad (2.10)$$

Из п.2.2 известно, что в данной точке пространства векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются в одинаковой фазе. Следовательно, соотношение (2.8) справедливо не только для амплитудных значений векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$, но и для их мгновенных значений.

$$\varepsilon\varepsilon_0 E^{2} = \mu\mu_0 H^{2} \tag{2.11}$$

Отсюда следует, что объемные плотности энергии электрического и магнитного полей волны в каждый момент времени одинаковы $w_E = w_H$. Формулу (2.11) можно преобразовать к виду

$$w = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH . \tag{2.12}$$

Поток энергии, переносимый волной через площадь *dS*:

$$d\Phi_{\varpi} = \frac{dW}{dt}, \tag{2.13}$$

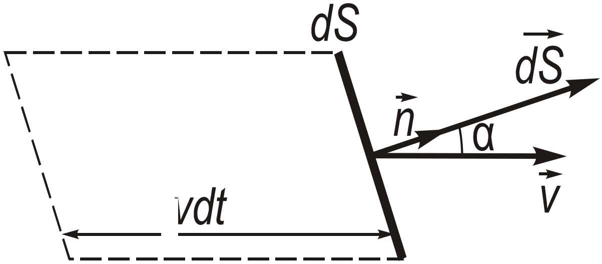


Рис. 2.2

где *dW* – энергия, переносимая волной за время *dt* через площадку *dS*, т.е. это энергия, заключенная в косом цилиндре, построенном на площадке *dS*, с образующими равными $\upsilon \cdot dt$ (рис. 2.2).

Видно, что:

$$dW = w dS \cdot \upsilon \cdot dt \cos\alpha = w\left(\vec{\upsilon} \cdot d\vec{S}\right)dt , \tag{2.14}$$

где вектор площадки $d\vec{S}$ равен по модулю ее площади и направлению по нормали к площадке. В итоге поток энергии будет равен

$$\mathrm{d}\Phi_{\varpi} = w\left(\vec{\upsilon} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\right) = \vec{\Pi}\mathrm{d}\,\vec{S} , \tag{2.15}$$

где вектор $\vec{\Pi}$ - вектор плотности потока энергии, называемый в случае электромагнитных волн **вектором Пойнтинга**.

$$\vec{\Pi} = w\vec{\upsilon}. \tag{2.16}$$

Модуль вектора Пойнтинга равен:

$$\Pi = w \cdot \upsilon = w\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH \cdot \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = EH\ . \tag{2.17}$$

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Поэтому направление вектора $\vec{E} \times \vec{H}$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен $E{\cdot}H$. Следовательно, вектор плотности потока электромагнитной энергии можно представить как векторное произведение $\vec{E}$ на $\vec{H}$:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}\ . \tag{2.18}$$

Данное выражение справедливо для всех сред, в том числе проводящих.

Зная значение вектора $\vec{\Pi}$ в каждой точке некоторой поверхности S можно рассчитать энергию, переносимую волной через эту поверхность:

$$\Phi = \int\limits_{(S)} \vec{\Pi} d\,\vec{S}\ . \tag{2.19}$$

Поскольку в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ периодически изменяются во времени, то и вектор Пойнтинга также меняется во времени. Физический смысл только некоторое среднее значение энергии, перенесенное волной за некоторый промежуток времени (не менее чем период одного колебания).

Скалярная величина I, равная модулю среднего по периоду значения вектора Пойнтинга, называется интенсивностью волны.

$$I = \left|\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle\right| = \left|\left\langle \vec{E} \times \vec{H} \right\rangle\right|\ . \tag{2.20}$$

Размерность интенсивности в СИ – Вт/м^2. По сути интенсивность характеризует среднюю энергию, перенесенную волной через единицу площади в единицу времени. Поскольку амплитуды векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ электромагнитной волны связаны соотношением (2.8), легко показать, что:

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E_m^2, \qquad (2.21)$$

т.е. интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний вектора $\vec{E}$ поля волны.

2.5. Шкала электромагнитных волн

Электромагнитные волны излучаются колеблющимися заряженными телами. Диапазон частот (или длин волн) электромагнитных волн охватывает все возможные значения от 0 до ∞. По частоте или длине волны электромагнитные волны разделяют на следующие диапазоны (рис. 2.3).

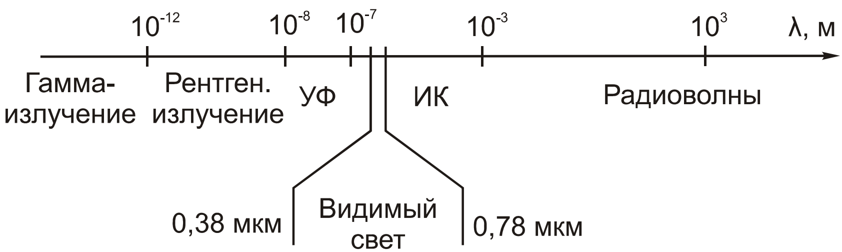


Рис. 2.3

Самые длинные волны – это **радиоволны**, т.е. электромагнитные волны, длина которых более 1 мм (10^{-3} м). Радиоволны разбивают на несколько поддиапазонов: длинные ($\lambda > 1$ км), средние (100 м < λ < 1 км), короткие (10 м < λ < 100 м), метровые (1 м < λ < 10 м), дециметровые (10 мм < λ < 1 м), сантиметровые (1 см < λ < 1 см) и миллиметровые (1 мм < λ < 1 см). Радиоволны излучаются, главным образом, специальными радиотехническими устройствами.

Далее идет **инфракрасное излучение** (1 мм < λ < 0,78 мкм = $0{,}78 \cdot 10^{-6}$ м). Инфракрасное излучение испускается нагретыми телами.

Затем идет **свет** – электромагнитные волны, которые воспринимаются глазом человека. Границы оптического диапазона достаточно условны, чисто индивидуальны и меняются от человека к человеку, так же, как и границы слухового восприятия (хотя в случае света индивидуальный разброс значительно ниже). Условно границы видимого диапазона оценивают как 0,38 мкм < λ < 0,78 мкм. Свет излучается как естественными источниками (звезды, нагретые тела, источники хемилюминесценции), так и созданными человеком (лампы, светодиоды, лазеры).

Еще меньшую длину волны имеет **ультрафиолетовое излучение** (0,01 мкм < λ < 0,38 мкм). Ультрафиолетовое излучение есть в спектрах сильно разогретых тел (звезды, например) и специальных разрядных ламп (например, ртутные лампы искусственного загара).

Еще короче длина волны у **рентгеновского излучения**. Условно границы рентгеновского излучения определяют как 10^{-8} м < λ < 10^{-12} м. Это излучение возникает при взаимодействии заряженных частиц и фотонов с атомами вещества, например, при торможении электронов в металлах.

Самые короткие из известных человечеству электромагнитных волн – это γ- излучение ($\lambda < 10^{-12}$ м). Оно испускается возбужденными атомными ядрами и элементарными частицами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях.

Из всего этого широкого диапазона длин волн человек воспринимает лишь узкую часть спектра (0,38 мкм ÷ 0,78 мкм), однако 80 % информации человек получает именно посредством этих электромагнитных волн.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое электромагнитная волна?
2. Как определяется фазовая скорость электромагнитных волн?
3. Чему равно численное значение вектора Пойнтинга?
4. От чего зависит интенсивность электромагнитной волны?

3. Задание на расчетно – графическую работу

3.1. Общие методические указания

Цель расчетно-графической работы – освоение физики волновых процессов, изучение их основных характеристик и получение практических навыков решения задач по теме «Волновые процессы».

Расчётно-графическая работа оформляется на компьютере. Оформление титульного листа производится по правилам, которые применяются на кафедре общей и технической физики при выполнении и оформлении результатов лабораторных работ. Необходимо указать наименование дисциплины, название работы и номер варианта, фамилию и инициалы студента с указанием курса и группы, фамилию, инициалы и должность преподавателя, проверяющего работу, дату выполнения работы.

Перед выполнении работы следует привести краткое теоретическое обоснование выполняемой работы: указать используемые физические законы и области их применения, записать необходимые формулы с пояснением всех входящих в формулу физических величин. Необходимо полностью переписать задачу своего варианта. При получении расчётной формулы приведите её полный вывод. Проверить единицы измерения полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить ее правильность. Произвести вычисления (в единицах СИ) с точностью не более 2-3 значащих цифр.

При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 6340 надо записать $6{,}34 \cdot 10^3$.

Полученные функциональные зависимости следует изобразить графически. Выбрать удобный масштаб и указать его на осях координат, а так же физические величины и единицы их измерения. На координатной плоскости обязательно должны быть нанесены экспериментальные точки.

В выводах надо отразить выполнение поставленной задачи, дать анализ полученных результатов.

3.2. Примеры решения задач

Пример 1.

Уравнение плоской звуковой волны, распространяющейся вдоль оси x, имеет вид $\xi = 60\cos(1800t - 5{,}3x)$, где смещение ξ – в микрометрах, x – в метрах, t – в секундах. Определить длину волны, скорость распространения волны и максимальную скорость колебаний частиц среды. Определить интенсивность волны, если она распространяется в среде с плотностью 2 г/см$^{-3}$.

Дано:
$\xi_0 = 60$ мкм $= 6\cdot10^{-5}$м
$\omega = 1800$ с$^{-1}$
$k = 5{,}3$ м$^{-1}$
$\rho = 2$ г/см$^{-3}$=2000 кг/м^3
λ - ?
v -?
v_{max} - ?
j - ?

Решение

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси, записывается в виде: $\xi = \xi_0\, cos(\omega t - kx)$.

Из уравнения, данного в условии задачи, следует, что амплитудное значение смещения равно $6\cdot10^{-5}$ м. Циклическая частота составляет 1800 с$^{-1}$, а волновое число равно 5,3 м$^{-1}$.

Для того, чтобы найти максимальную скорость колебания частиц, продифференцируем уравнение волны $\xi = \xi_0\cos(\omega t - kx)$ по времени:

$$\xi' = \xi_0\omega\, sin(\omega t - kx) = v$$

Искомая максимальная скорость равна

$$v_{max} = \xi_0\omega = 6\cdot10^{-5}\cdot1800 = 0{,}11\,\text{м/с}.$$

Фазовую скорость можно найти из соотношения, определяющего волновое число $k = \frac{\omega}{v}$. Фазовая скорость равна: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{1800}{5{,}3} = 339{,}6$ м/с. Длину волны определим из соотношения:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad \lambda = \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{2\pi}{5{,}3} = 1{,}19 \text{ м.}$$

Интенсивность волны найдем из соотношения: j = <w>v, где

<w> – средняя за период объёмная плотность энергии, переносимой волной, v – её скорость. Объёмная плотность рассчитывается по формуле: $< w > = \frac{1}{2}\rho\xi_0^2\omega^2$, где ρ – плотность среды.

$$j = < w > v = \frac{1}{2}\rho\xi_0^2\omega^2 \cdot \mathrm{v} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 36 \cdot 10^{-10} \cdot 1800^2 \cdot 339{,}6 =$$

$$= 3{,}961 \cdot 10^3 \text{ Вт} / \text{м}^2.$$

Пример 2

В изотропной среде точечный источник испускает акустические колебания с частотой ν = 1,5 кГц. На расстоянии r_1 = 5 м от источника амплитуда смещения частиц среды A_1 = 50 мкм, а в точке A, находящейся на расстоянии r_2 = 10 м от источника, амплитуда смещения в 3 раза меньше A_1. Найти коэффициент затухания волны

Дано:
$\nu = 1450$ Гц
$r_1 = 5$ м
$A_1 = 50 \cdot 10^{-6}$ м
$r_2 = 10$ м
$A_2 = A_1/3$

γ – ?

Решение

В изотропной среде точечный источник испускает сферические волны. Для однородной поглощающей среды уравнение сферической волны имеет вид:

$$\xi(\vec{r},t) = \frac{A_0}{r} \cdot \mathrm{e}^{-\gamma r} \cdot cos(\omega t - kr)\ , \qquad (1)$$

где ξ – смещение частиц среды; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота; k – волновое число.

Из (1) найдем амплитуду A смещения частиц среды:

$$A = \frac{A_0}{r} \cdot e^{-\gamma r}$$

Для расстояний $r = r_1$ и $r = r_2$ получаем амплитуды смещения частиц среды A_1 и A_2 соответственно

$$A_1 = \frac{A_0}{r} \cdot e^{-\gamma r_1} \qquad \text{и} \qquad A_2 = \frac{A_0}{r} \cdot e^{-\gamma r_2}$$

Найдём отношение A_1/A_2 и, с учётом (1), получим:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\gamma r_1}}{\mathrm{e}^{-\gamma r 2}} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \mathrm{e}^{-\gamma r_1 + \gamma r_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \mathrm{e}^{\gamma(r_2 - r_1)} = 3$$

Прологарифмируем последнее выражение, получим искомую величину: $$\gamma = \frac{\ln(\frac{3r_1}{r_2})}{r_2 - r_1}$$

Подставим числовые значения: $\gamma = \ln(3 \cdot 5 / 10) / (10 - 5) \approx 0{,}08$м$^{-1}$.

Пример 3

Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрического поля волны 50 мВ/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии.

Дано:

Em = 50мВ/м = 0,05 В/м

Hm - ?

$< j >$ - ?

Решение

Найдём амплитудное значение вектора напряжённости магнитного поля из соотношения: $\varepsilon_0 \varepsilon E_m{}^2 = \mu\mu_0 H_{\mathrm{m}}^2$.

Т.к. волна распространяется в вакууме, то μ=1 и ε =1.

Таким образом,

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m = \sqrt{\frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7}}} \cdot 50 \cdot 10^{-2} = 3{,}74 \cdot 10^{-4} \text{ Вт}/м^2$$

Среднее за период значение плотности потока энергии есть интенсивность ЭМ волны и определяется по формуле:

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2, \quad \text{для вакуума } I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2.$$

Подставим числовые значения:

$$< j >= I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10^{-7}}} 25 \cdot 10^{-4} = 2{,}96 \cdot 10^{-6} \; Вт / м^2 .$$

3.3. Задачи для самостоятельного решения.

1. Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $\lambda/12$, для момента времени $T/6$. (T – период колебаний). Амплитуда колебания 0,05 м. Определить скорость распространения волн в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на 15 см, равна $\lambda/2$. Частота колебаний 25 Гц.

2. Звуковые колебания, имеющие частоту 500 Гц и амплитуду 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Найти скорость распространения волны и максимальную скорость колебаний частиц воздуха.

3. Входной контур радиоприемника состоит из катушки индуктивностью 2 мГн и плоского конденсатора с площадью пластин 10 $см^2$ и расстоянием между ними 2 мм. Пространство между пластинами заполнено слюдой с диэлектрической проницаемостью 7. На какую длину волны настроен радиоприемник?

4. Радиосигнал, посланный на Луну, отразился и был принят на Земле через 2,5 с после посылки. Такой же сигнал, посланный на Венеру, был принят через 2,5 мин. Определить расстояние от Земли до Луны и от Земли до Венеры во время локации.

5. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту колебаний.

6. Радиолокатор обнаружил в море подводную лодку, отраженный сигнал от которой дошел до него за 36 мкс. Учитывая, что диэлектрическая проницаемость воды 81, определить расстояние от локатора до подводной лодки.

7. Звуковые колебания, имеющие частоту 500 Гц и амплитуду 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Найти скорость распространения волны и максимальную скорость колебаний частиц воздуха.

8. Волна распространяется в упругой среде со скоростью 100 м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту колебаний.

9. В однородной изотропной немагнитной среде с

диэлектрической проницаемостью равной 4 распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны 20 В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и фазовую скорость волны.

10. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрического поля волны 60 мВ/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии.

11. Определить скорость распространения волн в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на 10 см, равна 60°. Частота колебаний 25 Гц.

12. На какой частоте суда передают сигнал бедствия SOS, если по международному соглашению длина радиоволны должна быть 600 м?

3.4. Расчетно-графическое задание

3.4.1. Общие методические указания

Цель расчетно-графической работы – освоение физики колебательных процессов, изучение их основных характеристик и получение практических навыков решения задач по теме «Механические колебания. Электрические колебания».

Расчётно-графическая работа оформляется на компьютере. Оформление титульного листа производится по правилам, которые применяются на кафедре общей и технической физики при выполнении и оформлении результатов лабораторных работ. Необходимо указать наименование дисциплины, название работы и номер варианта, фамилию и инициалы студента с указанием курса и группы, фамилию, инициалы и должность преподавателя, проверяющего РГР, дату выполнения работы.

Перед выполнении работы следует привести краткое теоретическое обоснование выполняемой работы: указать используемые физические законы и области их применения, записать необходимые формулы с пояснением всех входящих в формулу физических величин. Необходимо полностью переписать задачу своего варианта. При получении расчётной формулы приведите её полный вывод. Проверить единицы измерения полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить ее правильность. Произвести вычисления (в единицах СИ) с точностью не более 2-3 значащих цифр.

При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 6340 надо записать $6{,}34 \cdot 10^3$.

Полученные функциональные зависимости следует изобразить графически. Выбрать удобный масштаб и указать его на осях координат, а так же физические величины и единицы их измерения. На координатной плоскости обязательно должны быть нанесены экспериментальные точки.

В выводах надо отразить выполнение поставленной задачи, дать анализ полученных результатов.

3.4.2. Задание на расчетно-графическую работу

В воздухе распространяется плоская акустическая волна со скоростью υ вдоль оси x. Смещение точек волны описывается уравнением $\xi(x,t) = \xi_0 \sin(\omega t - \kappa x)$, где ξ_0 - амплитуда, κ – волновое число, ω - циклическая частота. Длина волны λ, ν - частота , а V_0 - амплитуда скорости колебаний молекул воздуха.

Определить неизвестные величины, указанные в таблице. Рассчитать плотность потока энергии (интенсивность) волны j. Найти скорость и ускорение колебаний молекул воздуха. Нарисовать графики зависимостей смещения $\xi(x)$, скорости колебаний частиц $V(t)$ и ускорения $a(t)$.

Таблица 3.1

N вар	υ м/с	ξ_0 см	ν Гц	ω $с^{-1}$	κ $м^{-1}$	V_0 м/с	λ м
1	?	?	?	125,6	0.39	150,7	?
2	320	1,1	?	125,6	?	?	?
3	320	1,4	?	251,2	0,785	?	?

N вар	υ м/с	ξ_0 см	ν Гц	ω $с^{-1}$	κ $м^{-1}$	V_0 м/с	λ м
4	?	0,8	?	314	?	?	6,5
5	330	?	?	?	0,95	219,8	?
6	?	1,6	?	?	?	?	6,3
7	315	?	?	?	1,99	62,8	?
8	315	0,2	?	628	1,99	125,6	?
9	340	?		?	1,85	1256	?
10	340	?	200	?	?	$2{,}8\cdot 10^3$	?
11	?	1,8	200	?	3,69	?	1,7
12	?	3	200	?	3,8	$3{,}78\cdot 10^3$	?
13	330	2,5	500	?	9,52	?	0,66
14	?	1,5	500	?	?	$4{,}7\cdot 10^3$	0,64
15	320	?	?	?	9,8	$6{,}3\cdot 10^3$	?
16	320	0,5	10^3	?	19,6	?	0,32
17	?	1	10^3	?	19,6	$6{,}28\cdot 10^3$	?
18	320	1,2	10^3	?	?	?	?
19	?	2	$2\cdot 10^3$	?	?	?	0,16
20	320	?	$5\cdot 10^3$	?	?	$1{,}4\cdot 10^4$	?
21	?	1,4	10^3	?	9,8	?	?
22	330	0,9	$2\cdot 10^3$	?	?	?	?
23	?	?	$4\cdot 10^3$	?	?	?	0,13
24	300	?	?	?	209,3	$5{,}71\cdot 10^4$	?
25	?	1,5	10^3	?	19	?	?
26	330	?	10^4	?	?	$6{,}9\cdot 10^4$	0,13

Библиографический список

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учеб. пособие. -М.: Высш. шк., 2006 и др. г. изд.

2. *Детлаф А.А.* Курс физики: учеб. пособие / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. - М.: Высш. шк., 2002 и др. г. изд.

3. *Савельев И.В.* Курс физики. Т. 1,2. СПб., М.: Издательство «Лань», 2008.

4. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики с решениями. М.: Высшая школа, 2006.

5. Физика. Колебания и волны: учебно-методический комплекс / сост.: Ю.В. Чуркин, Н.А. Тупицкая. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008. – 156 с.

6. *Федорцов А.Б.* Курс физики. Колебания и волны. Волновая оптика: учеб. пособие / А.Б. Федорцов, В.М. Цаплев. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2006. – 142 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Методические указания к самостоятельной работе для студентов всех специальностей и направлений подготовки бакалавриата

Сост.: *Н.А. Тупицкая, А.Ю. Егорова*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой общей и технической физики

Ответственный за выпуск *Н.А. Тупицкая*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 24.04.2019. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 1,9. Усл.кр.-отт. 1,9. Уч.-изд.л. 1,6. Тираж 100 экз. Заказ 399. С 151.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2