

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
В ПРОСТРАНСТВЕ

Методические указания к самостоятельной работе

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019

УДК 519.2.06(073)

МАТЕМАТИКА. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия в пространстве: Методические указания к самостоятельной работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *Л.В. Бакеева, И.А. Лебедев, М.Б. Шабаева*, СПб, 2019. 38 с.

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта высшего образования.

Содержат варианты заданий для организации индивидуальной работы обучающихся на практических занятиях или в качестве индивидуальных домашних заданий по темам «Линейная алгебра» и «Аналитическая геометрия в пространстве». Задания могут быть использованы с целью закрепления теоретического материала, выработки умений и навыков решения типовых задач по соответствующим темам, а также для подготовки к контрольным работам, коллоквиуму и экзаменам в соответствии с программами направлений подготовки бакалавров инженерно-технических и экономических направлений подготовки и по дисциплинам «Высшая математика», «Математика» и «Линейная алгебра».

Научный редактор проф. *А.П. Господариков*

Рецензент проф. *С.И. Перегудин* (СПбГУ)

1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Вариант 1

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x + y - 2z = 6, \\ 2x - y + z = -5, \\ 3x + 2y - z = 9. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0, \\ 2x + y - z = 0, \\ \lambda \cdot x + y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}.$$

Вариант 2

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - y + z = 3, \\ x + 2y - 2z = 0, \\ 2x - y - z = -3. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + \lambda \cdot y + 2z = 0, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 3

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 3x + y - z = 1, \\ x - y + 2z = 7, \\ 2x + y - z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x + y + \lambda \cdot z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ x - 2y + 4z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 4

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ x - y + z = 2, \\ 3x + y - 2z = -2. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} -x + y + 2z = 0, \\ \lambda \cdot x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 5

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - y - z = 0, \\ 2x + y - z = 3, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x - y + z = 0, \\ 2x + \lambda \cdot y - z = 0, \\ 2x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 6

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3, \\ x - y - z = -1, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ 3x - y + \lambda \cdot z = 0, \\ -x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 7

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 3x + y - z = 3, \\ x + 2y + z = -1, \\ -2x + y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} -2x + y - 2z = 0, \\ x + y + z = 0, \\ \lambda \cdot x + 3y + 4z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 8

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - y - z = -2, \\ 3x + y + 2z = 2, \\ x - 2y - z = 1. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0, \\ 2x - y + z = 0, \\ -x + \lambda \cdot y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 9

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2, \\ 2x + 5y - 4z = 4, \\ 3x - y + 2z = 5. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} \lambda \cdot x + 2y + 2z = 0, \\ -x + y + 2z = 0, \\ -x + 3y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 10

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - y + z = 1, \\ x + 2y - 2z = -2, \\ 2x + y + z = 3. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + \lambda \cdot y + 2z = 0, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ x - 2y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 11

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ x + 4y - 3z = 4, \\ 2x + y + 5z = -3. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 0, \\ x - y + 2z = 0, \\ x + \lambda \cdot y - z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 12

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 0, \\ x - y + z = -2, \\ 3x + y + 2z = -2. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 0, \\ \lambda \cdot x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 13

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - y + z = 2, \\ 2x + y + z = 3, \\ -x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} -6x - y + z = 0, \\ 2x + \lambda \cdot y - z = 0, \\ 2x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 14

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3, \\ x - y + z = -3, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ 3x - y + \lambda \cdot z = 0, \\ -2x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 15

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 3x + y - z = 3, \\ -x + 2y + z = 2, \\ -2x + y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} -2x + y + 2z = 0, \\ x + y + z = 0, \\ \lambda \cdot x + 3y + 4z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot (3 \ -1) - 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 6 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 16

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - y - z = -2, \\ 3x + y + 2z = 2, \\ -x - 2y - z = -1. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0, \\ -2x - y + z = 0, \\ -x + \lambda \cdot y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 17

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1, \\ 2x + 5y - 4z = 0, \\ x - y + 3z = 4. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} \lambda \cdot x + 2y + 2z = 0, \\ x + y + 2z = 0, \\ -x + 3y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 18

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} -x - y + z = 3, \\ -x + 2y - 2z = 0, \\ 2x - y - z = -3. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + \lambda \cdot y + 2z = 0, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ 4x + y + 3z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 19

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 3x + y - z = 2, \\ x - y + 2z = -3, \\ 2x + y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x + y + \lambda \cdot z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ -x + 2y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 20

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ x + y + z = 2, \\ -3x + y - 2z = -2. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 0, \\ \lambda \cdot x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 21

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ 2x + y - z = 3, \\ x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x - y - z = 0, \\ 2x + \lambda \cdot y + z = 0, \\ 2x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (3 \quad -2) + 4 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -5 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 22

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3, \\ 3x - y + z = -1, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 0, \\ 3x - y + \lambda \cdot z = 0, \\ -x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 23

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + y - z = -3, \\ x - y - z = -4, \\ x + 2y + z = 3. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ 3x - y + \lambda \cdot z = 0, \\ -x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \\ -3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 24

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x + y - z = -2, \\ 3x + y + 2z = 12, \\ 2x - 2y + z = 4. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0, \\ -2x + y + z = 0, \\ -x + \lambda \cdot y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 25

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ 2x + 6y - 4z = 6, \\ x + y + 2z = 5. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} \lambda \cdot x + 2y + 2z = 0, \\ 2x + y + 2z = 0, \\ -x + 3y + 4z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 26

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x - 3y + z = 3, \\ x + 2y - 2z = 0, \\ 2x + y + z = 3. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + \lambda \cdot y + 2z = 0, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ 3x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 27

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 3x + y - z = 4, \\ 4x - y + 2z = -7, \\ 2x + y + z = -2. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} x + y + \lambda \cdot z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ -x + 2y + 4z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -5 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 28

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} x + y - z = -2, \\ 2x + y + z = 3, \\ 2x + 2y + z = 2. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} -x - y + z = 0, \\ 2x + \lambda \cdot y + 4z = 0, \\ 2x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 29

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ -x - y + z = -2, \\ -3x + y - 2z = -2. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 0, \\ \lambda \cdot x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 7 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вариант 30

1. Решить систему линейных уравнений методами Крамера и Гаусса

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3, \\ -x + y + z = -1, \\ 4x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

2. Найти λ , при котором существуют ненулевые решения однородной системы алгебраических уравнений, выписать общее решение

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 0, \\ 3x - y + \lambda \cdot z = 0, \\ -x + 3y + 4z = 0. \end{cases}$$

3. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 5 & 1 \\ 5 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Вариант 1

1. Даны точки $A(1, -1, 0)$, $B(1, 0, -1)$, $C(1, 1, 1)$ и $D(0, 1, 2)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(1, -1, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0, \\ 2x + y - z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, -1, 0)$ на плоскость $2x - y + 3z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(-1, -2, 0)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x - y + 2z = 2;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z = 1, \\ x + 2y + z = 2. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Даны точки $A(1, 1, 2)$, $B(2, 0, -1)$, $C(0, 0, 1)$ и $D(1, -2, 1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 0, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(1, 1, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1, \\ x - y + 2z + 2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(0, -1, 2)$ на плоскость $3x + 2y - z = 2$

4. Для точки $M(1, -2, 1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x + y - z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1, \\ 3x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Даны точки $A(0, -3, 2)$, $B(1, 2, 0)$, $C(1, 1, 1)$ и $D(-1, 2, 0)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(1, 1, -2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x - 2y - z = 2, \\ 3x + y - 2z = -1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(0, 2, 1)$ на плоскость $2x - y + 3z = 1$.

4. Для точки $M(0, -2, 3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x - y + 4z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x - 2y + 2z = 1. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Даны точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 0)$, $C(3, 0, -1)$ и $D(2, -1, 2)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(0, 1, -2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(1, 0, -2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1, \\ 3x - y + 4z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, -1, 2)$ на плоскость

$$3x - y + 2z + 2 = 0.$$

4. Для точки $M(-2, 0, 1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x + y + z = 2;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1, \\ 3x + y - z = 0. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Даны точки $A(0, 1, 1)$, $B(-1, 1, -2)$, $C(1, 1, 0)$ и $D(1, -2, 3)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, -1, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(1, -1, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1, \\ 4x + y + 3z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, 1, -3)$ на плоскость $3x + y - 2z = 3$.

4. Для точки $M(1, -1, 4)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + z = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1, \\ 2x - y + z = 2. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Даны точки $A(1, 1, 2)$, $B(-1, 0, -1)$, $C(2, 1, 3)$ и $D(-2, 1, 0)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -3, 0)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, -1, 4)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 0, \\ x + 2y - z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, -5, 2)$ на плоскость $2x - 3y + z = 1$.

4. Для точки $M(2, -2, 3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x - y + 4z = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1, \\ 2x - 3y - z = 2. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Даны точки $A(0, -3, 1)$, $B(1, -1, 2)$, $C(2, -1, 2)$ и $D(1, -2, 0)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 0, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(1, -5, 0)$ линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1, \\ 3x - y + 2z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, 5)$ на плоскость $x - 2y + z - 3 = 0$.

4. Для точки $M(5, -2, 1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x + 3z - 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + 2z = 2, \\ 3x - y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Даны точки $A(1, 1, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(1, 0, -2)$ и $D(2, 2, -3)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 3, 5)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 4)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 3x - y + 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, -5)$ на плоскость $3x + y - z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(0, -3, 5)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - y + 2z - 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0, \\ 2x - 3y + z = 2. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Даны точки $A(1, 0, 2)$, $B(-1, 1, 3)$, $C(2, -2, 0)$ и $D(1, 3, 4)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-2, 1, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 3, 5)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 1, \\ 2x + y - z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 3, 2)$ на плоскость $3x - 2y + z = 2$.

4. Для точки $M(5, -1, 3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$4x - y + 2z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ 2x - 3y - z = 2. \end{cases}$$

Вариант 10

1. Даны точки $A(-1, 2, 3)$, $B(2, 1, 2)$, $C(3, 1, -1)$ и $D(0, 1, 1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 3, 5)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, 3, -5)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = -1, \\ x + 2y - z = -2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 0, 3)$ на плоскость $4x - y + 2z = 3$.

4. Для точки $M(0, 1, 2)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$x - y + 2z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + y + 3z = 0, \\ 3x - 4y + z = 0. \end{cases}$$

Вариант 11

1. Даны точки $A(3, 2, 1)$, $B(1, -1, 2)$, $C(1, -2, 0)$ и $D(1, 1, 1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -1, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 4x - y + z = 1, \\ x + 2y - z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(0, -5, 1)$ на плоскость $x + 5y - 2z = 1$.

4. Для точки $M(2, 5, -3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$4x + y - 2z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ x - y + 2z = 1. \end{cases}$$

Вариант 12

1. Даны точки $A(-1, 2, 3)$, $B(1, 3, 0)$, $C(2, -1, 2)$ и $D(0, 1, -3)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ - ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, -1, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 4)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x - 2y + 3z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, 2)$ на плоскость $4x - 5y + z = 1$.

4. Для точки $M(5, -1, 2)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - y + 3z - 5 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 5z = 1, \\ -x + 2y - 3z = 2. \end{cases}$$

Вариант 13

1. Даны точки $A(2, -1, 1)$, $B(-1, 0, 1)$, $C(3, 1, 2)$ и $D(4, 1, 0)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 2, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ x - 2y + 3z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, -3)$ на плоскость $3x + 4y - z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(5, -1, 4)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - y + 2z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1, \\ 2x - y + 3z = 2. \end{cases}$$

Вариант 14

1. Даны точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, -1)$, $C(2, 2, 1)$ и $D(1, 2, 3)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(1, -2, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(1, 0, -5)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0, \\ 2x + y - 3z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, -2, 2)$ на плоскость $4x - y + 2z = 2$.

4. Для точки $M(0, -2, 3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$4x - y + 2z + 1 = 0.$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z = 0, \\ x + 2y - 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 15

1. Даны точки $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 0)$, $C(-3, 1, -1)$ и $D(4, 0, 2)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(0, -1, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 0, \\ 3x + y - z = -1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, 1, -2)$ на плоскость $x - 3y + 4z = 1$.

4. Для точки $M(5, -1, 0)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + 2z - 1 = 0.$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ 3x + y + 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 16

1. Даны точки $A(1, -1, 0)$, $B(1, 2, 1)$, $C(0, -3, 1)$ и $D(2, 1, 1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-2, 0, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y - z = 0, \\ x + 2y + z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, 4)$ на плоскость $x - 3y + 2z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(5, -2, 1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - y + 2z = 2;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1, \\ 2x - y - 3z = -2. \end{cases}$$

Вариант 17

1. Даны точки $A(1, 1, 0)$, $B(2, -1, 1)$, $C(3, 2, 1)$ и $D(1, 0, 4)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(1, -2, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 0)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 3x - y + z = 0, \\ 2x + y - 2z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, 0)$ на плоскость $x - 3y + 4z = 1$.

4. Для точки $M(-2, 0, 1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 4y + 5z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z = 1, \\ 3x + 2y - z = 2. \end{cases}$$

Вариант 18

1. Даны точки $A(0, 1, 0)$, $B(2, -1, 2)$, $C(1, -1, -1)$ и $D(4, 0, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -1, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-2, 0, -3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1, \\ 2x - y + 2z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 0, 1)$ на плоскость $x - 3y + 4z + 2 = 0$.

4. Для точки $M(5, -1, 0)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 4y + z = 2;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ x - y + 3z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 19

1. Даны точки $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 0)$, $C(3, 2, 1)$ и $D(0, 4, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 3, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(2, -1, 0)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1, \\ x + y - 3z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(2, -1, 2)$ на плоскость $3x + 2y - z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(0, 1, 2)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$10x + 2y - z = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ 2x - 3y + 4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 20

1. Даны точки $A(-1, 2, 2)$, $B(0, 2, 1)$, $C(-1, 1, 3)$ и $D(1, 4, 2)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -2, 0)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-2, 1, 0)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1, \\ x - 2y - z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 1, 2)$ на плоскость $3x - 2y + 2z = 1$.

4. Для точки $M(2, -4, 3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - y + 3z = 2;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1, \\ x + 2y - z = 0. \end{cases}$$

Вариант 21

1. Даны точки $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 0)$, $C(-1, -2, 3)$ и $D(4, 0, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -1, 0)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(2, -1, 5)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + 2y - z = 2. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 1, -2)$ на плоскость $x - 2y + 3z - 2 = 0$.

4. Для точки $M(-1, 0, 2)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x + 3y - z + 1 = 0;$$

б) прямую, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0, \\ 2x + 3z + 4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 22

1. Даны точки $A(-1, -1, 0)$, $B(2, 0, 1)$, $C(1, 1, 1)$ и $D(4, 1, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 0, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 1, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x - y + z = 0, \\ 2x + y - 2z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 0, 3)$ на плоскость $3x - y + 2z = 2$.

4. Для точки $M(2, -1, 5)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + 4z + 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1, \\ 3x - y + z = 0. \end{cases}$$

Вариант 23

1. Даны точки $A(-1, 2, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(0, 0, 1)$ и $D(2, 4, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -1, -1)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 1, \\ 2x + 3y - z = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(1, -1, 2)$ на плоскость $2x + 2y - z = 2$.

4. Для точки $M(-1, 2, 5)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + z = 1$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1, \\ x + y - 3z = -1. \end{cases}$$

Вариант 24

1. Даны точки $A(0, 0, 1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(-1, 0, 1)$ и $D(3, 4, 2)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(0, -2, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + 2y - z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(2, 2, -2)$ на плоскость $3x - y + z = 2$.

4. Для точки $M(3, 4, -1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + 4z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z = -1, \\ x + 2y - 2z = 3. \end{cases}$$

Вариант 25

1. Даны точки $A(2, 2, 0)$, $B(1, -1, 1)$, $C(2, 1, 1)$ и $D(0, 4, 1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-2, 1, -1)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(2, 0, -2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1, \\ x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 0, 2)$ на плоскость $3x - y + 3z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(3, -1, 0)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x + y - 3z - 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - 2y + 3 = 0, \\ 2x - y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 26

1. Даны точки $A(1, 1, 0)$, $B(2, -1, -1)$, $C(0, 2, 1)$ и $D(1, 4, 0)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 2, -1)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 1, 0)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0, \\ 2x + y - 3z = 1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-2, 5, 0)$ на плоскость $2x - y - z - 1 = 0$.

4. Для точки $M(1, -1, 2)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + z - 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1, \\ x + 2y - z = 2. \end{cases}$$

Вариант 27

1. Даны точки $A(1, 1, 1)$, $B(0, 0, 1)$, $C(2, -1, 2)$ и $D(3, 1, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(2, -1, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(0, -1, 3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 3x - y + z = 1, \\ x + 2y - z = -1. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 1, 2)$ на плоскость $x - 2y + z = 2$.

4. Для точки $M(2, -1, 2)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x - y + 4z = 1;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 0, \\ x + 3y - z = 1. \end{cases}$$

Вариант 28

1. Даны точки $A(0, 0, 2)$, $B(1, -1, 2)$, $C(2, 3, 0)$ и $D(1, 4, -1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 2, 3)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 2)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2, \\ x + 2y - z = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 0, 3)$ на плоскость $2x - y + 3z = 1$.

4. Для точки $M(2, -3, 1)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x - 2y + z = 2;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x + y - 3z = 1, \\ 2x - y + 2z = -1. \end{cases}$$

Вариант 29

1. Даны точки $A(1, 0, 1)$, $B(2, -1, 2)$, $C(3, 1, 0)$ и $D(2, -1, 1)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(1, 0, 2)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(-1, 2, 0)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y - z = 1, \\ 3x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, -3)$ на плоскость

$$4x - y + 3z = 2.$$

4. Для точки $M(-1, 0, 3)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$2x - 3y + 4z - 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0, \\ 3x + y - 2z + 2 = 0. \end{cases}$$

Вариант 30

1. Даны точки $A(1, 1, -1)$, $B(2, 2, 0)$, $C(0, 1, -2)$ и $D(1, 0, 4)$. Найти методами векторной алгебры для треугольника ABC угол A и площадь, а для пирамиды $ABCD$ – ее объем.

2. Найти расстояние от точки $M(-1, 2, 0)$ до плоскости, проходящей через точку $Q(2, -1, 3)$ и линию пересечения плоскостей

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 1, \\ x + 2y - z - 2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти проекцию точки $M(-1, 2, -2)$ на плоскость

$$3x - y + z - 1 = 0.$$

4. Для точки $M(-2, 3, 5)$ составить уравнение

а) плоскости, проходящей параллельно плоскости

$$3x - 2y + z - 1 = 0;$$

б) прямой, проходящей параллельно прямой

$$\begin{cases} x - 3y + 2z - 2 = 0, \\ 3x - y + z = 1. \end{cases}$$

Рекомендательный библиографический список

1. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 479 с.
<http://znanium.com/catalog/product/851522>
2. Высшая математика. Том 1. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: Учебник/ А.П. Господариков [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – СПб.: Санкт-Петербургский горный университет, 2015. – 105 с.
<http://www.bibliocomplectator.ru/book/?id=71687>
3. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н. В., 14-е изд., исправ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 240 с.
<http://znanium.com/catalog/product/537806>
4. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие / Д.В. Клетеник ; Под ред. Н.В. Ефимова. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2018. – 224 с.
<https://e.lanbook.com/book/103191>
5. Математический практикум. Часть 1. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Учебно-методическое пособие / А.П. Господариков, О.Е. Карпухина, М.А. Керейчук, В.А.Семенов, Т.С. Обручева. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – СПб, 2013. – 102 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Линейная алгебра.....	3
Аналитическая геометрия в пространстве.....	23
Рекомендательный библиографический список.....	38

МАТЕМАТИКА
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
В ПРОСТРАНСТВЕ

Методические указания к самостоятельной работе

Сост.: *Л.В. Бакеева, И.А. Лебедев, М.Б. Шабаева*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой
высшей математики

Ответственный за выпуск *Л.В. Бакеева*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 10.06.2019. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 2,2. Усл.кр.-отт. 2,2. Уч.-изд.л. 1,8. Тираж 100 экз. Заказ 540. С 196.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2