


ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ


Руководитель программы
аспирантуры
профессор А.Г. Протосеня

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

МЕТОДОЛОГИЯ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОМЕХАНИКИ

Подготовка научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Область науки:	2. Технические науки
Группа научных специальностей:	2.8. Недропользование и горные науки
Научная специальность:	2.8.6. Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика
Отрасли науки:	Технические
Форма освоения программы аспирантуры:	Очная
Срок освоения программы аспирантуры:	4 года
Составитель:	д.т.н., проф. А.Г. Протосеня

Санкт-Петербург

1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Напряжение в твердом деформируемом теле – это интенсивность действующих в твердом теле внутренних сил.

Напряженное состояние твердого деформируемого тела – это полное описание напряжений в пределах рассматриваемого объема твердого тела, формирующихся в нем в результате внешнего физического воздействия.

Деформация в твердом деформируемом теле – это взаимное перемещение точек твердого деформируемого тела друг относительно друга в результате внешнего физического воздействия.

Деформированное состояние твердого деформируемого тела – это полное описание деформаций в пределах рассматриваемого объема твердого тела, формирующихся в нем в результате внешнего физического воздействия.

Напряженно-деформированное состояние твердого деформируемого тела – это совокупность полного описания напряжений и соответствующих им деформаций в пределах рассматриваемого объема твердого тела, формирующихся в нем в результате внешнего физического воздействия

Напряжения и деформации в твердом деформируемом теле принято рассматривать в привязке к плоским сечениям этого тела, называемым площадками. Площадка – это произвольное плоское сечение, проведенное через твердое деформируемое тело.

Напряженное и деформированное состояние твердого деформируемого тела в механике сплошных сред принято рассматривать как совокупность напряженного состояния точек, расположенных внутри объема, занимаемого телом. В этом случае вследствие выполнения условия сплошности (континуальности) среды предполагается, что функции распределения напряжений и деформаций для точек внутри рассматриваемого объема твердого деформируемого тела являются непрерывными и не имеют разрывов.

Через каждую точку твердого деформируемого тела можно провести неограниченное количество площадок. Знать напряженное или деформированное состояние в точке твердого деформируемого тела – это значит знать напряжения или деформации в каждой из таких площадок. Знать напряженное или деформированное состояния твердого деформируемого тела – это значит знать величины напряжений и деформаций во всех площадках, проходящих через все точки в пределах рассматриваемого объема твердого деформируемого тела.

Полным напряжением в точке твердого деформируемого тела называется предел отношения равнодействующей внутренних сил к площади площадки, проходящей через точку, при условии стягивания этой площадки в точку.

В механике принято выполнять разложение полных напряжений на две компоненты – нормальные и касательные напряжения.

Нормальным напряжением в точке твердого деформируемого тела называется предел отношения нормальной проекции равнодействующей внутренних сил к площади площадки, проходящей через точку, при условии стягивания этой площадки в точку. Очевидно, что нормальное напряжение всегда ориентировано по нормали к площадке, в которой оно действует. Знак нормального напряжения определяет характер его действия – растяжение или сжатие. В геомеханике принято считать положительными напряжения сжатия, а отрицательными – растяжения.

Касательным напряжением в точке твердого деформируемого тела называется предел отношения проекции равнодействующей внутренних сил на касательную ось, лежащую в плоскости площадки, к площади площадки, проходящей через точку, при условии стягивания этой площадки в точку. Касательное напряжение действует в плоскости площадки в направлении касательной оси. Знак касательного напряжения определяет направление угловой деформации, которая им вызывается.

Напряженное состояние в точке твердого деформируемого тела – это совокупность полных напряжений, действующих в площадках, проходящих через точку твердого деформируемого тела.

Для однозначного задания напряженного состояния в точке твердого деформируемого тела достаточно знать полные напряжения (или результаты их разложения на нормальные и касательные напряжения) в любых трех взаимно перпендикулярных площадках, проходящих через точку.

Полные деформации в точке твердого деформируемого тела, полностью характеризующие ее перемещения в пределах рассматриваемого объема твердого деформируемого тела, принято разделять на две компоненты – линейные и угловые.

Относительные линейные деформации – это деформации, характеризующие изменение расстояния между двумя произвольными бесконечно близко расположенными точками твердого деформируемого тела в результате внешнего физического воздействия. Прямая, проведенная едугу этими точками, определяет направление линейной деформации. В твердых деформируемых телах линейные деформации определяют изменение линейных размеров тела при деформировании, что в общем случае вызывает изменение объема тела и его формы. Линейные деформации вызываются действием нормальных напряжений. В геомеханике принято положительными считать деформации сжатия, а отрицательными – растяжения.

Угловые деформации – это деформации, характеризующие изменение угла между тремя произвольными бесконечно близко расположенными точками твердого деформируемого тела в результате внешнего физического воздействия. Три точки, между которыми измеряется угол однозначно задают плоскость, сечение которой твердого деформируемого тела является площадкой, поэтому угловые деформации возникают в площадках. В твердых деформируемых телах угловые деформации характеризуют искажение формы тела при его деформировании. Угловые деформации вызываются действием касательных напряжений.

Деформированное состояние в точке твердого деформируемого тела – это совокупность линейных деформаций, возникающих по всем направлениям, и угловых деформаций, возникающих во всех площадках, которые проходят через точку твердого деформируемого тела.

Для однозначного описания деформированного состояния в точке твердого деформируемого тела достаточно знать линейные деформации, возникающие по любым трем взаимно перпендикулярным направлениям, проходящим через точку твердого деформируемого тела, и величины угловых деформаций, возникающих в трех взаимно перпендикулярных площадках, заданными этими направлениями.

Напряженное и деформированное состояния в точке твердого деформируемого тела принято описывать с помощью тензора (соответственно, тензора напряжений и тензора деформаций). Тензор напряжений (деформаций) – это многомерный вектор, который записывается в виде квадратной матрицы с размерами 3×3 , содержащей в себе результаты разложения компонент напряжений (деформаций) на любых трех взаимно перпендикулярных площадках.

Одно и то же напряженное и деформированное состояния в точке твердого деформируемого тела можно описать множеством различных тензоров напряжений и деформаций, выполняя разложение компонент напряжений и деформаций на разных взаимно перпендикулярных площадках, каждые из которых соответствуют задаваемой ими пространственной системе координат. Среди всего этого множества вариантов всегда будет существовать и причем только один такой вариант ориентации площадок, что для него величины касательных напряжений или угловых деформаций, действующих в площадках, будут нулевыми. Такие площадки, также как и задаваемую ими систему координат и ее оси, принято называть главными. Действующие в главных площадках нормальные напряжения

называются **главными напряжениями**. Возникающие в направлении главных осей деформации называются **главными деформациями**.

Напряженные состояния в зависимости от количества ненулевых компонент главных напряжений принято разделять на три основных вида:

1. Трехосные (объемные) напряженные состояния;
2. Двухосные (плоские) напряженные состояния;
3. Одноосные напряженные состояния.

Напряжение при одноосном напряженном состоянии – это величина внутреннего усилия, приходящаяся на единицу площади площадки.

Диаграмма напряжений Мора – это графическая интерпретация напряженного состояния в точке твердого деформируемого тела.

Предельное напряженное состояние – это напряженное состояние твердого деформируемого тела, предшествующее его разрушению.

Предельная диаграмма Мора – это графическая интерпретация предельного напряженного состояния.

Прочность – это свойство горной породы воспринимать внешнее физическое воздействие без разрушения. Прочность горных пород, как и большинства строительных материалов, в значительной степени зависит не только от природных свойств, но и от вида напряженного состояния, для которого производится ее оценка. При прочих равных условиях прочность горных пород при одноосных напряженных состояниях меньше, чем прочность при плоских и объемных напряженных состояниях.

Предел прочности – это наибольшая величина напряжений, которую может выдержать образец из данного материала без разрушения.

2. ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ НАГРУЖЕНИЯ

1. Цель работы

Целью работы является получение студентами навыков определения механических свойств горных пород в лабораторных условиях; ознакомление со статистическими методами обработки и оценки полученных экспериментальных данных; изучение методов учета влияния трещиноватости массива на механические свойства горных пород.

2. Теоретические положения

Горные работы сопровождаются процессами деформирования и разрушения пород (потери несущей способности). Для правильного решения различных горнотехнических задач, выбора параметров крепи выработок, размеров целиков и других ответственных элементов систем разработки, инженеры должны иметь необходимую информацию о свойствах горных породах, слагающих массив.

Горные породы чрезвычайно разнообразны и обладают широким спектром различных свойств, среди которых в рамках данной работы можно выделить две отдельные группы – прочностные и деформационные свойства. К прочностным свойствам горных пород относятся пределы прочности на сжатие, на изгиб, на растяжение, на сдвиг (коэффициент сцепления); к деформационным – модуль Юнга (модуль деформаций), коэффициент Пуассона.

Для определения указанных свойств в лабораторных условиях используются образцы горных пород. Они могут иметь как строго определенную геометрическую форму (призматические, цилиндрические) с заданным соотношением высоты и ширины, так и произвольную форму (рисунок 1).

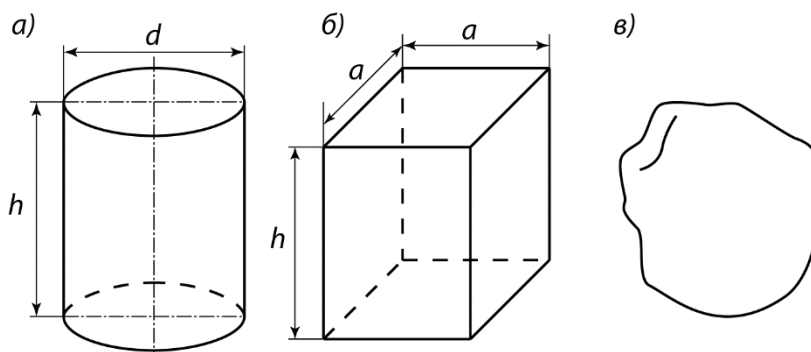


Рисунок 1 – Формы образцов для испытаний на определение механических свойств горных пород: а – цилиндрическая; б – призматическая; в – произвольная

Образцы изготовляют выбуриванием или выпиливанием на камнерезной машине из штуфов и кернов, их торцевые поверхности шлифуют на шлифовальном станке. В зависимости от формы образца методы определения свойств горных пород могут отличаться, однако наибольшая точность достигается при испытании образцов правильной формы.

Для определения указанных механических свойств горных пород используются гидравлические, механические или ручные прессы. Испытательные машины могут сильно отличаться размерами и конструкцией, но по существу все они представляют собой приспособления для приложения к образцам нагрузки, которую можно точно измерять (как и деформации образца).

Напряжение в образце вычисляется путем деления нагрузки, регистрируемой на каждой стадии испытаний по шкале динамометра, на площадь поперечного сечения образца. Сжатие образца под действием нагрузки (а следовательно, деформация материала) обычно измеряется с помощью экстензометра – чувствительного устройства, которое крепится к двум точкам образца.

Рассмотрим более подробно основные механические свойства горных пород:

Соотношение $\varepsilon = \delta / L$ называется *относительной деформацией* пружины и показывает, насколько в долях от первоначального размера изменилась длина пружины (здесь δ – величина сокращения пружины, м; L – первоначальная длина пружины, м).

При приложении к пружине силы F в ней возникают напряжения σ и деформации ε (изменение размеров и некоторых случаях – объема). Между возникающими в пружине напряжениями и деформациями существует прямая пропорциональная зависимость, называемая законом Гука (закон упругого деформирования):

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3)$$

где σ – действующие в пружине напряжения, Па; E – коэффициент жесткости пружины или *модуль Юнга*, Па; ε – деформации пружины. Из соотношения видно, что при приложении одной и той же нагрузки к пружинам с различной жесткостью E деформации той пружины будут меньше, у которой жесткость выше.

В первом приближении можно утверждать, что процессы, подобные рассмотренным на пружинах, действуют и в горных породах. При приложении силы к образцу горной породы происходит его сжатие, величина которого так же, как и в случае с пружинкой, определяется модулем Юнга (в большинстве случаев при испытаниях горных пород речь идет не о модуле Юнга, а о модуле общих деформаций, см. ниже).

Как указывалось выше, испытательное оборудование позволяет довольно просто измерить напряжения и деформации в образце, которые возникают по мере того, как мы увеличиваем нагрузку. Графическое изображение зависимости напряжений от деформаций называется *кривой деформирования*. Если материал подчиняется закону Гука, то кривая имеет вид, представленный на рис. 4 (стоит отметить, что горные породы деформируются по упругому закону только при очень малых напряжениях, при повышении же нагрузки закон деформирования становится совсем иным, о чем будет рассказано чуть ниже).

Из графика (рисунок 3) и выражения (3) видно, что тангенс угла наклона кривой деформирования $\operatorname{tg} \alpha = \sigma / \varepsilon = E$.

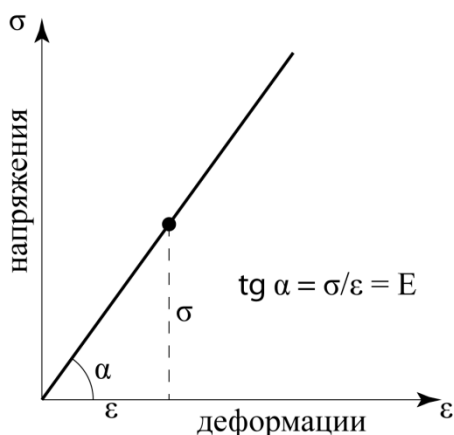


Рисунок 3 - Кривая деформирования горной породы

Тангенс угла наклона кривой деформирования является параметром материала, который называется *модулем Юнга* и обозначается E .

Ниже (рисунок 4) для сравнения представлены кривые деформирования различных материалов и горных пород (на начальном этапе деформирования). Видно, что при одном и том же уровне напряжений различные материалы деформируются по-разному. Чем круче угол наклона кривой (чем больше модуль Юнга E), тем жестче материал, которому она соответствует.

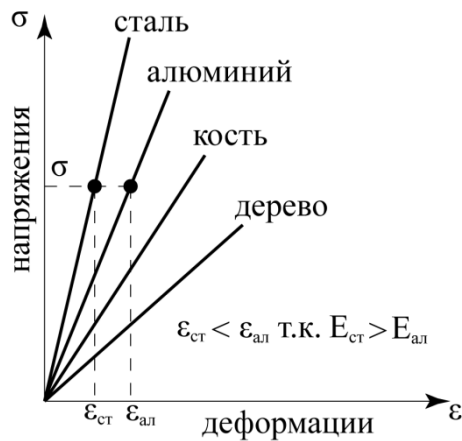


Рисунок 4 – Кривые деформирования различных материалов и горных пород

Широкий спектр свойств различных материалов определяет и существенные различия в их поведении при приложении нагрузок. Например, из графика видно, что при одинаковом уровне напряжений деформации стали меньше деформаций алюминия, что предопределяется ее большей жесткостью (большим модулем Юнга).

Однако, как упоминалось выше, при повышении напряжений закон деформирования горных пород начинает отличаться от упругого и прямая зависимость между напряжениями и деформациями нарушается. Не вдаваясь пока в подробности, почему так происходит, отметим, что в этом случае вместо модуля Юнга вводят понятие *модуля общих деформаций*. Отличие их заключается в том, что модуль Юнга учитывает деформации материала только в так называемой упругой зоне, в то время как модуль общих деформаций позволяет определить величину деформации за пределами зоны упругости. Аналогично модулю Юнга, модуль деформаций определяется как угол наклона кривой соединяющей начало координат и точку на кривой деформирования. Видно, что модуль деформаций может иметь множество значений в зависимости от того, какая точка на графике выбрана. Каждая точка на графике соответствует определенному напряженному состоянию образца и для каждой конкретной горно-геомеханической задачи эта точка (и соответственно значение модуля деформаций) выбирается исследователем самостоятельно, исходя из целей и задач исследования.

Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечных деформаций). Зачем же нам необходимо знать эти свойства горных пород? Попробуем на простом примере рассмотреть, как знание этих свойств позволит решить реальную практическую задачу. Представим себе подземное сооружение, которое построено на некоторой глубине от поверхности земли и горному инженеру поставлена задача определить, на сколько сместится контур выработки, и ее устойчивость. Как было показано выше модуль упругости позволяет нам определить, как и на сколько деформируется материал (меняет форму и объем) под нагрузкой. В качестве нагрузки в данном случае будут выступать напряжения, которые сформировались в горном массиве, (определение напряженно-деформированного состояния массива будет рассмотрено в работе 4-6). И теперь зная величину модуля упругости, которая предварительно была определена на образцах в лаборатории, и напряженное состояние массива, по закону Гука, можно найти величину деформации горного массива вокруг выработки и как следствие величину смещения контура выработки. Устойчивость выработки можно оценить, сравнив прочность горных пород, полученных по результатам лабораторных испытаний, с величиной напряжений вокруг выработки. Не вдаваясь в подробности (работа 2, 3) можно сказать, что выработка будет устойчивой, если величина напряжений не превысит прочности породы. Итого для решения простейшей задачи геомеханики нам необходимо как минимум знать, плотность горной породы, ее деформационные и прочностные характеристики.

В предыдущих параграфах были даны основные понятия о свойствах горных пород, без привязки их к горному массиву и рассматривались как изотропное не нарушенное тело.

Но горные породы не однородны по своей структуре, и их свойства сильно зависят от нарушенности горного массива, то есть его трещиноватости. Рассмотрим, как влияет трещиноватость на свойства пород в горном массива и почему при испытании образцов горных пород получаются характеристики отличные от их характеристик в массиве.

3. Порядок проведения работы

Испытания образцов и статистическая обработка результатов проводятся в соответствии с ГОСТ 21153.2-84 «Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии» [1].

Метод предназначен для определения характеристик горных пород применительно к расчетам и проектированию горных работ, оборудования, проведения исследовательских и сравнительных испытаний. Сущность метода заключается в измерении максимального значения разрушающего давления, приложенного к плоским торцам правильного образца через плоские стальные плиты.

Перед испытанием отбирают образец с размерами, соответствующими требованиям ГОСТа. Измеряют площадь поперечного сечения образца. Затем устанавливают образец между плитами пресса и прикладывают к нему нагрузку, наблюдая за показаниями динамометра. В момент разрушения образца показания динамометра заносят в журнал. Отнеся разрушающую нагрузку к площади поперечного сечения образца, находят значение предела прочности на сжатие. В целях снижения погрешности эксперимента и повышения надежности результатов проводят испытания на нескольких образцах (от 6 до 12 испытаний).

Данная работа позволяет ознакомиться с методикой отбора образцов для испытаний и обработкой результатов эксперимента.

Для испытания изготавливают цилиндрические или призматические (с квадратным поперечным сечением) образцы. Размеры образцов должны соответствовать приведенным в таблице 2.

Таблица 1 – Допустимые отклонения размеров образца горной породы

Параметр образца	Размеры, мм	
	предпочтительные	допускаемые
Диаметр (сторона квадрата) d	42±2	От 30 до 80 включ.
Отношение высоты образца к его диаметру h/d	От 1,0 до 2,0	От 0,7 до 2,0

Образцы одной выборки должны иметь одинаковые размеры. Допускаются отклонения расчетных значений диаметра d_i и высоты h_i каждого образца от их средних арифметических значений d_{cp} и h_{cp} по всем образцам выборки: $|d_{cp} - d_i| \leq 1$ и $|h_{cp} - h_i| \leq 2$ мм.

Значение предела прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж,i}$ для каждого i -го образца выборки вычисляют по формуле

$$\sigma_{сж,i} = k_B \cdot \frac{P}{S}, \quad (4)$$

где k_B – коэффициент высоты образца, равный 1 при отношении высоты к диаметру $m = 2$. При другом соотношении сторон m коэффициент k_B выбирается по таблице (таблица 2); P – разрушающая образец сила; S – площадь поперечного сечения образца.

$$S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}, \quad (5)$$

Таблица 2 – Зависимость коэффициента k_B от отношения высота образца к его диаметру m

m	0.70	0.80	0.90	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
k_B	0.68	0.72	0.76	0.80	0.86	0.90	0.94	0.97	1.00

Показатель m определяется как

$$m = \frac{h_{\text{обр}}}{d_{\text{обр}}}, \quad (6)$$

где $h_{\text{обр}}$ – высота образца; $d_{\text{обр}}$ – диаметр образца.

1.4 Обработку результатов испытаний n образцов породы производят в следующем порядке.

Вычисляют среднее арифметическое значение предела прочности при сжатии $\sigma_{\text{сж,ср}}$, среднее квадратическое отклонение Δ и коэффициент вариации V :

$$\bar{\sigma}_{\text{сж}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_{\text{сж}i}, \quad (7)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\sigma_{\text{сж}i} - \bar{\sigma}_{\text{сж}})^2}, \quad (8)$$

$$V = \frac{\Delta}{\bar{\sigma}_{\text{сж}}} \cdot 100, \quad (9)$$

На последнем этапе определяют надежность результатов и уточняют необходимое число образцов.

Согласно требованиям ГОСТ, количество образцов n при массовых испытаниях должно обеспечивать относительную погрешность результатов их испытаний ε не более 20 % при надежности α не ниже 80% и быть не менее 6.

Значение фактической надежности результатов испытания устанавливают по таблице 4 по заданному максимальному значению относительной погрешности, вычисленному значению коэффициента вариации V и числу испытанных образцов n .

Количество образцов при сравнительных испытаниях должно обеспечивать относительную погрешность результатов ε их испытаний не более 10 % при надежности не ниже 0,95 и быть не менее 10

Если определенное таким образом значение надежности меньше заданного, то испытывают дополнительное число образцов, которое устанавливают по таблице. После испытания обработку результатов повторяют для нового числа образцов.

Таблица 3 – Определение надежности испытаний

Значение соотношения ε/V	Надежность $\alpha, \%$, при числе образцов										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,4	33	44	52	58	63	66	70	74	76	79	81
0,6	45	59	68	75	80	84	87	89	91	92	94
0,8	54	71	79	85	90	92	94	96	96	98	98
1	61	77	86	91	94	96	97	98	99	99	99
1,2	66	82	90	94	96	98	99	99	100	100	100
1,4	70	86	93	96	98	99	99	100	100	100	100
1,6	73	89	95	98	99	99	100	100	100	100	100

4. Задание

1. Отобрать из привезенных с рудника образцов удовлетворяющие требованиям ГОСТа к размерам образцов.
2. Обработать результаты испытаний образцов.
3. Установить надежность проведения эксперимента и выяснить, требуется ли проведение дополнительных испытаний для удовлетворения предъявляемых ГОСТом требований к погрешности и надежности эксперимента.

5. Исходные данные

Типовые исходные данные для выполнения расчетно-графической работы сведены в табличный вид (таблица 4).

Таблица 4 – Типовые исходные данные для выполнения расчетно-графической работы

№ варианта	Диаметр образца $d_{обр}$, мм	Высота образца $h_{обр}$, мм	Значение продольной силы, разрушающей испытываемый образец, кН									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	42	80	10.4	8.5	9.4	11	9.6	8.5	10.3	9.6	9.8	9.9
2	48	96	8.2	9	10.1	9.2	8.8	9.6	11	10.3	9.3	9
3	40	68	9.5	8.9	10.1	10.4	10.5	9.5	9.8	10	9.1	9.5
4	44	80	10.2	9.1	8.5	7.4	9.2	8.9	8.5	9	9.3	9.5
5	46	70	8.5	7.6	8.5	8.2	9.1	7.8	8.5	9.5	8.9	9.4
6	50	88	10.4	8.5	9.4	11	9.6	8.5	10.3	9.6	9.8	9.9
7	52	100	8.2	9	10.1	9.2	8.8	9.6	11	10.3	9.3	9
8	54	94	9.5	8.9	10.1	10.4	10.5	9.5	9.8	10	9.1	9.5
9	44	76	10.2	9.1	8.5	7.4	9.2	8.9	8.5	9	9.3	9.5
10	46	80	8.5	7.6	8.5	8.2	9.1	7.8	8.5	9.5	8.9	9.4
11	48	90	10.4	8.5	9.4	11	9.6	8.5	10.3	9.6	9.8	9.9
12	44	74	8.2	9	10.1	9.2	8.8	9.6	11	10.3	9.3	9
13	42	68	9.5	8.9	10.1	10.4	10.5	9.5	9.8	10	9.1	9.5
14	46	70	10.2	9.1	8.5	7.4	9.2	8.9	8.5	9	9.3	9.5
15	40	60	8.5	7.6	8.5	8.2	9.1	7.8	8.5	9.5	8.9	9.4
16	38	68	10.4	8.5	9.4	11	9.6	8.5	10.3	9.6	9.8	9.9
17	46	80	8.2	9	10.1	9.2	8.8	9.6	11	10.3	9.3	9
18	46	74	9.5	8.9	10.1	10.4	10.5	9.5	9.8	10	9.1	9.5
19	50	80	10.2	9.1	8.5	7.4	9.2	8.9	8.5	9	9.3	9.5
20	52	86	8.5	7.6	8.5	8.2	9.1	7.8	8.5	9.5	8.9	9.4
21	54	90	10.4	8.5	9.4	11	9.6	8.5	10.3	9.6	9.8	9.9
22	44	78	8.2	9	10.1	9.2	8.8	9.6	11	10.3	9.3	9
23	46	80	9.5	8.9	10.1	10.4	10.5	9.5	9.8	10	9.1	9.5
24	48	82	10.2	9.1	8.5	7.4	9.2	8.9	8.5	9	9.3	9.5
25	50	90	8.5	7.6	8.5	8.2	9.1	7.8	8.5	9.5	8.9	9.4

3. УСТОЙЧИВОСТЬ ОБНАЖЕНИЯ И ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК ПРИ ДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

1. Цель работы

Целью работы является получение студентами знаний о методиках определения устойчивости выработанного пространства. Знать какие виды потери устойчивости существуют, причины проявления не устойчивого состояния массива вокруг выработки.

2. Теоретические положения

Строительство выработок и подземных сооружений (транспортные тоннели, хранилища углеводородов, буровые скважин и др.) осуществляется в массивах различной степени нарушенности и обводненности обладающих различными физико-механическими характеристиками (рисунок 5). Другими словами, устойчивость выработанного пространства зависит от многих факторов, которые должны быть учтены в расчетных методиках.

Под устойчивостью горных пород понимается их свойство образовывать устойчивые обнажения при проведении горных выработок. Устойчивым считается такое состояние обнаженного незакрепленного участка массива пород, при котором в течение необходимого по условиям производства периода времени не происходит обрушения или сползания пород, а смещения обнаженной поверхности или ее части не выходят за предельно допустимые пределы.

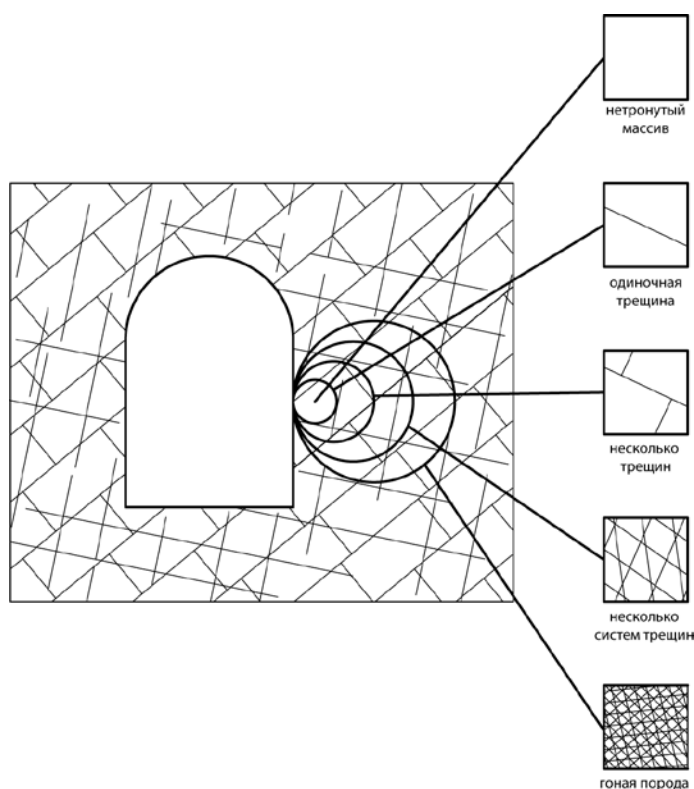


Рисунок 5 – Модели трещиноватого массива

Существует три основных формы потери устойчивости пород незакрепленных выработок:

- *Вывалообразование* в кровле и в боках выработки под действием собственного веса окружающих пород, который превышает сопротивление массива их отделению от массива;
- *Разрушение пород* в зонах концентрации напряжений, вызванных всем весом толщи;

- *Чрезмерное смещение* поверхности выработки без видимого разрушения пород. Образуется в пластичных породах.

Для оценки устойчивости пород в выработках применяют разные подходы и критерии. Основные из них можно разделить на четыре группы:

- прочностные (критерий – отношение величин напряжения и сопротивления в массиве у контура выработки);
- деформационные (критерий – прогнозируемые величины смещения пород на контуре в сравнении с нормативной величиной);
- временные (критерий – срок устойчивого состояния породного обнажения без крепи в сравнении с нормативным сроком;
- балльные (критерий – числовой показатель, отражающий сумму баллов по характеристикам трещиноватости массива пород и величину ее прочности или крепости).

Оценка устойчивости тоннелей по фактору вывалообразования (балльный критерий): склонность пород к вывалообразованию зависит от петрографического состава и прочности пород, а главным образом от макротекстуры массива, густоты и ориентировки трещин. Влияние глубины непосредственно на способность пород к вывалообразованию не сказывается, а проявляется лишь в той мере, в какой глубина влияет на свойства и нарушенность пород. Рассматривая причины и характер вывалообразования в горизонтальных горных тоннелях можно выделить следующие причины обрушения пород:

- обрушение слоистой кровли в результате расслаивания и разлома слоев;
- выпадение блоков пород из кровли с образованием куполов;
- обрушение слабых сыпучих пород;
- обрушение сильнотрещиноватых пород.

Оценке устойчивости пород по фактору вывалообразования посвящено работы ряда авторов (Терцаги, Бениявски, Бартона, Булычевы и др.). К наиболее проработанным эмпирическим расчетным методикам устойчивости выработанного пространства можно отнести следующие: RQD (Rock Quality Designation – оценка качества горной породы по выходу керна), теория горного давления Терцаги, и классификация устойчивости тоннелей основанная на этой теории и RMR (Rock Mass Rating System) предложенная Бениявски. Эти методики получили широкое распространение в прошлом, и в настоящего времени остаются инструментом позволяющим выполнить первичный анализ устойчивости выработки.

Оценку устойчивости скальных трещиноватых пород по их склонности к вывалообразованию можно выполнить по методике предложенной Н.С. Булычевым (таблица 2) [2]. Методика получила распространение при строительстве горных транспортных тоннелей. Устойчивость пород определяется величиной показателя S , определяемого по следующей формуле.

$$S = f \frac{K_m \cdot K_R \cdot K_W}{K_N \cdot K_t \cdot K_A \cdot K_\alpha}, \quad (10)$$

где f – коэффициент крепости пород по М.М. Протождяконову; K_m – коэффициент, характеризующий влияние нарушенности пород и определяемый в зависимости от модуля относительной трещиноватости $n = 2 \cdot b/l$, (b – ширина выработки; l – среднее расстояние между трещинами);

Таблица 5 – Коэффициент K_m , характеризующий влияние нарушенности пород

n	> 60	60 – 25	25 – 12	12 – 6	< 6
K_m	0.5 – 2.5	2.5 – 5.0	5.0 – 7.5	7.5 -9.0	9 – 10

K_N – коэффициент учитывающий влияние числа систем трещин: 0.5-1 – практически нетрещиноватые породы, скрытые поверхности ослабления, прерывистые трещины; 2 –

одна система трещин; 3 – одна система трещин и слоистость; 4 – две системы трещин; 6 – две системы трещин и слоистость; 9 – три системы трещин; 12 – три системы трещин и слоистость; 15 – четыре системы трещин и более; 20 – раздробленная порода;

K_R – коэффициент учитывающий шероховатость поверхности трещин: 2 – ровные волнистые трещины; 1.5 – волнистые трещины с зеркалами скольжения; 1 – ровные плоские трещины, заполненные вторичными минералами, раздробленной породой; 0.5 – плоские трещины с зеркалами скольжения;

K_W – коэффициент, учитывающий увлажнение пород: 1 – сухие породы; 0.8 – влажные породы; 0.5 – капеж; 0.3 – приток воды струями;

K_t – коэффициент учитывающий раскрытие незаполненных трещин: 1 – при ширине раскрытия до 3 мм; 2 – при ширине раскрытия 3-15 мм; 4 – при ширине раскрытия более 15 мм;

K_A – коэффициент, учитывающий заполнение трещин: при наличии контакта стенок трещин 0.75 – прочный наполнитель; 1 – отсутствие наполнителя, ненарушенные стенки трещин; 2 – наполнитель песок и измельченные породы; 3 – наполнитель; 4 – каолинит, слюда, тальк, графит; 5 – песчано-глинистый наполнитель; 6-20 – заполнение широких трещин глиной;

K_α – коэффициент учитывающий ориентировку тоннеля, принимающий значения в зависимости от угла между осью выработки и поверхностью трещин: 1 – при $\alpha = 70-90^\circ$, 1.5 – при $\alpha = 20-70^\circ$; 2 – $\alpha < 20^\circ$. Коэффициенты принимаются для наиболее развитой опасной системы трещин.

Таблица 6 – Оценка устойчивости массива вокруг тоннеля пройденного в скальных трещиноватых породах

Категория устойчивости пород	Значения показателя S	Допустимое время обнаженных пород
I	> 70	Практически не ограниченное
II	5 – 70	До 6 мес.
III	1 – 5	10 – 15 сут.
IV	0.05-1.00	Не более 1 сут.
V	< 0.05	Обрушение вслед за обнажением

Как видно данная методика не учитывает глубину заложения выработки и напряженного состояния сформировавшегося вокруг нее.

Оценку устойчивости выработанного пространства по фактору разрушения горных пород рассмотрим на примере методики изложенной в СНиП II-94-80 [3] (прочностной критерий). Данная методика применима для оценки устойчивости вертикальных стволов.

Общим для оценки устойчивости выработанного пространства по прочностному критерию является сравнение прочности горной породы (на одноосное сжатие, одноосное напряжение, прочность горной породы при сложном напряженном состоянии). При этом вводятся поправочные коэффициенты позволяющие учесть те или иные особенности проведения выработки.

На первом этапе определяется расчетная глубина H_p размещения выработки и расчетное сопротивление пород массива сжатию R_p :

$$\begin{aligned} H_p &= k_n \cdot H; \\ R_p &= k_c \cdot R, \end{aligned} \quad (11)$$

где: H – проектная глубина размещения выработки или ее участка, м; k_n – коэффициент, учитывающий отличие напряженного состояния массива горных пород по сравнению с

напряженным состоянием, вызванным собственным весом толщи пород до поверхности, принимаемый равным 1 для обычных горно-геологических условий либо устанавливаемый экспериментально: для районов, подверженных движениям земной коры и в зонах тектонических нарушений, при отсутствии экспериментальных данных k_n принимается равным 1,5; R - среднее значение сопротивления пород в образце одноосному сжатию, устанавливаемое экспериментально по результатам испытаний образцов пород, МПа; k_c - коэффициент, учитывающий дополнительную нарушенность массива пород поверхностями без сцепления либо с малой связанностью (зеркала скольжения, трещины, глинистые прослой и др.) (таблица 3).

Таблица 7 – Значения коэффициента структурного ослабления

№ п/п	Среднее расстояние между поверхностями ослабления пород, м	Коэффициент k_c
1	Более 1,5	0,9
2	От 1,5 до 1	0,8
3	От 1 до 0,5	0,6
4	От 0,5 до 0,1	0,4
5	Менее 0,1	0,2

Величина критерия устойчивости можно определить по следующей методике.

$$C = \frac{k_\Gamma \cdot k_{сб} \cdot k_\alpha \cdot k_t \cdot H_p}{26.3 + k_\alpha \cdot R_p \cdot (5.25 + 0.0056 \cdot k_\alpha \cdot R_p)} \quad (12)$$

где k_Γ - коэффициент, учитывающий взвешивающее действие воды: для участков вне водоносных горизонтов k_Γ равен 1, для пород водоносного горизонта k_Γ определяется по формуле (38); $k_{сб}$ - коэффициент воздействия на ствол других выработок: для протяженных участков ствола $k_{сб}$ равен 1; для сопряжений $k_{сб}$ равен 1,5; k_α - коэффициент воздействия на ствол очистных работ: для участков, не испытывающих воздействий k_α равен 1; при воздействии очистных работ k_α принимается по данным специализированных организаций; k_α - коэффициент влияния угла залегания пород α град: для горизонтально залегающих пород k_α равен 1, в остальных случаях k_α следует принимать из выражения $k_\alpha = 1/(1 + 0.5 \cdot \sin \alpha)$; k_t - коэффициент влияния времени эксплуатации проектируемой выработки: для шахтных стволов k_t равен 1; для остальных выработок - 0,9.

$$k_\Gamma = \frac{(\gamma \cdot h_1 - P_B) + h_2 \cdot (\gamma_\Pi - \gamma_B) \cdot \frac{1}{1 + e}}{\gamma \cdot H} \quad (13)$$

где h_1 - высота толщи пород от почвы водоупора до земной поверхности, м; h_2 - высота толщи пород от рассматриваемого сечения в водоносном горизонте до почвы водоупора (до кровли водоносного горизонта), м; γ_Π - удельный вес частиц пород водоносного горизонта, кН/м³; γ_B - удельный вес воды, кН/м³; γ - удельный вес породы, кН/м³; e - коэффициент пористости пород водоносного горизонта, принимаемый как отношение объема пор к объему скелета и определяемый по данным гидрогеологических изысканий; H - высота толщи пород от рассматриваемого сечения до земной поверхности, м; P_B - давление подземных вод с учетом водопонижения, кПа.

Таблица 8 – Категории устойчивости пород

п/п	Категория устойчивости пород	Оценка состояния устойчивости пород	Критерий устойчивости пород вертикальной выработки C

	I	Устойчивое	До 3
	II	Среднеустойчивое	От 3 до 6
	III	Неустойчивое	От 6 до 10
	IV	Очень неустойчивое	Более 10

Пример: Строительство транспортного тоннеля шириной $b = 5$ м осуществляется в горных породах (алевролитах) с коэффициентом крепости по Протодяконову $f=4$. Среднее расстояние между трещинами l равно 0.4 м. По данным инженерно-геологической оценки количество систем трещин 2, трещины волнистые с зеркальным скольжением, породы влажные без капежа. Ширина раскрытия трещин 8 мм. В трещинах отсутствует заполнитель. Угол между осью тоннеля и наиболее развитой системы трещин 45° .

Для оценки устойчивости выработки воспользуемся формулой (10)

$$S = 4 \frac{5 \cdot 1.5 \cdot 0.8}{4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1.5} = 2$$

Породы относятся к III категории устойчивости, допустимое время обнажения пород 10 – 15 сут. Проведение выработки в данных породах должно осуществляться с установкой временной и постоянной крепи, параметры которой должны определяться исходя из размера зоны возможного обрушения в своде и боках выработки. Определение размеров зоны возможного обрушения можно осуществлять по теории горного давления предложенной Терцаги, Протодяконовым или др. авторами.

3. Порядок проведения работы

1. Определяются расчетные показатели прочностных характеристик породного массива и устанавливается расчетная глубина/напряженное состояние рассматриваемого участка породного массива
2. Определяется коэффициент устойчивости породного массива
3. Устанавливается категория устойчивости пород

Провести оценку устойчивости вертикальной выработки по методике изложенной в СНиП-II-94-80. Оценить устойчивость подземного сооружения расположенного в нарушенном массиве по методике Булычева Н.С.

В отчете необходимо представить следующий материал:

- Исходные данные и методику расчета с пояснениями;
- Оценить влияние гидрогеологических и геологических факторов на устойчивость подземного сооружения/скважины.
- Оценить влияние прочих факторов (наличие другой рядом расположенной выработки, тектонических напряжений, формы выработки).

4. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ КРЕПИ КАПИТАЛЬНЫХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК И ОБДЕЛОК ТОННЕЛЕЙ В СЛОЖНЫХ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

1. Цель работы: выполнить прогноз напряженно-деформированного состояния и определить геомеханически безопасные параметры обделки тоннеля при сейсмическом воздействии от землетрясения.

2. Теоретические положения

Землетрясение – это подземные удары, вызванные главным образом действием тектонических напряжений и приводящие к возникновению и распространению в земной коре сейсмических волн. Очаг землетрясения представляет собой некоторый объем в толще Земли, в котором происходят разрывы и почти мгновенное перемещение масс в результате высвобождения длительное время накапливавшейся потенциальной энергии. Очаги землетрясений обычно возникают в земной коре на глубине 20-30 км, а в отдельных случаях отмечаются толчки, исходящие из глубин в сотни километров, т.е. из верхней мантии Земли.

Согласно существующим на сегодняшний день нормативным документам, дополнительная нагрузка на обделку транспортных тоннелей, возникающая в результате проявления сейсмической активности должна учитываться в обязательном порядке. При этом согласно СНиП 2.01.07-85 «Нагрузки и воздействия» нагрузка от проявления сейсмической активности входит в особое сочетание нагрузок, а конечная величина расчетной нагрузки, определяющей характер формирования напряженно-деформированного состояния постоянной обделки, определяется путем сложения действующих на неё нагрузок, т.е., иными словами, применительно к полям механических напряжений, возникающим в обделке от разных типов воздействий, применяется принцип суперпозиции.

Расчет нагрузок от сейсмической активности можно проводить отдельно от расчета геостатических нагрузок от веса пород вмещающего массива. В дальнейшем полученные отдельно результаты расчетов можно будет учесть при составлении расчетных комбинаций нагрузок.

В целом основная сложность задачи расчета крепи подземных сооружений в сейсмических районах обуславливается прежде всего тем, что само воздействие, которому может подвергнуться конструкция обделки трудно предсказать с достаточной степенью надежности.

При землетрясениях в массиве горных пород возникают сейсмические волны различного характера: продольные волны, вызывающие в породном массиве колебания частиц породы в направлении своего распространения (их также называют волнами сжатия-растяжения), и поперечные волны, вызывающие смещения частиц породы в направлении, перпендикулярном направлению их распространения (волны сдвига).

Скорость распространения продольных сейсмических волн в упругой среде для плоской деформации определяется как:

$$C_1 = \sqrt{\frac{E_0 \cdot g}{\gamma_0} \cdot \frac{1 - \nu_0}{(1 + \nu_0) \cdot (1 - 2\nu_0)}}; \quad (14)$$

где E_0 - модуль общей деформации пород вмещающего массива; g - ускорение свободного падения; γ_0 - удельный вес пород вмещающего массива; ν_0 - коэффициент Пуассона пород вмещающего массива.

Скорость распространения поперечных сейсмических волн в упругой среде для плоской деформации определяется как:

$$C_2 = \sqrt{\frac{E_0 \cdot g}{2 \cdot \gamma_0 \cdot (1 + \nu_0)}}. \quad (15)$$

Распространяясь из очага землетрясения с разными скоростями, сейсмические волны, встречая на своем пути свободные поверхности или границы раздела слоев пород с разными механическими свойствами (в том числе земная поверхность), преломляются и

отражаются. При этом каждая волна одного типа вызывает возникновение волн обоих типов. Вследствие разных скоростей продольных и поперечных сейсмических волн, а также их многократного преломления и отражения от различного рода преград, они могут приходить к рассчитываемому подземному сооружению в различных сочетаниях и с любого направления. Это обстоятельство и создает основные трудности в оценке напряженно-деформированного состояния крепей и обделок подземных сооружений при сейсмическом воздействии.

Основным подходом в настоящее время к задачам определения напряжений в обделках транспортных тоннелей от сейсмических воздействий является замена существующей в реальности задачи плоского или пространственного динамического контактного взаимодействия теории упругости квазистатической задачей теории упругости. Это позволяет избежать значительных трудностей, возникающих при аналитическом решении динамических задач, особенно для тоннелей некругового очертания. При этом такая замена является вполне правомерной при действии плоских гармонических волн как сжатия (растяжения), так и сдвига, имеющих длину волны, значительно превосходящую линейные размеры рассчитываемого подземного сооружения. По данным Н.С. Булычева при длине продольных волн более 12 приведенных радиусов подземного сооружения и при длине поперечных волн более 10 приведенных радиусов (большинство сейсмических волн, возникающих при землетрясениях именно такие) различие между решением динамической и квазистатической задач составляет не более 5-15%.

Для возможности применения квазистатического решения для получения результатов удовлетворительной точности должно выполняться условие:

$$\frac{E_0 \cdot g \cdot T_0^2}{20 \cdot \gamma \cdot (1 - \nu_0)} \geq D^2; \quad (16)$$

где D - наибольший поперечный размер выработки.

В случае невыполнения неравенства 16 расчет с применением замены динамической задачи теории упругости квазистатической становится слишком неточным, а точное решение необходимо получать с применением набора возможных акселерограмм землетрясения.

При расчете протяженных частей горных транспортных тоннелей на действие сейсмических волн сжатия-растяжения и сдвига сейсмические нормальные и касательные напряжения, возникающие в массиве на бесконечности по произвольным взаимно-перпендикулярным направлениям (рисунок б) определяют на основании показателей скорости распространения волн в породе как в упругой среде, условного сейсмического ускорения частиц пород в долях ускорения свободного падения, преобладающего периода колебаний частиц породы и механических свойств пород.

Величина нормальных сейсмических напряжений, приложенных в массиве на бесконечности, определяется как:

$$\sigma_x^\infty = P = \pm \frac{1}{2\pi} \cdot A \cdot K_1 \cdot \gamma_0 \cdot C_1 \cdot T_0; \quad (17)$$

где $A = 0,1; 0,2; 0,4$ - условное сейсмическое ускорение частиц пород в долях ускорения свободного падения соответственно для расчетной сейсмичности 7,8 и 9 баллов; K_1 - коэффициент, учитывающий допустимые повреждения обделок тоннелей, по данным Н.С. Булычева равный 0,25; T_0 - преобладающий период собственных колебаний частиц породы, определяемый по данным сейсмологических исследований, а при их отсутствии принимаемый 0,5.

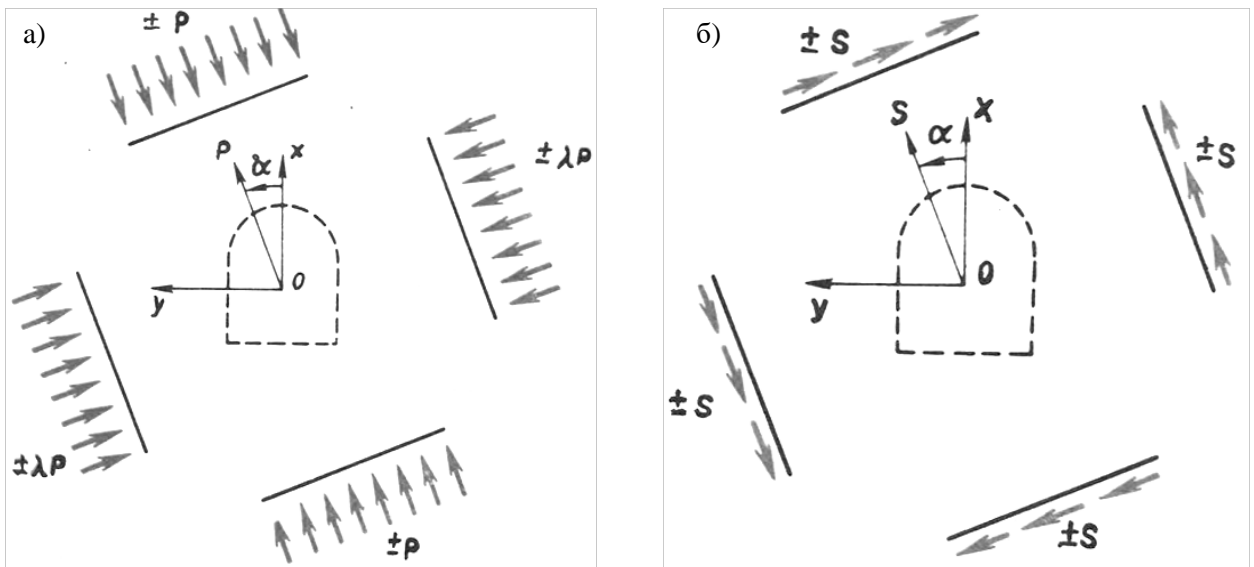


Рисунок 6 – Квасистатическое поле напряжений в массиве пород, эквивалентное действию продольных (а) и поперечных (б) волн.

Величина касательных напряжений, приложенных в массиве на бесконечности определяется как:

$$\tau_{xy}^{\infty} = S = \pm \frac{1}{2\pi} \cdot A \cdot K_1 \cdot \gamma_0 \cdot C_2 \cdot T_0. \quad (18)$$

Отметим, что в ряде источников произведение условного ускорения частиц породы в долях ускорения свободного падения A и коэффициента, учитывающего допускаемые повреждения обделок тоннелей, именуется коэффициентом сейсмичности K_C .

Для определения главных напряжений эквивалентного квазистатического поля напряжений предлагаются следующие формулы:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{P}{2 \cdot (1 - \nu_0)} \cdot (1 + \sqrt{(3 - 4\nu_0) \cdot (1 - 2\nu_0)}); \\ \sigma_2 &= \frac{P}{2 \cdot (1 - \nu_0)} \cdot (1 - \sqrt{(3 - 4\nu_0) \cdot (1 - 2\nu_0)}). \end{aligned} \quad (19)$$

После определения компонент квазистатического поля напряжений выполняется статический расчет тоннельной обделки как упругого кольца некругового очертания, подкрепляющего отверстие в упругой плоскости.

3. Задание:

На глубине H от земной поверхности пройдена выработка с геометрическими параметрами, представленными на рисунке. Выработка закреплена монолитной бетонной крепью толщиной t .

Выработка расположена в породном массиве с деформационными параметрами E_0 и ν_0 . Известно, что район строительства относится к сейсмическим опасным с расчетной сейсмичностью согласно варианту задания. Выполнить прогноз напряженно-деформированного состояния монолитной бетонной крепи при действии сейсмической нагрузки в квазистатической постановке с учетом угла наклона направления сейсмических волн относительно продольной оси выработки*. Построить графики изменения наибольших и наименьших главных напряжений на внутреннем контуре крепи в 5 характеристических точках в зависимости от угла направления распространения сейсмических волн. Выполнить прогноз прочности бетонной обделки с учетом совместного действия геостатической и сейсмической нагрузок.

4. Порядок проведения работы:

1. Определить скорости распространения упругих волн в горном массиве;
2. Определить эквивалентные квазистатические напряжения;
3. Выполнить численное моделирование воздействия квазистатических напряжений на обделку;

4. Выполнить оценку прочности обделки тоннеля на совместное действие геостатической и сейсмической нагрузок.

5. Исходные данные:

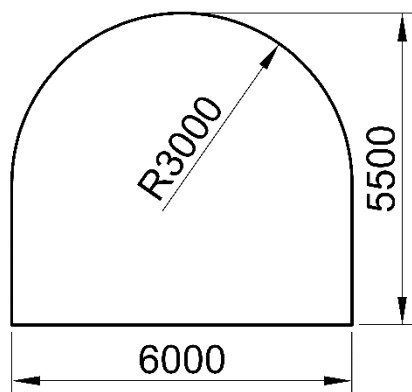
№	ФИО	γ , кН/м ³	H, м	E ₀ , МПа	ν_0	t, мм	Класс бетона**	Расчетная сейсмичность
1		18	100	1000	0,31	400	B40	7
2		20	120	1200	0,26	500	B35	8
3		22	80	810	0,17	600	B30	9
4		24	60	560	0,44	700	B25	9
5		19	50	10000	0,23	800	B30	8
6		21	70	8000	0,25	450	B50	7
7		23	90	690	0,32	550	B40	8
8		14,5	110	4200	0,34	650	B35	7
9		15,5	140	2100	0,13	750	B30	9
10		16,5	130	4000	0,38	850	B25	7
11		17,5	150	600	0,43	900	B25	8
12		18,5	55	850	0,20	950	B25	9
13		19,5	75	7000	0,38	1000	B25	9
14		20,5	85	14000	0,32	700	B30	8
15		21,5	95	18000	0,22	600	B35	7
16		22,5	105	250	0,35	500	B40	8
17		23,5	115	320	0,38	450	B40	7
18		24,5	125	720	0,35	550	B35	9
19		25,5	65	650	0,33	650	B35	9
20		26,5	135	2500	0,31	750	B30	8
21		26	145	3600	0,25	850	B25	7
22		19	155	2200	0,26	800	B30	7
23		24	132	400	0,23	700	B35	8
24		18	103	3000	0,22	600	B40	9

Примечания: * рассмотреть углы в диапазоне от 0 до 180° с шагом в 15°.

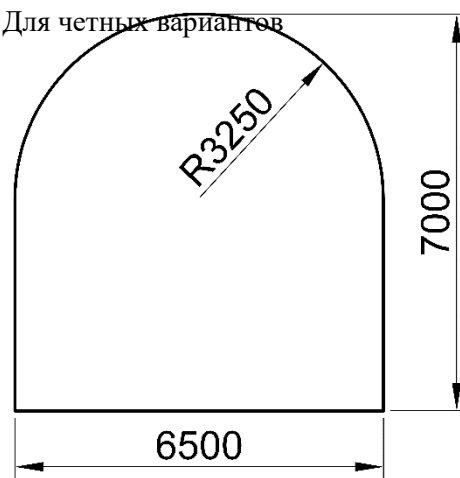
** расчетные характеристики бетона принимать в соответствии со СНиП 2.03.01-84* «Бетонные и железобетонные конструкции».

Сечения выработок

Для нечетных вариантов



Для четных вариантов



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 21153.0-75 «Породы горные. Методы физических испытаний».
2. ГОСТ 21153.2-84 «Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии».
3. ГОСТ 21153.3-85 «Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном растяжении».
4. ГОСТ 21153.8-88 «Породы горные. Методы определения предела прочности при объемном сжатии».
5. Протосеня А.Г. Геомеханика: Учеб пособие // А.Г. Протосеня, О.В. Тимофеев. Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет) СПб, 2008. 117 с.
6. Баклашов И.В. Геомеханика: Учебник для вузов. В 2 т. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2004. – Т.1. Основы геомеханики. – 208 с.