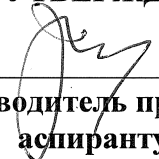


ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ


Руководитель программы
аспирантуры
профессор А.Г. Протосеня

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**ГЕОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ РАЗРАБОТКЕ
МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ И
ОСВОЕНИИ ПОДЗЕМНОГО ПРОСТРАНСТВА**

Подготовка научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Область науки:	2. Технические науки
Группа научных специальностей:	2.8. Недропользование и горные науки
Научная специальность:	2.8.6. Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика
Отрасли науки:	Технические
Форма освоения программы аспирантуры:	Очная
Срок освоения программы аспирантуры:	4 года
Составитель:	д.т.н., доц. М.А. Карасев

Санкт-Петербург

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические рекомендации разработаны на основе рабочей программы дисциплины «Геомеханические процессы при разработке месторождений полезных ископаемых и освоении подземного пространства» и предназначены для проведения практических занятий по дисциплине.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен демонстрировать способность и готовность научно-исследовательской деятельности в области геомеханики:

- осуществлять разработку физических и математических моделей исследуемых процессов, явлений и объектов, относящихся к профессиональной сфере;
- планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития в общетехническом, общенаучном и социальном контекстах.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Процесс обучения в аспирантуре предусматривает практические занятия. Практические занятия играют важную роль в выработке у обучающихся навыков применения полученных знаний для решения практических задач совместно с преподавателем. Традиционно практические занятия проводятся через 2-3 лекции и логически продолжают работу, начатую на лекции.

Цель практических занятий. Практические занятия призваны углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции в обобщенной форме и содействовать выработке навыков профессиональной деятельности. Они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания обучающихся и выступают как средство оперативной обратной связи.

Практическое занятие имеет важное значение в подготовке аспиранта, и позволяет:

1. Научить правильно распознавать, с какими объектами приходится иметь дело в каждом конкретном случае выполнения профессиональных обязанностей.
2. Сформировать профессиональные умения и практические навыки работы с каждым объектом.

Преподаватель выполняет консультирующую, координирующую и направляющую функцию. На практических занятиях очень высока степень самостоятельности обучающихся. На нее отводится 70% учебного времени занятия.

2. ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Раздел 1. Фундаментальные основы развития геомеханических процессов при освоении подземного пространства. Тема 1. Интерпретация результатов лабораторных испытаний, установление законов пластического деформирования геоматериалов.

Результаты лабораторных исследований механического поведения грунтов и горных пород являются основой для определения параметров моделей деформирования геоматериалов (геомеханические модели). Геомеханические модели используются в рамках математического моделирования развития напряженно-деформированного состояния породного массива и корректный выбор геомеханической модели в значительной степени определяет достоверность прогноза.

Одним из наиболее эффективных методов изучения механических процессов в породных массивах, а также их взаимодействия с подземными сооружениями является метод моделирования, основанный на замене реального породного массива некоторым его идеализированным отображением. Сами модели могут быть физическими, математическими, аналоговыми. Математические модели широко используются в

геомеханике, поскольку они обладают наибольшей общностью, свободны от влияния частных факторов, характеризующих горнотехническую ситуацию, позволяют не только качественно, но и количественно прогнозировать развитие механических процессов. При этом точность решений зависит от того, насколько обоснованы и представительны исходные предпосылки.

Массив горных пород в общем случае является физически дискретной, неоднородной, анизотропной средой с начальным напряженным состоянием, механические процессы деформирования которой носят нелинейный временной характер. Факторы, влияющие на формирование в породном массиве структурно-механических особенностей, могут быть геологические (физико-механические и эрозионные свойства горных пород, условия их залегания, степень нарушенности, блочность, а также гидрогеологические условия и начальное напряженное состояние) и инженерно-технические (форма и размеры выработки, ее расположение в массиве, способ проходки и поддержания, место и время установки крепи относительно забоя, качество проходческих работ и др.).

Очевидно, что математическое описание подобной среды является крайне сложным, а решение конкретных задач обычными аналитическими методами становится практически невозможным из-за непреодолимых математических трудностей. Реальный массив заменяют *геомеханической моделью*, которая с определенной степенью приближения отображает механические свойства реального массива горных пород, закономерности их изменения в пространстве и времени и предопределяет характер реализации механических процессов в массиве. Как уже отмечалось ранее, геомеханическая модель породного массива, по сути, предопределяет набор физических уравнений среды, используемых при решении задач.

Следует учитывать два основных аспекта. Во-первых, при переходе от массива горных пород к его геомеханической модели ряд структурно-механических особенностей учитываются не в явном виде, а косвенно. Например, массив горных пород с системной трещиноватостью естественного происхождения может быть представлен моделью нетрещиноватой, но анизотропной среды с эквивалентными характеристиками.

Во-вторых, в конкретной горно-геологической и горнотехнической обстановке степень проявления различных структурно-механических особенностей может быть таковой, что их учет не внесет принципиальных качественных и количественных изменений в оценку изучаемых механических процессов. Последнее обстоятельство приводит к мысли о целесообразности иметь не одну универсальную геомеханическую модель, а их набор, причем каждая из этих моделей должна быть эквивалентна реальному массиву по его основному признаку (в данных условиях).

С точки зрения структурно-механических особенностей реальный массив горных пород может быть представлен моделями сплошной и дискретной среды.

По характеру связи между напряжениями и деформациями геомеханические модели сплошной среды подразделяют на модели линейно и нелинейно деформируемой среды, однородной или неоднородной, изотропной или анизотропной.

С точки зрения поведения перечисленных моделей во времени они могут быть отнесены к классу реономных или склерономных сред.

Геомеханика как прикладная дисциплина своими достижениями во многом обязана широкому применению моделей и методов механики сплошной среды, и в первую очередь механики твердого деформируемого тела (теории упругости, теории пластичности, теории предельного равновесия и теории ползучести). Модели дискретной среды лучше отражают реальные свойства породных массивов, и применение их может оказаться весьма перспективным. Однако в настоящее время, несмотря на определенные достижения механики дискретной среды, ее практическое использование представляется затруднительным, поэтому в дальнейшем ограничимся анализом моделей и методов механики сплошной среды. В основе выбора геомеханической модели сплошной среды лежат понятие элементарного объема и условие квазисплошности.

Для оценки влияния слоистости можно использовать те же методы, что и для оценки влияния трещиноватости. Микрослоистость, как и упорядоченная трещиноватость, вызывает появление у породы неоднородности и анизотропии механических свойств.

Массивы горных пород в пределах одной литологической разности считаются квазиоднородными, если коэффициент вариации свойств не превышает 25 %.

По степени литологической неоднородности массивы горных пород подразделяют на два вида:

1) непрерывно-неоднородные, т.е. такие, в которых изменение свойств при переходе от одной литологической разности к другой не вызывает скачкообразного изменения механического состояния;

2) с кусочной неоднородностью, характеризующиеся резким изменением свойств при переходе от одной литологической разности к другой.

Массивы первого вида относят к квазиоднородным. Массивы второго вида являются неоднородными, и их геомеханическая модель должна учитывать макрослоистость.

Однородные, квазиоднородные и непрерывно-неоднородные массивы можно считать сплошными средами, а массивы с кусочной неоднородностью – дискретными.

Следует также иметь в виду относительный характер неоднородности. В зависимости от соотношения размеров исследуемой области массива и элемента неоднородности одна и та же структура может оказаться квазиоднородной и неоднородной.

В зависимости от характера деформирования массива, записанного в виде связей между напряжениями и деформациями, т.е. физических уравнений, геомеханические модели сплошного однородного массива можно разбить на пять классов (рисунок).

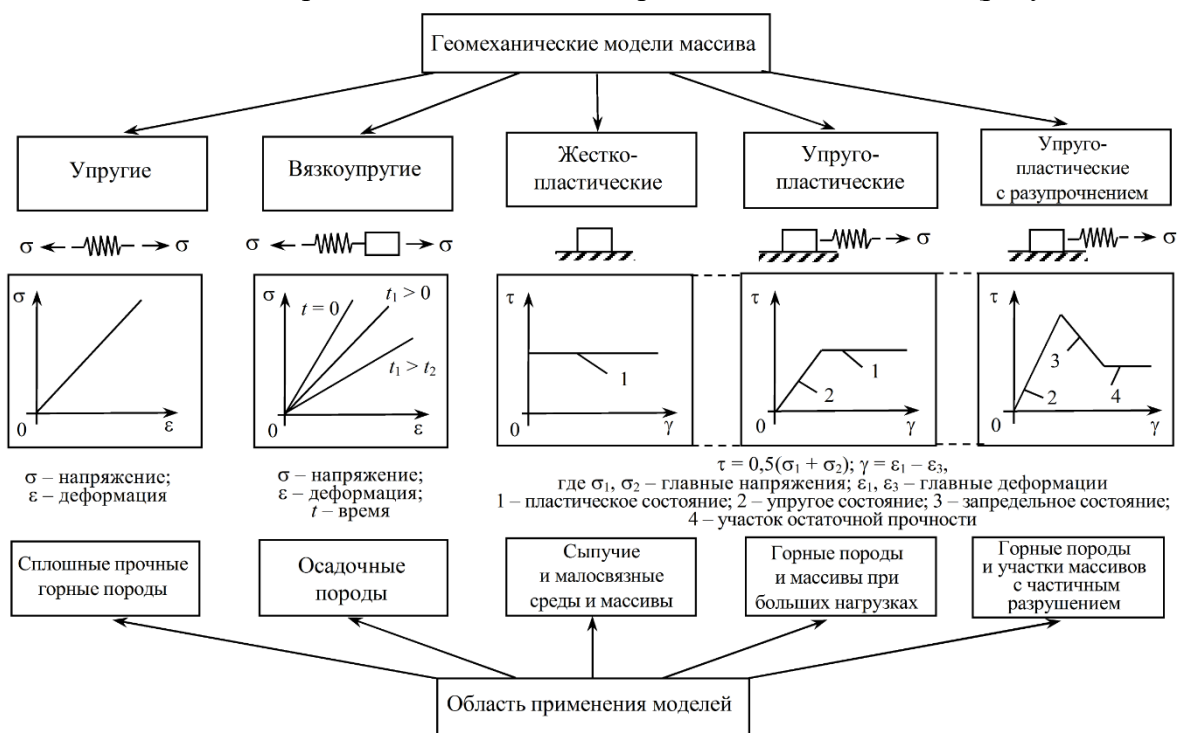


Рисунок 1 – Классификация и области применения основных геомеханических моделей породных массивов

Напряженное состояние в точке представляет собой тензор второго порядка, который содержит девять компонент напряжений

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ – компоненты нормальных напряжений; $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{xz}, \tau_{zx}$ – компоненты касательных напряжений.

В векторной форме напряженное состояние в точке σ можно записать через шесть компонент напряжений, три нормальных напряжения и три касательных

$$\sigma = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})^T, \quad (2)$$

Закон пластического течения необходим для определения приращения пластических деформаций. В общем виде рассматривается что в обобщенном пространстве напряжений существует пластический потенциал, нормальный вектор, направленный от пластического потенциала соответствующий данному напряженному состоянию, является вектором приращения пластических деформаций. Закон пластического течения может быть выражен в виде следующей формулы:

$$d\epsilon^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma}, \quad (3)$$

где $d\lambda$ – пластический множитель; g – пластический потенциал.

В общем виде матрица упругости $[D^e]$ представляет собой тензор 4 порядка который содержит 36 упругих констант:

$$[D^e] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Для изотропного линейно-деформируемого материала матрицу упругости можно преобразовать в следующий вид:

$$[D^e] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Матрица упругости материала через модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν выразим следующим образом:

$$[D^e] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Взаимосвязь между приращением напряжений $d\sigma$ и полных деформаций $d\epsilon$ можно выразить в форме уравнения:

$$d\sigma = [D^{ep}]d\varepsilon, \quad (7)$$

где $[D^{ep}]$ – упругопластическая матрица.

Вектор приращения полных деформаций $d\varepsilon$ можно разделить на две части следующим образом:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p, \quad (8)$$

где $d\varepsilon^e$ – вектор приращения упругих деформаций; $d\varepsilon^p$ – вектор приращения пластических деформаций.

Подставив уравнение (8) в уравнение (7), выразим приращение вектора напряжений следующим образом:

$$d\sigma = [D^e](d\varepsilon - d\varepsilon^p). \quad (9)$$

Приращение пластических деформаций найдем из закона пластического течения. Подставим уравнение (3) в уравнение (9), и получим следующее выражение

$$d\sigma = [D^e]d\varepsilon - \lambda[D^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}. \quad (10)$$

Пластический множитель λ все еще остается неизвестным, необходимо провести дополнительные преобразования для его нахождения.

Когда материал испытывает упругопластическое деформирование, последующее нагружение должно удовлетворять условие совместности (напряженное состояние в точке должно находиться на поверхности пластического течения). Математически условие совместности может быть выражено следующим образом

$$df = f(\sigma + d\sigma, k + dk) = 0. \quad (11)$$

Применив цепное правило дифференцирования, получим:

$$df = \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f^T}{\partial k} dk = 0. \quad (12)$$

Параметр упрочнения k связан с пластическими деформациями следующим образом:

$$dk = \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} d\varepsilon^p. \quad (13)$$

Подставив уравнение (13) в уравнение (12) получим:

$$df = \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} d\varepsilon^p = 0. \quad (14)$$

Подставим уравнение (3) в уравнение (14) получим:

$$df = \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\sigma + d\lambda \frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} = 0. \quad (15)$$

Отсюда, найдем величину пластического множителя λ :

$$d\lambda = - \frac{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\sigma}{\frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma}}. \quad (16)$$

Определив неизвестное значение пластического множителя λ , подставим уравнение (10) в уравнение (16):

$$d\lambda = - \frac{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e] d\varepsilon}{\frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} + \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}}. \quad (17)$$

Отсюда, взаимосвязь между приращениями напряжений и полных деформаций можно выразить следующим образом:

$$d\sigma = [\mathbf{D}^e] d\varepsilon - \frac{[\mathbf{D}^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e]}{\frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} + \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}} d\varepsilon. \quad (18)$$

После преобразований, упругопластическую матрицу среды выразим следующим образом:

$$[\mathbf{D}^{ep}] = [\mathbf{D}^e] - \frac{[\mathbf{D}^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e]}{\frac{\partial f^T}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma} + \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}}. \quad (19)$$

Данное выражение положено в основу разработки моделей деформирования материалов и, в частности, геоматериалов в рамках теории пластического течения.

Раздел 1. Фундаментальные основы развития геомеханических процессов при освоении подземного пространства. Тема 2. Анализ устойчивости породных обнажений в структурно-нарушенном породном массиве.

Геологические условия образования и залегания горных пород придают им те структурно-механические особенности (трещиноватость, блочное строение, слоистость и др.), учет которых по испытаниям образцов, отделенных от массива, представляется затруднительным. Иными словами, информация о механических свойствах горных пород и породных образцов является необходимой, но недостаточной для оценки механических свойств породных массивов (их деформируемости и прочности), которые используются в последующих инженерных расчетах горных выработок и подземных сооружений.

Существуют несколько методов определения механических свойств породных массивов. Наиболее трудоемкими и вместе с тем наиболее достоверными для данного объекта исследования являются методы натуральных механических испытаний непосредственно в породном массиве: искусственное нагружение специально оконтуренных частей массива для определения его деформируемости и прочности; вдавливание штампов в породные обнажения и прессиометрические исследования для определения деформируемости массивов и другие методы.

Менее трудоемкими и вместе с тем менее достоверными являются обратные методы – определение механических свойств массива расчетным путем по натурным замерам проявлений горного давления: 1) определение деформируемости породного массива по замерам смещений его элементов (метод успешно развивается в Институте горного дела Сибирского отделения РАН); 2) определение прочности массивов по наблюдениям за разрушением породных целиков и др. В инженерных расчетах определение характеристик механических свойств массивов сводится к перемножению характеристик механических свойств породных образцов на коэффициенты структурного ослабления. Первые группы методов носят локальный характер, так как определяемые характеристики механических свойств могут быть использованы только для исследуемого породного массива. Инженерные методы при известных механических свойствах породных образцов и

структурно-механических особенностях массивов (например, по данным геологической разведки) обеспечивают возможность построения подобных прогнозов, что особенно важно на стадии проектирования подземных сооружений.

Основной структурно-механической особенностью породных массивов является трещиноватость. Выделяют трещины тектонические, кливажные, гравитационные, выветривания, технологические и другие. Трещины взаимно смещены в породном массиве и придают ему блочное строение со слабыми связями между жесткими и прочными блоками.

Существуют различные классификации трещиноватости, в основу которых положены генетические, геометрические, инженерно-геологические, гидрогеологические и другие признаки.

По происхождению различают трещиноватость естественную и искусственную. Естественная трещиноватость горных пород связана с особенностями их образования и последующих изменений, вызванных эндогенными и экзогенными процессами, а также выветриванием. Искусственная трещиноватость формируется в результате влияния на породный массив взрывных работ при сооружении подземных выработок либо является следствием хрупкого разрушения горных пород от напряжений, действующих вокруг образованной выработки (Рисунок 1).

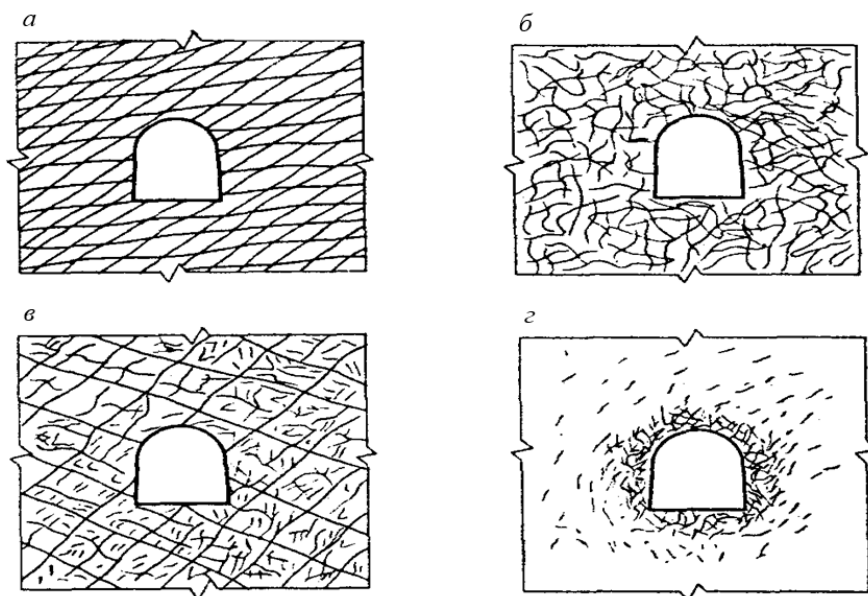


Рисунок 1 - Схемы трещиноватости породных массивов

По геометрической классификации трещины характеризуются длиной, шириной, шероховатостью и извилистостью стенок, а также пространственной ориентацией в породном массиве. Различают трещины открытые (зияющие, незаполненные) и заполненные. По протяженности можно выделить пять классов трещин: 1) дефекты кристаллической решетки; 2) микротрещины на уровне размеров минеральных зерен; 3) макротрещины; 4) разрывы; 5) крупные тектонические разрывы.

Первые два класса трещин можно не рассматривать, так как их влияние интегрально учитывается при испытании породных образцов. Разрывы имеют длину от 100 м до 10 км, а крупные тектонические разрывы – от 10 до 100 км. Поэтому последние два класса трещин относятся к структурным ослаблениям по поверхностям большой протяженности, согласно классификации проф. Г.Л.Фисенко, и могут не рассматриваться при оценке механических свойств исследуемых породных массивов. Таким образом, предметом рассмотрения являются макротрещины, называемые для краткости трещинами и имеющие размеры от 0,1 до 100 м. Очевидно, верхний предел протяженности трещин до 100 м относится к анализу деформируемости больших породных массивов (при гидротехническом строительстве, при

подработке перекрывающей породной толщи и т.д.), что является предметом специальных исследований. При анализе процессов деформирования и разрушения вокруг горных выработок целесообразно верхний предел протяженности трещин ограничивать 10 м.

По взаимной ориентации трещин различают упорядоченную и неупорядоченную, хаотическую трещиноватость. При упорядоченной трещиноватости всегда можно выделить одно или несколько направлений преимущественного распространения. В свою очередь, упорядоченную трещиноватость подразделяют на системную при наличии нескольких систем трещин и полигональную, состоящую из одной системы трещин и множества трещин, перпендикулярных одной общей оси. Неупорядоченная трещиноватость характеризуется тем, что в ней нельзя выделить направление преимущественного распространения трещин.

Трещины, располагаясь в массиве горных пород на определенном расстоянии друг от друга, пересекаются, в результате чего массив (или его часть) с характерным размером H оказывается расчлененным на множество структурных блоков со средним размером h . Отношение H/h называют интенсивностью трещиноватости.

Для количественной оценки интенсивности трещиноватости используются линейный, площадной и объемный коэффициенты. Они представляют собой отношение длины, площади или объема к средним величинам: соответственно расстоянию между соседними трещинами l_{cp} , площади S_{cp} или объему структурного блока V_{cp} .

Другой структурно-механической особенностью, существенно влияющей на механические свойства породного массива, является его слоистость.

Обычно различают два ее вида: микрослоистость (слоистость в пределах одной литологической разности) и макрослоистость, которая приводит к образованию литологических разностей, слагающих породный массив.

В массивах с микрослоистостью непрерывность изменения свойств обеспечивает непрерывность изменения поля деформаций и напряжений.

Макрослоистость бывает без резких скачков в деформационных свойствах пород и с резкими изменениями свойств при переходе от одного слоя к другому. В массивах второго вида деформации в более жестких слоях достигают предельных значений и приводят к разрушению горных пород, в то время как в пластичных слоях разрушение не наблюдается. Такая скачкообразность в механических свойствах приводит к резкому изменению напряжений на контактах слоев.

Трещиноватость, слоистость, сланцеватость, наличие различного рода включений, дефектов и т.д. приводят к появлению неоднородности и анизотропии породного массива (таблица 1).

Таблица 1

Характеристики неоднородности и анизотропии массива горных пород

Массив	Массив		
	однородный	неоднородный	
		статистически неоднородный	с упорядоченной неоднородностью
Изотропный	Свойства пород не зависят от направления и координат точки опробования	Свойства пород не зависят от направления, но являются случайными функциями координат точки опробования	Свойства пород не зависят от направления, но являются некоторыми непрерывными функциями координат точки опробования
Анизотропный	Свойства пород зависят от направления, но не зависят от координат точки опробования	Свойства пород зависят от направления и являются случайными функциями координат точки опробования	Свойства пород зависят от направления и являются некоторыми непрерывными функциями координат точки опробования

Под *неоднородностью* объекта по признаку *A* понимается его зависимость в пределах данного объема от координат точки опробования.

Под *анизотропностью* объекта по признаку *A* понимается его зависимость в пределах данного объема от направления опробования.

По происхождению неоднородность может быть первичной и вторичной. *Первичная* возникает при образовании породы и выражается в непостоянстве формы, размеров, ориентировки, состава минеральных частиц, их взаимного расположения в породе.

Вторичная неоднородность связана с последующими стадиями преобразования горных пород и может быть естественной, возникающей от выветривания, уплотнения и перекристаллизации пород, или искусственной (технологической), возникающей в результате воздействия горно-строительных работ на породный массив. Поскольку последующие изменения, как правило, протекают крайне неравномерно, вторичная естественная неоднородность характеризуется хаотичностью механических характеристик породы.

По размеру элементов различают неоднородность четырех порядков. Под термином «элемент неоднородности» подразумевают наибольший объем однородной горной породы, отличающейся по своим свойствам от соседней с ней.

Неоднородность IV порядка – это неоднородность кристаллов: дефекты кристаллической решетки, дислокации и т.п. (размеры элемента неоднородности $10^{-6} - 10^{-3}$ см).

Неоднородность III порядка – различие в химическом и минеральном составе, форме и размере зерен, неоднородность в распределении цементирующего вещества, наличие микротрещин (размер элемента неоднородности $10^{-3} - 10^0$ см).

Неоднородность II порядка – неоднородность структуры горных пород и их состава (размеры элемента неоднородности $10^0 - 10^3$ см).

Неоднородность I порядка – наличие литологических разностей, зон выветривания, разгрузки и т.п. (размер элемента неоднородности 10^3 см и более).

Приведенная классификация показывает, что при лабораторных исследованиях образцов обычно имеют дело с неоднородностью III порядка, при натурных исследованиях в пределах одной литологической разности – с неоднородностью II порядка. Для макрослоистого массива характерен I порядок неоднородности.

Анизотропия, так же как и неоднородность, может быть различных порядков. Анизотропия IV порядка – анизотропия кристаллов. Анизотропия III порядка – определяется мелкой внутренней слоистостью, ориентировкой зерен и систематической трещиноватостью, может быть оценена по результатам лабораторных испытаний образцов пород (таблица 2).

Анизотропия II порядка связана с внешней слоистостью и макротрещиноватостью; анизотропия I порядка – с упорядоченным залеганием пород в виде моноклинали – серии блоков, разделенных тектоническими разрывами.

Таблица 2

Данные о геометрической анизотропии прочностных и деформационных свойств горных пород при испытании образцов по различным направлениям относительно слоистости

(\perp – по нормали, \parallel – параллельно)

Горная порода (местонахождение)	$\sigma_{сж}^{\perp}/\sigma_{сж}^{\parallel}$	$\sigma_p^{\perp}/\sigma_p^{\parallel}$	E_{\parallel}/E_{\perp}
------------------------------------	---	---	---------------------------

Алевролит (Кузбасс)			
Песчанистый сланец	1,38	1,3	1,61
Алевролит (Воркута)	1,39	1,56	1,21
Песчаник (Донбасс)	2,0	1,45	1,16
Песчано-глинистый (Донбасс)	1,42	1,7	1,28
Аргиллит (Кузбасс)	1,25	1,95	1,2
Уголь (Кузбасс)	1,3	1,74	1,3
	1,29	1,6	1,22

Для учета макротрещиноватости при оценке деформационных свойств породных массивов воспользуемся методом, разработанным проф. К.В.Руппeneйтом. Метод основан на изучении механизма деформирования массивов с различными видами трещиноватости и аналитическом определении ее геометрических и физических характеристик. В соответствии с указанным методом различают следующие виды трещиноватости.

1. Основной случай – *массив с упорядоченной трещиноватостью*. Рассматривается породный массив, ослабленный системами зияющих или полых трещин, длина которых l_i больше характерного размера исследуемой области L , где i – индекс системы трещин, т.е. трещины пересекают массив и не выклиниваются внутри него. Плоскости i -й системы трещин образуют с горизонтальной плоскостью двугранный угол θ_i .

Модуль деформации породного массива по вертикальному направлению определяется выражением:

$$E_{\perp} = \frac{E}{1 + \sum_1^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i)}, \quad (20)$$

где E – модуль деформации при сжатии в ненарушенном массиве, установленный по результатам испытаний породных образцов.

Геометрическая характеристика i -й системы:

$$\eta_i = \delta_i / (h_i \xi_i), \quad (21)$$

где δ_i – средняя ширина раскрытия трещин i -й системы; h_i – средняя толщина слоя породы, приходящегося на одну трещину, т.е. среднее расстояние между краями смежных трещин i -й системы; ξ_i – относительная площадь скальных контактов, по рекомендациям К.В.Руппeneйта, принимают среднестатистическое значение $\xi = 3 \cdot 10^{-4}$.

Модуль деформации в горизонтальном направлении определяется по формуле:

$$E_{\parallel} = \frac{E}{1 + \sum_1^n \eta_i (1 - \cos^4 \theta_i)}. \quad (22)$$

2. *Массив с хаотической трещиноватостью*. Число систем трещин $n > 4$. Модуль деформации такого массива не зависит от направления силового воздействия и при $n > 4$ может быть определен из выражения:

$$E_0 = E / (1 + \frac{5}{8} n \eta), \quad (23)$$

где E – модуль деформации породного образца из ненарушенной части массива.

Геометрическая характеристика:

$$\eta = \bar{\delta} / (\bar{h} \bar{\xi}), \quad (24)$$

где $\bar{\delta}$ и \bar{h} – соответственно средняя ширина раскрытия трещин и среднее расстояние между краями смежных трещин.

3. *Массив, эквивалентный сыпучей среде*. Число систем трещин так велико, что нельзя выделить какое-либо преимущественное направление. В этом случае для

определения модуля деформации массива при известном модуле деформации породного образца E рекомендуется формула:

$$E_0 = 1,6 \left(1 + \frac{1}{k} \right) \xi E, \quad (25)$$

где k – коэффициент трещинной пустотности, равный отношению объема пустот (трещин) к объему материала (горной породы).

4. Частный случай – массив с выклинивающимися трещинами. Массив содержит n систем незаполненных выклинивающихся трещин с длиной l_i меньшей размера исследуемой области L , углом наклона к горизонту θ_i и геометрической характеристикой η_i , определяемой по формуле (1.1).

5. Разборный массив. Массив разбит трещинами на отдельные блоки, а сами блоки – на еще меньшие блоки.

При оценке прочности массивов определяющую роль играет прочность по структурным ослаблениям (трещинам и контактам породных слоев) и геометрические размеры структурных блоков, ограниченных поверхностями ослабления.

Структурные ослабления, прежде всего трещины, имеют шероховатые контактирующие поверхности, покрытые выступами различной формы и высоты (рисунок 2).

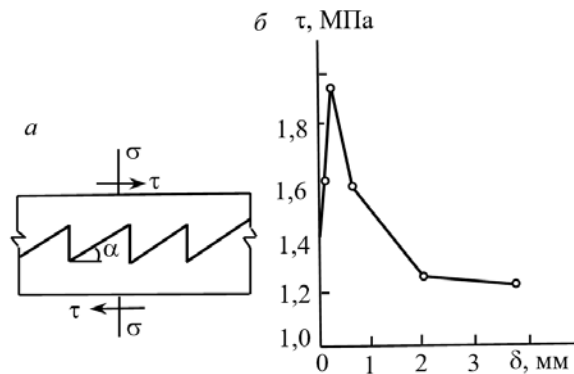


Рисунок 2 - Схема (а) и графическое изображение (б) сопротивления сдвигу по скальным контактам горных пород

Сопротивление сдвигу:

$$\tau' = K' + \sigma \operatorname{tg} \rho', \quad (26)$$

Здесь:

$$K' = \frac{K_0 \cos \rho_0}{\cos \alpha \cos (\alpha + \rho_0)}; \quad (27)$$

$$\rho' = \alpha + \rho_0, \quad (28)$$

где K_0 , ρ_0 – соответственно коэффициент сцепления и угол внутреннего трения по ровным контактирующим поверхностям; α – угол наклона граней зубьев к горизонтальной плоскости.

При ровной контактной поверхности ($\alpha = 0$) выражение переходит в известную формулу Кулона:

$$\tau = K_0 + \sigma \operatorname{tg} \rho_0. \quad (29)$$

Из анализа выражений следует, что при угле наклона граней зубьев $\alpha > (90^\circ - \rho_0)$ сдвиг по контактирующим поверхностям без разрушения зубьев невозможен. Судя по

форме зубьев, показанной на рис.1.15, а, такая ситуация может возникнуть при сдвиге в противоположном направлении. Тогда, если поверхности разрушения зубьев наклонены к горизонтальной поверхности под углом β , сопротивление сдвигу может быть определено из выражения:

$$\tau'' = K'' + \sigma \operatorname{tg} \rho'', \quad (30)$$

где $\rho'' = \beta + \rho$.

Тогда:

$$\tau'' = \frac{K \cos \rho \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\beta + \rho)} + \sigma \operatorname{tg}(\beta + \rho), \quad (31)$$

где K , ρ – соответственно коэффициент сцепления и угол внутреннего трения горной породы; α – угол наклона пологой грани зубьев, показанный на рис.1.15, а.

При $\beta = 0$ выражение (1.4) преобразуется в формулу Кулона для монолитной горной породы:

$$\tau = K + \sigma \operatorname{tg} \rho. \quad (32)$$

Во ВНИМИ проводились экспериментальные исследования прочности контактов на породных образцах. Зависимость сопротивления сдвигу τ шероховатого контакта в роговике от абсолютных деформаций сдвига δ имеет вид полной диаграммы с допредельной и запредельной ветвями деформации и участком остаточной сдвиговой прочности, которая появляется после выхода всех неровностей контакта из взаимного зацепления. В данных испытаниях это было зафиксировано при деформации сдвига 2 мм.

Для учета влияния трещиноватости на прочностные свойства пород наиболее часто используют коэффициенты структурного ослабления (Таблица 3). В нормах проектирования горных выработок (СНиП II-94-80) предлагается использовать значения коэффициентов структурного ослабления для определения предела прочности горных пород в массиве на одноосное сжатие путем умножения предела прочности образца этой породы на соответствующее значение k_c .

За рубежом достаточно широкое применение нашел метод количественного учета структурной нарушенности породного массива – метод И.Хансаги. Коэффициент структурного ослабления определяется по результатам кернового бурения массива и его удобно использовать при исследовании прочности массива вокруг выработок:

$$k_c = \frac{1}{2L} \left(ph + \frac{L_1}{k} \right), \quad (33)$$

где L – длина исследуемого участка скважины в массиве, из которой извлекается керн; p – число полученных породных образцов из кусков керна, последние составляют в сумме L ; h – высота породного образца; L_1 – общая длина кусков керна, больших, чем его диаметр; k – число таких кусков керна.

Таблица 3

Вычисление коэффициентов структурного ослабления

Степень трещиноватости массива	Средний размер отдельностей, м	Коэффициент структурного ослабления k_c
Практически монолитный	1,5	0,9
Малотрещиноватый	1,0-1,5	0,8
Среднетрещиноватый	0,5-1,0	0,6
Сильнотрещиноватый	0,1-0,5	0,4
Чрезвычайно трещиноватый	0,1	0,2

При сооружении выработок происходит изменение механических свойств окружающих пород, например: уменьшение прочностных характеристик при производстве взрывных работ и увеличение их при замораживании рыхлых водоносных пород.

Причины появления искусственной (технологической) неоднородности могут быть различными. При производстве взрывных работ появление неоднородности связано с трещиноватостью, при замораживании – с процессом ледообразования, а при сооружении выработок методом внутреннего взрыва – с уплотнением пластичных горных пород в окружающем выработку массиве.

Образование областей с искусственной неоднородностью может быть вызвано и разрушением пород вокруг выработок под действием давления горных пород.

Интенсивность технологического воздействия в пределах указанной области неодинакова. Есть граница наибольшей интенсивности технологического воздействия (контур выработки, сооружаемой с применением БВР; контур расположения замораживающих колонок в ледопородном ограждении и т.д.) и граница, где это воздействие практически не ощущается. Следовательно, распределение механических характеристик в породном массиве приобретает характер упорядоченной неоднородности.

Под устойчивостью обнажений пород понимают их состояние, при котором уровни их напряженности и деформируемости не приводят к вывалам, разрушениям и смещениям, препятствующим эксплуатации горной выработки.

Для оценки устойчивости пород в выработках применяют разные подходы и критерии. Основные из них можно разделить на четыре группы:

1) прочностные (критерий – отношение напряжения и сопротивления в массиве у контура выработки);

2) деформационные (критерий – прогнозируемые значения смещения пород на контуре в сравнении с нормативным значением);

3) временные (критерий – срок устойчивого состояния породного обнажения без крепи в сравнении с нормативным сроком);

4) балльные (критерий – числовой показатель, отражающий сумму баллов по характеристикам трещиноватости массива пород и ее прочности или крепости).

В строительных нормах и правилах СНиП II-94-80 использовано два подхода. В одном для оценки устойчивости горизонтальных капитальных выработок рекомендовано в качестве критерия применять расчетное смещение незакрепленного контура за весь срок службы выработки (деформационный критерий):

$$U = U_t k_\alpha k_\theta k_S k_b k_t, \quad (34)$$

где U_t – смещение пород, принятое за типовое, определяемое для «эталонной выработки» в зависимости от значений расчетного сопротивления пород и расчетной глубины расположения выработки; k_α , k_θ , k_S , k_b , k_t – поправочные коэффициенты, учитывающие отклонение условий проектируемой выработки от «типовых» соответственно по углу залегания пород α , углу θ между вертикалью и направлением рассчитываемого смещения пород, размерам сечения S выработки, влиянию других выработок (k_b), сроку службы t .

В СНиП II-94-80 приведены таблицы и графики для нахождения поправочных коэффициентов, формулы для расчетной глубины расположения выработки:

$$H_p = H k_a, \quad (35)$$

и расчетного сопротивления пород:

$$R_c = R k_c, \quad (36)$$

где H – проектная глубина; k_a – коэффициент аномальности напряжений в нетронутым массиве пород, определяемый экспериментально или принимаемый равным 1,5 при отсутствии таких данных; R – прочность пород в образце; k_c – коэффициент структурного

ослабления, принимаемый в пределах от 0,9 до 0,2 при расстоянии между поверхностями ослабления пород соответственно от 1,5 м и больше до 0,1 м и меньше.

Категории и состояния устойчивости пород оцениваются по расчетному смещению (таблица 4).

Таблица 4

Показатели устойчивости пород в горизонтальных выработках U, мм				
Категория устойчивости	Состояние устойчивости	Горные породы		
		осадочные	изверженные	соляные
I	Устойчивое	До 50	До 20	До 200
II	Среднеустойчивое	Свыше 50 до 200	Свыше 20 до 100	Свыше 200 до 300
III	Неустойчивое	Свыше 200 до 500	Свыше 100 до 200	Свыше 300 до 500
IV	Весьма неустойчивое	Свыше 500	Свыше 200	Свыше 500

Рассмотренная методика, основанная на обобщении огромного объема экспериментальных данных, полученных преимущественно на месторождениях осадочного происхождения, дает хорошие результаты именно в таких условиях. В упругих скальных породах, разрушение которых происходит при весьма малых деформациях (в несколько миллиметров), такой подход часто дает ошибочный результат и для многих рудных месторождений неприемлем (Норильск, Урал, Кольский полуостров).

Второй подход в СНиП II-94-80, принятый для вертикальных стволов, предусматривает использование в качестве критерия устойчивости прочностного показателя:

$$C = \frac{H_p k_\Gamma k_{сб} k_\alpha k_t}{R_c k_\alpha (5,25 + 0,0056 R_c k_\alpha) + 26,3'} \quad (37)$$

где H_p и R_c – расчетные значения глубины расположения выработки и сопротивления пород; k_α , k_Γ , $k_{сб}$, k_α , k_t – коэффициенты, учитывающие соответственно угол залегания пород, взвешивающее действие воды, влияние сопряжений, очистных работ, срока службы выработки.

Показатель C в представленном виде имеет неоправданно громоздкую структуру, а рекомендованные значения коэффициентов $k_{сб}$, k_α , и k_t не очень убедительны.

Устойчивость грунтов (горных пород) в выработках при проектировании и строительстве метрополитенов, горных железнодорожных и автодорожных тоннелей предложено оценивать в соответствии с классификацией ведомственных строительных норм, предусматривающей разделение грунтов по степени устойчивости на четыре категории: устойчивые, средней устойчивости, слабой устойчивости, совершенно неустойчивые. Количественным критерием оценки принят коэффициент крепости Протодяконова, значения которого по категориям соответственно равны 20-5; 5-2; 2-1 и 1-0,3. Вместе с количественным даны и качественные критерии трещиноватости и обводненности, а для глинистых пород и консистенции. Характеристики трещиноватости и обводненности можно оценить и количественно, но эти параметры даны вне связи с размерами выработки. Степень устойчивости не увязана с напряженным состоянием нетронутого массива (фоновые напряжения), с возможным влиянием других выработок (в том числе на сопряжениях), с темпами подвигания забоя и продолжительностью его стояния по технологическим и организационным причинам.

Серьезным недостатком рассматриваемой классификации применительно к глинистым грунтам является использование в качестве главного критерия коэффициента крепости пород, который даже для плотных глин твердой и полутвердой консистенции будет иметь значения меньше единицы (прочность при сжатии обычно меньше 6 МПа).

Следовательно, по этому параметру все такие глины должны быть отнесены к IV категории (совершенно неустойчивые грунты) и проведение выработок без применения специальных способов не допускается. Это явно противоречит многолетнему опыту строительства метрополитенов в Санкт-Петербурге, Москве, Киеве и других городах. Очевидно, что эта классификация нуждается в изменениях. Для повышения достоверности оценки целесообразно использовать комплекс показателей.

Устойчивость незакрепленных выработок в скальном массиве при строительстве транспортных тоннелей, согласно нормативному документу, предлагается определять по временному критерию, характеризующему предельно допустимую продолжительность обнажения массива пород в выработке:

$$t_{np} = Sk, \quad (38)$$

где S – расчетная («характеристическая») прочность породы при одноосном сжатии в массиве, МПа, $S = R_c k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6 k_7 \cdot 1,07$; k – коэффициент «ответственности прогноза», сут/МПа; R_c – прочность породы при одноосном сжатии в образце, МПа; k_1-k_7 – безразмерные коэффициенты, учитывающие влияние на прочность пород в массиве характера и степени его трещиноватости; 1,07 – нормирующий множитель.

Выделяют пять категорий устойчивости пород по величине S (таблица 5).

Таблица 5

Категории устойчивости массива скальных пород

S , МПа	Категория устойчивости	Характеристика пород	Продолжительность обнажения t_{np} , сут
> 9	I	Вполне устойчивые	Неограниченная
9-1,5	II	Устойчивые	180-30
1,5-0,35	III	Средней устойчивости	30-7
0,35-0,05	IV	Слабо устойчивые	7-1
$< 0,05$	V	Неустойчивые	< 1

Рассмотренная методика оценки устойчивости обнажений пород в выработках является по сути балльной, учитывает в основном разные параметры трещиноватости массива и не очень понятный коэффициент «ответственности прогноза», имеющий только два значения. Методикой не учитываются размер и характер фоновых напряжений в массиве пород, возможное влияние других выработок, в том числе на сопряжениях, сейсмические воздействия природного и технологического характера. Бросается в глаза очень широкий диапазон значений некоторых коэффициентов (k_2, k_4, k_6) при отдельных характеристиках качества трещиноватости, что делает получаемый результат в значительной мере произвольным. Наконец, неустойчивое состояние массива (V категория) характеризуется допустимой продолжительностью обнажения до 1 сут что, по нашему мнению, ближе к слабоустойчивому состоянию.

Проф. Н.С.Булычевым предложена методика балльной оценки устойчивости скальных трещиноватых пород в горных выработках по их склонности к вывалообразованию, где в качестве критерия использован показатель:

$$S = f \frac{K_m K_r K_w}{K_n K_t K_A K_\alpha}, \quad (39)$$

где f – коэффициент крепости по М.М.Протоdjяконову; K_m – коэффициент, характеризующий влияние нарушенности пород и определяемый в зависимости от модуля относительной трещиноватости; K_r – коэффициент, учитывающий шероховатость поверхности трещин; K_w – коэффициент, учитывающий увлажнение пород; K_n –

коэффициент, учитывающий влияние числа систем трещин; K_t – коэффициент, учитывающий раскрытие незаполненных трещин; K_A – коэффициент заполнения трещин; K_α – коэффициент, учитывающий ориентировку выработки и принимающий значения в зависимости от угла α между осью выработки и поверхностью трещин (таблица 6).

Таблица 6

Категории устойчивости скальных трещиноватых пород		
Значение показателя S	Категория устойчивости пород	Допустимое время обнажения пород
> 70	I	Практически не ограниченное
5-70	II	До 6 мес.
1-5	III	10-15 сут
0,05-1,00	IV	Не более 1 сут
< 0,05	V	Обрушение вслед за обнажением

Имеется, однако, заметное отличие в оценке степени устойчивости пород, содержащей также пять категорий. При IV категории, обозначенной как неустойчивое состояние, допустимое время обнажения принято не более 1 сут, а при V категории (весьма неустойчивое состояние) обрушение пород происходит вслед за обнажением, поэтому допустимое время обнажения пород подразумевается равным нулю. Такой подход ближе к реальности, однако и в этой методике сохраняются отмеченные выше недостатки.

Для рудных месторождений типичны прочные скальные породы с хрупким характером разрушения, чему соответствуют малые смещения на контуре незакрепленной выработки. Для оценки устойчивости выработки в таких условиях вполне пригоден предложенный ранее критерий напряженности элементов выработки:

$$P_v = \sigma_n \frac{K_1 K_2}{R K_c \xi_c}, \quad (40)$$

где σ_n – напряжение в нетронутом массиве по заданному направлению; K_1 – коэффициент концентрации напряжений от проходки данной выработки; K_2 – коэффициент изменения напряжений от влияния других выработок; R – прочность породы на сжатие в образце; K_c – коэффициент структурного ослабления породы в массиве, определяемый с учетом соотношения размера сечения выработки и шага трещин; ξ_c – коэффициент длительной прочности породы, характеризующий ее снижение во времени.

Критерий выражает отношение напряжений, действующих в элементе выработки (кровле, боках), к сопротивлению массива пород в каждом элементе и позволяет прогнозировать их возможное состояние в зависимости от величины P_v . Четкий физический смысл, небольшое число необходимых исходных данных и учет важнейших влияющих факторов позволили практически применять его на шахтах Североуральского бокситового месторождения и в других условиях.

Для обеспечения устойчивости горных выработок все более широкое распространение получает штанговая (анкерная) крепь, рассматриваемая нами при плотности расстановки более $0,7 \text{ м}^2$ как средство упрочнения массива. Это обстоятельство предложено учитывать введением в знаменатель формулы для P_v коэффициента упрочнения K_y – отношения сопротивления материала до и после упрочнения. По данным моделирования и обработки натуральных наблюдений, $K_y \leq 2,0$. При этом упрочняющий эффект отмечается как до начала разрушения пород в приконтурной зоне массива, так и в процессе его.

Упрочнение трещиноватого массива может быть выполнено и инъекционным способом (цементацией, смолизацией и т.п.). При этом сопротивление пород в массиве

возрастает вследствие уменьшения степени трещиноватости (т.е. роста значения K_c на величину K_y).

Для учета всех перечисленных выше факторов предложено использовать обобщенные квазистатический критерий напряженности элементов горной выработки:

$$P_{д.в} = \frac{\sigma_n K_1 K_2 K_3}{R K_c \xi_c K_y \xi_d}, \quad (41)$$

где K_3 – коэффициент дополнительной концентрации напряжений; R – предел прочности на сжатие в образце при статическом нагружении; ξ_d – коэффициент усталостной прочности пород.

Коэффициент:

$$K_3 = (\sigma_{ст} + \sigma_d K_{дн}) / \sigma_{ст}, \quad (42)$$

где $\sigma_{ст}$ – расчетное статическое напряжение, $\sigma_{ст} = \sigma K_1 K_2$; σ_d – дополнительные динамические напряжения от горного удара,

$$\sigma_d = V_p C_p \rho, \quad (43)$$

$K_{дн}$ – коэффициент концентрации динамических напряжений на контуре выработки, по данным проф. В.Л.Трушко, равный 3; V_p – средняя скорость колебаний волны динамических напряжений, зависящая от энергии \mathcal{E} динамического явления, м/с; по данным В.Л.Трушко, $\sigma_d = 0,012 \div 0,237$ при изменении \mathcal{E} от $1,8 \cdot 10^2$ до $1,8 \cdot 10^6$ Дж; C_p – скорость продольной волны в массиве пород, $C_p = 6000$ м/с; ρ – плотность пород, кг/м³.

Коэффициент усталостной прочности пород:

$$\xi_d = \sigma_{пmax} / R, \quad (44)$$

где $\sigma_{пmax}$ – максимальное пульсирующее напряжение в образце, разрушающее его при определенном числе циклов нагружения.

По данным Института горного дела им. А.А.Скочинского, хрупкие породы с $R = 50 \div 140$ МПа способны выдерживать около 3000 циклов нагружения при $\xi_d = 0,85 \div 0,90$ и коэффициенте асимметрии цикла 0,7. Расшифровка сейсмограмм горных ударов на Североуральском месторождении бокситов, выполненная В.Л.Трушко, показала, что один удар вызывает 300-500 циклов нагружения. При указанных выше значениях ξ_d массив пород вокруг выработки может выдерживать 10 горных ударов в течение срока релаксации напряжений, что в действительности встречается нечасто. Поэтому при практических расчетах можно принимать $\xi_d = 0,85$.

Состояние устойчивости пород в незакрепленной выработке предложено оценивать по критерию P_v или $P_{д.в}$ (таблица 7).

При I категории устойчивости регулярная крепь не требуется, а в зонах локальных нарушений она принимается конструктивно. При II и III категориях устойчивости целесообразны легкие крепи поддерживающего, а лучше упрочняющего вида (штанговая, набрызг-бетонная и их комбинации). При IV категории устойчивости требуется поддерживающая крепь с высокой несущей способностью, комбинированная, более легкая упрочняюще-поддерживающего типа в сочетании с эффективными мерами охраны выработки, снижающими степень напряженности массива в зоне ее влияния.

Таблица 7

Классификация устойчивости пород на контуре незакрепленной выработки

P_v или $P_{д.в}$	Категория устойчивости	Состояние пород	Степень устойчивости пород и характер проявлений горного давления
< 1	I	Устойчивое	Контур устойчив весь срок службы. Возможны заколы и местные вывалы

1,0-1,3	II	Предельное	Контур устойчив не менее 12 ч после обнажения. Наблюдаются шелушение и отслоение пород в призабойной зоне. Разрушения и смещения в течение 1-2 мес. затухают
1,31-3,0	III	Неустойчивое	Контур устойчив не менее 3 ч. Разрушения и смещения пород продолжаются до 5-6 мес.
> 3,0	IV	Очень неустойчивое	Контур устойчив менее 3 ч после обнажения. Наблюдается интенсивное заколообразование и отслоение пород в призабойной зоне. Разрушение и смещение пород продолжаются более 5-6 мес.

Области рационального применения рассмотренных методик оценки устойчивости пород в выработках следует устанавливать с учетом наиболее значимых факторов в конкретных условиях и отмеченных выше достоинств и недостатков.

Методика СНиП II-94-80, использующая в качестве главного критерия смещения пород на контуре, способна дать наиболее достоверный результат для горных выработок в осадочных породах малой и средней прочности, где возможны смещения в десятки и сотни миллиметров.

Методика СПГТИ, использующая критерий напряженности элементов горной выработки, наиболее приемлема при оценке устойчивости выработок в прочных хрупких породах, в том числе в удароопасных условиях.

Методика балльной оценки устойчивости может оказаться рациональной в тех случаях, когда наиболее значимым фактором является количество и качество трещин, числовая оценка которых затруднительна (например, наличие систем зеркал скольжения, неравномерной обводненности и т.п.). Однако этот метод нуждается в развитии и доработке.

Раздел 2. Методы математического моделирования геомеханических процессов.

Тема 1. Численная реализация упругопластической модели деформирования горной породы на основании условия пластичности Друкера-Прагера

Условие прочности Друкера-Прагера в инвариантах p и q запишем в следующем виде:

$$f = q - d - p \tan \beta. \quad (45)$$

Условие прочности Друкера-Прагера в инвариантах p и q запишем в следующем виде:

$$g = q - d - p \tan \psi. \quad (46)$$

Упругопластическая матрица материала без упрочнения на основании уравнения (19) приравняв показатель упрочнения k нулю запишем:

$$[D^{ep}] = [D^e] - \frac{[D^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [D^e]}{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [D^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}}, \quad (47)$$

пластический множитель тогда определим, как

$$d\lambda = - \frac{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [D^e] d\varepsilon}{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [D^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}}. \quad (48)$$

Таким образом, для формирования упругопластической матрицы материала и определения пластического множителя необходимо определить частные производные функции поверхности пластического течения по напряжениям и частные производные функции пластического потенциала по напряжениям.

Выполним дифференцирование функции пластического течения f по напряжениям:

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{xx}} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}} - \frac{1}{3} \tan \beta; \\
f_2 &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{yy}} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}} - \frac{1}{3} \tan \beta; \\
f_3 &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{zz}} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}} - \frac{1}{3} \tan \beta; \\
f_4 &= \frac{\partial f}{\partial \tau_{xy}} = \frac{3\tau_{xy}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}}; \\
f_5 &= \frac{\partial f}{\partial \tau_{yz}} = \frac{3\tau_{yz}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}}; \\
f_6 &= \frac{\partial f}{\partial \tau_{zx}} = \frac{3\tau_{zx}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}}.
\end{aligned} \tag{49}$$

Выполним дифференцирование функции пластического течения g по напряжениям:

$$\begin{aligned}
g_1 &= \frac{\partial g}{\partial \sigma_{xx}} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}} - \frac{1}{3} \tan \psi; \\
g_2 &= \frac{\partial g}{\partial \sigma_{yy}} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}} - \frac{1}{3} \tan \psi; \\
g_3 &= \frac{\partial g}{\partial \sigma_{zz}} = \frac{1}{2} \frac{2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}} - \frac{1}{3} \tan \psi; \\
g_4 &= \frac{\partial g}{\partial \tau_{xy}} = \frac{3\tau_{xy}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}}; \\
g_5 &= \frac{\partial g}{\partial \tau_{yz}} = \frac{3\tau_{yz}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}}; \\
g_6 &= \frac{\partial g}{\partial \tau_{zx}} = \frac{3\tau_{zx}}{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}}.
\end{aligned} \tag{50}$$

Упругопластическая матрица после преобразования примет вид:

$$[\mathbf{D}^{ep}] = [\mathbf{D}^e] - [\mathbf{D}^p], \tag{51}$$

где $[\mathbf{D}^p]$ - матрица пластичности.

$$[\mathbf{D}^p] = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & h_{16} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} & h_{26} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} & h_{35} & h_{36} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} & h_{45} & h_{46} \\ h_{51} & h_{52} & h_{53} & h_{54} & h_{55} & h_{56} \\ h_{61} & h_{62} & h_{63} & h_{64} & h_{65} & h_{66} \end{bmatrix}, \tag{52}$$

где h_{ij} – коэффициенты матрицы пластичности.

$$h = (c_{11}f_1 + c_{21}f_2 + c_{31}f_3)g_1 + (c_{12}f_1 + c_{22}f_2 + c_{32}f_3)g_2 + (c_{13}f_1 + c_{23}f_2 + c_{33}f_3)g_3 + c_{44}g_4f_4 + c_{55}g_5f_5 + c_{66}g_6f_6; \tag{53}$$

$$\begin{aligned}
h_{11} &= (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_1c_{11} + (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_2c_{21} \\
&\quad + (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_3c_{31}; \\
h_{12} &= (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_1c_{12} + (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_2c_{22} \\
&\quad + (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_3c_{32}; \\
h_{13} &= (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_1c_{13} + (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_2c_{23} \\
&\quad + (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_3c_{33}; \\
h_{14} &= (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_4c_{44}; \\
h_{15} &= (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_5c_{55}; \\
h_{16} &= (c_{11}g_1 + c_{12}g_2 + c_{13}g_3)f_6c_{66}; \\
h_{21} &= (c_{21}g_1 + c_{22}g_2 + c_{23}g_3)f_1c_{11} + (c_{21}g_1 + c_{22}g_2 + c_{23}g_3)f_2c_{21} \\
&\quad + (c_{21}g_1 + c_{22}g_2 + c_{23}g_3)f_3c_{31}.
\end{aligned}$$

Подставим в уравнение (48) результаты дифференцирования функции поверхности пластического течения (49) и пластического потенциала (50):

$$d\lambda = -\frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6}{\lambda_7 + \lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{10} + \lambda_{11} + \lambda_{12}}, \quad (54)$$

где

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= (c_{11}f_1 + c_{21}f_2 + c_{31}f_3)\varepsilon_{xx}; \\
\lambda_2 &= (c_{12}f_1 + c_{22}f_2 + c_{32}f_3)\varepsilon_{yy}; \\
\lambda_3 &= (c_{13}f_1 + c_{23}f_2 + c_{33}f_3)\varepsilon_{zz}; \\
\lambda_4 &= f_4c_{44}\gamma_{xy}; \\
\lambda_5 &= f_5c_{55}\gamma_{yz}; \\
\lambda_6 &= f_6c_{66}\gamma_{zy}; \\
\lambda_7 &= (c_{11}f_1 + c_{21}f_2 + c_{31}f_3)g_1; \\
\lambda_8 &= (c_{12}f_1 + c_{22}f_2 + c_{32}f_3)g_2; \\
\lambda_9 &= (c_{13}f_1 + c_{23}f_2 + c_{33}f_3)g_3; \\
\lambda_{10} &= f_4c_{44}g_4; \\
\lambda_{11} &= f_5c_{55}g_5; \\
\lambda_{12} &= f_6c_{66}g_6.
\end{aligned} \quad (55)$$

Этапы численной реализации модели Друкера-Прагера представлены ниже:

- I. Определение напряженного состояния на конец инкремента
- II. Определяется возможность формирования упругопластического течения
значение $f > 0$? (56)
- III. Определяется значение пластического множителя λ

$$f > 0, \quad d\lambda = -\frac{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e] d\boldsymbol{\varepsilon}}{\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} [\mathbf{D}^e] \frac{\partial g}{\partial \sigma}}; \quad (57)$$

$$f < 0, \quad d\lambda = 0.$$

- IV. Определяется приращение компонент вектора напряжений и компонент вектора пластических деформаций

$$\begin{aligned}
d\boldsymbol{\sigma} &= [\mathbf{D}^{ep}] d\boldsymbol{\varepsilon}; \\
d\boldsymbol{\varepsilon}^p &= d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma}.
\end{aligned} \quad (58)$$

- V. Выполняется обновление напряжений и пластических деформаций на конец инкремента

$$\begin{aligned}\sigma_{t+\Delta t} &= \sigma_t + d\sigma; \\ \varepsilon_{t+\Delta t}^p &= \varepsilon_t^p + d\varepsilon^p.\end{aligned}\quad (59)$$

- VI. Определяется коэффициента матрицы Якобиана
VII. Окончание инкремента.

Схема нахождения точки пересечения пресечения напряженного состояния с поверхностью пластического течения Пегасус для упругопластической среды с постоянными упругими характеристиками разделена на следующие шаги:

- I. Зададимся начальными значениями тензора напряжений σ_0 и параметра упрочнения k_0 , а также приращение деформаций $\Delta\varepsilon$, начальное значение параметров α_0 и α_1 ограничивающих пересечение с поверхностью пластического течения, и максимальное количество итераций *MAXITS*.
II. Определим приращение напряжений

$$\Delta\sigma_e = D_e \Delta\varepsilon \quad (60)$$

- III. Зададимся F_0, F_1 как

$$\begin{aligned}F_0 &= f(\sigma_0 + \alpha_0 \Delta\sigma_e, k_0); \\ F_1 &= f(\sigma_0 + \alpha_1 \Delta\sigma_e, k_0).\end{aligned}\quad (61)$$

- IV. Выполним операции с V по VIII *MAXITS* количество раз.

- V. Определим показатель α

$$\alpha = \alpha_1 - F_1 \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{F_1 - F_0} \quad (62)$$

Зададимся что F_{new}

$$F_{new} = f(\sigma_0 + \alpha \Delta\sigma_e, k_0) \quad (63)$$

- VI. Если $|F_{new}| \leq FTOL$ то переходим к шагу X
VII. Если $|F_{new}| > FTOL$ и имеет противоположный знак относительно F_0 то
а. установим

$$\alpha_1 = \alpha \text{ и } F_1 = F_{new} \quad (64)$$

иначе

- б. установим

$$F_1 = \frac{F_1 F_0}{F_0 F_{new}} \quad (65)$$

- VIII. Установим

$$\alpha_0 = \alpha \text{ и } F_0 = F_{new} \quad (66)$$

- IX. Если сходимость не достигнута после *MAXITS* итераций, прервать процедуру и выйти из программы.

- X. Выйти с вычисленной величиной показателя α .

Начальные значения α_0 и α_1 примем равными соответственно 0 и 1. Максимальное количество допустимых итераций установим равное 10. Значение показателя относительной погрешности обычно варьируется в диапазоне от 10^{-6} до 10^{-9} .

Процедура выхода из цикла выполняется, как только будет выполнено условие:

$$|f(\sigma_{int}, k_0)| \leq FTOL \quad (67)$$

Величину истинного приращения напряжений σ_{int} , соответствующего пересечению с поверхностью пластического течения, найдем как:

$$\sigma_{int} = \sigma_0 + \alpha D_e \Delta \varepsilon. \quad (68)$$

Упругопластическая разгрузка:

- 1 Войти в процедуру с величиной начального напряженного состояния σ_0 , начального значения параметра упрочнения k_0 и величиной приращения деформаций $\Delta \varepsilon$, задавшись величиной $NSUB = 10$, $MAXITS = 3$. Найдем приращение напряжений:

$$\Delta \sigma_e = D_e \Delta \varepsilon. \quad (69)$$

- 2 Установить значение показателей $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 1$, $F_0 = f(\sigma_0, k_0)$ и $F_{save} = F_0$.
- 3 Выполнить шаги с 4 по 5 $MAXITS$ количество раз.
- 4 Расчитаем приращение показателя α

$$\Delta \alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{NSUB}. \quad (70)$$

- 5 Выполним шаги 6 и 7 $NSUB$ раз.
- 6 Определим новое напряженное состояние

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \alpha \Delta \sigma_e,$$

где

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha. \quad (71)$$

7

- a. Если $f(\sigma_1, k_0) > FTOL$ то $\alpha_1 = \alpha$. Если $F_0 < -FTOL$ то $F_1 = f(\sigma_1, k_0)$ и переходим к 9 шагу, иначе $\alpha_0 = 0$ и $F_0 = F_{save}$ и осуществляем выход из цикла на шагах 6-7.
- b. Если $f(\sigma_1, k_0) \leq FTOL$ то $\alpha_0 = \alpha$ и $F_0 = f(\sigma_1, k_0)$.
- 8 Пересечение не найдено после $MAXITS$ итераций, выход из процедуры с ошибкой.
- 9 Выйти из процедуры со значениями α_0 и α_1 .
- 10 Вызвать процедуру алгоритма Regasus для нахождения пересечения с поверхностью пластического течения.

Модифицированная явная схема интегрирования Эйлера с разбиением на подшаги:

- 1 Задаемся начальным напряженным состоянием σ_0 , начальным значением показателя упрочнения k_0 , величиной приращения полных деформаций $\Delta \varepsilon$ и допустимым значением относительной погрешности $STOL = 10^{-4}$, $LTOL = 10^{-6}$, $FTOL = 10^{-9}$ и $EPS = 10^{-16}$.
- 2 Определяем приращение напряжений $\Delta \sigma_e$ и предсказываемое значение напряженного состояния σ_e согласно следующим выражениям

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_e &= \mathbf{D}_e \Delta \varepsilon; \\ \sigma_e &= \sigma_0 + \Delta \sigma_e. \end{aligned} \quad (72)$$

Если $f(\sigma_e, k_0) \leq FTOL$ то приращение напряжений сопровождается полностью упругими деформациями и величина $\sigma_1 = \sigma_e$, а $k_1 = k_0$, переходим к шагу 16 и выходим из подпрограммы. Если условие не удовлетворяется переходим к шагу 3.

- 3 Если $f(\sigma_0, k_0) < -FTOL$ и $f(\sigma_e, k_0) > FTOL$ то в этом случае в точке интегрирования (точка вычисления напряженного состояния) происходит переход от упругого к пластическому характеру деформирования. Определяется часть от приращения деформаций $\Delta \varepsilon$ которая соответствует только упругим деформациям.

Для этого необходимо определить показатель α воспользовавшись методикой (метод нахождения пересечения Pegasus) и перейти к шагу 5.

- 4 Если $f(\sigma_0, k_0) \leq FTOL$ и $f(\sigma_e, k_0) > FTOL$ то в этом случае в точке интегрирования может выполняться условие упругопластической разгрузки и необходимо проверить следующие условие

$$\cos \theta = \frac{a^T \Delta \sigma_e}{\|a\|_2 \|\Delta \sigma_e\|_2}. \quad (73)$$

где a рассчитывается при напряжении σ_0 .

- a. Если $\cos \theta \geq -LTOL$ тогда изменение напряженного состояния сопровождается только пластическими деформациями и показатель α приравняется $\alpha = 0$.
- b. Если условие не выполняется, то изменение напряженного состояния приводит к упругой разгрузке, за которой следует пластическое течение. Вычисляется часть от полного приращения деформаций $\Delta \epsilon$ которая соответствует только приращению упругих деформаций. Для этого необходимо определить показатель α воспользовавшись методикой (метод нахождения пересечения Pegasus), представленной в разделе 0.
- c. Иначе, напряженное состояние не допустимо так как расположено за пределами поверхности пластического течения
- 5 Обновляем напряженное состояние, так чтобы оно соответствовало моменту пересечения траектории нагружения с поверхностью пластического течения

$$\sigma_0 \leftarrow \sigma_0 + \alpha \Delta \sigma_e. \quad (74)$$

Затем вычисляем величину приращения напряжений, соответствующих пластическим деформациям согласно следующей формуле

$$\Delta \sigma_e \leftarrow (1 - \alpha) \Delta \sigma_e. \quad (75)$$

- 6 Примем, что $T = 0$, а $\Delta T = 1$.
- 7 Пока $T < 1$, выполняются шаги с 8 по 15.
- 8 Вычисляем приращение напряжений $\Delta \sigma_i$ и приращение показателя упрочнения Δk_i для i от 1 до 2 используя следующие выражения

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_i &= \Delta T \Delta \sigma_e - \Delta \lambda_i D_e b_i; \\ \Delta k_i &= \Delta \lambda_i B_i, \end{aligned}$$

где

$$\Delta \lambda_i = \max \left\{ \frac{\Delta T a_i^T \Delta \sigma_e}{A_i + a_i^T D_e b_i}, 0 \right\};$$

$$B_i = -\frac{A_i}{\frac{\partial f}{\partial k}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{3}} b_i^T M b_i & \text{деформационное упрочнение} \\ \sigma_i^T b_i & \text{work hardening} \end{cases} \quad (76)$$

$$A_i = -\frac{\partial f}{\partial k} B_i;$$

$$a_i = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_i;$$

$$b_i = \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)_i;$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

значения определяются при $\tilde{\sigma}_i$ и \tilde{k}_i , где

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_1 &= \sigma_T; \\ \tilde{\sigma}_2 &= \sigma_T + \Delta\sigma_1; \\ \tilde{k}_1 &= k_T; \\ \tilde{k}_2 &= k_T + \Delta k_1. \end{aligned} \quad (77)$$

- 9 Вычисляем новое напряженное состояние и значение параметра упрочнения и сохраняем их во временной переменной

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{T+\Delta T} &= \sigma_T + \frac{1}{2}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2); \\ \tilde{k}_{T+\Delta T} &= k_T + \frac{1}{2}(\Delta k_1 + \Delta k_2). \end{aligned} \quad (78)$$

- 10 Определяем относительную ошибку вычислений на данном подшаге из выражения

$$R_{T+\Delta T} = \max \left\{ \frac{\|\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_1\|}{2\|\tilde{\sigma}_{T+\Delta T}\|}, \frac{|\Delta k_2 - \Delta k_1|}{2\tilde{k}_{T+\Delta T}}, EPS \right\} \quad (79)$$

где EPS постоянная величина, характеризующая точность машинного вычисления, минимальная величина ошибка, которая может быть вычислена.

- 11 Если $R_{T+\Delta T} > STOL$ то решения на данном подшаге не найдено и меньший по величине шаг приращения “псевдо времени” необходимо найти методом экстраполяции. Для этого сначала рассчитаем показатель q

$$q = \max \left\{ 0.9 \sqrt{\frac{STOL}{R_{T+\Delta T}}}, 0.1 \right\}, \quad (80)$$

и установить приращение “псевдо времени” равного величиной

$$\Delta T \leftarrow \max\{q\Delta T, \Delta T_{min}\},$$

и вернуться к шагу 8.

- 12 Если $R_{T+\Delta T} \leq STOL$ то решение на данном подшаге найдено. Обновляем напряжения и параметр упрочнения согласно следующим выражениям

$$\begin{aligned} \sigma_{T+\Delta T} &= \tilde{\sigma}_{T+\Delta T}; \\ k_{T+\Delta T} &= \tilde{k}_{T+\Delta T}. \end{aligned} \quad (81)$$

- 13 Если условие $|f(\sigma_{T+\Delta T}, k_{T+\Delta T})| > FTOL$ удовлетворяется, то необходимо произвести корректировку напряженного состояния $\sigma_{T+\Delta T}$ и параметра упрочнения $k_{T+\Delta T}$ для возврата их на поверхность пластического течения с помощью алгоритма представленного в разделе 0.

- 14 Выполняем экстраполяцию для того, чтобы получить величину приращения следующего подшага

$$q = \min \left\{ 0.9 \sqrt{\frac{STOL}{R_{T+\Delta T}}}, 1.1 \right\}. \quad (82)$$

Если на предыдущем шаге решение найдено не было, ограничиваем рост величины приращения шага следующим условием

$$q = \min\{q, 1\}.$$

Вычисляем величину нового шага и обновляем значение “псевдо времени”

$$\Delta T \leftarrow q\Delta T;$$

$$T \leftarrow T + \Delta T.$$

- 15 Удовлетворяемся, что величина следующего шага не меньше минимально шага приращения и проверяем что процесс интегрирования не выходит за пределы граничного значения “фиктивного времени” $T = 1$

$$\Delta T \leftarrow \max\{\Delta T, \Delta T_{\min}\};$$

и затем проверяем

(83)

$$\Delta T \leftarrow \min\{\Delta T, 1 - T\}.$$

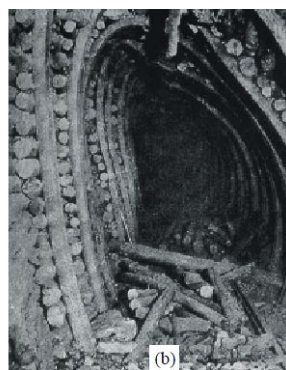
- 16 При достижении “фиктивным времени” величины $T = 1$ осуществляем выход из подпрограммы со значением напряженного состояния σ_1 и параметром упрочнения k_1 .

В рамках практического занятия необходимо выполнить численную реализацию модели Друкера-Прагера по представленному выше алгоритму и оценить скорость сходимости решения в зависимости от величины погрешности.

Раздел 2. Методы математического моделирования геомеханических процессов.

Тема 2. Моделирование нелинейных процессов в породном массиве при освоении подземного пространства

Развитие подземного пространства всегда сопровождается изменением напряженно-деформированного состояния породного массива. Если в отдельных случаях можно говорить о том, что породный массив работает как линейная среда и к ней применимы линейные методы анализа, то в общем случае это не так. Развитие нелинейных процессов в породном массиве (рисунок 3) определяет требования к методам математического моделирования геомеханических процессов, которые необходимы для решения поставленных задач.



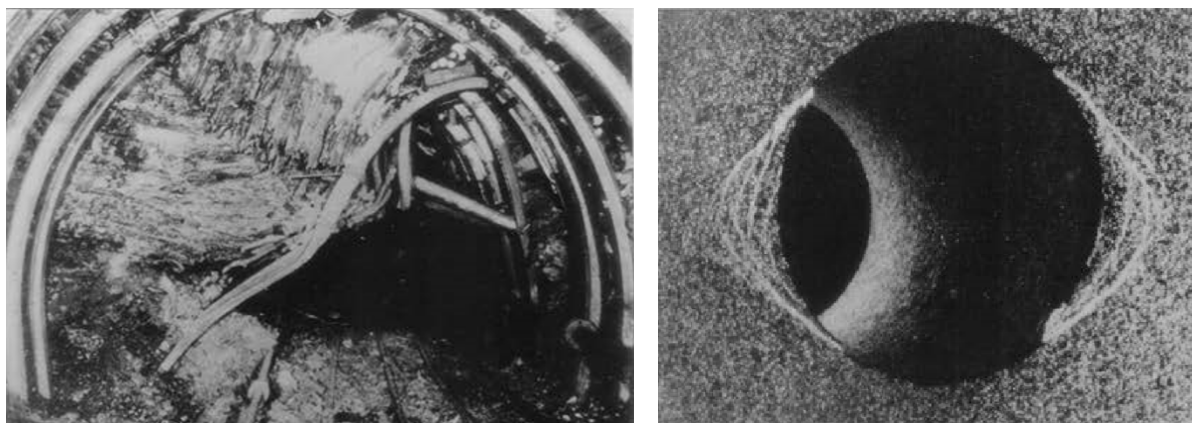


Рисунок 3 – Примеры развития нелинейных процессов при разработке подземного пространства

Какой научный вклад можно внести для решения сложных задач геомеханики:

- развитие фундаментальных основ механики горных пород и геомеханики;
- обобщение экспериментальных знаний и выявление закономерностей о развитии геомеханических процессов в природной системе;
- совершенствование методов прогнозирования сложных геомеханических процессов:
 - современные направления развития численной геомеханики и методов расчета конструкций подземных сооружений;
 - тенденции в области разработки моделей деформирования геоматериалов.

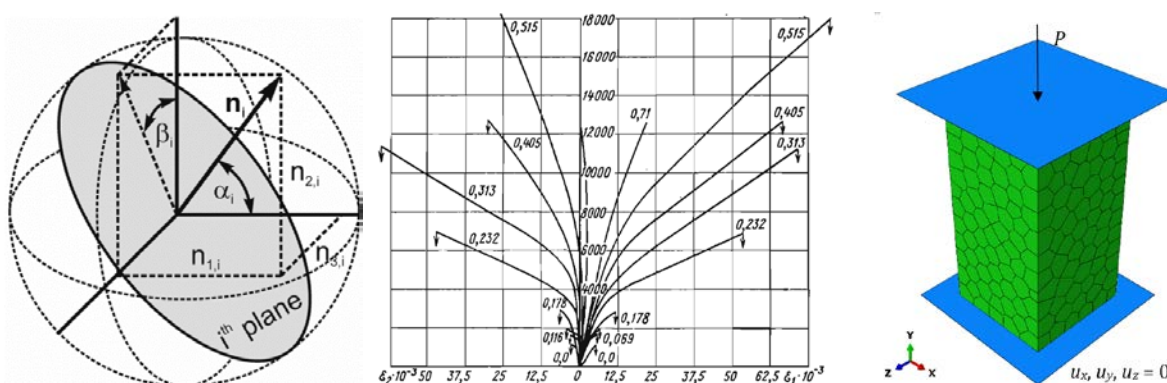


Рисунок 4 - Совершенствование методов прогнозирования сложных геомеханических процессов

Что уже сделано в направлении развития прогноза геомеханических процессов в породных массивах:

- до 1930 методы прогнозирования в основном базировались на опыте и меньше на теоретических знаниях
- период с 1930 по 1960 ознаменован развитием точных аналитических решений задач геомеханики, хотя и в весьма упрощенной постановке
- в период с 1960 по 1990 происходит становление численных методов анализа, среди которых выделялись методы, основанные на теории предельного равновесия и предельного состояния, а также первые попытки решения задач методами МКЭ и МКР
- период с 1990 по настоящее время – период, который можно ассоциировать с развитием и внедрением в инженерную практику программных решений, реализующих методы решения дифференциальных уравнений в частных производных, а также повышении сложности решаемых задач.

Направления повышения достоверности прогноза геомеханических процессов при выполнении численных расчетов (рисунок 5):

- увеличение масштабов и детализации численных моделей;

- совершенствование геомеханических моделей геоматериалов;
- создание мультидисциплинарных численных моделей;
- адаптация современных методов численного моделирования для решения задач геомеханики;
- описание механического взаимодействия на микроструктурном уровне;
- применение оптимизационных методов для решения задач геомеханики.

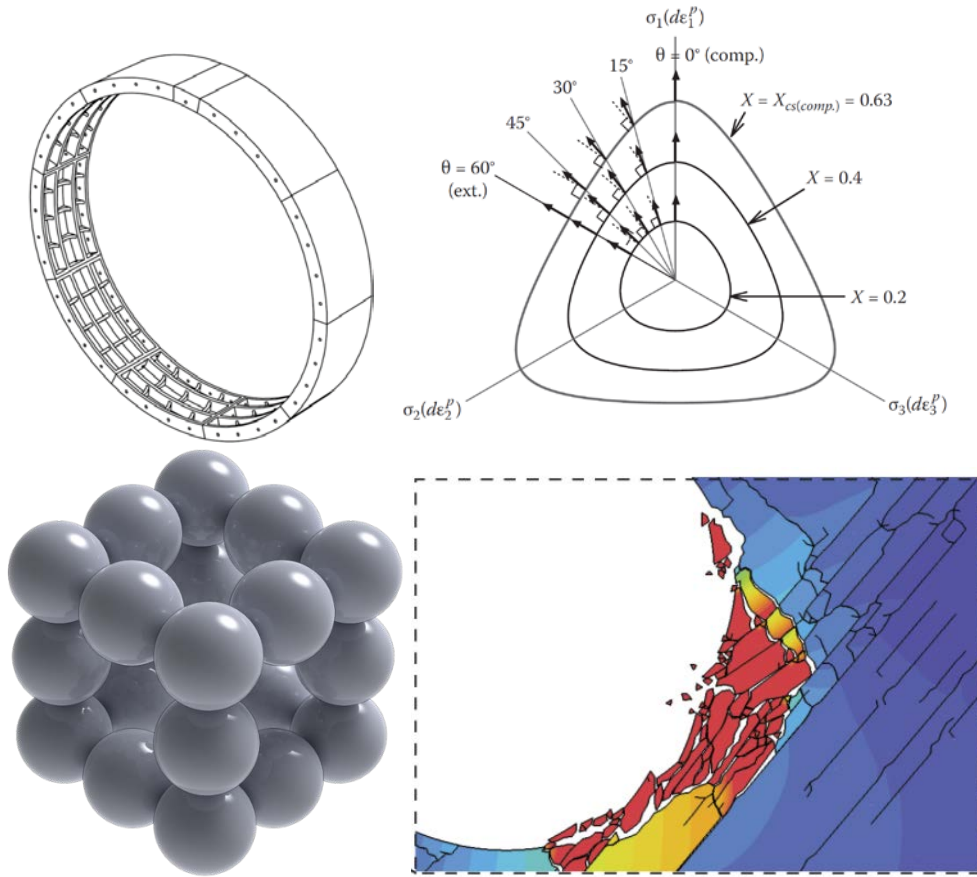


Рисунок 5 - Направления повышения достоверности прогноза геомеханических процессов при выполнении численных расчетов

Развитие моделей прогноза геомеханических процессов с позиции увеличения масштабности представлено на рисунке ниже (рисунок б).

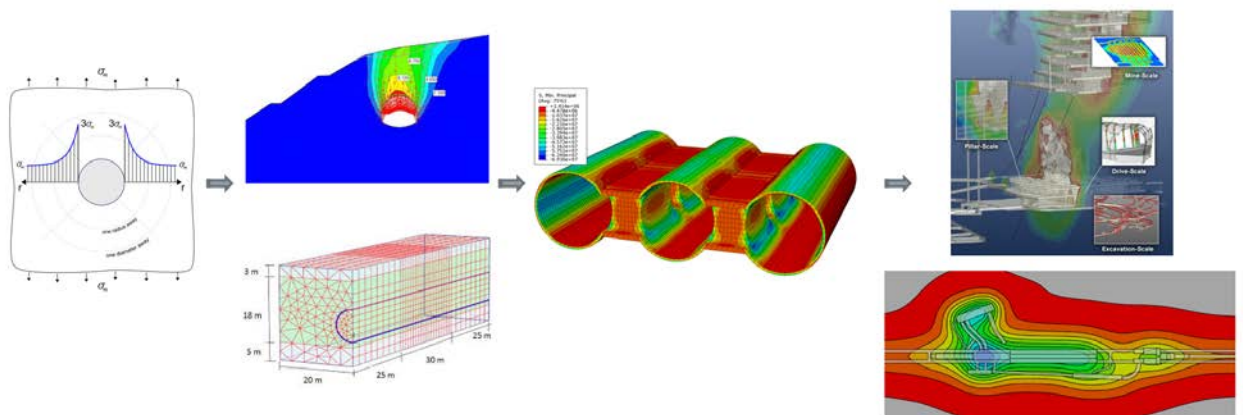


Рисунок 6 - Масштаб и детализации моделей на различных стадиях развития численных методов анализа

Методы математического моделирования развития геомеханических процессов при освоении подземного пространства (рисунок 7):

- традиционные методы:

- метод конечных элементов;
- метод конечных разностей;
- метод граничных интегральных уравнений;

Методы для решения нетиповых задач геомеханики:

- связный Лагранж-Эйлеровый метод (CEL);
- гидродинамика сглаженных частиц (SPH);
- бессеточный метод Галеркина (EFG / EFGM);
- метод дискретных элементов (DEM);
- метод конечно-дискретных элементов (FDEM);
- перидинамика (PD);
- и др.

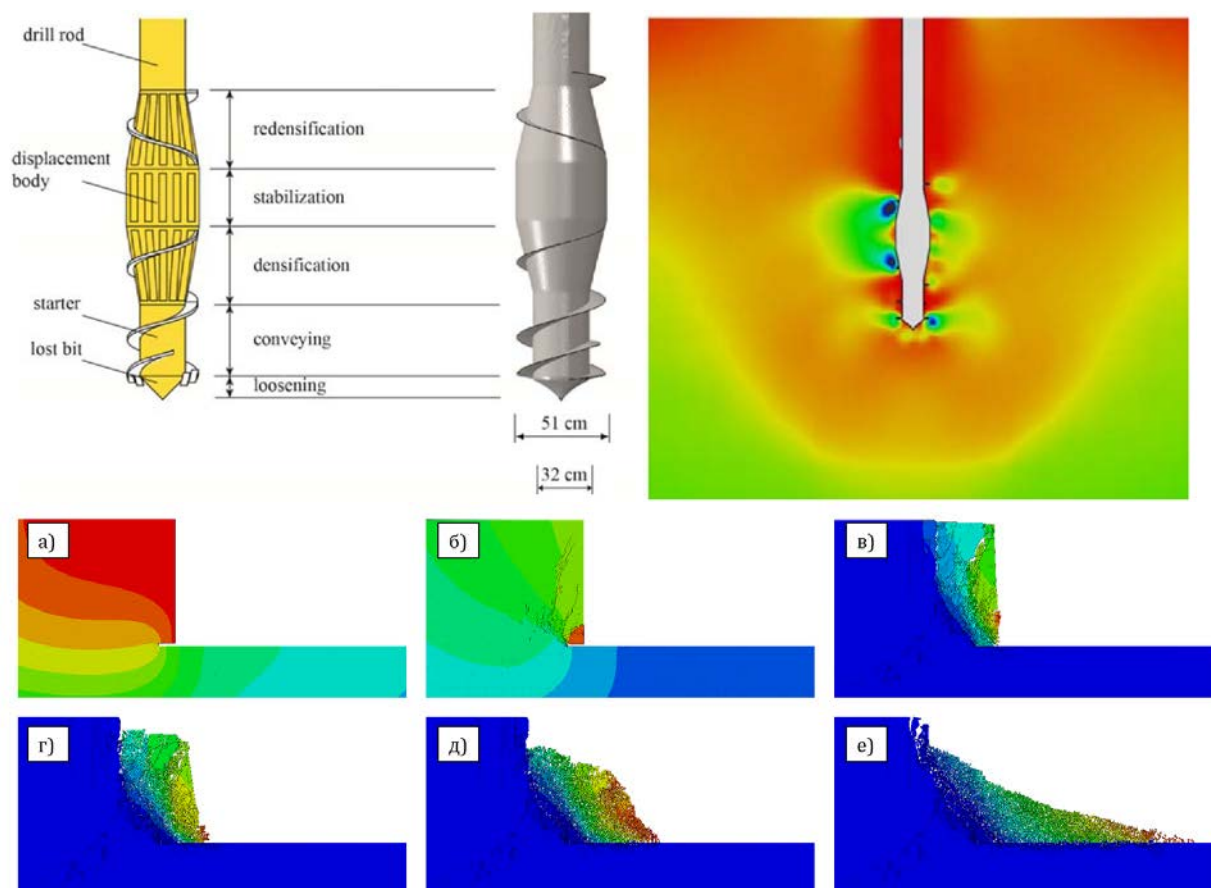


Рисунок 7 – Примеры решения нетиповых задач геомеханики

Современные модели геоматериалов оказывают существенное влияние на достоверность прогноза геомеханических процессов при освоении подземного пространства. Выделяют несколько стадий развития моделей деформирования геоматериалов (рисунок 8), каждая из которых представляет определенный этап с точки зрения достоверности прогноза тех или иных геомеханических процессов.

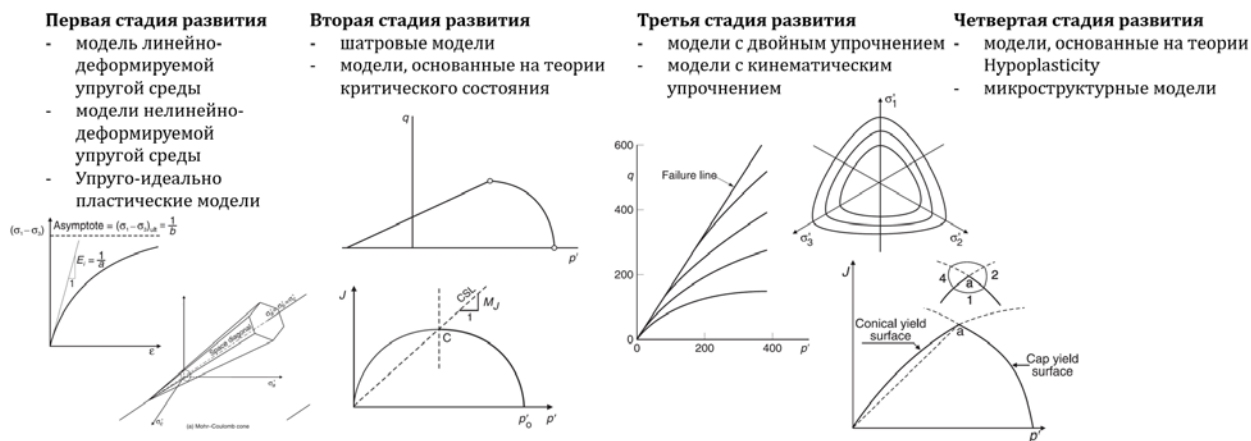


Рисунок 8 – Стадия развития моделей деформирования геоматериалов

К отдельной категории моделей деформирования геоматериалов можно отнести модели, которые основаны на микро/макро структурном подходе к описанию процессов развития механических процессов в этих средах (рисунок 9).

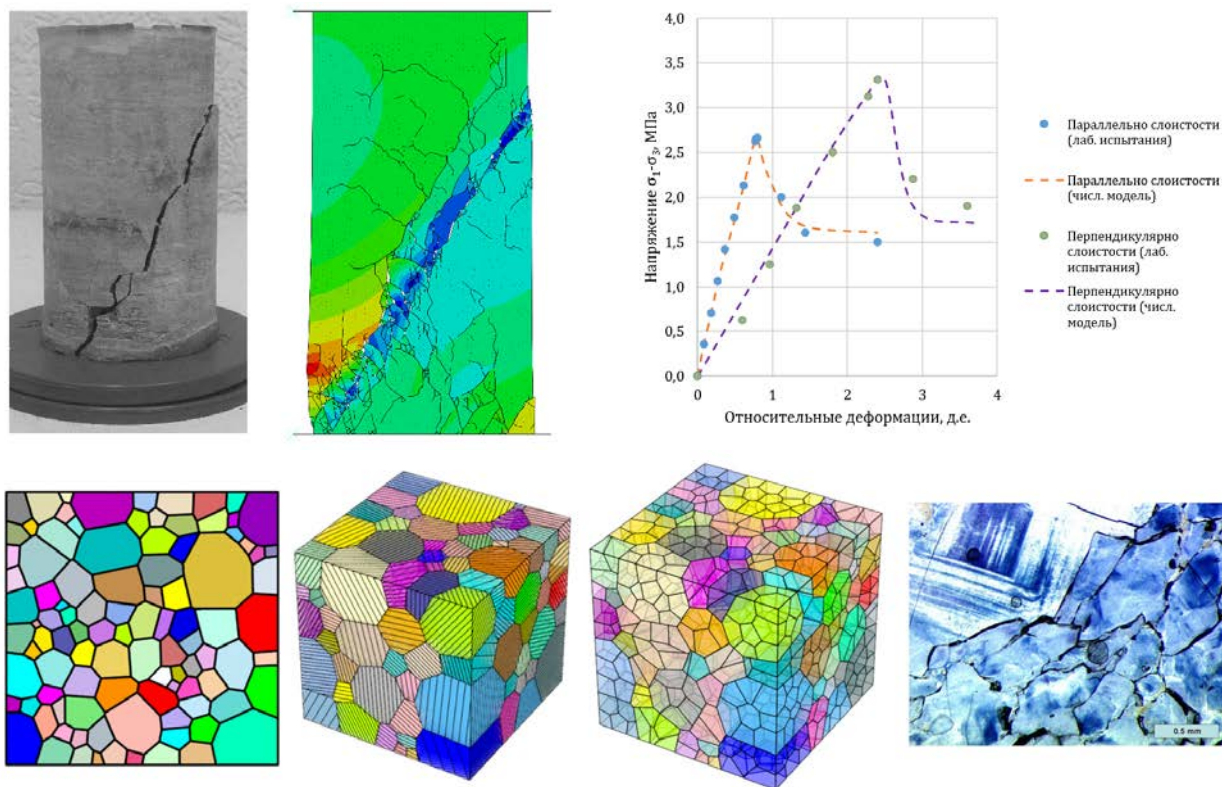


Рисунок 9 – Модели микро/макро структурного деформирования геоматериалов

В рамках практической работы необходимо получить опыт использования численных методов анализа для решения нетиповых задач геомеханики, а также изучить вопросы использования современных моделей деформирования геоматериалов для повышения достоверности прогноза напряженно-деформированного состояния пород на уровне элементарных объемов.

4. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Протосеня А.Г. Геомеханика массивов и устойчивость подготовительных выработок [текст]/ Протосеня А.Г., Жихарев С.Я., Долгий И.Е. – СПб.: Международная академия наук экологии, безопасности человека и природы (МАНЭБ). – 2004. – 240 с.
2. Протосеня А.Г. Геомеханика [Текст] : учеб. Пособие / А.Г. Протосеня. – СПб. : ЛЕМА, 2017. – 117 с. – Библиогр.: с. 116 (9 назв.). – ISBN 978-5-00101-163-3 : 50.00 р.
3. Протосеня А.Г. Механика подземных сооружений [Текст] : учеб. Пособие / А.Г. Протосеня, М.А. Карасев – СПб. : Горн. Ун-т, 2013. – 113 с. – Библиогр.: с. 111 (14 назв.). – ISBN 978-5-94211-648-4 : 39.00 р.
4. Ставрогин А.Н. [текст]: Пластичность горных пород — М.: Недра, 1979 г.
5. Механика подземных сооружений. Пространственные модели и мониторинг [текст]/ Протосеня А.Г., Огородников Ю.Н., Деменков П.А., Карасев М.А. [и др.] — СПб.: СПГГУ-МНЭБ. – 2011. – 355с. сил.
6. Ставрогин А.Н. Экспериментальная физика и механика горных пород [текст]/ Ставрогин А.Н., Тарасов Б.Г. – СПб.: Наука. — 2001. – 343 с.:288 ил.
7. Ставрогин А.Н. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах [текст]/ Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. – М.: Недра. – 1985. – 271 с.
8. Ставрогин А.Н. Механика деформирования и разрушение горных пород [текст]/ Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. – М.: Недра – 1992. – 224с.: ил.
9. Трушко В.Л. Геомеханика массивов и динамика глубоких рудников [текст]/ В.Л. Трушко, А.Г. Протосеня, П.Ф. Матвеев, Х.М. Совмен – СПб.: Санкт-Петербургский горный институт. – 2000. – 396с.
10. Боровков, Ю. А. Геомеханика : учебник / Ю. А. Боровков. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 356 с. — ISBN 978-5-8114-4124-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/133896>.
11. Мартьянов, В. Л. Геомеханика. Управление состоянием массива горных пород при открытой геотехнологии : учебное пособие / В. Л. Мартьянов, О. И. Литвин, С. О. Марков. — Кемерово : КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2019. — 260 с. — ISBN 978-5-00137-112-0. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/145126>.
12. Кириченко, Ю. В. Геомеханика: инженерно-геологическое обеспечение управления состоянием массивов горных пород : учебное пособие / Ю. В. Кириченко, В. В. Ческидов, С. А. Пуневский. — Москва : МИСИС, 2017. — 90 с. — ISBN 978-5-906846-37-2. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/105287>
13. Зерцалов, М. Г. Геомеханика : учебно-методическое пособие / М. Г. Зерцалов, И. Н. Хохлов. — Москва : МИСИ – МГСУ, 2022. — 108 с. — ISBN 978-5-7264-3033-1. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/262346>.
14. Геомеханическое обоснование подземных горных работ : учебник / Б. Д. Терентьев, В. В. Мельник, Н. И. Абрамкин, К. С. Коликов. - Москва : Изд. Дом НИТУ «МИСиС», 2019. - 279 с. - ISBN 978-5-906953-01-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1222608> (дата обращения: 14.12.2022).
15. Норель, Б. К. Энергетические и временные характеристики предельного состояния горных пород : монография / Норель Б. К., Петров Ю. В., Селютина Н.

С. - 2-е изд. — Санкт-Петербург : Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2019. — 132 с. - ISBN 978-5-288-05918-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1054134>.

16. Вознесенский, А. С. Моделирование физических процессов в горном деле : компьютерное моделирование : практикум / А. С. Вознесенский, М. Н. Красилов, Я. О. Куткин. - Москва : Изд. Дом НИТУ «МИСиС», 2018. - 97 с. - ISBN 978-5-906953-08-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1221429>.

Дополнительная:

1. Pietruszczak S. Fundamentals of Plasticity in Geomechanics. CRC Press, 1st edition, 2020, p. 206.
2. Mogi K. Experimental Rock Mechanics (Geomechanics Research Series). CRC Press, 1st edition, 2019, p. 361.
3. Kwasniewski M., Li X., Takahashi M. True Triaxial Testing of Rocks (Geomechanics Research Series), CRC Press; 1st edition, 2017, p. 384.
4. Rock Mass Response to Mining Activities (Geomechanics Research). CRC Press; 1st edition, 2021, p. 192.
5. Morita N. Finite Element Programming in Non-linear Geomechanics and Transient Flow. Gulf Professional Publishing, 2021, p. 525.
6. Pande G.N., Pietruszczak S., et al. Numerical Models in Geomechanics. CRC Press; 1st edition, 2020, p. 661.
7. Saxena K.R. Distinct Element Modelling in Geomechanics. Routledge; 1st edition, 2018, p. 234.
8. Mašin D. Modelling of Soil Behaviour with Hypoplasticity: Another Approach to Soil Constitutive Modelling (Springer Series in Geomechanics and Geoengineering). Springer; 1st ed. 2019, p. 303.
9. Frossard E. Granular Geomaterials Dissipative Mechanics: Theory and Applications in Civil Engineering. Wiley-ISTE; 1st edition, p. 309.
10. Aydan Ö. Rock Mechanics and Rock Engineering. CRC Press; 1st edition, 2022.
11. Xia-Ting Feng. Rock Mechanics and Engineering. Volume 1-5. CRC Press; 1st edition, 2017, p. 760.
12. Nakai T. Constitutive modeling of geomaterials. Principles and applications. CRS press, 2013, p. 337.
13. Potts D., Zdravkovic L. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering. Theory. Thomas Telford, 2001, p. 440.
14. Potts D., Zdravkovic L. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering. Application. Thomas Telford, 2001, p. 427.
15. Wood D.M. Geotechnical modelling. 2002.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что изучает геомеханика?
2. В чем задача дисциплины геомеханика?
3. Что понимается под термином механические свойства?
4. Какие виды испытаний вы знаете?
5. От чего зависит надежность определения показателей механических свойств пород?
6. Назовите основные показатели прочностных свойств?

7. Зачем выполняется определение длительной прочности пород?
8. Что из себя представляет полная диаграмма деформирования горной породы?
9. Чем отличается пластичный характер разрушения от хрупкого?
10. Как оказывает влияние всестороннее обжатие породы на ее характер ее деформирования?
11. Что понимается под анизотропией механических свойств пород?
12. Назовите наиболее известный метод оценки влияния трещиноватости на деформационные свойства пород?
13. Какие виды моделирования используются при изучении развития геомеханических процессов?
14. В чем преимущество математического моделирования?
15. Каким образом идеализируют породный массив при геомеханическом моделировании.
16. Какие методы математического моделирования используются для прогноза геомеханических процессов?
17. Как называется закон, который связывает напряжения и деформации для упругих сред?
18. Какие особенности присущи упругопластическим моделям поведения среды?
19. В чем особенности неоднородной упругопластической модели горных пород?
20. Каким образом отделяется упругая стадия деформирования от пластической?
21. На основании какой теории выполняется разработка уравнений связи напряжений и деформаций пород, подчиняющихся упругопластическому характеру деформирования?
22. Что из себя представляет горная порода в зоне разрушения?
23. Что понимается под радиусом разрушения?
24. Какой процесс сопровождает разрушение породы?
25. Как ведет себя горная порода за пределами зоны разрушения?
26. Что понимается под термином “ползучесть”?
27. Какие стадии ползучести среды можно выделить?
28. Назовите основные этапы развития деформаций в окрестности породного обнажения при рассмотрении среды как вязкопластической.
29. Что понимается под термином “устойчивость” породного обнажения?
30. Какие критерии оценки устойчивости породного обнажения существуют?
31. Каким образом выполняется оценка устойчивости породного обнажения на основании прочностного критерия?
32. Каким образом выполняется оценка устойчивости породного обнажения на основании деформационного критерия?
33. Каким образом выполняется оценка устойчивости породного обнажения на основании бального критерия?
34. Назовите наиболее известный прочностной критерий оценки устойчивости породного обнажения?