Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

ИНФОРМАТИКА

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Методические указания к курсовой работе для студентов бакалавриата направления 13.03.02 и специальности 21.05.02

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2023

УДК681.142.2(073)

ИНФОРМАТИКА. Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами: Методические указания для выполнения курсовой работы / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *С.Ю. Кротова, Е.Н Овчинникова, А.Е. Ильин*. СПб, 2023. 38 с.

Методические указания предназначены для оказания помощи студенту при выполнении курсовой работы по решению систем нелинейных уравнений методом простых итераций в пакетах MS Excel и MathCAD. Подробно изложены принципы работы с указанными методами и приёмы работы с данными пакетами, применимость их к решению поставленных задач.

Методические указания предназначены для студентов специальностей 21.05.02 «Прикладная геология», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

Научный редактор доц. *Г.Н. Журов*

Рецензент к.т.н. *К. В. Столяров* (Корпорация «Телум Инк»)

Введение

Очень часто в различных областях приходится встречаться с математическими задачами, для которых не удаётся найти решения классическими методами или решения выражены громоздкими формулами, которые не приемлемы для практического использования. Поэтому большое значение приобретают численные методы. В большинстве случаев они являются приближенными, так как с их помощью обычно решаются задачи, аппроксимирующие исходные. В ряде случаев численный метод строится на базе бесконечного процесса, который в пределе сводится к искомому решению. Однако реально предельный переход не удаётся осуществить, и процесс, прерванный на некотором шаге, даёт приближенное решение. Кроме того, источниками погрешности являются несоответствие математической модели изучаемому реальному явлению и погрешность исходных данных.

Решение систем нелинейных алгебраических уравнений - одна из сложных и до конца нерешённых задач. Большинство методов решения таких систем сводиться к решению, если начальное приближение достаточно близко к нему, и могут вообще не давать решений при произвольном выборе начального приближения. Условия и скорость сходимости каждого итерационного процесса существенно зависит от свойств уравнений, то есть от свойств матрицы системы и от выбора начальных приближений.

Численный метод, в котором производится последовательное, шаг за шагом, уточнение первоначального грубого приближения, называется итерационным.

В данном методическом указании рассматриваются два из множества существующих итерационных методов: метод простой итерации и метод простой итерации с параметром для решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

1. Метод простых итераций

1.1 Общие сведения

Любую нелинейную систему n уравнений с n неизвестными можно записать в виде

$$.\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где $f_1, f_2, \ldots, f_n$ - некоторые функции переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Вектор неизвестных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ обозначим через *X.* Назовём $\left| f_i(X) \right|$ невязками системы на векторе X. Очевидно, если $- X^*$ решение, то

$$\left| f_i(X^*) \right| = 0, \qquad (2)$$

для всех *i=1,2,…,n.*

Итеративный процесс нахождения сводится к тому, что ищется такая последовательность $X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \ldots X^{(k)}, X^{(k+1)} \ldots$, что каждое $X^{(k+1)}$ лучше $X^{(k)}$ Как правило, решение заканчивается тогда, когда находим такое *k*, при котором

$$\left| f_i(X^k) \right| < \varepsilon, i = 1,2,\ldots,n \quad , \qquad (3)$$

где ε-заданная точность. Полученное значение X^k считается приближенным решением системы (1).

1.2 Алгоритм метода простых итераций

1. Задаёмся точностью вычислений ε (обычно $\varepsilon = 10^{-3} - 10^{-6}$
2. Записываем систему в нормализованном виде:

$$X = \Phi(X)\text{, где } \Phi(X) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \varphi_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \varphi_3(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{pmatrix} \qquad (4)$$

$\varphi_i = x_i + f_i, i = 1,2,\ldots n.$

Выбираем начальное приближение $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$

В случае двух-трёх неизвестных целесообразно сделать это из геометрических соображений.

3. Вводим переменную, k которая нумерует приближения. Первоначально полагаем, что $k = 0$.
4. Записываем формулу итерационного процесса в виде

$$X^{(k+1)} = \Phi(X^{(k)}). \qquad (5)$$

5. Вычисляем $(k+1)$ -е приближение по формуле (5).
6. Сравниваем полученное приближение с предыдущим:

$$\max_{1<i<n} \left| x_i^{(k+1)} - x_i^k \right| < \varepsilon. \qquad (6)$$

При подсчёте вручную, например, с точностью до 10^{-4}, это условие сводится к проверке совпадения всех приближений с точностью до единицы в четвёртом разряде. Если условие выполнено, то решение считается найденным на $(k+1)$ - м шаге и итеративный процесс закончен, в противном случае полагаем $k = k+1$ и переходим к вычислению следующего приближения. Метод итераций сходится, если

$$\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} \right| < 1,\ \text{для}\ i = 1,2,\ldots, n.. \qquad (7)$$

1.3 *Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций*

Решить с точностью $\varepsilon = 0.001$ систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \sin(x - 0.6) - y = 1.6 \\ 3x - \cos y = 0.9. \end{cases}$$

Согласно приведённому выше алгоритму, принимаем

$$x = x_1, y = x_2.$$

Таким образом система принимает вид:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{3}\cos x_2 + 0.3 \\ x_2 = \sin(x_1 - 0.6) - 1.6. \end{cases}$$

Далее необходимо выбрать начальные приближения. Для этого в системе координат x_1 и x_2 строим графики приведённых выше зависимостей. Для этого в ячейки A1:A13 задаём диапазон изменения аргумента [-3;3], с шагом 0,5. В ячейку B1 нужно вставить формулу=SIN(A1-0,6)-1,6, в ячейку C1 вносим формулу =COS(A1)/3+0,3,. Копируем формулы на необходимый диапазон, и выделив два ряда данных, строим по ним точечную диаграмму (рис.1).

На имеющуюся диаграмму добавляем ещё одну. Для этого в контекстном меню диаграммы выбираем пункт ***Выбрать данные,*** и в открывшемся окне добавляем ***Ряд 2.*** В качестве данных для построение графика указываем ***Значения X*** диапазон C1:C13, а ***Значения У*** диапазон A1:A13(рис. 2).

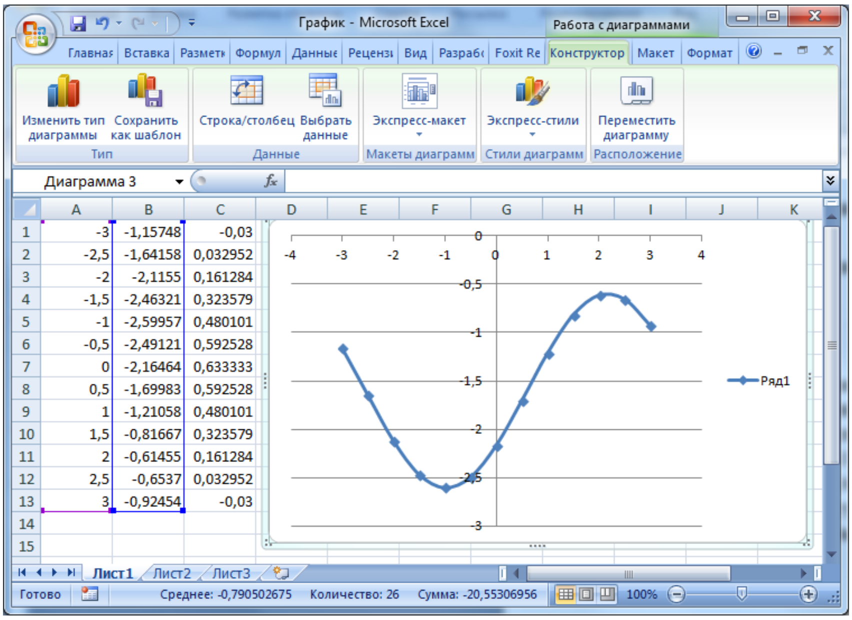


Рис. 1. Построение графика

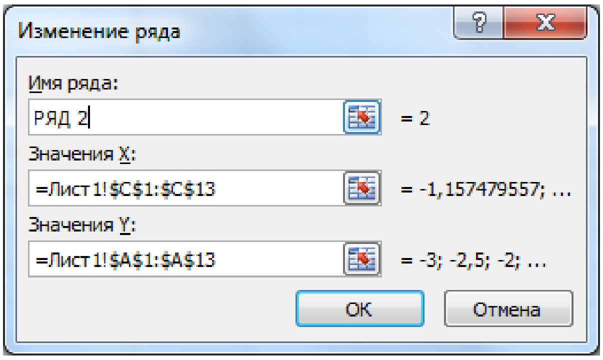


Рис 2. Добавление данных

Таким образом получается две диаграммы на одной оси координат (рис.3).

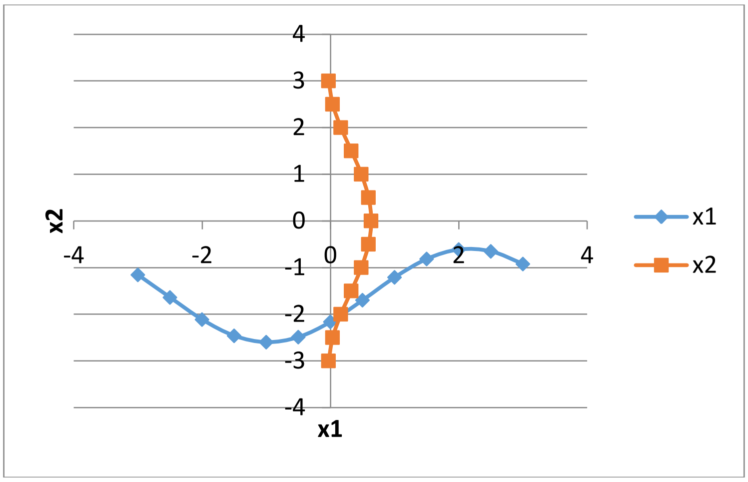


Рис. 3. График зависимости x_1 от x_2

Из графика видно, что система имеет одно решение, заключённое в области $0 < x_1 < 0.3; -2.2 < x_2 < -1.8$. За начальное приближение принимаем

$$X = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15 \\ -2.0 \end{pmatrix}.$$

Прежде чем приступить к решению системы необходимо проверить условие сходимости (7). Для этого находим значение дифференциалов $\Phi(x)$ для x_1 и x_2 , находящихся в областях возможных решений, найденных из графика (Рис.3)

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} = 0\,;\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} = \frac{\sin(x_2)}{3}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2} = 0\,;\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} = \cos\left(\frac{5x_1 - 3}{5}\right).$$

Проверяем условия

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_i}\right|<1 \quad \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_2}{\partial x_i}\right|<1 \text{ для } x_1\in[0;0.3] \, u \, x_2\in[-2.2;-1.8]$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_i}\right|\in[0.2695;0.325] \quad \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_2}{\partial x_i}\right|\in[0.8253;0.6216].$$

Следовательно, в указанных промежутках условия сходимости выполняется.

Дальнейшие вычисления производятся по формуле (5). На первом шаге $k=1$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(1)}=\frac{1}{3}\cos(-2.0)+0.3 \\ x_2^{(1)}=\sin(0.15-0.6)-1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(1)}=0.1616, \quad x_2^{(1)}=-2.0350\,.$$

Критерий близости вычисляется по формуле (6):

$$M^1=\max\left(\left|x_1^{(1)}-x_1^{(0)}\right|;\left|x_2^{(1)}-x_2^{(0)}\right|\right)=$$

$$=\max\left(\left|0.161-0.150\right|;\left|(-2.035)-(-2)\right|\right)=$$

$$=\max\left(\left|0.0116\right|;\left|-0.035\right|\right)=0.035.$$

Таким образом, после первой итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0.035>0.001. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На втором шаге $k=2$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(2)}=\frac{1}{3}\cos(-2.0350)+0.3 \\ x_2^{(2)}=\sin(0.1616-0.6)-1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(2)}=0.1508, \quad x_2^{(2)}=-2.0245.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^2 = \max\left(\left|x_1^{(2)} - x_1^{(1)}\right|; \left|x_2^{(2)} - x_2^{(1)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1508 - 0.1616\right|; \left|(-2.0245) - (-2.035)\right|\right) =$$
$$== \max\left(0.0108; \left|-0.0105\right|\right) = 0.0108.$$

Таким образом, после второй итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0.0108>0.001. Значит необходимо перейти к третьему шагу.

На следующем $k = 3$ шаге получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0245) + 0.3 \\ x_2^{(3)} = \sin(0.1508 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$
$$x_1^{(3)} = 0.1539, \quad x_2^{(3)} = -2.0342 .$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^3 = \max\left(\left|x_1^{(3)} - x_1^{(2)}\right|; \left|x_2^{(3)} - x_2^{(2)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1539 - 0.1508\right|; \left|(-2.0342) - (-2.0245)\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.0031\right|; \left|-0.0971\right|\right) = 0.0971.$$

Таким образом, после третьей итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0.0971>0.001. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На четвёртом шаге $k = 4$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(4)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0342) + 0.3 \\ x_2^{(4)} = \sin(0.1539 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$
$$x_1^{(4)} = 0.1510, \quad x_2^{(4)} = -2.0314 .$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^4 = \max\left(\left|x_1^{(4)} - x_1^{(3)}\right|; \left|x_2^{(4)} - x_2^{(3)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1510 - 0.1539\right|; \left|(-2.0314) - (-2.0342)\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.0029\right|; \left|-0.0028\right|\right) = 0.0029.$$

Таким образом, после четвёртой итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0,0029>0,001. Значит необходимо перейти к пятому шагу.

На следующем шаге $k = 5$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(5)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0314) + 0.3 \\ x_2^{(5)} = \sin(0.1510 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(5)} = 0.1518, \quad x_2^{(4)} = -2.0341.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^5 = \max\left(\left|x_1^{(5)} - x_1^{(4)}\right|; \left|x_2^{(5)} - x_2^{(4)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1518 - 0.1510\right|; \left|(-2.0341) - (-2.0314)\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.0008\right|; \left|-0.0027\right|\right) = 0.0027.$$

Таким образом, после пятой итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0,0027>0,001. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На шестом $k = 6$ шаге получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(6)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0341) + 0.3 \\ x_2^{(6)} = \sin(0.1518 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(6)} = 0.1510, \quad x_2^{(6)} = -2.0333.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^6 = \max\left(\left|x_1^{(6)} - x_1^{(5)}\right|; \left|x_2^{(6)} - x_2^{(6)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1510 - 0.1518\right|; \left|(-2.0333) - (-2.0341)\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.0008\right|; \left|-0.0008\right|\right) = 0.0008.$$

Таким образом, после шестой итерации заданная точность достигнута, т.к. 0.0008<0.001. Следовательно, вычисления закончены. Результат вычислений приведены в табл.1

Таблица 1

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\Delta x_1^{(k)}$	$\Delta x_2^{(k)}$	M^k
0	0,1500	-2,0000			
1	0,1616	-2,0350	0,0116	-0,0350	0,0350>ε
2	0,1508	-2,0245	0,0108	-0,0105	0,0108> ε
3	0,1539	-2,0342	0,0031	-0,0971	0,0971> ε
4	0,1510	-2,0314	0,0029	-0,0028	0,0029> ε
5	0,1518	-2,0341	0,0008	-0,0027	0,0027> ε
6	0,1510	-2,0333	0,0008	-0,0008	0,0008<ε

Таким образом, решение системы:

$$x_1 \approx 0{,}1510, x_2 \approx -2.0333.$$

1.4Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций средствами MS Excel

Поскольку метод простых итераций заключается в последовательном повторении ряда однотипных вычислений, то этот метод достаточно просто реализуется с помощью инструментов MS Excel. На примере, описанном выше, рассмотрим последовательность решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами Excel.

1. В первую строку таблицы вносим буквенные обозначения необходимых параметров.

2. В диапазон ячеек A2:A8 вносим номер итерации, начиная с нуля. Можно внести большее количество итераций, чем было получено при расчёте вручную.

3. В ячейки B2 и C2 вносим значение корней в первом приближении, найденных из графика (рис.1).

4. В ячейку B3 вносим формулу =(1/3)*cos(C2)+0,3.

5. В ячейку C3 вносим формулу =sin(B2-0,6)-1,6.

6. Далее производим относительное копирование формулы, содержащейся в ячейке B3 вниз на необходимый диапазон.

7. Таким же образом копируем ячейку C3.

8. В ячейке D3 вычисляем разность между последующим и предыдущим x_1 по формуле = B3-B2, и копируем её на необходимый диапазон.

9. Аналогично вычисляем разность между значениями x_2 в ячейке E3 = C3-C2, далее копируем полученную формулу.

10. Вычисляем критерий близости M для каждого шага итераций. В ячейку F3 вносим формулу =МАКС(ABS(D3);ABS(E3)) и копируем её.

11. Сравниваем полученный критерий близости с заданной точностью, значение которой указанно в ячейке G2, и в зависимости от результатов делаем вывод о том, необходимо ли продолжить вычисления или остановиться. Для этого в ячейку G3 вносим формулу = ЕСЛИ(F3>G2;"продолжать вычисления ";"стоп "), в которой необходимо сделать абсолютную ссылку на ячейку G2, где указана заданная точность.

12. Копируем данную формулу до тех пор, пока критерий близости не станет больше точности и в ячейке не появится слово «СТОП».

13. Таким образом решением системы будет

$$x_1 \approx 0{,}1510,\, x_2 \approx -2.0333.$$

Результаты вычислений представлены на рис. 2

В результате вычислений средствами MS Excel решение системы совпали с полученными при расчёте вручную. Что подтверждает то, что метод был реализован верно.

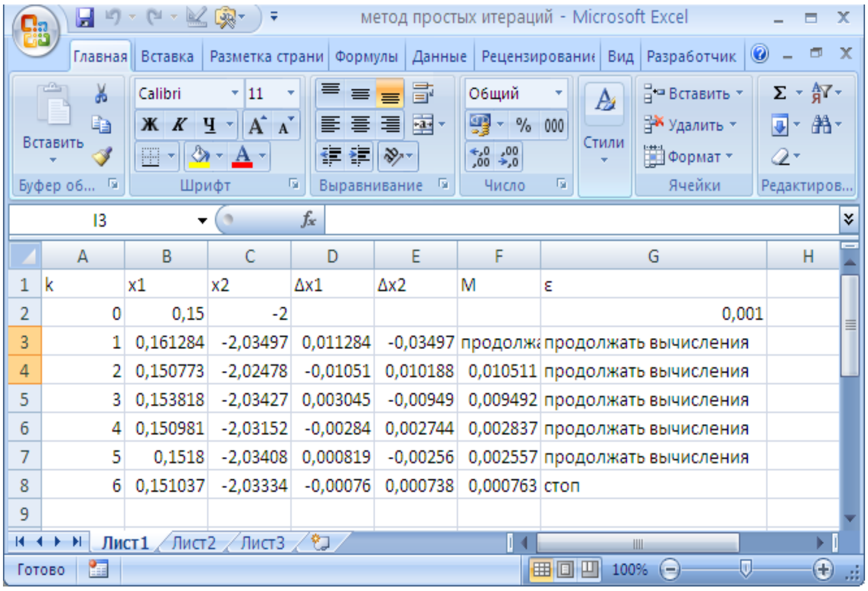


Рис. 4. Реализация метода простых итераций средствами Excel

1.5 Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами пакета MathCAD

В пакете MathCAD можно реализовать метод простых итераций разными способами. Можно производить пошаговые вычисления x_1 и x_2, с последующим вычислением критерия близости и сравнением его с точностью. Наиболее оптимальным является выполнение последовательности указанных операций в виде цикла, созданного с помощью панели «Программирование».

На рис. 5 представлен пример программы для реализации метода простых итераций для решения системы уравнений, представленной в предыдущих разделах. Решение системы X задаём как функцию от количества итераций n и точности e. Значение n задаём любое, учитывая в цикле, что вычисления прекратятся при достижении заданной точности. Задаём значения корней в первом приближении $x_1 = 0.15, x_2 = -2.0$. Далее открываем цикл итераций в котором вычисляем x_1 и x_2, а также модуль разности предыдущего и последующего значения. Вычисления заканчиваются, если точность достигнута, иначе переходим к следующей итерации. Решения системы выводим в виде матрицы из двух столбцов.

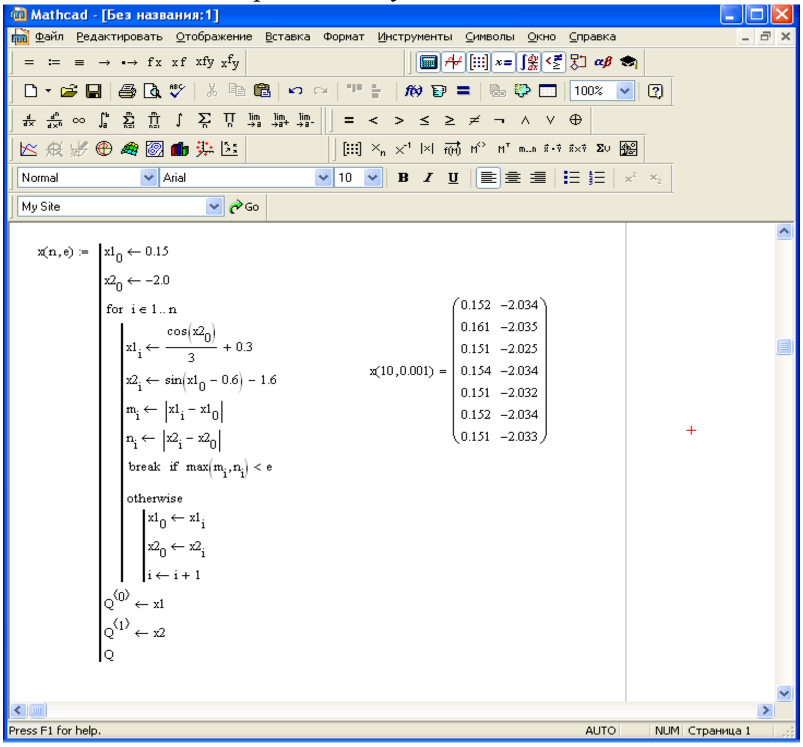


Рис.5. Программа для решения системы методом простых итераций

2. Метод простых итераций с параметром

Метод простых итераций с параметром это видоизменённый метод простых итераций, применимый для ускорения сходимости итерационного процесса. В этом случае формула итерационного процесса имеет вид

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} \pm T_i f_i(X^k), \qquad (8)$$

где T_i- параметры, которые первоначально принимаются равными единице.

2.1 Алгоритм метода простых итераций с параметром

1. Задаёмся точностью вычислений.
2. Переписываем систему в виде (1):

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0. \end{cases}$$

3. Выбираем начальное приближение $X^{(0)}$.
4. Полагаем переменную, k нумерующую приближения, равной нулю.
5. Полагаем $T_i = 1, i = 1,2,\ldots, n.$
6. Вычисляем $(k+1)$ - е приближение по приближённой формуле (8)

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + T_i f_i(X^k).$$

7. Проверяем условие

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(X^{(k)})^2 < \varepsilon^2. \qquad (9)$$

Если это условие выполняется, то $X^{(k+1)}$ – искомое приближение к решению и итеративный процесс закончен. В противном случае пересчитываем значение $T_i\,(i = 1,2,\ldots, n)$, для чего переходим к пунктам 8-9, которые выполняются для всех *i*.

8. Проверяем качество нового приближения

$$\left| f_i(X^{(k+1)}) \right| < \left| f_i(X^{(k)}) \right|. \qquad (10)$$

Если условие выполняется, то повторяем пункт 6 при следующем *i*, в противном случае переходим к пункту 9.

9. Подбираем новые T_i . Если $T_i > 0$, то заменяем T_i на $-T_i$, в противном случае на $-T_i/2$. После корректировки T_i возвращаемся к пункту 6, увеличив k на единицу.

Необходимо отметить, что для данного метода возможен случай, когда выполняется условие (5), но не выполняется условие (2), т.е. последовательность

$$X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \ldots X^{(k)}, X^{(k+1)} \ldots,$$

сходится в себе (за счёт изменения *T)*, но не сходится к решению X^*.

2.2 Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром

Рассмотрим пример решения системы уравнений, решённой в пункте 1.3 методом простых итераций. Заданная точность 0,001.

$$\begin{cases} \sin(x-0.6)-y=1.6 \\ 3x-\cos y=0.9. \end{cases}$$

Принимаем $x=x_1, y=x_2$ и переписываем систему в виде (1)

$$\begin{cases} x_1-\dfrac{1}{3}\cos x_2-0.3=0 \\ x_2-\sin(x_1-0.6)+1.6=0. \end{cases}$$

Начальные приближения выбираем из графика (рис.3)

$x_1^{(0)}=0.15, x_2^{(0)}=-2$.

Далее вычисляем $x_i^{(k+1)}$ по формуле (8).

На первом шаге получаем следующие значения:

принимаем $T_i=1$;

$$x_1^{(1)}=x_1^{(0)}+(x_1^{(0)}-\frac{1}{3}\cos x_2^{(0)}-0.3)$$

$$=0.15+(0.15-\frac{1}{3}\cos(-2)-0.3)=0.1387$$

$$x_2^{(1)}=x_2^{(0)}+(x_2^{(0)}-\sin(x_1^{(0)}-0.6)+1.6)=$$

$$=-2+(-2-\sin(0.15-0.6)+1.6)=-1.9650.$$

Далее проверяем условие (9)

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x^{(0)})^2 = -0.0113^2 + 0.0350^2 = 1.35 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6} .$$

Условие не выполняется, значит, пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(1)}) = 0.1387 - \frac{1}{3}\cos(-1.9650) - 0.3 = -0.0333$$

$$f_2(x_1^{(1)}) = -1.9650 - \sin(0.1387 - 0.6) + 1.6 = 0.0810$$

$$|-0.0333| > |0.013| .$$

Условие (10) не выполняется, значит принимаем $T_i = -1$ для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.081| > |0,035|$$

Условие (10) не выполняется, значит принимаем $T_i = -1$ для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим ко второму шагу. Вычисляем значения $x_1^{(2)}$ и $x_1^{(2)}$

$$x_1^{(2)} = x_1^{(1)} - (x_1^{(1)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(1)} - 0.3) =$$

$$= 0.1387 - (0.1387 - \frac{1}{3}\cos(-1.9650) - 0.3) = 0.1720$$

$$x_2^{(2)} = x_2^{(1)} - (x_2^{(1)} - \sin(x_1^{(1)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -1.9650 - (-1.9650 - \sin(0.1387 - 0.6) + 1.6) = -2.0457.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(1)})^2 = 0.0333^2 + 0.0810^2 = 7.67 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6} .$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i, для чего проверяем условие (10) для каждого значения *i*:

$$f_1(x_1^{(2)}) = 0.1720 - \frac{1}{3}\cos(-2.0457) - 0.3 = -0.0244$$

$$f_2(x_1^{(2)}) = -2.0457 - \sin(0.1720 - 0.6) + 1.6 = -0.0307$$

$$|-0.0244| < |0.0333|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0307| < |0.081|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(3)}$ и $x_2^{(3)}$

$$x_1^{(3)} = x_1^{(2)} - (x_1^{(2)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(2)} - 0.3) =$$
$$= 0.1720 - (0.1720 - \frac{1}{3}\cos(-2.0457) - 0.3) = 0.1476$$

$$x_2^{(3)} = x_2^{(2)} - (x_2^{(2)} - \sin(x_1^{(2)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$-2.0457 - (-2.0457 - \sin(0.1720 - 0.6) + 1.6) = -2.0151$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(2)})^2 = (-0.0244)^2 + (-0.0307)^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значения, T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения *i*:

$$f_1(x_1^{(3)}) = 0.1476 - \frac{1}{3}\cos(-2.0151) - 0.3 = -0.0091$$

$$f_2(x_1^{(3)}) = -2.0151 - \sin(0.1476 - 0.6) + 1.6 = 0.022$$

$$|-0.0091| < |0.0244|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.022| < |-0.0307|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(4)}$ и $x_2^{(4)}$

$$x_1^{(4)} = x_1^{(3)} - (x_1^{(3)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(3)} - 0.3) =$$

$$= 0.1476 - (0.1476 - \frac{1}{3}\cos(-2.0151) - 0.3) = 0.1567$$

$$x_2^{(4)} = x_2^{(3)} - (x_2^{(3)} - \sin(x_1^{(3)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -2.0151 - (-2.0151 - \sin(0.1476 - 0.6) + 1.6) = -2.0371.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(3)})^2 = (-0.0091)^2 + 0.022^2 = 5.7 \cdot 10^{-4} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения *i*:

$$f_1(x_1^{(4)}) = 0.1567 - \frac{1}{3}\cos(-2.0371) - 0.3 = 0.0066$$

$$f_2(x_1^{(4)}) = -2.0371 - \sin(0.1567 - 0.6) + 1.6 = -0.0082$$

$$|0.0066| < |-0.0091|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0082| < |0,022|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(5)}$ и $x_2^{(5)}$

$$x_1^{(5)} = x_1^{(4)} - (x_1^{(4)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(4)} - 0.3) =$$

$$= 0.1567 - (0.1567 - \frac{1}{3}\cos(-2.0371) - 0.3) = 0.1501$$

$$x_2^{(5)} = x_2^{(4)} - (x_2^{(4)} - \sin(x_1^{(4)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -2.0371 - (-2.0371 - \sin(0.1567 - 0.6) + 1.6) = -2.0289.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(4)})^2 = 0.0066^2 + (-0.0082)^2 = 1.1 \cdot 10^{-4} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения *i*:

$$f_1(x_1^{(5)}) = 0.1501 - \frac{1}{3}\cos(-2.0289) - 0.3 = -0.0025$$

$$f_2(x_1^{(5)}) = -2.0289 - \sin(0.1501 - 0.6) + 1.6 = 0,006$$

$$|-0,0025| < |0.0066|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.006| < |-0.0082|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(6)}$ и $x_2^{(6)}$

$$x_1^{(6)} = x_1^{(5)} - (x_1^{(5)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(5)} - 0.3) =$$

$$= 0.1501 - (0.1501 - \frac{1}{3}\cos(-2.0289) - 0.3) = 0.1526$$

$$x_2^{(6)} = x_2^{(5)} - (x_2^{(5)} - \sin(x_1^{(5)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$= -2.0289 - (-2.0289 - \sin(0.1501 - 0.6) + 1.6) = -2.0349$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(5)})^2 = (-0.0025)^2 + 0.006^2 = 4.2 \cdot 10^{-5} > 1 \cdot 10^{-6}$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(6)}) = 0.1526 - \frac{1}{3}\cos(-2.0349) - 0.3 = 0.0018$$

$$f_2(x_1^{(6)}) = -2.0349 - \sin(0.1526 - 0.6) + 1.6 = -0{,}0023$$

$$|0.0018| < |-0.0025|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0023| < |0.006|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(7)}$ и $x_2^{(7)}$

$$x_1^{(7)} = x_1^{(6)} - (x_1^{(6)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(6)} - 0.3) =$$
$$= 0.1526 - (0.1526 - \frac{1}{3}\cos(-2.0349) - 0.3) = 0.1508$$

$$x_2^{(7)} = x_2^{(6)} - (x_2^{(6)} - \sin(x_1^{(6)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$= -2.0349 - (-2.0349 - \sin(0.1526 - 0.6) + 1.6) = -2.0326.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i^{(6)})^2 = 0.0018^2 + (-0.0023^2) = 8.5 \cdot 10^{-6} > 1 \cdot 10^{-6} .$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения *i*:

$$f_1(x_1^{(7)}) = 0.1508 - \frac{1}{3}\cos(-2.0326) - 0.3 = -0.0007$$

$$f_2(x_1^{(7)}) = -2.0326 - \sin(0.1508 - 0.6) + 1.6 = 0.0016$$

$$|-0.0007| < |-0.0018| .$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.0016| < |-0.0023|$$

Условие (10 не выполняется, значит подбираем новое значение T_i для $f_1(x_i^{(k+1)})$. Поскольку $T_i > 0$, то по условию (10) принимаем $T_i = 1/2$

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(8)}$ и $x_2^{(8)}$

$$x_1^{(8)} = x_1^{(7)} - (x_1^{(7)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(7)} - 0.3) =$$

$$= 0.1508 - (0.1508 - \frac{1}{3}\cos(-2.0326) - 0.3) = 0.1515$$

$$x_2^{(8)} = x_2^{(7)} - (x_2^{(7)} - \sin(x_1^{(7)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$= -2.0326 - (-2.0326 - \sin(0.1508 - 0.6) + 1.6) = -2.0342.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(7)})^2 = (-0.0007)^2 + 0.0016^2 = 3.1^{-6} > 1 \cdot 10^{-6} \ .$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения *i*:

$$f_1(x_1^{(8)}) = 0.1515 - \frac{1}{3}\cos(-2.0342) - 0.3 = 0.0005$$

$$f_2(x_1^{(8)}) = -2.0342 - \sin(0.1515 - 0.6) + 1.6 = -0.0006$$

$$|0.0005| < |-0.0007|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0006| < |-0.0016|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(9)}$ и $x_2^{(9)}$

$$x_1^{(9)} = x_1^{(8)} - (x_1^{(8)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(8)} - 0.3) =$$

$$= 0.1515 - (0.1515 - \frac{1}{3}\cos(-2.0342) - 0.3) = 0.1510$$

$$x_2^{(9)} = x_2^{(8)} - (x_2^{(8)} - \sin(x_1^{(8)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -2.0342 - (-2.0342 - \sin(0.1515 - 0.6) + 1.6) = -2.0336.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(8)})^2 = 0.0005^2 + (-0.0006)^2 = 6{,}1^{-7} < 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие выполняется, значит X^9 – искомое приближение к решению и итеративный процесс закончен. Таким образом найденные решения $x_1 = 0.1510$ и $x_2 = -2.0333$, что совпадает с решениями, найденными ранее методом простых итераций. Результаты вычислений представлены в табл.2

Таблица 2

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\sum_{i=1}^{n} f_i(X^k)$	T	f_1	f_2
1	0.1387	-1.9650	$1.35 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	1	-0.0333	0.0810
2	0.1720	-2.0457	$7.67 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	-1	-0.0244	-0.0307
3	0,1476	-2,0151	$1.5 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	-1	-0.0091	0.022
4	0,1567	-2,0371	$5.7 \cdot 10^{-4} > \varepsilon$	-1	0,0066	-0,0082
5	0,1501	-2,0289	$1.1 \cdot 10^{-4} > \varepsilon$	-1	-0,0025	0,006
6	0,1526	-2,0349	$4.2 \cdot 10^{-5} > \varepsilon$	-1	0,0018	-0,0023
7	0,1518	-2,0326	$8.5 \cdot 10^{-6} > \varepsilon$	-1	-0.0007	0.0016
8	0.1515	-2.0342	$3.1 \cdot 10^{-6} > \varepsilon$	-1	0.0005	-0.0006
9	0.1510	-2.0336	$6.1 \cdot 10^{-7} < \varepsilon$			

2.3 *Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel*

Поскольку метод простых итераций с параметром заключается в последовательном повторении ряда однотипных вычислений, то этот метод также достаточно просто реализуется с помощью инструментов MS Excel. На примере, описанном выше, рассмотрим последовательность решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами Excel.

1. В первую строку таблицы вносим буквенные обозначения необходимых параметров.
2. В диапазон ячеек A2:A8 вносим номер итерации, начиная с нуля. Можно внести большее количество итераций, чем было получено при расчёте вручную.
3. В ячейки B2 и C2 вносим значение корней в первом приближении, найденных из графика (рис.3).
4. В ячейке D2 находим значение $f_1(x^k)$ =B2-(1/3)*COS(C2)-0.3.
5. Ячейке E2 находим значение $f_2(x^k)$ =C2-SIN(B2-0,6)+1,6.
6. В ячейку B3 вносим формулу =B2+K2*(B2-(1/3)*COS(C2)-0,3), где в ячейке K2 содержится значение параметра T, на первом этапе принимаемое за *1*. Ссылка на эту ячейку относительная , потому что мы в дальнейшем будем корректировать T , в зависимости от условий и данную формулу копировать не будем.
7. В ячейку C3 вносим формулу =C2+K2*(C2-SIN(B2-0,6)+1,6).
8. Формулы из ячеек D2 и E2 копируем на необходимый диапазон.
9. В ячейке F3 находим значение $\sum_{i=1}^{n} f_2(X^k)^2$ =D2^2+E2^2. Копируем данную формулу на необходимый диапазон.
10. Далее проверяем точность приближения, для чего в ячейку G 3вносим формулу: =ЕСЛИ(F3<L2^2;"стоп";"продолжение"), где в ячейке L2 задано значение точности и ссылка на неё является абсолютной, так как данная формула будет копироваться без изменений на нужный диапазон.

11. В ячейке H3 проверяем качество приближения для f_1, в зависимости от сравнения модулей последующего и предыдущего значения f_1 принимаем значение T либо за -1 либо за 1: =ЕСЛИ(ABS(D3)<ABS(D2);1;-1). Дальнейшую корректировку *T* в данной формуле мы пока не учитываем и значение $-\frac{T}{2}$ будем учитывать на следующем шаге, следовательно данную формулу копировать не будем.

12. Аналогично проверяем качество приближения для f_2, в ячейке I3:=ЕСЛИ(ABS(D3)<ABS(D2);1;-1).

13. В ячейке B4 вычисляем следующее значение x_1^k: =B3+H3*(B3-(1/3)*COS(C3)-0,3), где мы уже ссылаемся на ячейку H3, в которой находится скорректированное в зависимости от полученных значений f_1 и f_2 значение *T*.

14. Аналогично вычисляем последующее значение x_2^k в ячейке C4: =C3+I3*(C3-SIN(B3-0,6)+1,6), где новое значение *T* находиться в ячейке I3.

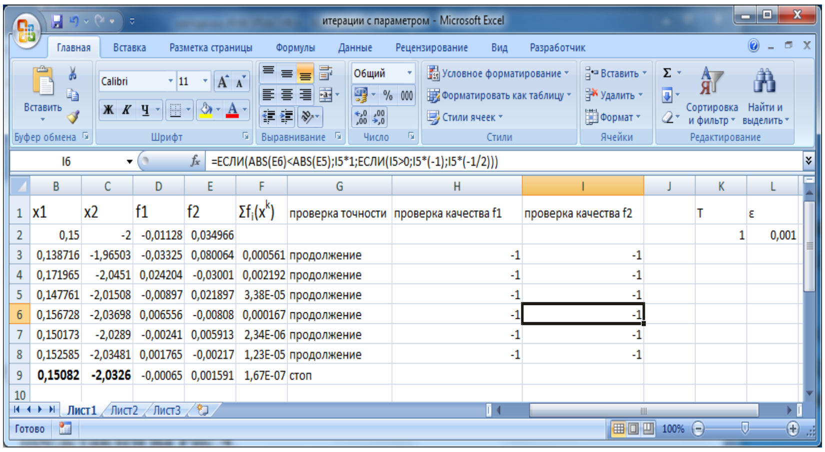
15. Копируем формулы из ячеек B4 и C4 на необходимый диапазон.

16. В ячейку H4 вносим формулу для корректировки значения *T* в зависимости от полученного значения f_1 и от предыдущего значения *T*: =ЕСЛИ(ABS(D4)<ABS(D3);H3*1;ЕСЛИ(H3>0;H3*(-1);H3*(-1/2))).

17. Аналогично корректируем значение *T* в ячейке I4: =ЕСЛИ(ABS(E4)<ABS(E3);I3*1;ЕСЛИ(I3>0;I3*(-1);I3*(-1/2))).

18. Копируем формулы из ячеек H4 и I4 на нужный диапазон.

Результат решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel представлен на рис.6. Совпадение решений системы найденных в данном методе и в предыдущем, говорит о том, что метод реализован верно.



I6 =ЕСЛИ(ABS(E6)<ABS(E5);I5*1;ЕСЛИ(I5>0;I5*(-1);I5*(-1/2)))

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	f1	f2	$\Sigma f_i(x^k)$	проверка точности	проверка качества f1	проверка качества f2		T	ε
2	0,15	-2	-0,01128	0,034966						1	0,001
3	0,138716	-1,96503	-0,03325	0,080064	0,000561	продолжение	-1	-1			
4	0,171965	-2,0451	0,024204	-0,03001	0,002192	продолжение	-1	-1			
5	0,147761	-2,01508	-0,00897	0,021897	3,38E-05	продолжение	-1	-1			
6	0,156728	-2,03698	0,006556	-0,00808	0,000167	продолжение	-1	-1			
7	0,150173	-2,0289	-0,00241	0,005913	2,34E-06	продолжение	-1	-1			
8	0,152585	-2,03481	0,001765	-0,00217	1,23E-05	продолжение	-1	-1			
9	**0,15082**	**-2,0326**	-0,00065	0,001591	1,67E-07	стоп					
10											

Рис.6. Реализация метода простых итераций с параметром средствами Excel

2.4 *Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами пакета Mathcad*

Решение системы X задаём как функцию от количества итераций n и точности e. Значение n задаём любое, учитывая в цикле, что вычисления прекратятся при достижении заданной точности.

Задаём значения корней в первом приближении $x_1 = 0.15$ и $x_2 = -2.0$.

Далее открываем цикл итераций в котором вычисляем x_1 и x_2, а так же для каждой итерации значения f_i^k для сравнения квадрата суммы полученных значений с квадратом точности и для сравнения последующего значения с предыдущим, на основании чего корректируем значения T. Вычисления заканчиваются, если точность достигнута, иначе корректируем значение T и переходим к следующей итерации.

Решения системы выводим в виде матрицы из двух столбцов. Полученная последовательность итераций представлена на рис.7

$$x(10, 0.001) = \begin{pmatrix} 0.153 & -2.035 \\ 0.139 & -1.965 \\ 0.172 & -2.045 \\ 0.148 & -2.015 \\ 0.157 & -2.037 \\ 0.15 & -2.029 \\ 0.153 & -2.035 \\ 0.151 & -2.033 \end{pmatrix}$$

Рис.7. Решения системы

На рис. 8 представлен пример программы для реализации метода простых итераций с параметром для решения системы нелинейных уравнений, представленной в предыдущих разделах.

```
x(n, e) := | x1_0 ← 0.15
           | x2_0 ← −2.0
           | t1 ← 1
           | t2 ← 1
           | for i ∈ 1.. n
           |   | x1_i ← x1_0 + t1·( x1_0 − cos(x2_0)/3 − 0.3 )
           |   | x2_i ← x2_0 + t2·( x2_0 − sin(x1_0 − 0.6) + 1.6 )
           |   | f1_i ← x1_0 − cos(x2_0)/3 − 0.3
           |   | f2_i ← x2_0 − sin(x1_0 − 0.6) + 1.6
           |   | a_i ← f1_i + f2_i
           |   | y1_i ← x1_i − cos(x2_i)/3 − 0.3
           |   | y2_i ← x2_i − sin(x1_i − 0.6) + 1.6
           |   | break  if  (a_i)^2 < e^2
           |   | otherwise
           |   |   | t1 ← 1·t1  if  |y1_i| < |f1_i|
           |   |   | otherwise
           |   |   |   | t1 ← −1·t1  if  t1 > 0
           |   |   |   | t1 ← −t1/2  otherwise
           |   |   | t2 ← 1·t2  if  |y2_i| < |f2_i|
           |   |   | otherwise
           |   |   |   | t2 ← −1·t2  if  t2 > 0
           |   |   |   | t2 ← −t2/2  otherwise
           |   |   | x1_0 ← x1_i
           |   |   | x2_0 ← x2_i
           |   |   | i ← i + 1
           | Q^⟨0⟩ ← x1
           | Q^⟨1⟩ ← x2
           | Q
```

Рис.8. Программа для решения системы методом простых итераций с параметром

3. Задание на курсовую работу «Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами»

Составить программу для решения системы нелинейных уравнений одним из вышеописанных методов с точностью ε=0.001. Систему уравнений выбрать в соответствии с номером варианта. Выполнить проверку решения вручную, а так же с помощью пакетов Microsoft Excel и MathCAD в соответствии с приведёнными выше примерами.

3.1 Требования к оформлению пояснительной записки

1. Пояснительная записка оформляется с помощью редактора Microsoft Word.

2. Размер бумаги А4 (210x297 мм), печать односторонняя, ориентация книжная; поля: верхнее, нижнее, правое по 2,5 см, левое 3,0 см; колонтитулы: от края колонтитула верхнего 1,25см; нижнего 1,6 см; переплёт 0 см; нумерация внизу страницы, от центра (титульный лист не нумеровать), размер шрифта 10.

3. Шрифт Times New Roman, размер 12; выравнивание для абзаца – по ширине, для заголовка – по центру, отступ первой строки абзаца 1,25 см; межстрочный интервал одинарный; автоматическая расстановка переносов, запрет висячих строк. Размер символов формулы: обычный 12, крупный индекс 7, мелкий индекс 5, крупный символ 18, мелкий символ 12. Размер символов таблицы и блок-схемы 10. Рисунки и подрисуночные подписи по центру, размер символов подписи 10. Размер шрифта оглавление 10, номеров формул - 12.

4. Пояснительная записка должна содержать:

- Титульный лист, оформленный в соответствии с образцом (Приложение 1);
- Индивидуальное задание, оформленное в соответствии с образцом (Приложение 2);
- Аннотацию на русском и одном из иностранных языков;
- Оглавление, выполненное автоматически;
- Введение;
- Теоретическую часть работы, содержащую описание применяемого при расчётах метода;

- Проверку условия сходимости для применимости метода по отношению к конкретной системе уравнений;
- Результаты вычислений произведённых вручную и представленные в таблице;
- Решение системы, полученное вручную;
- Результаты вычислений, произведённые средствами MS Excel, в режиме отображения данных и в режиме отображения формул, с объяснением алгоритма вычислений;
- Результаты вычислений с помощью пакета MathCAD , с объяснением порядка вычислений;
- Блок-схему вычислительного процесса;
- Текст файла с входными данными;
- Текст программы, реализующий вычислительный процесс (программа должна содержать достаточное количество комментариев)
- Результат работы программы;
- Заключение;
- Библиографический список.

Варианты заданий

$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0.7 \end{cases}$ Вариант 1	Вариант 2 $\begin{cases} \cos x + y = 1.5 \\ 2x - \sin(y-0.5) = 1 \end{cases}$
Вариант 3 $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1.2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$	Вариант 4 $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$
Вариант 5 $\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 0.8 \\ \sin y - 2x = 1.6 \end{cases}$	Вариант 6 $\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1 \\ \cos(y-2) + x = 1 \end{cases}$

Вариант 7 $\begin{cases} \sin(x+2)-y=1.5 \\ x+\cos(y-2)=0.5 \end{cases}$	Вариант 8 $\begin{cases} \sin(x-1)=1.3-y \\ x-\sin(y+1)=0.8 \end{cases}$
Вариант 9 $\begin{cases} \cos(x+0.5)-y=2 \\ \sin y-2x=1 \end{cases}$	Вариант 10 $\begin{cases} 2y-\cos(x+1)=1 \\ x+\sin y=-0.4 \end{cases}$
Вариант 11 $\begin{cases} \sin(y+1)-x=1.2 \\ 2y+\cos y=2 \end{cases}$	Вариант 12 $\begin{cases} \cos(y-1)+x=0.5 \\ y-\cos x=3 \end{cases}$
Вариант 13 $\begin{cases} \sin(y+0.5)-x=1 \\ \cos(x-2)+y=1 \end{cases}$	Вариант 14 $\begin{cases} \cos y-2x=1 \\ \sin(x+0.5)-3y=1 \end{cases}$
Вариант 15 $\begin{cases} \sin y+2x=2 \\ \cos(x-1)+y=0.7 \end{cases}$	Вариант 16 $\begin{cases} \cos y+x=1.5 \\ 2y-\sin(x-0.5)=3 \end{cases}$
Вариант 17 $\begin{cases} \cos(x-1)+1.1y=0.6 \\ 1.2x+\sin(y-0.3)=3 \end{cases}$	$\begin{cases} \cos(x+1)-y=0.5 \\ 2x+\cos(y-1)=2 \end{cases}$ Ва- риант 18
Вариант 19 $\begin{cases} \sin(x+0.5)+y=1 \\ \cos(y+2)-1.1=1 \end{cases}$	Вариант 20 $\begin{cases} \cos(x-0.2)-y=1.1 \\ \sin y+3x=1.3 \end{cases}$

Вариант 21 $\begin{cases}\cos(x-1)+2y=0.8\\ 2x-\sin y=1\end{cases}$	$\begin{cases}\sin(x-1)=1.3-y\\ x+\cos(y+1)=0.3\end{cases}$ Вариант 22
Вариант 23 $\begin{cases}2y+\cos(x+1)=1\\ x-\sin(y-3)=0.4\end{cases}$	Вариант 24 $\begin{cases}\cos x-3y=2\\ \cos(y+1)-x=0.6\end{cases}$
Вариант 25 $\begin{cases}\sin(x+2)-y=1.5\\ x+\cos(y+2)=0.6\end{cases}$	Вариант 26 $\begin{cases}\cos(x-0.5)+y=2\\ \sin y+2x=1\end{cases}$
Вариант 27 $\begin{cases}\cos(y+1)+x=0.5\\ y-\cos y=3\end{cases}$	Вариант 28 $\begin{cases}\sin(y-0.6)+x=1\\ \cos(x-2)+2y=0.9\end{cases}$
Вариант 29 $\begin{cases}\sin(y+1)-x=1.3\\ 2y+\cos(x-1)=1\end{cases}$	Вариант 30 $\begin{cases}\sin y-2x=2\\ \cos(x-1)+y=0.7\end{cases}$
Вариант 31 $\begin{cases}\cos 2x-y=1\\ \cos(y+0.5)-x=0.4\end{cases}$	Вариант 32 $\begin{cases}2\cos y+x=1\\ y-\sin(x-0.5)=3\end{cases}$
Вариант 33 $\begin{cases}\sin y+2x=2\\ \cos(x-1)+y=0.7\end{cases}$	Вариант 34 $\begin{cases}\cos(y+1)+2x=1\\ y-\cos 2x=2\end{cases}$

Вариант 35	Вариант 36
$\begin{cases}\cos(x+1)+2y=1\\ \sin 2y+x=1\end{cases}$	$\begin{cases}\sin(x+1)=1.5-y\\ x-\cos(y+1)=0.8\end{cases}$

Библиографический список

1. *Тарасов В.Н.* Численные методы. Теория, алгоритмы, программы / *В.Н.Тарасов, Н.Ф. Бахарева.* Оренбург: ИПК ОГУ. 2008. 264 с.

2. *Бахвалов Н.С* . Численные методы. 3-е изд. /Н.С. *Бахвалов.*, *Н.П. Жидков. Г.М. Кобельников.* М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2009. 632 с.

3. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 Т.учеб. пособ. М.: Высшая. школа. 2008 г. 184 с.

4. *Протасов И.Д.* Лекции по вычислительной математике: учеб. пособ. М.: Гелиос АРВ. 2009. 309 с.

5. *Маховиков А.Б., Кротова С.Ю., Пивоварова И.И.* Информатика. Решение систем нелинейных уравнений методом простых итераций: Методические указания для выполнения курсовой работы. Санкт-Петербург: РИЦ СПГУ. 2018. 40 с.

Приложение 1

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине____________Информатика__________________________
(наименование дисциплины согласно учебному плану)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Тема работы: Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами

Автор студент гр.________ __________ ________
(подпись) (Ф.И.О.)

Дата ____________

Оценка_________

Проверил:_________ _____________ _________
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург
20____

Приложение 2

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
________/______________/
(подпись) (Ф.И.О.)
______”_________20__ г.

Кафедра информатики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине __________Информатика____________________
(наименование дисциплины согласно учебному плану)

ЗАДАНИЕ

Студенту группы _____________ ____________________
(шифр группы) (Ф.И.О.)

1.Тема работы____

2. Исходные данные к работе____

3. Содержание пояснительной записки_______________________________________

4. Перечень графического материала____

5. Срок сдачи законченной работы____

Руководитель работы ____________ ______________ _________________
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Дата выдачи задания __________20__ г.

Содержание

ИНФОРМАТИКА

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ИТЕРАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

Методические указания к курсовой работе для студентов бакалавриата направления 13.03.02 и специальности 21.05.02

Сост.: *С.Ю. Кротова, Е.Н Овчинникова, А.Е. Ильин*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой информатики и компьютерных технологий

Ответственный за выпуск *С.Ю. Кротова*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 06.02.2023. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 2,2. Усл.кр.-отт. 2,2. Уч.-изд.л. 1,9. Тираж 50 экз. Заказ 71.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2