

**МАТЕМАТИКА**  
**ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ.**  
**ТЕХНИКА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ**

*Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов всех направлений бакалавриата*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**  
**2019**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра высшей математики

**МАТЕМАТИКА**  
**ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ.**  
**ТЕХНИКА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ**

*Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов всех направлений бакалавриата*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2019

УДК 517.1+517.2(073)

**МАТЕМАТИКА. Введение в анализ. Техника дифференцирования:**  
Методические указания к самостоятельной работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *Л.И. Гончар, И.А. Лебедев, М.В. Максименко*. СПб, 2019. 51 с.

Методические указания содержат задания для индивидуальной самостоятельной работы студентов всех направлений бакалавриата по указанным разделам курса математики первого семестра.

Научный редактор проф. *А.П. Господариков*

Рецензент проф. *С.И. Перегудин* (Санкт-Петербургский государственный университет)

© Санкт-Петербургский  
горный университет, 2019

## **Введение**

Задания для индивидуальной самостоятельной работы студентов всех направлений бакалавриата содержат по 30 вариантов для каждого из двух разделов курса математики первого семестра: введение в анализ, техника дифференцирования.

Задания предназначены для использования во время практических занятий при разборе соответствующих разделов и подготовке к написанию контрольных и самостоятельных работ, сдаче коллоквиумов и экзаменов.

Эти индивидуальные задания разбираются и решаются самостоятельно каждым студентом во время практических занятий с использованием лекционного материала при непосредственной консультационной поддержке преподавателя. Разбор и решение этих заданий позволяет студентам уяснить и освоить основные понятия и методы указанных разделов курса математики.

Такая индивидуальная самостоятельная работа позволяет продуктивно использовать аудиторное время практических занятий для каждого студента.

**Варианты самостоятельных работ по теме  
« Введение в анализ».**

Вариант 1

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{3x^3 - x^2 + 1}$  .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 5x} \right)$  .
3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 4x + 4}$  .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$  .
5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(3+x) - \ln 2}{e^2 - e^{3+x}}$  .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x-1} \right)^{4x}$  .
7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{3x+4} \right)^{2x}$  .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x - 3 & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(x-1) & \text{при } 1 < x \leq 3; \\ 2^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 2

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x}{5x^4 + x^3 - 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 - 2x} - x \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg} 2x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4^2 - 4^{3+x/2}}{\ln(4+x) - \ln 2}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x-1}{2x+3} \right)^{3x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 2^x & \text{при } x \leq -1; \\ \lg(x+1) & \text{при } -1 < x \leq 2; \\ x^2 + 3x + 2 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 3

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - x^2 + 1}{3x^5 + x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left( x - \sqrt{x^2 + 2} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 4x + 4}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{x \operatorname{tg} 3x}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln 3 - \ln(4 + x)}{e - e^{x+2}}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+1}{5x+4} \right)^{2x}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x+1}{2x-1} \right)^{-2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 2^x & \text{при } x \leq -1; \\ \lg(x+1) & \text{при } -1 < x \leq 2; \\ x^2 + 3x + 2 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 4

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x^2 - 1}{4x^3 + x^2 + 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^4}{x^2 - 2x + 1}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x+3) - \ln 6}{e^{x-2} - e}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{-x^2}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+1}{3x-2} \right)^{3x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(x - 2) & \text{при } 2 < x \leq 4; \\ 4^{x-3} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$



Вариант 5

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x}{3x^4 + x^3 + 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 8x + 16}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-1} - e^2}{\ln 3 - \ln x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 3x}}{x \operatorname{tg} 4x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+1}{4x+5} \right)^{3x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x-1}{3x+1} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(2-x) & \text{при } x < 2; \\ x^2 - x - 6 & \text{при } 2 \leq x \leq 3; \\ 3^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 6

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 1}{5x^3 - x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 4x} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+3) - \ln 2}{e^3 - e^{4+x}}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x+5} \right)^{-2x}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x-1}{3x+1} \right)^{-3x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + x - 2 & \text{при } x \leq -1; \\ \lg(x+1) & \text{при } -1 < x < 2; \\ 2^{x-2} & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 7

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^3 - 1}{2x^4 + x^2 - 31}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 8x + 16}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{e^{x-1} - e}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{x \operatorname{tg} 4x}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x} \right)^{-x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x - 1}{3x + 1} \right)^{3x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{при } x \leq 0; \\ \lg x & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 4^x & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Вариант 8

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x + 1}{4x^5 + x^2 - 2}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( x - \sqrt{x^2 + 4} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-2} - e}{\ln(x+1) - \ln 4}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\operatorname{tg} x^2}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x-1}{5x+2} \right)^x$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x-1}{3x+2} \right)^{-2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(3-x) & \text{при } x < 3; \\ x^2 - 3x + 2 & \text{при } 3 \leq x \leq 4; \\ 2^{x-4} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 9

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2}{4x^3 + x - 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 6x + 9}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{x \operatorname{tg} 4x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^x - e^{-1}}{\ln(3+x) - \ln 2}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{2x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x+2}{2x-1} \right)^{-2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(3-x) & \text{при } 1 < x \leq 3; \\ 3^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 10

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - x^2}{3x^5 + x - 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( x - \sqrt{x^2 + 3} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 4x + 4}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{2} - 1}{x \cdot \sin 2x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^x - e^{-3}}{\ln 2 - \ln(5 + x)}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 1}{2x + 3} \right)^{-2x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x + 1}{4x + 2} \right)^x$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 3^x & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(4 - x) & \text{при } 1 < x < 4; \\ -x^2 + 4x & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

Вариант 11

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + x^2 - 1}{5x^3 - x + 2}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 3x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x + 4}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(2+x) - \ln 2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - 1}{x \cdot \operatorname{tg} 5x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+2} \right)^{3x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x-1}{4x+1} \right)^x$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & \text{при } x < 3; \\ 2^{x-4} & \text{при } 3 \leq x \leq 4; \\ \lg(x-4) & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 12

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x^2}{3x^4 + x^3 - 3}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 5x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 4x + 4}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{2} - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2+x) - \ln 3}{e^2 - e^{x+1}}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+1} \right)^{-x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x+1}{5x-1} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + x - 6 & \text{при } x \leq 2; \\ \operatorname{lg}(5-x) & \text{при } 2 < x < 5; \\ 4^{x-4} & \text{при } x \geq 5. \end{cases}$$



Вариант 13

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 - x^3 + 4}{5x^4 + x - 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 8})$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{-1} - e^{x-3}}{\ln(x+1) - \ln 3}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 2x + 1}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x+4} \right)^x$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x-1}{4x+3} \right)^{2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 3^x & \text{при } x \leq 0; \\ x^2 - 4x + 4 & \text{при } 0 < x \leq 3; \\ \operatorname{lg}(x-3) & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 14

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2 + 2}{3x^3 - x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 - x} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{x}{3} - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+3) - \ln 2}{2^{-x} - 2}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-3}{2x+1} \right)^{3x}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 1} \right)^{2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(1-x) & \text{при } x < 1; \\ x^2 + 3x - 4 & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ 2^{x-2} & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 15

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 - x^4}{2x^6 + x^3 - 3}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 - 3})$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln(x+1) - \ln 2}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 8x + 16}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 4x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x+4} \right)^x$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x-1}{3x+2} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 4x - x^2 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(4 - x) & \text{при } 2 < x < 4; \\ 2^{x-3} & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

Вариант 16

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2 + x}{3x^3 + 5}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - 6x + 9}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{e^{3x-8} - e^{-2}}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+5} \right)^{2x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x+3}{4x-1} \right)^{3x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(2-x) & \text{при } x < 2; \\ 3x - x^2 & \text{при } 2 \leq x \leq 3; \\ 3^{x-2} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Вариант 17

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2}{6x^3 + 2x - 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^4 - 16x^2}{x^2 + 8x + 16}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{x}{4}\right) - 1}{\operatorname{tg} 2x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{2x-5} - e^{-1}}{\ln 2 - \ln x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 2}{4x + 4}\right)^{3x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 1}{5x + 2}\right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x - x^2 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(3 - x) & \text{при } 2 < x < 3; \\ 2^{x-4} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

Вариант 18

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x^3}{3x^4 + x - 2}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 3})$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 6x + 8}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - 1}{x \operatorname{tg} 5x}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{4-x} - e^2}{\ln(x+1) - \ln 3}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{2x}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x-1}{2x+3} \right)^{-x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{при } x < 1; \\ 4^x & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ \lg(x - 2) & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 19

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x + 1}{3x^2 - 8}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 - 7} - \sqrt{x^2 + 2})$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 16}{x^2 - 4x + 4}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\operatorname{tg} 2x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x + 7) - \ln 11}{e^{3x-7} - e^5}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 4}{2x + 7} \right)^x$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2 - 1}{4x^2 + 1} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 2^{x-1} & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(4 - 2x) & \text{при } 1 < x < 2; \\ x^2 - 2x - 8 & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 20

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x}{6x^3 + x^2 + 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 4x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{2x^2 + 16x + 32}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg} 4x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x+1) - \ln 5}{e^{1-3x} - e^{-11}}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+8}{x+6} \right)^{-2x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x+1}{4x-1} \right)^{3x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x - 8 & \text{при } x < 2; \\ \lg(3-x) & \text{при } 2 \leq x < 3; \\ 3^{x-3} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$



Вариант 21

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x + 1}{4x^3 + x^2}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 10} - x)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^3 - 7x^2}{x^2 - 14x + 49}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \operatorname{tg} 6x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln 4 - \ln x}{e^{1-2x} - e^{-7}}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x+2} \right)^{3x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x-1}{3x+2} \right)^{-x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & \text{при } x \leq 3; \\ \lg(5 - x) & \text{при } 3 < x < 5; \\ 2^{x-4} & \text{при } x \geq 5. \end{cases}$$

Вариант 22

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - x + 1}{3x^5 + x^3}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 - 2x^2}{3x^2 + 6x + 3}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1}{\operatorname{tg} 5x^2}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{3x-9} - e^{-3}}{\lg x - \lg 2}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+8}\right)^x$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 - 1}{2x^2 + 1}\right)^{2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(-1-x) & \text{при } x < -1; \\ x - x^2 & \text{при } -1 \leq x \leq 2; \\ 3^{x-1} & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Вариант 23

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 1}{4x^3 + 2}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{2x^2 + 4} - \sqrt{2x^2 - 2})$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{2x^2 - 12x + 18}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^3 - e^{3x-9}}{\ln(x+2) - \ln 6}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 + 8} \right)^{-x^2}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x - 1}{3x + 2} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - \frac{5}{2}x + 1 & \text{при } x \leq 2; \\ \lg(3 - x) & \text{при } 2 < x < 3; \\ 2^{x-4} & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

Вариант 24.

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^3 + 1}{4x^5 + x^2 + x}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 - 4x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{6x^3 - 24x}{5x^2 + 20x + 20}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{x}{5}\right) - 1}{x \operatorname{tg} 6x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x+1} - 3^2}{\ln(3-x) - \ln 2}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-4}{x+3} \right)^x$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x+1}{4x+2} \right)^{-2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(-2-x) & \text{при } x < -2; \\ -3x - x^2 & \text{при } -2 \leq x \leq 1; \\ 3^x & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Вариант 25

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - x^2}{5x^3 - x + 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 2x} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 8x + 16}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\left(\frac{x}{4}\right)}{\operatorname{tg} 4x^2}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-1} - e^2}{\lg x - \lg 3}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x + 1}{4x + 5} \right)^{3x}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x - 1}{3x + 1} \right)^{2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{при } x \leq 1; \\ \lg(2 - x) & \text{при } 1 < x < 2; \\ 4^{x-2} & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Вариант 26

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + x^4 - 2}{4x^5 - x + 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 4})$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{4x^2 - 24x + 36}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 2x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x+1) - \ln 3}{4^2 - 4^x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{8x+1}{8x+8} \right)^x$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x+1}{3x-1} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 3x - x^2 & \text{при } x \leq 3; \\ \lg(x - 3) & \text{при } 3 < x \leq 4; \\ 2^{x-3} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 27

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x}{3x^3 + x^2 - 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 4x} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 3x}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\lg(x+3) - \lg 2}{e^{3+x} - e^2}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x+3} \right)^x$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+1}{3x+4} \right)^{2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} \lg(-3-x) & \text{при } x < -3; \\ x^2 - 4x - 5 & \text{при } -3 \leq x \leq 4; \\ 3^{4-x} & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Вариант 28

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x}{6x^4 + x^2 - 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{tg} x^2}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4^{3+\frac{x}{2}} - 4^2}{\ln(x+4) - \ln 2}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^x$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x-1}{2x+5} \right)^{2x}$ .

8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x - 5 & \text{при } x \leq 0; \\ \lg(1-x) & \text{при } 0 < x < 1; \\ 5^{1-x} & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$



Вариант 29

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x - 1}{4x^3 + x^2 + 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^4}{x^2 + 2x + 1}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\operatorname{tg} 3x^2}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\lg(x+3) - \lg 6}{e^{x-1} - e^2}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x^2 + 3} \right)^{-x^2}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x-1}{3x+2} \right)^{2x}$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{при } x < -1; \\ 3^{x+1} & \text{при } -1 \leq x \leq 0; \\ \lg x & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Вариант 30

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - x}{3x^4 + x^3 + 1}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + 3x} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 4x^2}{x^2 - 8x + 16}$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 3x}}{x \operatorname{tg} 4x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{x-1} - 2^2}{\ln 3 - \ln x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x+4} \right)^{2x}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x+1}{3x+2} \right)^x$ .
8. Найти точки разрыва и определить их тип для заданной кусочно-непрерывной функции. Построить график.

$$y = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{при } x \leq 3; \\ \lg(4 - x) & \text{при } 3 < x < 4; \\ 2^{x-5} & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$$

**Варианты самостоятельных работ по теме  
«Техника дифференцирования»**

Вариант 1

1.  $y = \frac{4}{\ln^3 \sqrt{\cos 3x}} - x^2 \sqrt{e^{-2x} + \operatorname{arctg} 2x}$ .
2.  $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sqrt[3]{1-x^2}} - \operatorname{ctg} 2x \cdot 3^{-2x}$ .
3.  $\ln y = y\sqrt{x} + \cos(2y-x)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \cos t - t^2$ ,  $y = t^2 - t \cdot \sin t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \operatorname{tg} 2x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^2 - 3x + 1$  в точке  $x = -1$ .

Вариант 2

1.  $y = \ln^2 \cos(2^{-x} - x^2) + \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 2x}$ .
2.  $y = \frac{\operatorname{arcsin} 3x}{\sqrt{1-x^2}} - \sqrt{x} \cdot 4^{-2x}$ .
3.  $x\sqrt{y-x^2} = \cos(y-2x)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \cos t$ ,  $y = t^2 \cdot \sin 2t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \operatorname{arctg} 2x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = x^2 - 3x$  в точке  $x = -2$ .

Вариант 3

$$1. y = x^2 \sqrt{\log_3 \frac{4x-1}{2}} - \frac{\operatorname{tg}^2 2x}{\ln \frac{x+1}{3}}.$$

$$2. y = \sin \sqrt{x} \cdot 3^{-2x} + \frac{5}{\sqrt{\ln^3 \frac{1-2x}{3}}}.$$

$$3. \operatorname{tg} \frac{y}{x} = x \cdot e^{-y} - \sqrt{y}. \text{ Найти } y'_x.$$

$$4. x = t - \cos t, \quad y = t \cdot \sin t. \text{ Найти } x'_y.$$

$$5. y = x \cdot \ln 2x. \text{ Найти } dy, y''.$$

6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - x + 4$  в точке  $x = 1$ .

Вариант 4

$$1. y = \sqrt{\arccos(3 \lg x)} - 3(\operatorname{tg}^3 3^{-x})^{-1/2}.$$

$$2. y = \operatorname{ctg} 2x(1-x^3)^{-1/2} - x^3 \cdot e^{-4x}.$$

$$3. \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \sqrt{y} - y \cdot 2^{-x}. \text{ Найти } x'_y.$$

$$4. x = t \cdot \sin 2t, \quad y = t - \cos 2t. \text{ Найти } y'_x.$$

$$5. y = \sqrt[3]{x-x^2}. \text{ Найти } dy, y''.$$

6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - 2x$  в точке  $x = 2$ .

Вариант 5

1.  $y = \frac{1}{\ln^2 \ln 3x} + (\operatorname{tg} x^3 - x)^{\ln x}$ .
2.  $y = \frac{\sqrt{x - x^3}}{\sin 2x} - x^2 \cdot 3^{-\sqrt{x}}$ .
3.  $\operatorname{arcc} \operatorname{ctg} \frac{x}{y} = e^{-y} + xy$ . Найти  $y'_x$ .
4.  $x = t - \ln t$ ,  $y = t \cdot \ln t + \sqrt{t}$ . Найти  $x'_y$ .
5.  $y = \sqrt{x} \cdot \ln x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^3 - x - 1$  в точке  $x = -1$ .

Вариант 6

1.  $y = \frac{\cos 2x}{\operatorname{arcc} \operatorname{ctg} x^2} - \cos \sqrt{\ln^2(x+1)}$
2.  $y = 4 \left( \cos \operatorname{lg} \frac{2x+1}{4} \right)^{-2/3} - \operatorname{tg} 3x \cdot 2^{\frac{x}{2}}$
3.  $e^{-y} = x\sqrt{y} - \sin(2x - y)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t^2 \cdot \sin t$ ,  $y = t \cdot \cos 2t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - x + 2$  в точке  $x = 2$ .

### Вариант 7

1.  $y = (x^3 + 5^{-x})^{3\sin x} + \frac{\ln^2 3x}{\sqrt{x-x^2}}$ .
2.  $y = \frac{2}{\sqrt[3]{\arctg^2 \frac{3x-1}{4}}} - \sqrt[3]{x} \cdot 2^{-2x}$ .
3.  $x^2 y - \operatorname{tg}(x-y) = e^{2x+y}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = 3^{\cos 2t}$ ,  $y = 3^{\sin 2t}$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \arcsin x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^4 - x^3$  в точке  $x = 1$ .

### Вариант 8

1.  $y = \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sqrt{1-x^4}} + (3^{-2x} - \cos x)^{\frac{1}{\ln x}}$ .
2.  $y = \frac{2}{\sqrt{\arcsin^3 \ln \frac{3x-1}{2}}} - \operatorname{ctg} 3x \cdot 4^{-2x}$ .
3.  $2^{-x+y} = y\sqrt{x} - \cos(2y-x)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \cos^2 t$ ,  $y = t - \sin t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \operatorname{arcctg} 2x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - 2x + 1$  в точке  $x = 1$ .

### Вариант 9

1.  $y = \lg^3 \cos \sqrt{\operatorname{tg} 2x} + (x^2 - 1)^{\frac{1}{x}}$ .
2.  $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sin^2 x} - \sqrt{x} \cdot 5^{-3x}$ .
3.  $\cos(2x - y) = y - x^2 y^3$ . Найти  $y'_x$ .
4.  $x = \cos 2t - t$ ,  $y = t \cdot \sin 2t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \arcsin x^2$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^5 - x^2 + 1$  в точке  $x = -1$ .

### Вариант 10

1.  $y = \frac{1}{\sqrt{\ln^3 \cos 2x}} - (e^{-x^2} + 1)^{\sin^3 2x}$ .
2.  $y = \frac{\ln x}{x^3 - 1} + \arccos 2x \cdot 5^{-3x}$ .
3.  $y = y \ln x - \ln^2 y$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot 2^{-t}$ ,  $y = t - \cos 2t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \arccos x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 6x^2 - 4x + 1$  в точке  $x = 1$ .

Вариант 11

1.  $y = \frac{\sqrt{\cos x}}{\ln^3 4x} - (x - x^2)^{\operatorname{arctg} x^2}$ .
2.  $y = \frac{3}{\sqrt[3]{\ln^2 \cos \frac{2-x}{3}}} + \operatorname{ctg} \sqrt{x} \cdot 3^{-2x}$ .
3.  $e^{-y} = y \cdot x - \arcsin(x - y)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \ln t, y = \ln t - t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \sqrt{1 - x^2}$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = x^3 - 3x + 2$  в точке  $x = -1$ .

Вариант 12

1.  $y = \frac{\cos x}{\operatorname{arcctg} 3x} + (\ln^2 x - x)^{\sin^3 2x}$ .
2.  $y = \frac{3}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 \ln \frac{x-2}{4}}} - \sin^3 2x \cdot 4^{-3x}$ .
3.  $\operatorname{tg} y = x\sqrt{y} + \arcsin(2x - y)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \sin t - t^3, y = t^2 - t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 4x^2 - x + 2$  в точке  $x = -2$ .



Вариант 13

1.  $y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x} + \frac{1}{\ln \ln 2^{-x}}$ .
2.  $y = \frac{\sin 3x}{\sqrt{1-x}} + \cos 2x \cdot 3^{-x} - \frac{3}{\sqrt{\ln^3 2 \cos 3x}}$ .
3.  $x^y = \ln x + \cos(y-x)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \operatorname{tg} t$ ,  $y = \sin 3t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \ln^2 x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = x^5 - 3x^2$  в точке  $x = 1$ .

Вариант 14

1.  $y = \frac{7}{\ln^2 \cos \sqrt{x}} + (x^2 - x)^{\cos^3 2x}$ .
2.  $y = \frac{2}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 \lg \frac{x-1}{3}}} - \sqrt[3]{x} \cdot 5^{-2x}$ .
3.  $\sin(x-2y) = x - x^2 \sqrt{y}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot e^{-t}$ ,  $y = e^t - t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \arcsin \sqrt{x}$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = -2x^2 + 3x - 1$  в точке  $x = 2$ .

Вариант 15

$$1. y = \frac{2}{\sqrt{\arcsin^3 \ln \frac{x+1}{3}}} + (tg^2 x - 2^{-x})^{3\sqrt{x}}.$$

$$2. y = \frac{\arctg 3x}{\sqrt{x^3 - x}} - 2^{-\sqrt{x}} \cdot \sin 2x.$$

$$3. \ln(x^2 - y) = y + x^3. \text{ Найти } y'_x.$$

$$4. x = t^2 - \sin 2t, y = e^{3t}. \text{ Найти } x'_y.$$

$$5. y = \arccos 3x. \text{ Найти } dy, y''.$$

$$6. \text{ Найти уравнения касательной и нормали к графику функции } y = -3x^2 + 4x + 1 \text{ в точке } x = -3.$$

Вариант 16

$$1. y = \frac{x \cdot \sin x}{1 + tg 5x} - \cos^2 x \sqrt{\ln(x-5)}.$$

$$2. y = \frac{3}{\sqrt[6]{\ln^5 \cos \frac{2x+1}{3}}} - \sqrt[3]{x} \cdot 3^{-x^2}.$$

$$3. \arctg \frac{y}{x} = y^2 + x\sqrt{y}. \text{ Найти } x'_y.$$

$$4. x = t \cdot \cos t, y = \sin t - t^2. \text{ Найти } y'_x.$$

$$5. y = x \cdot tg x. \text{ Найти } dy, y''.$$

$$6. \text{ Найти уравнения касательной и нормали к графику функции } y = 3x^2 + 2x - 1 \text{ в точке } x = 1.$$

Вариант 17

1.  $y = \sqrt[3]{2^{-4x} - x^2} - \frac{\cos 3x}{1 + \operatorname{tg} \ln x}$ .
2.  $y = \frac{2}{\sqrt[4]{\ln^3 \cos \frac{3x-1}{2}}} - 4^{-2x} \cdot \operatorname{ctg} 3x$ .
3.  $\operatorname{arctg}(y-x) = y\sqrt{x} - y^2$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \sqrt{\sin t}$ ,  $y = t + \sqrt{\cos t}$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \operatorname{arctg} 2x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^5 - 4x^3$  в точке  $x = -1$ .

Вариант 18

1.  $y = \frac{x \cdot \ln x}{1 + \cos^2 2x} - (\ln 2\sqrt{x} + x)^{\sin^3 x}$ .
2.  $y = \frac{4}{\sqrt{\operatorname{arctg}^3 \frac{3x+1}{2}}} - \sqrt{x} \cdot e^{-3x}$ .
3.  $x^2 y - \ln(x-y) = e^{-y}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = 2^{\cos 2t}$ ,  $y = 2^{\sin 3t}$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \arcsin x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - 2x + 1$  в точке  $x = -2$ .

Вариант 19

1.  $y = \operatorname{tg} 3x \sqrt{\ln^2 x + x} - \frac{2}{\sqrt{\cos^3 \ln \frac{3x-1}{2}}}$ .
2.  $y = \frac{\sin 5x}{1-3x} + \operatorname{ctg} 3x \cdot 3^{-4x}$ .
3.  $2^{-y} = y\sqrt{x} + \arccos(2y-x)$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t^2 \cdot \sin t, y = t + \cos t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = x \cdot \operatorname{arctg} x$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = -x^5 + 2x^2 - 1$  в точке  $x = 1$ .

Вариант 20

1.  $y = \frac{2}{\sqrt[5]{\operatorname{arctg}^3 \ln \frac{x-1}{2}}} - \sin y \sqrt{e^{-2x} - x^2}$ .
2.  $y = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\cos^2 x} + \sqrt{x^3} \cdot 2^{-3x}$ .
3.  $\ln(x-2y) = y + 2x\sqrt{y}$ . Найти  $y'_x$ .
4.  $x = \sin t - 2t, y = t \cdot \cos t$ . Найти  $x'_y$ .
5.  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - 4x + 1$  в точке  $x = 2$ .

Вариант 21

1.  $y = \frac{3}{\sqrt{\arcsin^3 \lg \frac{2x-1}{3}}} + \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 3x}$ .
2.  $y = x \cdot \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{\cos 3x}{\sqrt{1-x^3}}$ .
3.  $(x-y)^2 = x \cdot \sin y + \ln y$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = t \cdot \sin 2t, y = \sqrt{t} + \cos 2t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \sqrt{3-2x-x^2}$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 4x^2 - 3x + 1$  в точке  $x = 2$ .

Вариант 22

1.  $y = \frac{3}{\sqrt{\lg^3 \cos \frac{2x-1}{3}}} - \sqrt{2^{-x} + \ln^2 x}$ .
2.  $y = \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-x^4}} + \cos 5x \cdot \sqrt{1+e^{\lg x}}$ .
3.  $\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 2^{x-y}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = \sin t - t, y = t \cdot 2^{-t} + \sqrt{t}$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \frac{x+2}{x^2+2x+2} + \operatorname{arctg}(x+1)$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 2x^3 - 4x$  в точке  $x = -2$ .

Вариант 23

1.  $y = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^3 \ln \frac{3x-1}{2}}} - \sqrt{\cos^3 x - x}$ .
2.  $y = \arcsin 3x \cdot 2^{-x^2} + \frac{\sqrt{\cos 2x}}{1-x^3}$ .
3.  $y^2 = x + \ln \frac{y}{x^2}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = \frac{t}{1+t^2}$ ,  $y = \frac{1-t}{1+t^2}$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + 1$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = x^2 - 3x + 2$  в точке  $x = -0,5$ .

Вариант 24

1.  $y = \frac{4}{\sqrt[5]{\ln^6 \cos \frac{1-x}{3}}} - \sqrt[3]{x - \operatorname{arctg}^2 3x}$ .
2.  $y = x^2 \cdot 2^{-3x} + \frac{\sin 2x}{\sqrt{x^3 - 1}}$ .
3.  $x + \arcsin(x - y) = y^2$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = \cos t + t \cdot \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cdot \cos t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \lg(3x - 1)$ . Найти  $dy, y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = -x^4 + 3x^2$  в точке  $x = 1$ .

Вариант 25

1.  $y = \frac{\cos^2 3x}{1-3^{-x}} - \ln^2 \sqrt{\lg 3x-x}$ .
2.  $y = \frac{2}{\sqrt[3]{\lg^3 \cos \frac{1-x}{2}}} + \arccos 3x \cdot e^{-x^2}$ .
3.  $\sqrt{x^2 - y^2} = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = \sqrt{t^2 + 1}$ ,  $y = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}}$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln \cos x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2 - 4x + 1$  в точке  $x = 1,5$ .

Вариант 26

1.  $y = \frac{2}{\sqrt[3]{\sin^2 \lg \frac{1-2x}{3}}} - (\arccos 2x + x)^{\cos^2 3x}$ .
2.  $y = e^{-x^2} \cdot \ln \sin 8x + \frac{\sqrt{x} - 1}{\operatorname{arctg} 2x}$ .
3.  $\cos x + \cos 2y = e^{x^2 - y^2}$ . Найти  $x'_y$ .
4.  $x = 2t - \sin 2t$ ,  $y = \sin^3 t$ . Найти  $y'_x$ .
5.  $y = \operatorname{arccotg} 2x$ . Найти  $dy$ ,  $y''$ .
6. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = 4x^3 - 2x^2 + x$  в точке  $x = -1$ .

Вариант 27

$$1. y = \frac{2}{\sqrt[3]{\arccos^2 \ln \frac{3x-1}{2}}} + (1-x^2)^{\cos^2 3x}.$$

$$2. y = \frac{\cos 2x}{\sqrt[3]{1-x^2}} - \lg 2x \cdot e^{-x^3}.$$

$$3. y \cdot \sin x - \cos 2y = 2^{-x+y}. \text{ Найти } x'_y.$$

$$4. x = \frac{e^t}{e^t + 1}, y = e^t - e^{-t}. \text{ Найти } y'_x.$$

$$5. y = \operatorname{arctg} 4x. \text{ Найти } dy, y''.$$

$$6. \text{ Найти уравнения касательной и нормали к графику функции } y = 2x^2 - 3x + 2 \text{ в точке } x = -1.$$

Вариант 28

$$1. y = \frac{2}{\sqrt[5]{\cos^3 \ln \frac{3x+1}{4}}} - \cos x \sqrt{\arcsin 4x - x}.$$

$$2. y = \frac{\lg(2x+1)}{\sqrt{1-x}} - 3^{-x^2} \cdot \operatorname{arctg} 3x.$$

$$3. x + 2y^2 = \operatorname{ctg}(x-y). \text{ Найти } x'_y.$$

$$4. x = \ln \sqrt{\cos t}, y = \ln \sqrt{\sin t}. \text{ Найти } y'_x.$$

$$5. y = \arcsin(1-x) + \sqrt{2x-x^2}. \text{ Найти } dy, y''.$$

$$6. \text{ Найти уравнения касательной и нормали к графику функции } y = 3x^2 - 4x + 2 \text{ в точке } x = -2.$$



Вариант 29

$$1. y = \frac{4}{\sqrt{\ln^3 \arcsin \frac{1-2x}{3}}} - \sqrt[3]{2^{-x^2} - \sqrt{x}}.$$

$$2. y = \frac{\cos^3 4x}{1-2x} + e^{-\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} 2x.$$

$$3. 2x \ln y = \ln x + y^2. \text{ Найти } x'_y.$$

$$4. x = t \cdot \ln t, \quad y = t - e^{-t}. \text{ Найти } y'_x.$$

$$5. y = x \cdot \arccos x^2. \text{ Найти } dy, y''.$$

$$6. \text{ Найти уравнения касательной и нормали к графику функции } y = x^2 - 3x + 2 \text{ в точке } x = -3.$$

Вариант 30

$$1. y = \frac{3}{\sqrt[4]{\cos^3 \lg \frac{1-x}{2}}} - x^2 \sqrt{3^{-x} + \cos 2x}.$$

$$2. y = \frac{2}{\sqrt{\arcsin^3 \ln \frac{3x-1}{2}}} - \operatorname{ctg} 3x \cdot 4^{-2x}.$$

$$3. \arccos(x-2y) = x \cdot \cos y - e^{-y}. \text{ Найти } y'_x.$$

$$4. x = \arcsin t, \quad y = t \cdot \arccos t. \text{ Найти } x'_y.$$

$$5. y = x \cdot \operatorname{arcctg} x. \text{ Найти } dy, y''.$$

$$6. \text{ Найти уравнения касательной и нормали к графику функции } y = 3x^4 - 4x^3 \text{ в точке } x = 1.$$

## РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Высшая математика в упражнениях и задачах /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевников.-М.: Высшая школа, 2009. Ч1,2.
2. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. Пособие для втузов. В 2 т.-М.: Интеграл-Пресс, 2009, Т.1,2.
3. *Щипачев В.С.* Высшая математика.-М.: Высшая школа, 2005.
4. Математический практикум. Часть 3. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Учебно-методическое пособие/А.П. Господариков и др.; Санкт-Петербургский горный институт. СПб, 2010.
5. Математический практикум. Часть 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье. Интегральное исчисление функции многих переменных. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: Учебно-методическое пособие/А.П. Господариков и др.; Санкт-Петербургский горный институт. СПб, 2010.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. Варианты самостоятельных работ по теме «Введение в анализ».....	4
2. Варианты самостоятельных работ по теме «Техника дифференцирования».....	34
3. Рекомендуемый библиографический список.....	49

**МАТЕМАТИКА**  
**ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ.**  
**ТЕХНИКА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ**

*Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов всех направлений бакалавриата*

Сост.: *Л.И. Гончар, И.А. Лебедев, М.В. Максименко*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой  
высшей математики

Ответственный за выпуск *Л.И. Гончар*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 10.09.2019. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 2,9. Усл.кр.-отг. 2,9. Уч.-изд.л. 2,0. Тираж 100 экз. Заказ 778. С 277.

Санкт-Петербургский горный университет  
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета  
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2