

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**Санкт-Петербургский горный университет**

**Кафедра общей и технической физики**

**ФИЗИКА**  
**МЕХАНИКА**

*Методические указания и контрольные задания  
для самостоятельной работы студентов  
всех направлений подготовки*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**  
**2021**

УДК 531/534 (075.83), 371.167.1:53(073)

**ФИЗИКА. Механика:** Методические указания и контрольные задания для самостоятельной работы / Санкт-Петербургский горный университет. Сост. *А.Ю. Егорова*. СПб, 2021. 34 с.

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями Федеральных Государственных образовательных стандартов (ФГОС 3++) для подготовки бакалавров по дисциплине «Физика».

Предназначены для студентов всех направлений обучения в Горном университете. Выполняются индивидуально в соответствии с вариантом.

Научный редактор проф. *А.С. Мустафаев*

Рецензент проф. *А.В. Марченко* (РГПУ им. А.И. Герцена)

## РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Настоящие методические рекомендации содержат варианты для самостоятельной работы студентам по основным разделам общей физики: классической механике, колебаниям, молекулярной физике и термодинамике, постоянному электрическому току и электромагнетизму.

В работе студента по изучению физики можно выделить пять основных этапов: самостоятельное изучение теоретического материала по учебникам и учебным пособиям, опираясь на конспект лекций, решение задач, выполнение контрольных и расчётно-графических работ, выполнение лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

Процесс решения задач помогает студентам более глубоко и сознательно овладеть изучаемым материалом, а с другой, – знание теоретического материала есть непременное условие умения решать задачи. Поскольку задачи по физике разнообразны как по содержанию, так и по степени трудности, умение их решать приобретает студентом в процессе систематических упражнений, причем, в некоторых случаях необходимо знание специальных методов, приемов, идентичных для определенной группы задач.

При решении задач необходимо руководствоваться следующей схемой:

1. Записать полностью условие задачи. Выписать все величины, входящие в условие и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц (СИ)). Решение записать в стандартном виде:

|        |          |
|--------|----------|
| Дано:  | Решение: |
| Найти: |          |
| -----  |          |
| Ответ: |          |

2. Осмыслить физическую сущность задачи, представив ее наглядно по возможности в виде четкого рисунка, на котором, условно, указать все параметры, характеризующие те явления, которому соответствует условие задачи.

3. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение задачи, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул. Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физической закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести. Пояснения должны быть краткими, но исчерпывающими.

4. Решить задачу сначала в общем виде, т.е. в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи.

5. Перед построением графиков необходимо получить аналитическое выражение функциональной зависимости. Выбрать удобный масштаб и указать его на осях координат, а также физические величины и единицы измерения.

6. Убедиться в правильности размерности искомой величины, подставив в рабочую формулу размерности или сокращенные обозначения единиц измерения величин.

7. Дать ответ в численном виде. При вычислении соблюдать правила приближенных вычислений и округлений.

8. Проанализировать полученный результат.

Задачи могут иметь несколько вариантов решения. Контрольные задания необходимо оформить на компьютере. На титульном листе указать: название университета, наименование дисциплины, название работы, фамилию и инициалы студента, фамилию и инициалы ведущего преподавателя, год выполнения работы.

Необходимо полностью переписать задачу своего варианта, а заданные физические величины выписать отдельно, при этом все числовые значения должны быть переведены в одну систему единиц. При получении расчётной формулы приведите её полный подробный вывод.

## МЕХАНИКА. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Кинематическое уравнение движения:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

где  $\vec{r}$  – вектор перемещения. Средняя скорость:

$$\vec{v}_{\text{ср.}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Средняя скорость вдоль траектории:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t},$$

где  $S$  – путь. Мгновенная скорость:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}' = x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}.$$

Среднее ускорение:

$$\vec{a}_{\text{ср.}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}' = \vec{r}'' = x'' \cdot \vec{i} + y'' \cdot \vec{j} + z'' \cdot \vec{k}$$

Равнопеременное движение ( $\vec{a} = \text{const}$ ). Радиус-вектор материальной точки:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.$$

Длина пути:

$$\Delta S = v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}; \Delta S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}; \Delta S = \frac{v + v_0}{2} t.$$

Скорость при равнопеременном движении:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Величина тангенциального (касательного) ускорения:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Величина нормального (центростремительного) ускорения:

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

где  $v$  – линейная скорость материальной точки,  $R$  – радиус кривизны траектории. Полное ускорение:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

где  $\vec{\varphi}$  – вектор углового перемещения. Угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Связь линейных и угловых величин:

$$\Delta S = R \cdot \Delta\varphi; \quad v = R \cdot \omega; \quad a_{\tau} = R \cdot \varepsilon .$$

где  $R$  – радиус кривизны траектории. Угловой путь:

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \pi \cdot N ,$$

где  $N$  – число оборотов. Связь угловой скорости с частотой и периодом вращения:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{2\pi}{T} ,$$

где  $\nu$  – частота.

*Равнопеременное вращательное движение ( $\varepsilon = const$ ):*

Угловая координата:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} ,$$

где  $\varphi_0, \omega_0$  – начальные угловая координата и угловая скорость.

Угловой путь:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2 \cdot \varepsilon}; \quad \Delta\varphi = \frac{\omega + \omega_0}{2} \cdot t .$$

Угловая скорость:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t .$$

Импульс тела:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} .$$

Второй закон Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t),$$

где  $\vec{F}_i$  –  $i$ -я сила,  $\Delta\vec{p}$  – изменение импульса.

Закон всемирного тяготения:

$$F_{\text{тяг.}} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup> – гравитационная постоянная. Сила тяжести:

$$F_{\text{тяж.}} = m \cdot g,$$

где  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения. Вес тела:

$$P = m(g \pm a).$$

Сила упругости:

$$F_{\text{упр.}} = -k\Delta l,$$

где  $k$  – коэффициент жёсткости,  $\Delta l$  – удлинение. Сила трения:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения. Плотность тела:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где  $m$  – масса тела,  $V$  – объем тела. Радиус-вектор центра масс:

$$\vec{r}_{\text{ц.масс}} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}.$$

Работа силы:

$$dA = \vec{F}d\vec{S} = FdS \cos \alpha; \quad A = \int \vec{F}d\vec{S}.$$

Мощность:



$$P = \frac{dA}{dt}; P = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

Коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{A_{\text{полез.}}}{A_{\text{затр.}}}.$$

Кинетическая энергия поступательного движения:

$$E_{\text{кин.}} = \frac{mv^2}{2}$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над Землёй на небольшую высоту ( $h \ll R_{\text{Земли}}$ )

$$E_{\text{пот.}} = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела:

$$E_{\text{пот.}} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}.$$

Связь потенциальной энергии и консервативной силы:

$$\vec{F} = -\text{grad}E_{\text{пот.}}; (F_x = -\frac{dE_{\text{пот.}}}{dx}).$$

Момент силы:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]; (M = Fl).$$

Момент инерции тела:

$$J = \int_m r^2 dm \quad (J = \sum_i m_i r_i^2).$$

Момент инерции материальной точки:

$$J_{\text{мат.точки}} = mr^2.$$

Моменты инерции тел относительно оси, проходящей через центр масс:

$$J_{\text{кольца}} = mR^2; J_{\text{цилиндра}} = \frac{mR^2}{2}; J_{\text{толст. кольца}} = \frac{m}{2}(R_1^2 + R_2^2);$$
$$J_{\text{шара}} = \frac{2mR^2}{5}; J_{\text{C стержня}} = \frac{ml^2}{12}.$$

Теорема Штейнера:

$$J = J_C + md^2.$$

Закон динамики вращательного движения:

$$\varepsilon_z = \frac{\sum M_z}{J_z}.$$

Момент импульса тела:

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]; \vec{L} = J\vec{\omega}.$$

Закон динамики вращательного движения в импульсной форме (закон изменения момента импульса):

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; (\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t).$$

Закон сохранения момента импульса:

$$\sum_i \vec{M}_i = 0, \sum_i \vec{L}_{i\text{нач.}} = \sum_i \vec{L}_{i\text{кон.}}$$

Работа при вращательном движении:

$$dA = Md\varphi.$$

Кинетическая энергия вращательного движения:

$$E_{\text{кин.}} = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Смещение из положения равновесия, скорость и ускорение колеблющейся точки:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0);$$
$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0); \quad a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 .$$

Возвращающая сила при гармонических колебаниях:

$$F = -\omega^2 mx = -kx .$$

Периоды пружинного, математического и физического маятников:

$$T_{\text{пруж.}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad T_{\text{матем.}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad T_{\text{физ. маятн.}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} ;$$

Закон сохранения энергии:

$$E_{\text{полн.}} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2};$$
$$\frac{mv^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{kA^2}{2} .$$

Амплитуда и начальная фаза результирующего колебания при сложении однонаправленных колебаний одинаковой частоты:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}; \quad \varphi_0 = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}$$

Уравнение траектории точки, колеблющейся с одинаковыми частотами в перпендикулярных направлениях:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2 \frac{xy}{A_1 A_2} \cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi)$$

Волновое число:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}.$$

Длина волны:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}.$$

Релятивистское сокращение длины:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Релятивистское замедление времени:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Релятивистский закон сложения скоростей:

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + \frac{v'v_0}{c^2}}; \quad v' = \frac{v - v_0}{1 - \frac{vv_0}{c^2}}.$$

Энергия покоя:

$$E_0 = mc^2,$$

где  $c = 2,99 \cdot 10^8$  м/с. Взаимосвязь энергии и импульса:

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4.$$

Кинетическая энергия:

$$E_{\text{кин.}} = E - E_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Полная энергия:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Релятивистский импульс:

$$p = \frac{E}{c^2} v; \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

### ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Уравнение движения тела имеет вид  $x = 10t + 1,6t^3$ .  
Определить ускорение и скорость тела в начальный момент времени, а также среднее ускорение за первые 5 секунд движения.

Дано:

$$x = 10t + 1,6t^3$$

$$t_0 = 0$$

$$t = 5 \text{ с}$$

**Решение:**

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 10 + 1,6 \cdot 3t^2 \quad (1)$$

Из (1), при  $t = 0$ , следует:  $v_{0x} = 10 \text{ м/с}$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 4,8 \cdot 2t = 9,6t. \quad (2)$$

Если  $t = 0$ , то:  $a_{0x} = 0 \text{ м/с}^2$ .

Найти:

$$v_{0x}; a_{0x}; a_{\text{ср}}$$

Находим проекцию среднего ускорения на ось  $x$ :

$a_{\text{ср}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t}$ , где проекцию скорости в момент времени  $t = 5 \text{ с}$  находим из (1):  $v_x = v_5 = 10 + 4,8 \cdot 5^2 = 130 \text{ м/с}$ .

$$\text{Окончательно: } a_{\text{ср}} = \frac{130 - 5}{5} = 25 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $a_{0x} = 0 \text{ м/с}^2$ ;  $v_{0x} = 10 \text{ м/с}$ ;  $a_{\text{ср}} = 25 \text{ м/с}^2$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО МЕХАНИКЕ

### Вариант 1

1. Движение двух автомобилей описывается уравнениями  $x_1 = t + 0,1t^2$  и  $x_2 = 40 - 2t$ . Величины измерены в единицах СИ. Опишите характер движения каждого автомобиля. Когда и где произойдет встреча автомобилей? По какому закону изменяется расстояние между ними с течением времени? Найдите расстояние между ними через 10 с после начала движения. Какое перемещение совершит каждый автомобиль за это время?

2. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило свою частоту за 1 минуту от 300 об/мин до 180 об/мин. Найдите угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных им за это время. Через какое время колесо остановится?

3. Невесомый блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы 30 градусов и 45 градусов. Бруски одинаковой массы 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок. Найдите ускорение брусков и натяжение нити, если коэффициент трения брусков о плоскости 0,1.

4. Шар, радиус которого равен  $r$ , скатывается по наклонному желобу и описывает окружность в вертикальной плоскости («мёртвую петлю») радиусом  $R$ . Пренебрегая трением качения и сопротивлением воздуха, найдите наименьшую начальную высоту  $h$  центра масс шара над центром петли, при которой это возможно.

5. Диск массой 1 кг и радиусом 0,2 м вращается с частотой 5 об/с. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить частоту его вращения до 10 об/с?

6. На скамье Жуковского, вращающейся около вертикальной оси с частотой  $\nu_1 = 0,3$  об/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири. Расстояние между гирями 1,5 м. Когда человек опускает руки, расстояние между гирями становится равным 0,4 м, а частота вращения – 0,5 об/с. Момент инерции человека и скамьи 10 кг·м<sup>2</sup>. Определите массу одной гири.

7. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу  $m = 2$  кг, катятся без скольжения с одинаковой скоростью  $5$  м/с. Определите кинетические энергии этих тел.

8. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной  $l = 35$  см. Определить, на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.

9. Граната, летящая со скоростью  $15$  м/с, разорвалась на два осколка массами  $0,6$  и  $1,4$  кг. Скорость большего осколка, полетевшего в том же направлении, что и граната, увеличилась до  $24$  м/с. Определите скорость и направление движения меньшего осколка.

10. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями  $0,5C$  и  $0,75C$  по отношению к лабораторной системе отсчёта (где  $C$  – скорость света). Найдите: 1) скорость, с которой уменьшается расстояние между частицами в лабораторной системе отсчёта; 2) относительную скорость частиц.

## Вариант 2

1. Уравнения движения двух тел имеют вид  $x_1 = 5t + 0,2t^2$  и  $x_2 = -3t + t^2$ . Опишите характер движения каждого тела. Найдите место и время их встречи. В какой момент времени тела будут иметь одинаковые по модулю и направлению скорости? Будут ли тела находиться в какой-нибудь из этих моментов времени в одной точке пространства? Каким будет расстояние между ними через  $5$  с после начала движения?

2. Точка движется по окружности радиусом  $20$  см с постоянным тангенциальным ускорением  $5$  см/с<sup>2</sup>. Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному?

3. Стальной шарик массой  $20$  г, падая с высоты  $1$  м на стальную плиту, отскакивает от неё на высоту  $81$  см. Найти импульс силы, полученный плитой за время удара, и количество теплоты, выделившейся при ударе.



4. Через блок, имеющий форму полого диска с внутренним и внешним радиусами 2 см и 4 см соответственно, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массой 1 кг и 1,2 кг. Найти угловое ускорение блока. Какова сила натяжения шнура по обе стороны блока? Масса блока 2 кг.

5. Груз массой  $m$  подвешен к системе двух параллельно соединенных пружин жесткостями  $K_1$  и  $K_2$ . Система выведена из состояния равновесия и предоставлена сама себе. Энергия, сообщенная системе, равна  $W$ . Написать уравнение колебаний, определить амплитуду и частоту колебаний. Спротивлением среды пренебречь.

6. К ободу однородного диска радиусом 0,8 м и массой 10 кг приложена постоянная касательная сила  $F$ . При вращении на диск действует момент сил трения  $M_{тр} = 8$  Н·м. Угловое ускорение, с которым вращается диск,  $\varepsilon = 5$  рад/с<sup>2</sup>. Определите силу  $F$ .

7. Определите момент инерции стержня массой  $m$  и длиной  $l$  относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей на расстоянии  $l/4$  от конца.

8. Горизонтальная платформа – однородный диск радиусом  $R$  и массой 100 кг – вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 0,5 об/с. Человек массой 60 кг стоит на расстоянии  $R$  от центра платформы.

9. Сплошной цилиндр массой 4 кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость оси цилиндра равна 1 м/с. Определите полную кинетическую энергию цилиндра.

10. На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость спутника составляет 7,9 км/с. На сколько отстанут часы на спутнике за полгода по измерениям земного наблюдателя?

### Вариант 3

1. Уравнения движения двух тел имеют вид  $x_1 = -15t - 0,6t^2$  и  $x_2 = 9t - 3t^2$ . Опишите характер движения каждого тела. Найдите место и время их встречи. В какой момент времени тела будут иметь одинаковые по модулю скорости и совпадать по направлению?

Будут ли тела находиться в какой-нибудь из этих моментов времени в одной точке пространства? Каким будет расстояние между ними через 5 с после начала движения?

2. Колесо радиусом 0,1 м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени даётся уравнением  $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ , где  $B = 2 \text{ рад/с}^2$ ,  $C = 1 \text{ рад/с}^3$ . Для точек, лежащих на ободе колеса, найдите через 2 с после начала движения: угловую скорость; линейную скорость; угловое, тангенциальное, нормальное и полное ускорение.

3. Пуля массой 9 г, летящая со скоростью 500 м/с, попадает в доску, установленную перпендикулярно направлению полёта пули, и углубляется в неё на 6 см. Определить среднюю силу сопротивления доски движению пули.

4. Блок массой 1 кг укреплен на конце стола. Гири одинаковой массы 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок. Одна гиря находится на поверхности стола, вторая свешивается со стола. Коэффициент трения гири о стол равен 0,1. Найдите ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нити по обе стороны блока. Блок считать однородным диском.

5. Определить отношение кинетической энергии гармонически колеблющейся точки к ее потенциальной энергии, если известна фаза колебания.

6. Определите момент инерции тонкого однородного стержня длиной  $l = 60 \text{ см}$  и массой  $m = 100 \text{ г}$  относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через точку стержня, удаленную на  $a = 20 \text{ см}$  от одного из его концов.

7. К ободу однородного диска радиусом 0,6 м и массой 2 кг приложена постоянная касательная сила  $F = 15 \text{ Н}$ . При вращении на диск действует момент сил трения  $M_{тр}$ . Угловое ускорение, с которым вращается диск,  $\varepsilon = 50 \text{ рад/с}^2$ . Определите  $M_{тр}$ .

8. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу  $m = 2 \text{ кг}$ , катятся без скольжения с одинаковой скоростью 5 м/с. Определите кинетические энергии этих тел.

9. Диск массой 1 кг и радиусом 0,2 м вращается с частотой 5 об/с. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить частоту его вращения до 10 об/с?

10. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчёта со скоростями  $0,6C$  (где  $C$  – скорость света) и  $0,9C$  вдоль одной прямой. Определите их относительную скорость в двух случаях: а) частицы движутся в одном направлении; б) частицы движутся в противоположных направлениях.

#### Вариант 4

1. Тело падает с начальной скоростью  $16$  м/с, с высоты  $200$  м. Определите, через сколько времени тело достигнет земли, если начальная скорость направлена: а) вверх; б) вниз. Докажите, что скорость приземления в обоих случаях одинакова.

2. Колесо радиусом  $5$  см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени даётся уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $D = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Найдите для точек, лежащих на ободе колеса, тангенциальное ускорение через  $5$  с после начала движения.

3. Какую работу надо совершить, чтобы заставить движущееся тело массой  $2$  кг увеличить свою скорость от  $2$  м/с до  $5$  м/с? Остановиться при начальной скорости  $8$  м/с?

4. Тонкостенный цилиндр диаметром  $30$  см и массой  $12$  кг вращается так, что зависимость угла поворота от времени имеет вид:  $\varphi = 4 - 2t + 0,2t^3$ . Определить действующий на цилиндр момент сил в момент времени  $3$  с.

5. Точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях одинаковой частоты, направленных вдоль одной прямой:  $A_1\sin(\omega t + \varphi_1)$  и  $A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$ . Определите амплитуду и фазу результирующего колебания.

6. Маховик в виде диска массой  $m = 50$  кг и радиусом  $r = 20$  см был раскручен до частоты вращения  $\nu = 480$  об/мин. Вследствие трения маховик остановился, сделав  $200$  оборотов. Найдите момент сил трения.

7. К ободу сплошного однородного диска массой  $10$  кг приложена постоянная касательная сила  $F = 30$  Н. Определите кинетическую энергию диска через  $4$  с после начала действия силы.

8. Стержень длиной  $l$  и массой  $m$  подвешен на горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. Стержень отклонили на угол  $90^\circ$  и отпустили. Какова линейная скорость конца стержня в момент, когда он проходит положение равновесия?

9. Горизонтальная платформа массой  $M = 100$  кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с угловой скоростью  $22$  рад/мин. Человек массой  $m = 60$  кг стоит при этом в центре платформы. С какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек перейдет из центра платформы к ее краю? Считать платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой.

10. Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью относительно инерциальной системы отсчета. При каком значении скорости длина стержня в этой системе отсчета будет на  $50\%$  меньше его собственной длины?

### Вариант 5

1. Тело брошено под углом  $30^\circ$  к горизонту. С какой скоростью было брошено тело и какова горизонтальная дальность его полёта, если оно находилось в полете  $2$  с? Какова максимальная высота подъема тела?

2. Автомобиль движется по закруглению шоссе, имеющему радиус кривизны  $50$  м. Длина пути автомобиля выражается уравнением  $S = 10 + 10t + 0,5t^2$ . Найдите скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения через  $5$  с после начала движения.

3. Человек массой  $60$  кг, бегущий со скоростью  $8$  км/ч, догоняет тележку массой  $80$  кг, движущуюся со скоростью  $2,9$  км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью будет двигаться тележка? С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

4. Однородный стержень длиной  $85$  см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую наименьшую скорость надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

5. Материальная точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях:  $x = 2\cos(\pi t/2)$  и  $y = -\cos(\pi t)$ . Определите уравнение траектории точки.

6. Определите момент инерции тонкого стержня длиной  $l$  и массой  $m$  относительно оси, перпендикулярной стержню и отстоящей от конца стержня на одну треть длины.

7. Шар и сплошной цилиндр, изготовленные из одного и того же материала, одинаковой массы катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определите, во сколько раз кинетическая энергия цилиндра больше кинетической энергии шара.

8. Горизонтальная платформа массой 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 0,5 об/с. Человек массой 60 кг стоит на расстоянии 1 м от центра платформы. Когда человек переместился на расстояние 3 м от центра платформы, частота вращения стала равной 0,26 об/с. Платформа – однородный диск, человек – точечная масса. Найдите работу, совершаемую человеком.

9. Маховик, массу которого  $m = 5$  кг можно считать равномерно распределенной по ободу радиусом 20 см, вращается с частотой  $\nu = 720$  мин<sup>-1</sup>. При торможении маховик останавливается через 20 с. Определите тормозящий момент.

10. Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в К-системе отсчета. Время пролёта 20 нс в К-системе. В системе же отсчёта, связанной со стержнем, метка движется вдоль него в течение 25 нс. Найти собственную длину стержня.

### Вариант 6

1. Скорость тела выражается формулой  $v = 9 - t^2$ . Найти путь и перемещение тела через 10 секунд от начала движения.

2. Материальная точка движется по окружности радиуса 80 см по закону  $S = 10t - 0,1t^3$ . Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорения через 2 с после начала движения.

3. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием 15 тонн. Орудие стреляет под углом 60°

к горизонту в направлении движения. Какую скорость приобретет платформа вследствие отдачи, если масса снаряда 20 кг, а его скорость 600 м/с?

4. Медный шар радиусом 10 см вращается с частотой 2 об/с вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое? Плотность меди  $8900 \text{ кг/м}^3$ .

5. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 минуту уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 3 минуты?

6. Маховик, массу которого  $m = 5 \text{ кг}$  можно считать равномерно распределенной по ободу радиусом 30 см, вращается с частотой  $\nu = 900 \text{ мин}^{-1}$ . При торможении маховик останавливается через 20 с. Определите тормозящий момент.

7. Определите момент импульса стержня массой  $m$  и длиной  $l$ , вращающегося с частотой  $\nu$  вокруг перпендикулярной оси, проходящей через конец стержня.

8. Горизонтальная платформа массой 200 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 10 об/мин. Человек массой 60 кг стоит на расстоянии  $R/2$  от центра платформы. Сколько оборотов в секунду будет делать платформа, если расстояние человека от центра станет равным  $R$ , м? Платформа – однородный диск радиусом  $R$ , м, человек – точечная масса.

9. Полная кинетическая энергия диска, катящегося по горизонтальной поверхности без скольжения, равна 24 Дж. Определите кинетическую энергию поступательного и вращательного движения диска.

10. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы 10 нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где ее время жизни 20 нс?

## Вариант 7

1. Зависимость координаты тела от времени даётся уравнением  $x = 16 - 9t^2 + 2t^3$ . Найти среднее значение модуля

скорости и величину среднего ускорения тела в интервале времени от 1 секунды до 4 секунд.

2. Тело брошено горизонтально со скоростью 15 м/с. Найдите нормальное и касательное ускорение через 1 с после начала движения.

3. Тело массой 0,5 кг движется прямолинейно, причём координата изменяется по закону  $x = A - Bt + 5t - t^3$ . Найти силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

4. С какой наименьшей высоты должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму окружности («мёртвой петли») радиусом 3 м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса велосипедиста вместе с велосипедом 75 кг, причём на массу колёс приходится 3 кг. Колеса считать обручами

5. Частота колебаний стального шарика радиусом  $R = 0,01$  м, прикрепленного к пружине, в воздухе  $\omega_0 = 5,0 \text{ с}^{-1}$ , а в жидкости  $\omega = 4,06 \text{ с}^{-1}$ . Определите вязкость жидкости.

6. Найдите момент инерции сплошного цилиндра относительно оси, совпадающей с одной из его образующих. Масса цилиндра  $m$ , радиус  $R$ .

7. К ободу колеса, имеющего форму диска радиусом 0,5 м и массой 60 кг, приложена касательная сила 98,1 Н. Найдите: 1) угловое ускорение колеса; 2) через какое время после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую частоте 100 об/с.

8. На горизонтальный диск, вращающийся вокруг геометрической оси с угловой скоростью  $\omega_1 = 1,5$  рад/с, падает другой диск, вращающийся вокруг той же оси с угловой скоростью  $\omega_2 = 1$  рад/с. Оба диска при ударе сцепляются друг с другом. Определите, какова будет угловая скорость вращения дисков после удара. Моменты инерции дисков относительно оси вращения соответственно равны

$$I_1 = 0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_2 = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

9. Диск массой 2 кг и радиусом 20 см катится без скольжения по горизонтальной поверхности, делая 4 об/с. Найдите полную кинетическую энергию диска.

10. В мюон, движущийся со скоростью  $0,99C$  (где  $C$  – скорость света), пролетел от места своего рождения до точки распада расстояние 3 км. Определите: 1) собственное время жизни мюона; 2) расстояние, которое пролетел мюон с «его точки зрения».

### Вариант 8

1. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения тела имеет вид:  $x = 2 + 3t + 0.01t^3$ . Каковы скорость и ускорение в моменты времени 0 с и 10 с от начала движения?

2. Движение точки на плоскости задано уравнением  $x = 2(1 - t)$  м,  $y = (1 - t)^2$  м. Определить скорость и тангенциальное ускорение точки при  $t_1 = 2$  с

3. Брусок массой 200 г движется по горизонтальному столу под действием силы натяжения привязанной к ней нити. Нить перекинута через прикрепленный к столу блок и привязана к другому, падающему бруску массой 300 г. Определить силу натяжения нити, если коэффициент трения равен 0,25.

4. Через неподвижный блок массой 0,5 кг перекинут шнур, к концам которого подвешены разные по массе грузы. Определить разность сил натяжения шнура по обе стороны блока, если известно, что грузы движутся с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Блок считать однородным диском.

5. Под действием силы  $F = A\cos(\omega t)$  ( $A = 2$  Н,  $\omega = \pi/3$  рад/с) движется тело массой 100 г. Начальная скорость тела равна нулю. Найдите зависимость кинетической энергии тела от времени и определите ее максимум.

6. Вычислите момент инерции проволочного прямоугольника со сторонами  $a = 12$  см и  $b = 16$  см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью  $\tau = 0,1$  кг/м.

7. Тонкий однородный стержень длиной 50 см и массой 400 г вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}^2$  около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определите вращающий момент  $M$ .



8. Обруч массой 2 кг и радиусом 1 м катится равномерно без скольжения по горизонтальной поверхности и за 5 с проходит 10 м. Какова его кинетическая энергия?

15. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью 7,2 км/ч. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет своей кинетической энергии? Уклон горки 10 м на каждые 100 м пути.

10. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

### Вариант 9

1. Уравнение движения тела имеет вид  $x = 5t + 0.8t^3$ . Определить ускорение и скорость тела в начальный момент времени, а также среднее ускорение за первые 5 секунд движения.

2. Движение точки по окружности радиусом  $R = 4$  м задано уравнением  $s = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 10$  м,  $B = -2$  м/с,  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>. Найти тангенциальное  $a_t$  нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точки в момент времени  $t = 2$  с.

3. Вычислить работу, совершаемую на пути  $s = 6$  м равномерно возрастающей силой, если в начале пути сила  $F_1 = 5$  Н, в конце пути  $F_2 = 23$  Н.

4. Карандаш длиной  $l = 15$  см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую и линейную скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша? 2) верхний его конец? Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

5. Источник незатухающих гармонических колебаний движется по закону  $S_0 = A \cdot \sin(\omega t)$ . Определить смещение от положения равновесия, скорость и ускорение точки через  $t = 1$  с, находящейся на расстоянии  $l = 340$  м от источника, если скорость распространения плоских волн равна 340 м/с,  $A = 5$  мкм,  $\omega = 3140$  рад/с.

6. Определите момент инерции диска массой  $m$  и радиусом  $R$  относительно оси, параллельной оси диска и проходящей через середину радиуса.

7. На скамье Жуковского, вращающейся около вертикальной оси, с частотой  $\nu_1 = 0,3$  об/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири. Расстояние между гирями 1,5 м. Когда человек опускает руки, расстояние между гирями становится равным 0,4 м, а частота вращения – 0,5 об/с. Момент инерции человека и скамьи  $10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Определите массу одной гири.

8. Диск массой 5 кг и радиусом 0,5 м катится равномерно без скольжения по горизонтальной поверхности и за 15 с проходит 45 м. Какова его кинетическая энергия?

15. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 оборотов. Работа сил торможения равна 44,4 Дж. Найдите: 1) момент инерции вентилятора; 2) момент сил торможения.

10. Определить, на сколько должна увеличиться энергия покоя тела, чтобы его масса возросла на 1 г.

### Вариант 10

1. Начальная посадочная скорость пассажирского самолёта имеет величину 135 км/ч. Длина пробега 500 м. Определите время  $t_1$  пробега по посадочной полосе и величину ускорения самолёта, считая движение равнозамедленным.

2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой  $\varphi = 10 + 20t - 2t^2$ . Найдите величину полного ускорения точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от оси вращения для момента времени  $t = 4$  с.

3. Движение материальной точки описывается уравнением  $x = 25 - 10t + 2t^2$ . Приняв её массу равной 3 кг, найдите величину импульса в момент начала наблюдения и через  $t_1 = 8$  с после этого. Найти величину средней силы, вызвавшей изменение импульса за указанный промежуток времени.

4. Два однородных тонких стержня:  $AB$  длиной  $l_1 = 40$  см и массой  $m_1 = 900$  г и  $CD$  длиной  $l_2 = 40$  см и массой  $m_2 = 400$  г скреплены под прямым углом. Определить момент инерции  $J$  системы стержней относительно оси  $OO'$ , проходящей через конец стержня  $AB$  параллельно стержню  $CD$ .

5. Смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 4 см от источника колебаний, колеблющегося по закону:  $x = \sin(\omega t)$ , в момент времени  $t = T/6$  равно половине амплитуды. Найти длину волны. Волна плоская.

6. Определите момент инерции тонкого однородного стержня длиной  $l = 50$  см и массой  $m = 300$  г относительно оси, проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на  $l/6$  его длины.

7. Маховик в форме сплошного однородного диска имеет массу 50 кг и радиус 0,2 м. Он раскручен до частоты  $\nu = 8$  об/с и затем предоставлен самому себе. Под влиянием силы трения, приложенной по касательной к ободу, он остановился через 50 с. Определите силу трения, считая ее постоянной.

8. Кинетическая энергия вала, вращающегося с постоянной угловой скоростью 20 рад/с, равна 40 Дж. Найдите момент импульса вала относительно оси вращения.

9. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой  $h = 1$  м. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с плоскости?

10. В лабораторной системе отсчёта удаляются друг от друга две частицы с одинаковыми по модулю скоростями. Их относительная скорость  $u$  в той же системе отсчёта равна  $0,5 C$  (где  $C$  – скорость света). Определите скорости частиц.

## Вариант 11

1. Начальная скорость брошенного под некоторым углом к горизонту камня равна 10 м/с, а спустя 0,5 с скорость камня равна 7 м/с. На какую максимальную высоту над начальным уровнем поднимется камень?

2. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точки окружности диска для момента времени 10 с от начала движения, если радиус окружности 0,2 м, а угол между осью  $OX$  и радиус-вектором точки изменяется по закону:  $\varphi = 3 - t + 0,2t^3$ .

3. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью 5 км/с. На какую высоту она поднимется?

4. К ободу однородного диска радиусом 20 см приложена постоянная касательная сила 98,1 Н. При вращении на диск действует момент сил трения 5 Н·м. Найдите массу диска, если он вращается с постоянным угловым ускорением 100 рад/с<sup>2</sup>.

5. Найдите частоту колебаний груза массой  $m = 0,2$  кг, подвешенного на пружине и помещённого в масло, если коэффициент сопротивления в масле  $r = 0,5$  кг/с, а коэффициент жёсткости пружины  $k = 50$  Н/м.

6. Однородный диск массой  $m$  и радиусом  $R$  вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его край. Определите момент инерции диска.

7. С какой силой следует прижать тормозную колодку к колесу, делающему 30 об/с, для его остановки в течение 30 с, если масса колеса равномерно распределена по ободу и равна 10 кг? Диаметр колеса  $d = 20$  см, коэффициент трения между колодкой и ободом колеса  $k = 0,5$ .

8. Обруч и диск одинаковой массы катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Кинетическая энергия обруча равна 4 Дж. Найдите кинетическую энергию диска.

9. Шар массой 0,5 кг и радиусом  $R = 0,1$  м вращается вокруг оси, проходящей через его центр. В некоторый момент времени на шар начинает действовать сила, в результате чего угол поворота шара (рад) изменяется по закону  $\varphi = 2 + 3t + t^2$ . Определите работу, совершенную силой за время  $t = 2$  с.

10. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы  $\Delta t_0 = 10$  нс. Найти путь, который пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчёта, где её время жизни  $\Delta t = 20$  нс.

## Вариант 12

1. Уравнение движения точки имеет вид:  $x = 2t^3 + 2t^2 - t$ , м. Определите: а) среднюю скорость в промежутке времени от 2 с до 4 с; б) значение скорости в момент времени  $t = 3$  с

2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = 5 + 10t - t^2$ . Найти полное ускорение точки (величину и направление), находящейся на расстоянии 0,5 м от оси вращения, для момента времени  $t = 2$  с.

3. Лифт опускается вниз и перед остановкой движется замедленно. Определить, с какой силой будет давить на пол лифта человек массой 80 кг, если ускорение лифта равно  $4 \text{ м/с}^2$ .

4. Каток, представляющий собой однородный круглый цилиндр массы  $m_1$ , лежит на горизонтальной плоскости. Каток обмотан тросом, перекинутым через блок, представляющий собой круглый однородный цилиндр массы  $m_2$ , вращающийся вокруг неподвижной оси, совпадающей с его осью симметрии. К свободному концу троса прикреплен груз массы  $m_3$ . При опускании груза с постоянной скоростью, величина которой равна  $v$ , трос, разматываясь, приводит в качение без проскальзывания каток. Определите кинетическую энергию системы каток – блок – груз. Трос считать невесомым и нерастяжимым. Верхние точки катка и блока находятся на одной высоте.

5. Материальная точка массой 0,01 кг совершает гармонические колебания по закону синуса с периодом  $T = 2$  с и начальной фазой  $\varphi_0$ , равной нулю. Полная энергия колеблющейся точки  $W = 0,1$  мДж. Найдите амплитуду  $A$  колебаний; напишите закон данных колебаний  $x = f(t)$ ; найдите наибольшее значение силы  $F_{max}$ , действующей на точку.

6. На концах однородного тонкого стержня длиной 1 м и массой  $3m$

прикреплены маленькие шарики массами  $m = 0,1$  кг и  $2m$ . Определите момент инерции такой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку  $O$ , лежащую на оси стержня.

7. Вал массой 100 кг и радиусом 5 см вращался с частотой 8 об/с. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой  $F = 40$  Н, под действием которой вал остановился через 10 с. Определите коэффициент трения.

8. Фигурист вращается с частотой  $\nu_1 = 4$  об/с. Как и во сколько раз изменится момент инерции фигуриста, если он прижмет руки к груди и при этом частота вращения станет равной  $\nu_2 = 6$  об/с?

9. Найдите кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью  $v = 9$  км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом  $M = 78$  кг, причем на колеса приходится масса  $m = 3$  кг. Колеса велосипеда считать обручами.

10. Две частицы, двигавшиеся по одной прямой с одинаковой скоростью  $v = 5/6 C$  (где  $C$  – скорость света), попали в неподвижную мишень с интервалом времени  $\Delta t = 50$  нс. Найдите собственное расстояние между частицами до попадания в мишень.

### Вариант 13

1. Из орудия вылетает снаряд со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Определить: а) скорость (модуль и направление) и положение (координаты) снаряда в любой момент времени; б) время подъёма до наивысшей точки и время полёта; в) высоту подъёма и дальность полёта. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Движение точки по кривой задано уравнениями  $x = A_1 t^3$  и  $y = A_2 t$ , где  $A_1 = 1$  м/с<sup>3</sup>,  $A_2 = 2$  м/с. Найдите уравнение траектории точки, её скорость и полное ускорение  $a$  в момент времени  $t = 1,6$  с.

3. Найдите радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость точки, лежащей на ободе колеса, в 2,5 раза больше линейной скорости точки, лежащей на 5 см ближе к оси колеса.

4. Два шара массами  $m$  и  $2m$  ( $m = 10$  г) закреплены на тонком невесомом стержне длиной  $l = 40$  см так, что шар меньшей массы находится в центре стержня, а шар с большей массой – на одном из его концов. Определите моменты инерции  $J$  системы относительно

оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Размеры шаров пренебречь.

5. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки  $A = 0,02$  м, полная энергия колебаний  $W = 0,3$  мкДж. Определить смещение точки от положения равновесия в момент, когда на неё действует сила  $F = 45$  мкН.

6. Маховик в виде диска массой  $m = 80$  кг и радиусом  $R = 30$  см находится в состоянии покоя. Какую работу нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту  $\nu = 10$  с<sup>-1</sup>?

7. Найдите момент инерции сплошного однородного шара относительно оси, совпадающей с касательной к шару. Масса шара  $m$ , радиус шара  $R$ .

8. Маховое колесо начинает вращаться с угловым ускорением  $\varepsilon = 0,5$  рад/с<sup>2</sup> и через время  $t_1 = 15$  с после начала движения приобретает момент импульса  $L = 73,5$  кг · м<sup>2</sup>/с. Найдите кинетическую энергию колеса через 20 с после начала движения.

9. Медный шар радиусом  $R = 10$  см вращается с частотой  $n = 2$  об/с вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое?

10. Стержень движется вдоль линейки с некоторой постоянной скоростью. Если зафиксировать положение обоих концов данного стержня одновременно в системе отсчета, связанной с линейкой, то разность отсчетов по линейке  $\Delta x_1 = 4,0$  м. Если же положение обоих концов зафиксировать одновременно в системе отсчета, связанной со стержнем, то разность отсчетов по этой же линейке  $\Delta x_2 = 9,0$  м. Найдите собственную длину стержня и его скорость относительно линейки.

## Вариант 14

1. Уравнение движения материальной точки по прямой имеет вид:  $S = 5 + 2t - t^2 + 3t^3$ , где  $S$  измеряется в метрах, время – в секундах. Найдите скорость и ускорение в моменты времени 0 с и 5 с.

2. Тело брошено под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Найдите тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения в начальный момент времени.

3. Тело массой 10 кг ударяется о неподвижное тело массой 5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией 10 Дж. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до и после удара.

4. Шар массой 1 кг, катящийся без скольжения со скоростью 10 см/с, ударяется о стенку и откатывается от неё со скоростью 8 см/с. Найдите количество теплоты, выделившейся при ударе.

5. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью 20 м/с. Частота колебаний 10 Гц, расстояние между точками 20 см. Найдите разность фаз колебаний этих точек.

6. Две гири разного веса соединены нитью и перекинуты через блок, момент инерции которого  $0,05 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , радиус 20 см. Гири движутся с ускорением  $0,02 \text{ м/с}^2$ . Чему равна при этом разность натяжений нити по обе стороны блока? Трением блока пренебречь. Скольжения нити о блок нет.

7. Маховик, момент инерции которого равен  $25 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы  $M = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Вращение продолжалось в течение 5 с. Определите кинетическую энергию, приобретенную маховиком.

8. Колесо, вращаясь равнозамедленно, за 1 мин уменьшило частоту вращения от 300 до 180 об/мин. Момент инерции колеса  $I = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Найдите работу сил торможения.

9. На скамье Жуковского, вращающейся около вертикальной оси с частотой  $\nu_1 = 1 \text{ об/с}$ , стоит человек и держит на вытянутых руках ( $l_1 = 1,5 \text{ м}$ ) две гири. Когда человек опускает руки, расстояние между гирями становится равным 0,4 м, а частота вращения – 1,5 об/с. Момент инерции человека и скамьи  $10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Определите массу одной гири.

10. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью  $0,6 C$  (где  $C$  – скорость света). Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?



## Вариант 15

1. Движение двух материальных точек выражается уравнениями:  $x_1 = 20 + 2t - 4t^3$  и  $x_2 = 2 + 2t + 0,5t^3$ . В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

2. Материальная точка массой 1 кг равномерно движется по окружности со скоростью 10 м/с. Найдите модуль изменения импульса точки за 0,75 периода.

3. Какую работу совершил мальчик, стоящий на гладком льду, сообщив санкам скорость 5 м/с относительно льда, если масса санок 3 кг, а масса мальчика 25 кг?

4. Платформа в виде сплошного диска радиусом 1,5 м и массой 180 кг вращается по инерции вокруг вертикальной оси с частотой 10 об/мин. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдёт на край платформы?

5. Определите амплитуду, период, циклическую частоту и начальную фазу колебаний, заданных уравнением  $x(t) = 5\cos 2\pi(t + 1/8)$ .

6. На концах однородного тонкого стержня длиной 1 м и массой  $50m$  прикреплены маленькие шарики массами  $m = 0,1$  кг и  $2m$ . Определите момент инерции такой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку  $O$ , лежащую на оси стержня.

7. К ободу однородного сплошного диска радиусом 0,5 м приложена постоянная касательная сила 100 Н. При вращении диска на него действует момент сил трения  $M_{\text{тр}} = 2$  Н·м. Определите массу диска, если угловое ускорение постоянно и равно  $1,6$  рад/с<sup>2</sup>.

8. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу  $m = 1$  кг, катятся без скольжения с одинаковой скоростью 2 м/с. Определите отношение кинетических энергий этих тел.

9. Однородный стержень длиной 1 м подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую скорость надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

10. Две частицы, двигавшиеся по одной прямой с одинаковой скоростью  $v = 0,9 C$  (где  $C$  – скорость света), попали в неподвижную мишень с интервалом времени  $\Delta t = 60$  нс. Найдите собственное расстояние между частицами до попадания в мишень.

## РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимова Т.И., Курс физики: учеб. пособие для вузов / Таисия Ивановна Трофимова. – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. 560 с. ISBN 5-7695-2629-7.
2. Савельев И.В. Курс физики. - Т.1. - М.: Лань, 2018. 7-е изд., стер. 356 с. ISBN 978-5-8114-0685-2
3. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. - М.: Лань, 2019. 292 с. ISBN 978-5-8114-4714-5.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ .....                               | 3  |
| МЕХАНИКА. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ .....                                 | 5  |
| ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ .....                                      | 14 |
| КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО МЕХАНИКЕ ..... | 15 |
| РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....                  | 34 |

**ФИЗИКА**  
**МЕХАНИКА**

*Методические указания и контрольные задания  
для самостоятельной работы студентов  
всех направлений подготовки*

Сост. *А.Ю. Егорова*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой  
общей и технической физики

Ответственный за выпуск *А.Ю. Егорова*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 20.01.2021. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 2,0. Усл.кр.-отт. 2,0. Уч.-изд.л. 1,8. Тираж 75 экз. Заказ 24.

Санкт-Петербургский горный университет  
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета  
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2