

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Alexandrova', written over a horizontal line.

Руководитель ОПОП ВО  
Профессор Т.Н. Александрова

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
ИССЛЕДОВАНИЕ РУД НА ОБОГАТИМОСТЬ

Уровень высшего образования:	Подготовка кадров высшей квалификации
Направление подготовки:	21.06.01 Геология, разведка и разработка полезных ископаемых
Направленность (профиль):	Обогащение полезных ископаемых
Форма обучения:	очная
Нормативный срок обучения:	4 года
Составитель:	д.т.н., профессор Т.Н. Александрова

Санкт-Петербург

## 1. Определение измельчаемости руды. Определение оптимальной тонины помола руды

*Задание:* получение эмпирического уравнения кинетики. Определение продолжительности измельчения для получения продуктов с заданным содержанием определённого класса крупности и подбор оптимальной крупности измельчения руды для последующего обогащения.

### *Основные теоретические сведения*

На обогатительных фабриках измельчение является подготовительной операцией перед обогащением и имеет своим назначением раскрытие зерен минералов, содержащихся в полезном ископаемом, тесно переплетенных и сросшихся между собой. Чем полнее раскрываются минералы при измельчении, тем успешнее протекает последующее обогащение.

Крупность зерен, до которой надо измельчать исходный материал перед обогащением, определяется размером вкрапленности полезных минералов и процессом, принятым для обогащения данного ископаемого. Необходимая крупность устанавливается опытным путем при исследованиях обогатимости полезного ископаемого. Одной из важных характеристик исследуемых руд является измельчаемость.

Под измельчаемостью понимается сопротивление материала разрушению, которое зависит от прочности, крепости породы, текстурных и структурных характеристик, свойств кристаллической решетки и других физических свойств материала.

Количественное выражение измельчаемости материалов (имеет важное практическое значение, так как оно необходимо для расчета размеров и числа мельниц при проектировании новых аппаратов, для установления норм производительности мельниц, находящихся в эксплуатации, оптимизации их технологических режимов и т.д.

Так же для управления процессом измельчения руды в мельницах и подбора наиболее оптимальных параметров её работы необходимо знать как проходит данный процесс во времени, т.е. знать его кинетику.

### *Основные понятия*

*Степень заполнения мельницы измельчающими телами* - отношение объема, занятого измельчающей средой (по насыпной плотности), к рабочему объему мельницы.

*Критическая частота вращения* - частота вращения барабана мельницы, при котором измельчающая среда, находящаяся на внутренней поверхности мельницы, начинает центрифугировать, т.е. вращаться вместе с барабаном.

*Кинетика измельчения* - закономерности протекания процесса измельчения во времени.

Крупность измельченного материала контролируется при помощи *контрольного сита*, размер отверстий которого соответствует предельной крупности измельчения.

Зерна, прошедшие через отверстия сита, образуют *готовый продукт*.

Исследования по изучению измельчаемости проводятся при разном времени измельчения. По данным исследований составляется таблица остатков на ситах (табл.1).

Таблица 1

Кинетика измельчения руд

Продолжительность измельчения, мин	суммарные остатки на ситах				
	0,295 мм	0,208 мм	0,147 мм	0,104 мм	0,074 мм
0					
1					
5					
10					
20					
30					

По таблице 1 строятся кривые кинетики измельчения для суммарных классов крупности в прямоугольных координатах (рис.1).

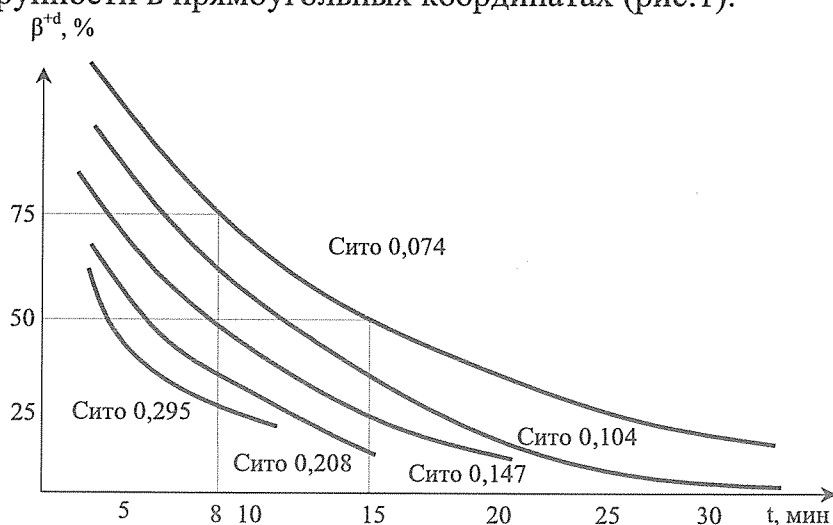


Рис.1. Экспериментальные кривые кинетики измельчения

Соответствие результатов опыта уравнению кинетики Товарова проверяется по формуле:

$$\beta^{+d} = \beta_0^{+d} \cdot e^{kt^n},$$

где  $\beta^{+d}$  - суммарный остаток материала на сите  $d$  после продолжительности измельчения  $t$ ;  $\beta_0^{+d}$  - содержание того же класса крупности в исходном материале;  $n$  и  $k$  – параметры уравнения Товарова.

Для чего составляется таблицу 2 для сит 74 и 147 мкм.

Таблица 2

Логарифмы величин входящих в уравнение Товарова

$t, \text{ мин}$	$\lg t$	$\beta^{+74}$	$\frac{\beta_0^{+74}}{\beta^{+74}}$	$\lg \frac{\beta_0^{+74}}{\beta^{+74}}$	$\lg \lg \frac{\beta_0^{+74}}{\beta^{+74}}$	$\beta^{+147}$	$\frac{\beta_0^{+147}}{\beta^{+147}}$	$\lg \frac{\beta_0^{+147}}{\beta^{+147}}$	$\lg \lg \frac{\beta_0^{+147}}{\beta^{+147}}$
1									
5									
10									
20									
30									

По данным таблицы 2 строится график (рис.2).

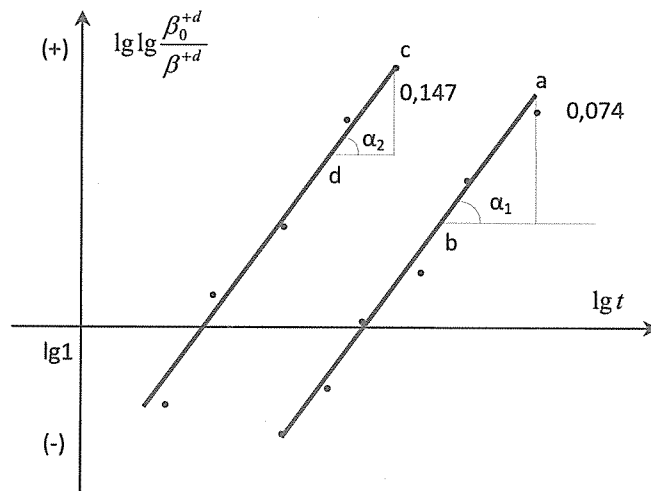


Рис.2. График кинетики измельчения руды

С помощью графика кинетики (рис. 4) определяются параметры уравнения Товара:

$$n = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\lg \lg \frac{\beta_0^{+d}}{\beta_2^{+d}} - \lg \lg \frac{\beta_0^{+d}}{\beta_1^{+d}}}{\lg t_2 - \lg t_1},$$

$$k = \frac{\lg \frac{\beta_0^{+d}}{\beta^{+d}}}{t^n \lg e}.$$

Устанавливается время измельчения, необходимое для получения в продукте класса -74 мкм 75, 90, 95 % двумя способами: по рис.3 и по уравнению Товарова. Результаты заносятся в таблицу 3.

Таблица 3

## Требуемое время измельчения

Содержание класса -74 мкм, %	Продолжительность измельчения, мин		
	по рис.2	по уравнению	принято
80			
85			
90			
95			
98			

Задачи на определение измельчаемости руды и определение оптимальной тонины помола руды.

Таблица 4

## Кинетика измельчения руд

Продолжительность измельчения, мин	суммарные остатки на ситах				
	0,295 мм	0,208 мм	0,147 мм	0,104 мм	0,074 мм
Вариант 1					
0	27,6	18,1	7,8	2,5	1,1
1	39,9	36,1	18,2	9,7	7,6
5	67,2	56,3	43,1	10,2	8,3
10	69,6	58,4	55,8	49,1	40,4
20	77,5	72,3	68,7	67,2	60,1
30	100,0	96,5	93,8	90,2	87,1
Вариант 2					
0	34,7	25,0	18,5	11	6,4
1	43,7	36,3	31,1	23,8	11,1
5	86,6	77,5	68,0	54,1	48,7
10	86,4	82,2	80,3	77,2	70,7
20	100,0	99,4	95,6	91,1	87,4
30	100,0	99,9	97,8	96,3	93,2
Вариант 3					
0	31,1	21,5	13,1	6,7	3,7
1	41,8	36,2	24,6	16,7	9,3
5	76,9	66,9	55,5	32,1	28,5
10	78,0	70,3	68,0	63,1	55,5
20	88,7	85,8	82,1	79,2	73,7
30	100,0	98,2	95,8	93,2	90,1

## 2. Испытание полезных ископаемых на обогатимость гравитационными, магнитными методами обогащения

**Задание.** В соответствии с вариантом определить  $\gamma$ - и  $\beta$ -функции, построить график  $\gamma$ -функции и рассчитать показатели обогащения при идеальном разделении, при заданных границах разделения.

*Пример.* В качестве примера рассмотрим нахождение функции распределения пробы угля по крупности  $l$  плотности  $\rho$ .

Это распределение получается экспериментально в результате ситового анализа и последующего расслоения в тяжелых жидкостях каждого класса крупности. Результаты такого двумерного фракционного анализа приведены в табл.5.

Таблица 5

Результаты двумерного фракционного анализа, %  
(в числителе  $\gamma_{фр}$ , в знаменателе  $\beta$ )

Крупность, мм	Плотность, $\rho$ г/см <sup>3</sup>		
	1,3-1,6	1,6-1,9	1,9-2,2
100-50	$\frac{15,0}{3,5}$	$\frac{5,0}{59,0}$	$\frac{3,0}{88,0}$
50-25	$\frac{20,0}{3,0}$	$\frac{7,0}{20,0}$	$\frac{5,0}{75,0}$
25-0	$\frac{30,0}{2,5}$	$\frac{8,0}{19,0}$	$\frac{7,0}{69,0}$

Определим  $\gamma$ -функцию. Для первой фракции  $l_1=100\div 50$  мм,  
 $\rho_1=1,6\div 1,3$  г/см<sup>3</sup>,

$$\gamma_1 = \frac{15}{(100-50)(1,6-1,3) \cdot 100} = \frac{15}{50 \cdot 0,3 \cdot 100} = 0,01 \frac{1}{\text{мм} \cdot \text{г/см}^3}.$$

Для второй фракции  $l_2=100\div 50$  мм,  $\rho_2=1,6\div 1,9$  г/см<sup>3</sup>

$$\gamma_2 = \frac{5}{(100-50)(1,9-1,6) \cdot 100} = \frac{5}{50 \cdot 0,3 \cdot 100} = 0,003 \frac{1}{\text{мм} \cdot \text{г/см}^3}.$$

и т. д.

Полученные данные заносим в табл.6

Таблица 6

Функции  $\gamma$ , см<sup>3</sup>/(мм·г) (в числителе), и  $\beta$ , % (в знаменателе)

Крупность, мм	Плотность, $\rho$ г/см <sup>3</sup>		
	1,3-1,6	1,6-1,9	1,9-2,2
0-25	$\frac{0,04}{2,5}$	$\frac{0,01}{19,0}$	$\frac{0,009}{69,0}$
25-50	$\frac{0,027}{3,0}$	$\frac{0,009}{20,0}$	$\frac{0,007}{75,0}$
50-100	$\frac{0,01}{3,5}$	$\frac{0,003}{59,0}$	$\frac{0,002}{88,0}$

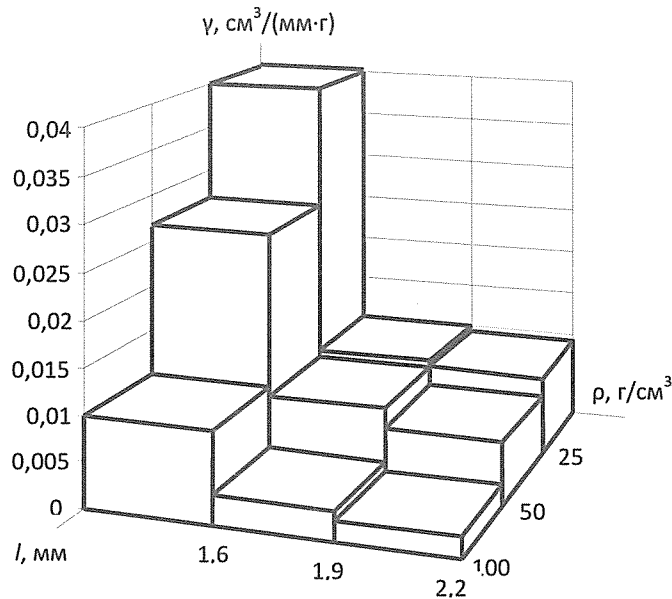


Рис. 3. Функция  $\gamma$

Построим график  $\gamma$ -функции (рис.3) и рассчитаем технологические показатели для случая идеального разделения по границе, проведенной в табл.4, 5, по аналогичным формулам (3)-(10):

$$\bar{\gamma}_k = 100(0,04 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,027 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,09 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 50 \cdot 0,3 = 80,0\%$$

аналогично

$$\bar{\gamma}_{xв} = 100(0,009 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,007 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,003 \cdot 50 \cdot 0,3 + 0,002 \cdot 50 \cdot 0,3 = 20,0\%$$

$$\bar{\beta}_k = \frac{100}{80} (0,04 \cdot 2,5 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 19 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,027 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,09 \cdot 20,0 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 3,5 \cdot 50 \cdot 0,3 = 5,99\%$$

$$\bar{\beta}_{xв} = \frac{100}{20} (0,009 \cdot 69 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,007 \cdot 75 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,003 \cdot 59 \cdot 50 \cdot 0,3 + 0,002 \cdot 88 \cdot 50 \cdot 0,3 = 70,85\%$$

$$\bar{\beta}_{исх} = 0,04 \cdot 2,5 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 19,0 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,009 \cdot 69 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,027 \cdot 3,0 \cdot 25,0 \cdot 0,3 + 0,009 \cdot 20,0 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,007 \cdot 75 \cdot 25 \cdot 0,3 + 0,01 \cdot 3,5 \cdot 50 \cdot 0,3 + 0,003 \cdot 59 \cdot 50 \cdot 0,3 + 0,002 \cdot 88 \cdot 50 \cdot 0,3 = 18,97\%$$

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{80 \cdot 5,99}{18,97} = 25,30\%$$

$$\bar{\varepsilon}_{xв} = \frac{20 \cdot 70,85}{18,97} = 74,70\%$$

**Задачи.** Варианты заданий приведены в табл.7-9: в табл.7 - фракционный анализ угля по крупности и плотности; в табл.8 - фракционный состав флюоритовой руды по плотности и светимости (вторичной излучательной способности); в табл. 9 - фракционный состав железных руд по плотности и магнитной восприимчивости. Для всех вариантов в табл.7-9 указаны границы разделения.

Таблица 7

Фракционный состав углей, %  
(в числителе  $\gamma_{фр}$  в знаменателе  $\beta$ )

Номер варианта	Крупность, мм	Плотность $\rho$ , т/м <sup>3</sup>					
		1,3-1,4	1,4-1,5	1,5-1,6	1,6-1,8	1,8-2,0	2,0-2,2
1	50-100	$\frac{23,75}{3,3}$	$\frac{3,65}{12,2}$	$\frac{0,8}{25,4}$	$\frac{1,4}{46,8}$	$\frac{1,15}{57,7}$	$\frac{19,25}{84,9}$
	25-50	$\frac{19,53}{3,3}$	$\frac{1,29}{11,0}$	$\frac{0,6}{29,4}$	$\frac{0,45}{36,3}$	$\frac{0,06}{54,6}$	$\frac{8,07}{81,4}$
	13-25	$\frac{7,35}{3,7}$	$\frac{0,48}{9,8}$	$\frac{0,2}{23,3}$	$\frac{0,12}{29,2}$	$\frac{0,16}{53,9}$	$\frac{1,69}{54,9}$
	6-13	$\frac{8,15}{3,5}$	$\frac{0,34}{11,1}$	$\frac{0,19}{25,5}$	$\frac{0,13}{42,7}$	$\frac{0,14}{54,3}$	$\frac{1,05}{80,6}$
2	50-100	$\frac{23,48}{4,9}$	$\frac{2,44}{14,5}$	$\frac{0,98}{27,0}$	$\frac{0,88}{32,2}$	$\frac{0,6}{58,8}$	$\frac{11,64}{84,7}$
	25-50	$\frac{12,42}{3,4}$	$\frac{1,36}{12,6}$	$\frac{0,48}{27,8}$	$\frac{0,36}{36,7}$	$\frac{0,16}{56,3}$	$\frac{5,22}{84,6}$
	13-25	$\frac{14,34}{3,7}$	$\frac{1,14}{11,5}$	$\frac{0,5}{25,5}$	$\frac{0,32}{40,7}$	$\frac{0,44}{53,3}$	$\frac{3,26}{85,0}$
	6-13	$\frac{14,66}{8,5}$	$\frac{1,56}{12,1}$	$\frac{0,66}{25,3}$	$\frac{0,42}{43,1}$	$\frac{0,54}{57,6}$	$\frac{2,18}{81,8}$
3	50-100	$\frac{29,35}{4,0}$	$\frac{3,05}{14,5}$	$\frac{1,2}{27,0}$	$\frac{1,1}{32,2}$	$\frac{0,75}{58,8}$	$\frac{14,55}{84,7}$
	25-50	$\frac{8,52}{84,6}$	$\frac{2,04}{12,6}$	$\frac{0,82}{27,8}$	$\frac{0,54}{36,7}$	$\frac{0,24}{56,3}$	$\frac{7,81}{81,6}$
	13-25	$\frac{7,71}{3,7}$	$\frac{0,99}{25,8}$	$\frac{0,72}{37,1}$	$\frac{1,16}{40,7}$	$\frac{5,325}{84,6}$	$\frac{1,63}{85,0}$
	6-13	$\frac{7,33}{3,5}$	$\frac{0,78}{12,1}$	$\frac{0,33}{25,3}$	$\frac{16,97}{5,8}$	$\frac{0,27}{57,6}$	$\frac{1,08}{81,8}$

Таблица 8

Фракционный состав флюоритовых руд, %  
(в числителе  $\gamma_{фр}$ , в знаменателе  $\beta$ )

Номер варианта	Плотность фракции, г/см <sup>3</sup>	Светимость фракции, кВ			
		25-20	20-16,5	16,5-14	14-10
4	2,60-2,80	$\frac{0,9}{10,6}$	$\frac{0,8}{22,4}$	$\frac{1,5}{30,1}$	$\frac{0,5}{66,0}$
	2,80-2,94	$\frac{4,4}{65,4}$	$\frac{4,0}{86,8}$	$\frac{7,2}{96,2}$	$\frac{14,66}{8,5}$
	2,94-3,00	$\frac{3,2}{88,4}$	$\frac{19,6}{98,4}$	$\frac{30,4}{99,1}$	$\frac{7,6}{99,7}$
	3,00-3,20	$\frac{1,2}{89,5}$	$\frac{1,1}{97,1}$	$\frac{1,9}{98,2}$	$\frac{0,6}{98,3}$
	3,20-3,40	$\frac{0,2}{55,2}$	$\frac{0,2}{70,4}$	$\frac{0,4}{93,1}$	$\frac{0,1}{96,2}$



Номер варианта	Плотность фракции, г/см <sup>3</sup>	Светимость фракции, кВ			
		25-20	20-16,5	16,5-14	14-10
5	2,60-2,80	$\frac{0,9}{10,0}$	$\frac{0,8}{22,0}$	$\frac{1,5}{30,0}$	$\frac{1,0}{70,1}$
	2,80-2,94	$\frac{3,9}{60,4}$	$\frac{4,0}{20,1}$	$\frac{7,0}{90,3}$	$\frac{2,4}{97,2}$
	2,94-3,00	$\frac{3,2}{88,4}$	$\frac{19,0}{98,4}$	$\frac{31,0}{99,0}$	$\frac{7,6}{99,8}$
	3,00-3,04	$\frac{3,0}{89,1}$	$\frac{2,7}{98,8}$	$\frac{4,9}{99,2}$	$\frac{1,4}{98,3}$
	3,04-3,20	$\frac{1,2}{89,0}$	$\frac{1,1}{97,1}$	$\frac{2,0}{98,2}$	$\frac{0,5}{98,3}$
	3,20-3,40	$\frac{0,2}{55,2}$	$\frac{0,2}{70,4}$	$\frac{0,3}{90,1}$	$\frac{0,2}{96,2}$
6	2,60-2,80	$\frac{10,0}{6,2}$	$\frac{0,9}{15,8}$	$\frac{1,4}{25,1}$	$\frac{0,6}{55,3}$
	2,80-2,94	$\frac{4,1}{6,3}$	$\frac{4,3}{15,9}$	$\frac{7,5}{35,4}$	$\frac{1,9}{80,1}$
	2,94-3,00	$\frac{3,1}{6,8}$	$\frac{19,7}{17,7}$	$\frac{30,5}{68,8}$	$\frac{7,7}{89,4}$
	3,00-3,04	$\frac{3,1}{7,7}$	$\frac{2,6}{18,8}$	$\frac{4,7}{75,6}$	$\frac{1,6}{98,4}$
	3,04-3,20	$\frac{1,1}{8,7}$	$\frac{1,2}{19,9}$	$\frac{1,8}{98,3}$	$\frac{0,7}{99,6}$
	3,20-3,40	$\frac{0,1}{9,9}$	$\frac{0,1}{69,5}$	$\frac{0,1}{98,8}$	$\frac{0,6}{99,7}$

Таблица 9

Фракционный состав железных руд, %  
(в числителе  $\gamma_{\text{фр}}$ , в знаменателе  $\beta$ )

Номер варианта	Плотность фракции, г/см <sup>3</sup>	Магнитная восприимчивость $\chi$ , $10^{-6}$ см <sup>3</sup> /г				
		0-50	50-100	100-200	200-350	350-500
7	2,2-2,8	$\frac{0,5}{0,1}$	$\frac{0,7}{0,3}$	$\frac{0,8}{2,8}$	$\frac{1,0}{11,6}$	$\frac{1,5}{52,3}$
	2,8-3,2	$\frac{2,0}{0,4}$	$\frac{2,8}{2,7}$	$\frac{2,9}{8,9}$	$\frac{3,1}{27,7}$	$\frac{3,0}{59,6}$
	3,2-4,0	$\frac{3,6}{1,3}$	$\frac{3,1}{6,6}$	$\frac{3,3}{12,8}$	$\frac{3,8}{67,7}$	$\frac{6,7}{69,6}$
	4,0-4,8	$\frac{3,7}{1,4}$	$\frac{3,2}{12,1}$	$\frac{3,6}{17,4}$	$\frac{3,9}{69,7}$	$\frac{10,1}{70,1}$
	4,8-6,0	$\frac{4,6}{6,8}$	$\frac{5,9}{35,5}$	$\frac{10,7}{55,5}$	$\frac{12,6}{70,2}$	$\frac{2,9}{72,0}$
8	2,2-2,8	$\frac{10,3}{0,2}$	$\frac{0,8}{0,8}$	$\frac{0,1}{4,8}$	$\frac{0,1}{18,8}$	$\frac{0,1}{63,6}$
	2,8-3,2	$\frac{9,7}{0,6}$	$\frac{0,7}{3,6}$	$\frac{0,2}{10,1}$	$\frac{0,2}{36,9}$	$\frac{0,3}{64,5}$

Номер варианта	Плотность фракции, г/см <sup>3</sup>	Магнитная восприимчивость $\chi$ , $10^{-6}$ см <sup>3</sup> /г				
		0-50	50-100	100-200	200-350	350-500
	3,2-4,0	$\frac{8,7}{0,8}$	$\frac{0,6}{3,9}$	$\frac{0,3}{12,6}$	$\frac{0,3}{55,5}$	$\frac{0,5}{67,5}$
	4,0-4,8	$\frac{7,8}{3,6}$	$\frac{0,9}{4,8}$	$\frac{1,0}{17,5}$	$\frac{1,3}{65,5}$	$\frac{1,8}{68,8}$
	4,8-6,0	$\frac{6,8}{7,7}$	$\frac{1,6}{10,6}$	$\frac{5,5}{47,9}$	$\frac{6,8}{69,9}$	$\frac{37,5}{70,0}$
9	2,2-2,8	$\frac{5,4}{1,1}$	$\frac{7,8}{8,2}$	$\frac{3,1}{30,3}$	$\frac{0,5}{40,6}$	$\frac{0,1}{50,7}$
	2,8-3,2	$\frac{7,8}{1,3}$	$\frac{8,8}{10,4}$	$\frac{2,1}{40,1}$	$\frac{0,4}{43,0}$	$\frac{0,3}{50,9}$
	3,2-4,0	$\frac{10,6}{2,6}$	$\frac{5,5}{30,1}$	$\frac{2,2}{52,1}$	$\frac{0,3}{66,2}$	$\frac{0,6}{60,1}$
	4,0-4,8	$\frac{2,1}{8,7}$	$\frac{2,3}{45,3}$	$\frac{2,0}{61,1}$	$\frac{0,8}{66,3}$	$\frac{0,9}{68,7}$
	4,8-6,0	$\frac{1,5}{18,7}$	$\frac{5,8}{60,3}$	$\frac{7,8}{66,5}$	$\frac{8,9}{68,7}$	$\frac{12,4}{69,4}$

### 3. Аппроксимация экспериментальных данных

**Задание:** научиться по заданному классу функций аппроксимировать экспериментальные данные методом наименьших квадратов.

**Теоретические сведения:** для аппроксимации по методу МНК линейной зависимости  $\bar{y}_x = a + bx$  (т.е. нахождения коэффициентов  $a$  и  $b$ ), необходимо решить систему так называемых нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} \sum y_i &= na + b \sum x_i \\ \sum x_i y_i &= a \sum x_i + b \sum x_i^2 \end{aligned} \quad (1)$$

В данной работе необходимо будет научиться аппроксимировать экспериментальную выборку данных тем или иным видом функций (алгебраический полином, экспоненциальная, показательная и др.).

Для нахождения по методу МНК коэффициентов аппроксимирующей зависимости полезно привести систему нормальных уравнений к виду (1). Для этого необходимо «линеаризовать» аппроксимирующую функцию.

Например, мы хотим аппроксимировать экспериментальные данные показательной зависимостью вида  $y = ax^b$ . Прологарифмируем эту зависимость, приведя её к виду  $\lg y = \lg a + b \lg x$ . Тогда для нахождения искомых констант  $a$  и  $b$  следует решить систему:

$$\begin{aligned} \sum \lg y_i &= n \lg a + b \sum \lg x_i \\ \sum \lg x_i \lg y_i &= \lg a \sum x_i + b \sum (\lg x_i)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Решение системы (2) даст значения  $\lg a$  и  $b$ . Коэффициент  $a$  найдём путём потенцирования  $\lg a$ .

Допустим, нам необходимо аппроксимировать исходные данные, представленные следующей таблицей

x	1	2	3	4	5
y	3,3	5,44	8,96	14,78	24,36

зависимостью вида  $y = ae^{bx}$ .

1. Линеаризуем выражение  $y = ae^{bx}$ . Для этого прологарифмируем левую и правую его части.

$$Lg y = lga + bxlge \Rightarrow lg y = lga + (blge)x \quad (3)$$

Система нормальных уравнений для нахождения констант ( $lga$  и  $blge$ ) уравнения (3) будет следующей:

$$\begin{aligned} \sum lg y_i &= n lga + (blge) \sum x_i \\ \sum lg y_i \cdot x_i &= lga \sum x_i + (blge) \sum x_i^2 \end{aligned} \quad (4)$$

2. Составим вспомогательную таблицу

$x_i$	1	2	3	4	5	$\sum x_i = 15$
$x_i^2$	1	4	9	16	25	$\sum x_i^2 = 55$
$lg y_i$	0,52	0,74	0,95	1,17	1,39	$\sum lg y_i = 4,77$
$(lg y_i) \cdot x_i$	0,52	1,48	2,85	4,68	6,95	$\sum (lg y_i) \cdot x_i = 16,48$

В соответствии с (4), имеем следующую систему:

$$5lga + 15(b \cdot lge) = 4,77$$

$$15lga + 55(b \cdot lge) = 16,48.$$

Сократив вторую строку системы на «три», получим:

$$5lga + 15(b \cdot lge) = 4,77$$

$$5lga + 18,33(b \cdot lge) = 5,49$$

Вычтя теперь из второй строки первую, получим:

$$3,33 b \cdot lge = 0,72 \Rightarrow 1,45; b = 0,72 \Rightarrow b = 0,49$$

Значение  $a$  найдём из первой строки системы:

$$lga + 3(b \cdot lge) = 0,95 \Rightarrow lga + 0,65 = 0,95 \Rightarrow lga = 0,3 \Rightarrow a = 1,98.$$

Таким образом, искомое уравнение будет:  $y = 1,98e^{0,49x}$ .

Проверка

Рассчитаем значения  $y_i$  по уравнению  $y = 1,98e^{0,49x}$  при заданных значениях  $x_i$ .

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	3,26	5,38	8,60	14,05	23,00

Близость полученных результатов исходным данным свидетельствует о хорошей аппроксимации.

**Задачи.** Аппроксимировать по методу МНК набор экспериментальных данных заданной (по варианту) функцией

Таблица 10.

вариант 1					$y = a + bx + cx^2$
x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	1,5	3,6	6,5	10,5	15,5
вариант 2					$y = a + bx$
x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11
вариант 3					$y = a + b^x$
x	1	2	3	4	5
y	5	8	11	20	36
вариант 4					$y = a b^x$
x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	1,4	2	2,8	4	5,8
вариант 5					$z = a + bx + cy$
x	1	2	1	2	1
y	1	1	2	2	3
z	4	5	6	7	7
вариант 6					$y = ab^x$
x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	1,5	2	3	4	6
вариант 7					$y = 10^{a+bx}$
x	0,5	1	2	3	3,5
y	4	5	8	13	16
вариант 8					$y = ab^x$
x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	1,4	2	2,8	4	5,7
вариант 9					$y = 10^{a+bx}$
x	0,5	1	2,0	3,0	3,5
y	4,1	5,1	8,1	12,6	15,9
вариант 10					$y = a \exp(bx)$
x	0,5	1	2	4	
y	1,5	3	7	59	

## РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Основная:

1. Абрамов, А.А. Переработка, обогащение и комплексное использование твердых полезных ископаемых. Т.2. Технология переработки и обогащения полезных ископаемых [Электронный ресурс] : учеб. - Электрон. дан. - Москва : Горная книга, 2004. - 510 с

<https://e.lanbook.com/book/3266>.

2. Абрамов, А.А. Технология переработки и обогащения руд цветных металлов: Учебное пособие в 2 кн. Т.3. Книга 2. Pb, Pb-Cu, Zn, Pb-Zn, Pb-Cu-Zn, Cu-Ni, Co-, Bi-, Sb-, Hg- содержащие руды [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва : Горная книга, 2005. — 470 с.

<https://e.lanbook.com/book/3268>.

**Дополнительная:**

3. Справочник по обогащению руд. Т. 1. Подготовительные процессы / Редкол.: Богданов О.С. (гл. ред.), Олевский В.А. (отв. ред.) и др. - М. : Недра, 1972. - 448 с.

4. Справочник по обогащению руд. Т. 1. Подготовительные процессы / Редкол.: Богданов О.С. (гл. ред.), Олевский В.А. (отв. ред.) и др. - М. : Недра, 1972. - 448 с.

<https://e.lanbook.com/book/47431>

5. Обогащение полезных ископаемых: учеб. пособие [Электронный ресурс]: / К.И. Лукина, В. П. Якушкин, А. Н. Муклакова. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 224 с. — (Высшее образование: Специалитет).

<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=561064>

6 . Александрова Т.Н. Обогащение полезных ископаемых. [Электронный ресурс]: учебник/ Кусков В.Б., Львов В.В., Николаева Н.В – Электрон. дан. РИЦ Национального минерально-сырьевого университета «Горный», Заказ 503. С 144 (ISBN 978-5-94211-731-3), 2015, 530 с.

[http://irbis.spmi.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=402&task=set\\_static\\_req&bns\\_string=NWPIB,ELC,ZAPIS&req\\_irb=<>I=33%2E4%D1%8F73%2F%D0%9E%2D21%2D667610266<>](http://irbis.spmi.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=402&task=set_static_req&bns_string=NWPIB,ELC,ZAPIS&req_irb=<>I=33%2E4%D1%8F73%2F%D0%9E%2D21%2D667610266<>)

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Определение измельчаемости руды. Определение оптимальной тонины помола руды.....	2
2. Испытание полезных ископаемых на обогатимость гравитационными, магнитными методами обогащения .....	5
3. Аппроксимация экспериментальных данных .....	10
РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	12