Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра системного анализа и управления

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания к лабораторным работам для студентов бакалавриата направления 09.03.01

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2023

УДК 681.5.011 (073)

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ: Методические указания к лабораторным работам / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *Т.В. Кухарова, В.Е. Трушников*. СПб, 2023. 17 с.

В методических указаниях содержатся краткие теоретические сведения и методические рекомендации к лабораторным работам по дисциплине «Основы теории управления».

Предназначены для подготовки студентов бакалавриата по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

Научный редактор проф. *Д.А. Первухин*

Рецензент проф. *И.М. Першин* (Северо-Кавказский федеральный университет)

ВВЕДЕНИЕ

Курс «Основы теории управления» является одним из курсов, направленных на формирование профессиональных компетенций при подготовке специалистов по профилю «Автоматизированные системы обработки информации и управления» направления 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника». Изучение данного курса является необходимым элементом при подготовке высококвалифицированных кадров.

Основной целью выполнения лабораторных работ по дисциплине «Основы теории управления» является получение обучающимися навыков выполнения исследовательских и расчетных работ по созданию и внедрению в эксплуатацию автоматических систем с широким использованием средств современной вычислительной техники; обеспечение подготовки студентов к изучению в последующих семестрах ряда специальных дисциплин. В методических рекомендациях кратко изложены основные теоретические сведения по каждой из тем и приведены задания для самостоятельного выполнения.

По результатам выполнения лабораторных работ обучающиеся формируют отчеты.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Цель работы: получить навыки моделирования объектов с сосредоточенными параметрами и построения графиков переходных процессов.

Краткие теоретические сведения

Основным понятием в теории автоматического управления является понятие динамической системы, описываемой дифференциальными уравнениями, что предполагает наличие двух видов величин связанных между собой однонаправленной связью (за исключением систем с распределенными параметрами (СРП)). Наличие таких причин наследственных связей служат основой для изображения таких динамических систем с помощью структурных схем (рис 1.1). При этом система может быть определена как декартово пересечение множеств - множества входных воздействий X и множества функций выхода Y.

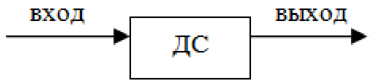

Рис. 1.1. Структурная схема динамической системы

Динамические системы могут иметь несколько входов и несколько выходов, то есть подразделяются на односвязные (один вход и выход) и многосвязные (вектор на входе и вектор на выходе). Динамическую систему, в которой протекает процесс регулирования, называют системой автоматического управления. При этом входные воздействия могут быть подразделены на два типа: управляющее воздействие $u(t)$ и возмущающее воздействие $f(t)$, как правило, изменяющихся в процессе функционирования системы.

В теории автоматического управления часто используют операторную форму записи дифференциальных уравнений, при этом формально записывают:

$$\frac{d}{dt} \to p; \quad \frac{dy}{dt} \to p \cdot \bar{y}(p)\ .$$

Положим, что имеется объект, на вход которого подается воздействие *x(t)*, и функция выхода которого *y(t)*.

Пусть функция входа и выхода связаны следующим соотношением:

$$a_1 \frac{d^n x}{dt} + a_2 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + a_3 \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + ... = b_1 \frac{d^m y}{dt^m} + b_2 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} + ...$$

Полагая, что начальные условия нулевые, преобразуем данное уравнение по Лапласу:

$$(a_1 p^n + a_2 p^{n+1} + ...) \cdot \bar{x}(p) = (b_1 p^m + b_2 p^{m-1} +) \cdot \bar{y}(p)\ .$$

где $\bar{x}(p)$ и $\bar{y}(p)$ - преобразованные по Лапласу, при нулевых начальных условиях, функции *x(t)* и *y(t)* соответственно.

Передаточной функцией объекта называется отношение изображений по Лапласу при нулевых начальных условиях функции выхода к входному воздействию:

$$\frac{\bar{y}(p)}{\bar{x}(p)} = \frac{(b_1 p^m + b_2 p^{m-1} + \ldots}{a_1 p^n + a_2 p^{n-1} + \ldots} = W(p)$$

Числитель этой функции отражает реакцию системы на входное воздействие, а знаменатель характеризует собственное движение системы. Если собственное движение расходится (корни знаменателя имеют положительные действительные части), то объект (система) не устойчива, следовательно, для оценки устойчивости рассматриваемых объектов необходимо проанализировать расположение корней знаменателя передаточных функций. Этот анализ может быть осуществлен с помощью различных критериев (Михайлова, Найквиста), а также с помощью функций Ляпунова.

Передаточные функции многих объектов могут быть представлены в виде комбинаций передаточных функций элементарных стационарных звеньев:

1. Усилительное звено: $W_1 = k$,

где k - заданное число (коэффициент усиления);

2. Апериодическое звено: $W_2 = \dfrac{K}{T_2 p + 1}$,

где K - коэффициент усиления, T_2 - заданный коэффициент (постоянная времени); р - оператор Лапласа;

3. Дифференцирующее звено: $W_3 = T_3 p$,

где T_3 - заданный коэффициент (постоянная времени);

4. Интегрирующее звено: $W_4 = \dfrac{1}{T_4 p}$,

где T_4 - заданный коэффициент (постоянная времени);

5. Изодромное звено: $W_5 = \dfrac{1}{T_5 p} + 1$,

где T_5 - заданный коэффициент (постоянная времени);

6. Форсирующее звено: $W_6 = T_6 p + 1$,

где T_6 - заданный коэффициент (постоянная времени);

7. Звено второго порядка: $W_7 = \dfrac{K}{T_7{}^2 p^2 + 2\xi T_7 p + 1}$,

где K - коэффициент усиления, T_7 - постоянная времени, ξ - параметр затухания;

8. Звено чистого запаздывания: $W_8 = e^{-p\tau}$,

где τ – время запаздывания.

Задание на лабораторную работу

Пусть имеется объект (система), блок-схема которого представлена на рис. 1.2.

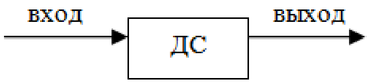

Рис. 1.2. Блок-схема объекта.

Принимая

$$p = \frac{d}{dt},$$

и применяя метод конечных разностей

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{y_i - y_{i-1}}{dt},$$

необходимо определить функцию выхода усилительного, дифференцирующего, интегрирующего, изодромного, форсирующего, апериодического и колебательного элементарных стационарных звеньев $y(t)$, если известно входное воздействие на систему $x(t) = 2$. Значения параметров T_i принять равными номеру студента в списке группы, значение K принять равным 10, параметр затухания колебательного звена $\xi = 0{,}05$. Шаг дискретизации по времени принять равным 0,1. Построить графики переходных процессов разомкнутой системы.

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Тема работы;
2. Цель работы;
3. Вывод формул для построения графиков переходных процессов;
4. Графики переходных процессов, построенные по выведенным формулам и с использованием специализированного программного обеспечения;
5. Выводы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ПОСТРОЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: изучить методы анализа линейных систем автоматического управления.

Краткие теоретические сведения

Если подать на вход системы с передаточной функцией $W(p)$ гармонический сигнал

$$f(t) = F_m e^{j\omega t} = F_m(\cos\omega t + j\cdot\sin\omega t),$$

то после завершения переходного процесса на выходе установится гармонические колебания

$$y(t) = Y_m \cdot e^{j(\omega\cdot t+\varphi)} = Y_m e^{j\omega\cdot t} e^{j\varphi}$$

с той же частотой ω, но иными амплитудой и фазой, зависящими от частоты ω возмущающего воздействия. По ним можно судить о динамических свойствах системы. Зависимости, связывающие амплитуду и фазу выходного сигнала с частотой входного сигнала, называются *частотными характеристиками* (ЧХ). Анализ ЧХ системы с целью исследования ее динамических свойств называется *частотным анализом*.

Подставим выражения для $f(t)$ и $y(t)$ в уравнение динамики

$$\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n\right) y =$$
$$= \left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \ldots + b_m\right) f$$

Учтем, что

$$p \cdot f = p \cdot F_m \cdot e^{j\omega t} = F_m \cdot j \cdot \omega \cdot e^{j\omega t} = j \cdot \omega \cdot f \text{ ,}$$

а значит

$$p^n \cdot f = p^n \cdot F_m \cdot e^{j\omega t} = F_m \cdot (j \cdot \omega)^n \cdot e^{j\omega t} = (j \cdot \omega)^n \cdot f \text{ .}$$

Аналогичные соотношения можно записать и для левой части уравнения. Получим:

$$p^n y = p^n Y_m e^{j\omega t} = Y_m \cdot (j\omega)^n e^{j\omega t} = (j\omega)^n y$$

По аналогии с передаточной функцией можно записать:

$$y = \frac{\left(b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + b_2 (j\omega)^{m-2} + \ldots + b_m\right)}{\left(a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + a_2 (j\omega)^{n-2} + \ldots + a_m\right)} = W(j\omega) \cdot u \text{ ,}$$

где $W(j\omega)$ - частотная передаточная функция, равная отношению выходного сигнала к входному при изменении входного сигнала по гармоническому закону. Легко заметить, что она может быть получена путем простой замены p на $j\omega$ в выражении $W(p)$.

$W(j\omega)$ есть комплексная функция, поэтому:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega)$$

где $P(\omega)$ - вещественная (действительная) *ЧХ (ВЧХ)*; $Q(\omega)$ - *мнимая ЧХ (МЧХ)*; $A(\omega)$ - *амплитудная ЧХ (АЧХ)*: $\varphi(\omega)$ - *фазовая ЧХ (ФЧХ)*. АЧХ дает отношение амплитуд выходного и входного сигналов, ФЧХ - сдвиг по фазе выходной величины относительно входной.

Если $W(j\omega)$ изобразить вектором на комплексной плоскости, то при изменении ω от 0 до $+\infty$ его конец будет вычерчивать кривую, называемую *годографом вектора* $W(j\omega)$, или *амплитудно-фазовой частотной характеристикой (АФЧХ)* (рис. 2.1).

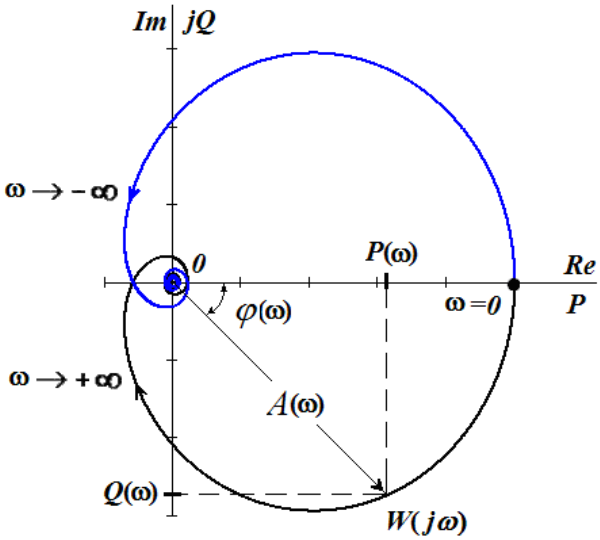

Рис. 2.1. АФЧХ

Ветвь АФЧХ при изменении ω от $-\infty$ до 0 можно получить зеркальным отображением данной кривой относительно вещественной оси.

В теории управления широко используются *логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ)* (рис. 2.2): *логарифмическая амплитудная ЧХ (ЛАЧХ)* $L(\omega)$ и *логарифмическая фазовая ЧХ (ЛФЧХ)* $\varphi(\omega)$. Они получаются путем логарифмирования передаточной функции:

$$\ln\left[W(j\omega)\right] = \ln\left[A(\omega)\cdot e^{j\cdot\varphi(\omega)}\right] = \ln\left[A(\omega)\right] + \ln\left[e^{j\cdot\varphi(\omega)}\right] =$$
$$= \ln\left[A(\omega)\right] + \varphi(\omega)$$

ЛАЧХ получают из первого слагаемого, которое из соображений масштабирования умножается на 20, и используют не натуральный логарифм, а десятичный, то есть $L(\omega) = 20\cdot\lg\left(A(\omega)\right)$. Величина $L(\omega)$ откладывается по оси ординат в *децибелах*. Изменение уровня сигнала на 10 дБ соответствует изменению его мощности в 10 раз. Так как мощность гармонического сигнала P пропорциональна квадрату его амплитуды A, то изменению сигнала в 10 раз соответствует изменение его уровня на 20 дБ, так как

$$\lg\left(P_2/P_1\right) = \lg\left(A_2^2/A_1^2\right) = 20\cdot\lg\left(A_2/A_1\right).$$

По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе, то есть единичным промежуткам по оси абсцисс соответствует изменение ω в 10 раз. Такой интервал называется *декадой*. Так как $\lg(0) = -\infty$, то ось ординат проводят произвольно.

ЛФЧХ, получаемая из второго слагаемого, отличается от ФЧХ только масштабом по оси ω. Величина $\varphi(\omega)$ откладывается по оси ординат в градусах или радианах. Для элементарных звеньев она не выходит за пределы: $-\pi \le \varphi \le \pi$.

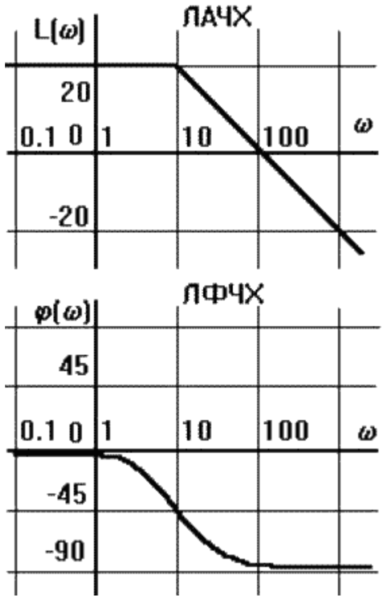

Рис. 2.2. ЛАЧХ и ЛФЧХ апериодического звена первого порядка

ЧХ являются исчерпывающими характеристиками системы. Зная ЧХ системы можно восстановить ее передаточную функцию и определить параметры.

Задания на лабораторную работу

Полагая $p = j\omega$, где ω - круговая частота, построить АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ:

1. Для усилительного, дифференцирующего, интегрирующего, изодромного и форсирующего элементарных стационарных звеньев. Значения параметров T_i принять равными номеру студента в списке группы.
2. Для апериодического звена с чистым запаздыванием:

$$W(p) = \frac{K}{T \cdot p + 1} \cdot e^{-p \cdot \tau},$$

коэффициент усиления $K = № \cdot 10$;

постоянная времени апериодического звена $T = 0.15 \cdot №$;
постоянная времени звена чистого запаздывания $\tau = 0.03 \cdot №$;
где № - номер обучающегося в списке группы.

3. Для колебательного звена:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1},$$

коэффициент усиления K = №, где № - номер в списке группы;
постоянная времени T = 10;
параметр затухания ξ = 0,05.

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Тема работы;
2. Цель работы;
3. Вывод формул для построения частотных характеристик;
4. Графики частотных характеристик, построенные по выведенным формулам и с использованием специализированного программного обеспечения;
5. Выводы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: научиться осуществлять синтез статического, пропорционально-интегрального и пропорционально-интегрально-дифференциального законов управления для линейного одномерного объекта.

Краткие теоретические сведения

При создании системы управления объект считается заданной неизменной частью системы. Функции обратной связи и элемента сравнения в контуре управления также определены. Таким образом, устройство управления является тем блоком, который на основе текущей ошибки вырабатывает требуемое текущее управление.

Структурная схема замкнутой системы управления представлена на рис. 3.1.

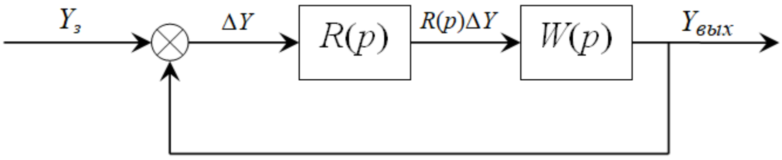

Рис. 3.1. Блок-схема системы управления с обратной связью

Частотные характеристики системы управления представим в виде суммы двух слагаемых:

- частотной характеристики неизменяемой части - объекта управления ($L_Н$);

- частотной характеристики регулятора (корректирующего устройства ($L_К$)), которая получается вычитанием из желаемой частотной характеристики ($L_Ж$) частотной характеристики объекта управления ($L_Н$).

Передаточная функция регулятора для усилительного закона будет иметь вид:

$$R(p) = K_{рег},$$

для пропорционально-интегрального:

$$R(p) = K_{рег}+1/(T_1 \cdot p),$$

для пропорционально-интегро-дифференциального:

$$R(p) = K_{рег}+1/(T_1 \cdot p)+T_2 \cdot p.$$

Поиск параметров передаточной функции регулятора по известным частотным характеристикам объекта управления может быть осуществлен следующим образом:

1. Определяем частоту среза с учетом запаса устойчивости по фазе. При синтезе усилительного и пропорционально-интегро-дифференциального законов запас устойчивости по фазе откладывается от $-\pi$, так как фазовый сдвиг, вносимый в систему данными регуляторами в области частоты среза равен нулю. При синтезе пропорционально-интегрального закона запас устойчивости

по фазе откладывается от $-\pi/2$, так как фазовый сдвиг, вносимый в систему данным регуляторам в области частоты среза равен $\pi/2$. Находим логарифм частоты среза $\lg\omega_{ср}$.

2. Определяем коэффициент усиления объекта на частоте среза. Частоте $\omega_{ср}$ соответствует значение $20\lg M = 20\lg K_{об}$.

3. Находим коэффициент регулятора $K_{рег} = 1/K_{об}$.

4. Находим T_1 и T_2, зная коэффициент регулятора и частоту среза:

$$T_1 = 1/(K_{рег}\cdot\omega_{ср}),$$

$$T_2 = K_{рег}/\omega_{ср}.$$

График переходного процесса приведён на рис. 3.2.

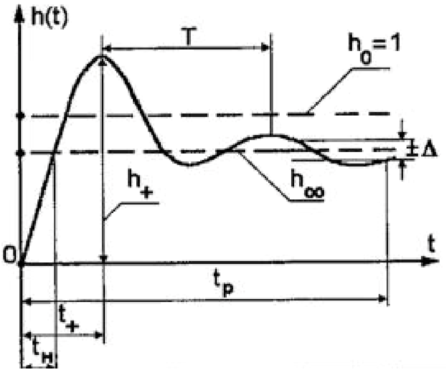

Рис. 3.2. График переходного процесса. h_∞ - установившееся значение функции выхода; $t_н$ – время нарастания (срабатывания); $t_р$ - время регулирования.

Перерегулирование рассчитывается по формуле:

$$\sigma = \frac{h_+ - h_\infty}{h_\infty}.$$

Задание на лабораторную работу

Для объекта, передаточная функция которого описывается в виде:

$$W(p)=\frac{K}{Tp+1}\cdot e^{-\tau\cdot p},$$

где p – оператор Лапласа, выполнить следующие задания:

1. Осуществить синтез статического закона управления (запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi=\pi/6$);
2. Осуществить синтез пропорционально-интегрального закона управления (запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi=\pi/6$);
3. Осуществить синтез пропорционально-интегрально-дифференциального закона управления (запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi=\pi/6$);
4. Построить графики переходных процессов замкнутой системы (заданное значение функции выхода $g(t) = Y_з = 5$).

Исходные данные для выполнения задания:

- коэффициент усиления $K = №\cdot 8$,
- постоянная времени апериодического звена $T = 0.15\cdot №$,
- постоянная времени звена чистого запаздывания $\tau = 0.06\cdot №$,

где № - число, описываемое последними двумя цифрами номера в зачетной книжке.

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Тема работы;
2. Цель работы;
3. Графики, демонстрирующие процесс нахождения коэффициентов передаточных функций регуляторов для различных законов управления;
4. Листинги программ, реализующих замкнутую систему управления;
5. Графики переходных процессов замкнутой системы;
6. Выводы.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

а) основная литература

1. *Борисевич А.В.* Теория автоматического управления: элементарное введение с применением MATLAB. М.: Инфра-М, 2014. 200 с. [Электронный ресурс] – http://znanium.com/bookread2.php?book=470329
2. *Шапкарин А.В., Кулло И.Г.* Лабораторный практикум «Теория автоматического управления. Методы исследования нелинейных систем». М.: НИЯУ «МИФИ», 2012. 92 с. [Электронный ресурс] – http://znanium.com/bookread2.php?book=604092
3. *Глазырин Г.В.* Теория автоматического регулирования. Новосибирск: НГТУ, 2014. 168 с. [Электронный ресурс] – http://znanium.com/bookread2.php?book=558731#

б) дополнительная литература

4. *Никулин Е.А.* Основы теории автоматического управления. Частотные методы анализа и синтеза систем: учеб. пособие. СПб: БХВ-Петербург, 2015. 632 с. [Электронный ресурс] – http://znanium.com/bookread2.php?book=939825
5. *Пантелеев А.В., Бортаковский А.С.* Теория управления в примерах и задачах: учеб. пособие, 2-е изд. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. 584 с. [Электронный ресурс] – http://znanium.com/bookread2.php?book=542627#

Содержание

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания к лабораторным работам для студентов бакалавриата направления 09.03.01

Сост.: *Т.В. Кухарова, В.Е. Трушников*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой системного анализа и управления

Ответственный за выпуск *Т.В. Кухарова*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 02.02.2023. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 1,0. Усл.кр.-отт. 1,0. Уч.-изд.л. 0,8. Тираж 50 экз. Заказ 45.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2