

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

*Методические указания к лабораторным работам
и практическим занятиям
для студентов специальности 21.05.04*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2020**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра машиностроения

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

*Методические указания к лабораторным работам
и практическим занятиям
для студентов специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2020

УДК 621.31.213.34.019.2 (073)

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ:

Методические указания к лабораторным работам и практическим занятиям / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *А.В. Михайлов, С.Л. Иванов, А.С. Федоров*. СПб, 2020. 72 с.

В методических указаниях даны основные положения теории надежности, которые дополняются лабораторными работами и примерами решения задач для практических занятий, что позволяет осваивать теоретический курс, приобретать и закреплять знания, умения и навыки, формируемые учебной дисциплиной «Теория надежности горных машин и оборудования»

Предназначены для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Горные машины и оборудования», изучающих учебную дисциплину «Теория надежности горных машин и оборудования», а также могут быть полезны для студентов направления подготовки 15.03.02. «Технологические машины и оборудование», изучающих учебную дисциплину «Надежность технологических машин и оборудование».

Научный редактор проф. *В.В. Максаров*

Рецензент канд. техн. наук *Е.Ю. Стенук* (СКБЭ ЗАО «Эс-Сервис»)

Введение

Оценка надежности оборудования при помощи математических методов на основании обобщения накопленной статистической информации об их работе в реальных условиях эксплуатации позволяет выявлять вероятностные закономерности и соотношения между случайными факторами, в различной мере влияющими на работоспособность, безотказность и долговечность объектов.

Надежность горных машин и оборудования зависит от объективных и субъективных факторов.

Объективные факторы – действие окружающей среды, механические и другие воздействия (изнашивание, старение, нагрузка).

Субъективные факторы – зависят от действия человека (выбор схемы, конструкции, режимов работы, ТО и ремонтов).

Результат действия этих факторов на машину – отказ оборудования. Методы исследований надежности основаны на том, что отказ – случайное событие и для его предупреждения необходимо знать физические причины и закономерности его возникновения и развития.

Введение вероятностных категорий в расчетные алгоритмы позволяет применить единый методический подход к решению различных задач, возникающих при проектировании, изготовлении и эксплуатации горных машин и оборудования. Эти задачи связаны с оценками: вероятности безотказной работы элементов и систем; прогнозированием ресурса (прогнозированием остаточного ресурса для эксплуатируемых машин); формы, геометрических размеров и свойств применяемых материалов при наличии ограничений на параметры напряженного состояния деталей и перемещения; перемещений характерных точек при определенных размерах, форме и материале элемента, диапазона частот собственных и вынужденных колебаний и других переменных параметров.

На практических и лабораторных занятиях по дисциплине «Теория надежности горных машин и оборудования» закрепляют теоретический материал, представленный преподавателем; решают практические задачи и выполняют лабораторные работы; защищают результаты выполненных работ по теме.

После изучения методических указаний каждый студент получает персональные задачи для решения под контролем преподавателя, используя при этом варианты решений примеров заданий

Вся необходимая информация о содержании, объеме, требованиях к подготовке к практическим занятиям и их защите доводится до сведения студентов на занятиях. Большое значение для усвоения каждой из тем лабораторных и практических занятий имеет выполнение заданий, которые способствуют усвоению и закреплению теоретического материала, а также дают навык практического применения основных теоретических положений. В результате изучения каждой из тем дисциплины студент должен получить навыки самостоятельного применения основных положений теории надежности и уметь использовать расчетные методы при решении конкретных задач.

Практическая работа 1

Термины, определения, понятия в теории надежности

Цель работы: усвоить основные понятия курса.

Надежность – свойство объекта выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования объекта, ремонта, хранения и транспортирования.

Надежность закладывается на стадии проектирования, обеспечивается на стадии изготовления, сохраняется на стадии хранения и транспортировки и поддерживается на стадии эксплуатации. Теория надежности рассматривает обобщенные объекты: изделия, элементы и системы, которые могут быть восстанавливаемыми и невосстанавливаемыми. Основные понятия, термины и определения надежности регламентируются ГОСТ 27.002-2015 «Надежность в технике. Термины и определения».

Для обозначения любого образца создаваемой техники используется термин "изделие".

Объект (технический): предмет рассмотрения, на который распространяется терминология по надежности в технике.

Объектом может быть сборочная единица, деталь, компонент, элемент, устройство, функциональная единица, оборудование,

изделие, система, сооружение. Он может включать в себя аппаратные средства, программное обеспечение, персонал или их комбинации.

Термин «объект» может относиться к конкретному объекту и к одному из представителей группы однотипных объектов, в частности, к выбранному случайным образом элементу выборки, партии, серии, генеральной совокупности.

Элемент: объект, для которого в рамках данного рассмотрения не выделяются составные части

Система: объект, представляющий собой множество взаимосвязанных элементов, рассматриваемых в определенном контексте как единое целое и отделенных от окружающей среды.

Система обычно определяется с точки зрения достижения определенной цели, например, выполнения требуемых функций. Для системы должна быть установлена граница, отделяющая ее от окружающей среды и других систем. Однако на работу системы может влиять окружающая среда и для работы системы могут требоваться внешние ресурсы (лежащие вне границ системы).

Подсистема: часть системы, которая представляет собой систему.

Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать в себя безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость, восстанавливаемость.

- Требуемые функции и критерии их выполнения устанавливаются в нормативной, конструкторской, проектной, контрактной или иной документации на объект (далее - документации).

- Критерии выполнения требуемых функций могут быть установлены, например, заданием для каждой функции набора параметров, характеризующих способность ее выполнения, и допустимых пределов изменения значений этих параметров. В этом случае надежность можно определить, как свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих его способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Безотказность: Свойство объекта непрерывно сохранять способность выполнять требуемые функции в течение некоторого времени или наработки в заданных режимах и условиях применения.

Долговечность: Свойство объекта, заключающееся в его способности выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях использования, технического обслуживания и ремонта до достижения предельного состояния

Ремонтопригодность: Свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к поддержанию и восстановлению состояния, в котором объект способен выполнять требуемые функции, путем технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость: Свойство объекта сохранять способность к выполнению требуемых функций после хранения и (или) транспортирования при заданных сроках и условиях хранения и (или) транспортирования

Восстанавливаемость: Свойство объекта, заключающееся в его способности восстанавливаться после отказа без ремонта

Для восстановления могут требоваться или не требоваться внешние воздействия. Для случая, когда внешние воздействия не требуются, может использоваться термин самовосстанавливаемость.

Готовность: Свойство объекта, заключающееся в его способности находиться в состоянии, в котором он может выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания и ремонта в предположении, что все необходимые внешние ресурсы обеспечены.

Готовность зависит от свойств безотказности, ремонтнопригодности и восстанавливаемости объекта.

Исправное состояние (исправность): Состояние объекта, в котором он соответствует всем требованиям, установленным в документации на него.

Соответствие всем требованиям документации может быть определено как состояние, в котором значения всех параметров объекта соответствуют всем требованиям документации на этот объект.

Неисправное состояние (неисправность): Состояние объекта, в котором он не соответствует хотя бы одному из требований, установленных в документации на него.

Несоответствие хотя бы одному из предъявляемых требований может быть определено как состояние, в котором значение хотя

бы одного параметра объекта не соответствуют требованиям документации на этот объект.

Работоспособное состояние: Состояние объекта, в котором он способен выполнять требуемые функции.

Работоспособное состояние может быть определено, например, как состояние объекта, в котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствует требованиям, установленным в документации на этот объект.

Отсутствие необходимых внешних ресурсов может препятствовать работе объекта, но это не влияет на его пребывание в работоспособном состоянии.

Неработоспособное состояние: Состояние объекта, в котором он не способен выполнять хотя бы одну требуемую функцию по причинам, зависящим от него или из-за профилактического технического обслуживания.

Неработоспособное состояние может быть определено как состояние, в котором значение хотя бы одного из параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям документации на этот объект.

Объект может быть способен выполнять одни функции и одновременно не способен выполнять другие – в этом случае он находится в частично работоспособном состоянии.

Исправный объект всегда работоспособен, неисправный объект может быть и работоспособным, и неработоспособным. Работоспособный объект может быть исправен и неисправен, неработоспособный объект всегда неисправен.

Рабочее состояние: Состояние объекта, в котором он выполняет какую-либо требуемую функцию.

Рабочее состояние отличается от работоспособного отсутствием упоминания о способности (возможности) выполнить функцию, т.е. в рабочем состоянии объект уже выполняет какую-либо требуемую функцию, а в работоспособном состоянии объект потенциально способен ее выполнить, но не обязательно выполняет в данный момент.

Нерабочее состояние: Состояние объекта, в котором он не выполняет ни одной из требуемых функций.

Отличие нерабочего состояния от неработоспособного такое же, как и отличие рабочего состояния от работоспособного.

Предельное состояние: Состояние объекта, в котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Недопустимость дальнейшей эксплуатации устанавливается на основе оценки рисков, тогда как нецелесообразность или невозможность восстановления может устанавливаться различными способами.

Критерий предельного состояния: Признак или совокупность признаков предельного состояния объекта, установленные в документации на него.

Опасное состояние: Состояние объекта, в котором возникает недопустимый риск причинения вреда людям, или окружающей среде, или существенных материальных потерь, или других неприемлемых последствий.

Опасное состояние может возникнуть как в результате отказа, так и в процессе работы объекта.

Техническое состояние: Состояние объекта, характеризующее совокупностью установленных в документации параметров, описывающих его способность выполнять требуемые функции в рассматриваемых условиях.

Предотказное состояние: Состояние объекта, характеризующее повышенным риском его отказа.

Предотказное состояние может возникнуть как в результате внутренних процессов причин, так и внешних воздействий на объект в процессе его функционирования.

Критерий предотказного состояния: Признак или совокупность признаков предотказного состояния объекта.

Наработка: продолжительность или объем работы объекта.

Наработка может быть, как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километраж пробега и т.п.), так и дискретной величиной (число рабочих циклов, запусков и т.п.).

Наработка до отказа: наработка объекта от начала его эксплуатации или от момента его восстановления до отказа. Частным случаем наработки до отказа является наработка до первого отказа - наработка объекта от начала его эксплуатации до первого отказа.

Наработка между отказами: наработка объекта между двумя следующими друг за другом отказами.

Наработка между отказами есть частный случай наработки до отказа, применимый только к восстанавливаемым объектам.

Ресурс: суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до момента достижения предельного состояния.

Остаточный ресурс: Суммарная наработка объекта от момента контроля его технического состояния до момента достижения предельного состояния.

Срок службы: Календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после капитального ремонта до момента достижения предельного состояния.

Срок сохраняемости: Календарная продолжительность хранения и/или транспортирования объекта, в течение которой он сохраняет работоспособное состояние.

Время (продолжительность) ремонта: Время, затрачиваемое непосредственно на выполнение операций по ремонту объекта.

Время ремонта исключает технические, организационные задержки, а также задержки из-за обеспечения материальными ресурсами.

Время восстановления: Время, затрачиваемое непосредственно на выполнение операций по восстановлению объекта.

Время до восстановления: Время от момента отказа до восстановления работоспособного состояния объекта.

Если момент отказа определить невозможно, время отсчитывается от момента обнаружения отказа.

Отказ: событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. Отказ может быть полным или частичным. Полный отказ характеризуется переходом объекта в неработоспособное состояние.

Частичный отказ характеризуется переходом объекта в частично неработоспособное состояние.

Дефект: каждое отдельное несоответствие объекта требованиям, установленным документацией.

Повреждение: событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного со-

стояния. Дефект и (или) повреждение могут служить причиной возникновения частичного или полного отказа объекта. Наличие дефекта и (или) повреждения приводит объект в неисправное состояние.

Вид отказа: единица классификации отказов, исходящей из установленных критериев: характера, причины, последствий отказа, функции, способность выполнения которой потеряна, или изменения состояния объекта

Критерий отказа: признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленные в документации

Независимый отказ: Отказ, не обусловленный другими отказами.

Зависимый отказ: отказ, обусловленный другими отказами.

Причина отказа: Явления, процессы, события и состояния, вызвавшие возникновение отказа объекта. Причины отказа могут быть как в пределах объекта (внутренние причины), так и вне его (внешние причины).

Последствия отказа: явления, процессы, события и состояния, обусловленные возникновением отказа объекта.

В некоторых случаях при анализе может быть необходимым рассматривать отдельные виды отказов и их последствия. Последствия отказа могут быть как в пределах объекта, так и вне его.

Критичность отказа: совокупность признаков, характеризующих последствия отказа.

Фактические значения параметров в определенный момент времени характеризуют степень готовности объекта к выполнению заданных функций в рассматриваемых условиях. Классификация отказов по критичности: критический, некритический (например, по уровню прямых и косвенных потерь, связанных с наступлением отказа, или по трудоемкости восстановления после отказа) устанавливается документацией на основании технического и экономического анализа.

Ресурсный отказ: отказ, в результате которого объект достигает предельного состояния.

Внезапный отказ: отказ, характеризующийся скачкообразным переходом объекта в неработоспособное состояние.

Постепенный отказ: отказ, возникающий в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта.

Систематический отказ: отказ, однозначно вызванный определенной причиной, которая может быть устранена только модификацией проекта или производственного процесса, правил эксплуатации и документации.

Систематический отказ является результатом систематической неисправности.

Перемежающийся отказ: многократно возникающий самоустраняющийся отказ одного и того же характера.

В технической документации должен быть установлен критерий понятия "многократно" возникающий отказ.

Сбой: самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора.

Явный отказ: отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения.

Скрытый отказ: отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностирования.

Конструктивный отказ: отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и (или) норм проектирования и конструирования.

Производственный отказ: отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

Эксплуатационный отказ: отказ, возникший по причине, связанной с нарушением установленных правил и (или) условий эксплуатации.

Деградиционный отказ: отказ, обусловленный естественными процессами старения, износа, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

Механизм отказа: процесс, который приводит к отказу. Процесс может быть, например, физическим, химическим, биологическим, логическим или их сочетанием.

Отказы по общей причине: отказы различных объектов, возникающие вследствие одного события (отказа, ошибки персонала, внешнего или внутреннего воздействия), которые без рассмотрения причин считались бы независимыми.

Отказы общего вида: отказы различных объектов, характеризующиеся одним и тем же видом отказа. У отказов общего вида могут быть различные причины. Отказы общего вида могут быть также отказами по общей причине.

Система технического обслуживания и ремонта: совокупность взаимосвязанных средств, документации технического обслуживания и ремонта и исполнителей, необходимых для поддержания и восстановления работоспособного состояния объекта.

Техническое обслуживание; ТО: комплекс организационных мероприятий и технических операций, направленных на поддержание работоспособности (исправности) объекта и снижение вероятности его отказов при использовании по назначению, хранении и транспортировании.

Основные виды ТО:

- плановое ТО (другие отраслевые названия: профилактическое, регламентированное) - техническое обслуживание, постановка на которое осуществляется в соответствии с требованиями документации;

- внеплановое ТО (другие отраслевые названия: корректирующее, нерегламентированное) - техническое обслуживание, постановка на которое осуществляется без предварительного назначения по техническому состоянию.

Обслуживаемый объект: объект, для которого техническое обслуживание предусмотрено документацией.

Необслуживаемый объект: объект, для которого техническое обслуживание не предусмотрено документацией.

Восстановление: процесс и событие, заключающиеся в переходе объекта из неработоспособного состояния в работоспособное.

Восстановление как процесс характеризуется операциями и продолжительностью от момента возникновения отказа до момента

восстановления работоспособного состояния объекта. Восстановление как событие характеризуется моментом восстановления работоспособного состояния объекта после отказа.

Самовосстановление: восстановление объекта без вмешательства извне.

Восстанавливаемый объект: объект, восстановление работоспособного состояния которого предусмотрено документацией.

Невосстанавливаемый объект: объект, восстановление работоспособного состояния которого не предусмотрено документацией.

Ремонт: комплекс технических операций и организационных действий по восстановлению исправного или работоспособного состояния объекта и восстановлению ресурса объекта или его составных частей.

Ремонт включает локализацию, диагностирование, устранение неисправности и контроль функционирования. Ремонты подразделяются на плановые и внеплановые:

- плановый ремонт – ремонт, выполняемый по плану в соответствии с требованиями документации. Плановые ремонты по объему выполняемых работ, трудоемкости и периодичности проведения подразделяются на текущие, средние и капитальные.

- внеплановый ремонт – ремонт, не предусмотренный планом. Внеплановые ремонты могут быть обусловлены отказом объекта, появлениями повреждений (неисправностей), нарушением правил технической эксплуатации. Внеплановые ремонты подразделяются на аварийно-восстановительные и ремонты по состоянию.

Ремонтопригодный объект: объект, ремонт которого предусмотрен документацией и возможен в заданных условиях.

Заданные условия могут включать технические, экономические и другие аспекты.

Неремонтопригодный объект: объект, ремонт которого не предусмотрен документацией.

Мониторинг технического состояния: составная часть технического обслуживания, заключающаяся в наблюдении за объектом с целью получения информации о его техническом состоянии и рабочих параметрах.

Мониторинг может проводиться в процессе работы объекта непрерывно или через запланированные интервалы времени. На ос-

нове данных мониторинга осуществляется контроль технического состояния и остаточного ресурса объекта.

Замена: процедура поддержания или восстановления работоспособности объекта путем установки запасной части вместо отказавшего или изношенного элемента объекта.

Запасная часть: отдельный узел, устройство или элемент, предназначенные для замены изношенных, неисправных или отказавших составных частей объекта с целью поддержания или восстановления его работоспособного состояния.

Запасные части, инструменты и принадлежности: ЗИП: совокупность запасов материальных средств, сформированная в зависимости от назначения и особенностей использования объекта и предназначенная для его функционирования, технического обслуживания и ремонта Набор ЗИП комплектуется в соответствии с требованиями документации.

Комплект ЗИП: набор запасных частей, инструментов, принадлежностей и расходных материалов, необходимых для функционирования, технического обслуживания и ремонта объекта.

Комплект ЗИП формируется в соответствии с требованиями документации с учетом назначения и особенностей использования объекта. Все виды комплектов ЗИП условно делятся на основные и специальные, а в зависимости от состава, назначения и размещения – на одиночные, групповые и ремонтные.

Система ЗИП: совокупность комплектов ЗИП разных видов и уровней иерархии, необходимых для поддержания и восстановления работоспособности объекта или совокупности объектов.

Система ЗИП формируется в соответствии с требованиями документации с учетом назначения и особенностей использования объектов. Существуют двухуровневые и многоуровневые системы ЗИП.

Показатель надежности: количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Единичный показатель надежности: показатель надежности, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.

Единичными показателями надежности являются показатели безотказности, ремонтпригодности, восстанавливаемости, долговечности, сохраняемости, и не являются показатели готовности.

Комплексный показатель надежности: показатель надежности, совместно характеризующий несколько единичных свойств, составляющих надежность объекта.

Показатели безотказности

Вероятность безотказной работы: вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет.

Средняя наработка до отказа: математическое ожидание наработки объекта до отказа.

Гамма-процентная наработка до отказа: наработка до отказа, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Средняя наработка между отказами: математическое ожидание наработки объекта между отказами.

Гамма-процентная наработка между отказами: наработка между отказами, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Интенсивность отказов: условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник. Помимо мгновенной интенсивности отказов может использоваться средняя интенсивность отказов, определяемая как среднее значение мгновенной интенсивности отказов за данный интервал времени.

Параметр потока отказов: предел отношения вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта за достаточно малый интервал времени к длительности этого интервала, стремящейся к нулю. Помимо мгновенного параметра потока отказов могут использоваться: средний параметр потока отказов, определяемый как среднее значение мгновенного параметра потока отказов за данный интервал времени, и стационарный параметр потока отказов, определяемый как предел мгновенного параметра потока отказов при стремлении рассматриваемого момента времени к бесконечности.

Показатели долговечности

Средний ресурс: математическое ожидание ресурса.

Гамма-процентный ресурс: суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Средний срок службы: математическое ожидание срока службы.

Гамма-процентный срок службы: календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Показатели ремонтпригодности и восстанавливаемости

Вероятность восстановления: Вероятность того, что время (до) восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданное значение. При использовании этого показателя следует уточнять, относится ли он ко времени восстановления или времени до восстановления.

Среднее время восстановления: математическое ожидание времени восстановления.

Среднее время до восстановления: математическое ожидание времени до восстановления.

Гамма-процентное время восстановления: время, в течение которого восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Гамма-процентное время до восстановления: длительность времени до восстановления, которая не будет превышена с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Интенсивность восстановления: условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

Показатели сохраняемости

Средний срок сохраняемости: математическое ожидание срока сохраняемости.

Гамма-процентный срок сохраняемости: срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

Комплексные показатели надежности

Коэффициент готовности: вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в данный момент времени.

При выборе рассматриваемого момента времени могут включаться планируемые периоды, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

Помимо мгновенного (нестационарного) коэффициента готовности могут использоваться: средний коэффициент готовности, определяемый как среднее значение мгновенного коэффициента готовности за данный интервал времени, и стационарный коэффициент готовности, определяемый как предел мгновенного коэффициента готовности при стремлении рассматриваемого момента времени к бесконечности.

При необходимости могут различаться коэффициент внутренней готовности, определяемый при проектировании для идеальных условий эксплуатации, технического обслуживания и ремонта, и коэффициент эксплуатационной готовности, определяемый для реальных условий эксплуатации, технического обслуживания и ремонта.

Коэффициент неготовности: вероятность того, что объект окажется в неработоспособном состоянии в данный момент времени

Коэффициент оперативной готовности: вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в данный момент времени и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

Коэффициент технического использования: отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.

Коэффициент сохранения эффективности: отношение значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают

Для каждого конкретного типа объектов содержание понятия эффективности и точный смысл показателя эффективности задаются в документации на объект.

Требования к отчетным материалам: отчет должен содержать основные определения, которые встречаются в курсе теории надежности с реальными примерами их применимости.

Практическая работа 2

Вычисление показателей надежности невосстанавливаемых изделий

Цель: изучение теоретических положений по определению количественных показателей надежности по статистическим данным об отказах невосстанавливаемых изделий или систем.

Вероятность безотказной работы. Под ВБР объекта понимается вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. ВБР является основной количественной характеристикой безотказности объекта на заданном временном интервале. Статистически (по результатам наблюдений) ВБР определяется

$$P(t) = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ N_0 \rightarrow \infty}} \frac{N_0 - \sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0} \approx \frac{N(t)}{N_0},$$

где N_0 – число объектов в начале испытаний; n_i – число отказавших объектов в интервале времени Δt_i ; t – время, для которого определяется ВБР; $N(t)$ – число объектов, исправно работающих на интервале $[0, t]$.

Статистически вероятность отказа

$$Q(t) = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ N_0 \rightarrow \infty}} \frac{\sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0},$$

где N_0 , n_i , t и Δt_i имеют те же значения, что и в выражении по определению ВБР. Плотность вероятности $f(t)$ (частота отказов)

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

где $\Delta n(\Delta t)$ – число отказов за интервал времени Δt .

Средняя наработка до отказа – МО наработки до первого отказа $m_1(T)$ обозначают T_{cp} и называют иногда средним временем безотказной работы.

Статистическая средняя наработка до отказа однотипных объектов

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} n_j,$$

где t_j – время исправной работы j -го объекта.

Интенсивность отказов – отношение числа отказавших объектов в единицу времени к среднему числу объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t)\Delta t},$$

где $\Delta n(\Delta t)$ – число отказов объекта за промежуток времени Δt .

$$N(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2},$$

где N_{i-1} – число исправно работающих объектов в начале интервала времени Δt ; N_i – число исправно работающих объектов в конце интервала времени Δt .

Интенсивность отказов λ – характеристика, она показывает, какая часть объектов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих объектов.

Задача 2.1. На испытание было поставлено 500 изделий. За первые 3000 ч отказало 40 изделий, за интервал времени 3000 ... 4000 ч отказало еще 25 изделий. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за 3000 и 4000 ч работы. Вычислить плотность и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 3000...4000 ч.

Решение

Вероятность безотказной работы:

$$P(3000) = \frac{N(3000)}{N_0} = \frac{460}{500} = 0,92,$$

где $N(3000) = N_0 - \sum n_i = 500 - 40 = 460$,

$$P(4000) = \frac{N(4000)}{N_0} = \frac{435}{500} = 0,87,$$

где $N(4000) = N_0 - \sum n_i = 500 - (40 + 25) = 435$.

Вероятность отказа:

$$Q(3000) = \frac{\sum n_i}{N_0} = \frac{40}{500} = 0,08,$$

$$Q(4000) = \frac{\sum n_i}{N_0} = \frac{65}{500} = 0,13,$$

Плотность вероятности отказов в интервале 3000...4000 ч

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{25}{500 \cdot 1000} = 0,00005 \text{ ч}^{-1}.$$

Интенсивность отказов в интервале 3000...4000 ч

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t) \Delta t} = \frac{25}{447,5 \cdot 1000} = 0,000056 \text{ ч}^{-1},$$

где

$$N(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2} = \frac{460 + 435}{2} = 447,5.$$

Задача 2.2. На испытание поставлено 400 изделий. За 3000 ч отказало 200 изделий, за следующие 100 ч отказало еще 100 изделий. Определить $P(3000)$, $P(3100)$, $P(3050)$, $f(3050)$, $\lambda(3050)$

Решение

Вероятность безотказной работы в течение 3000, 3100 и 3050 ч

$$P(3000) = \frac{N(3000)}{N_0} = \frac{200}{500} = 0,4,$$

где

$$N(3000) = N_0 - \sum n_i = 400 - 200 = 200.$$

$$P(3100) = \frac{N(3100)}{N_0} = \frac{100}{400} = 0,25,$$

где

$$N(3100) = N_0 - \sum n_i = 400 - (200+100) = 100.$$

$$P(3050) = \frac{N(3050)}{N_0} = \frac{150}{400} = 0,375,$$

где

$$N(3050) = N_0 - \sum n_i = 400 - (200+50) = 150.$$

Принимая среднюю частоту отказов 1 отказ в час (100/100), за 50 ч имеем 50 отказов.

Плотность вероятности отказов в течении 3050 ч

$$f(3050) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{250}{400 \cdot 3050} = 0,0002.$$

Интенсивность отказов в промежуток времени от 0 до 3050 ч

$$\lambda(3050) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t) \Delta t} = \frac{250}{275 \cdot 3050} = 0,0003 \text{ ч}^{-1},$$

где

$$N(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2} = \frac{400+150}{2} = 275.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.3. На испытание поставлено 1000 однотипных РВД. За первые 3000 ч отказало 80 изделий. За интервал времени 3000-4000 ч отказало еще 50 изделий. Определить частоту и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 3000-4000 ч.

Ответ: $f(3500) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$; $\lambda(3500) = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}$

Задача 2.4. Используя данные задачи 2.1, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за первые 3000 ч.

Ответ: $P(3000) = 0,92$; $Q(3000) = 0,08$.

Задача 2.5. Используя данные задачи 2.1, найти вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за время 4000 ч.

Ответ: $P(4000) = 0,87$; $Q(4000) = 0,13$.

Задача 2.6. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 ч отказало 50 изделий. За интервал времени 4000-4100 ч отказало еще 20 изделий. Определить частоту и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 4000-4100 ч.

Ответ: $f(4050) = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda(4050) = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Задача 2.7. Используя данные задачи 2.6, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за первые 4000 ч.

Ответ: $P(4000) = 0,5$; $Q(4000) = 0,5$.

Задача 2.8. Используя данные задачи 2.6, вычислить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за время 4100 ч.

Ответ: $P(4100) = 0,3$; $Q(4100) = 0,7$.

Задача 2.9. В течение 1000 ч из 10 реле отказало 2. За интервал времени 1000-1100 ч отказало еще одно реле. Найти частоту и интенсивность отказов реле в промежутке времени 1000-1100 ч.

Ответ: $f(1050) = 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda(1050) = 1,3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Задача 2.10. На испытание поставлено 400 изделий. За время наработки 10000 ч отказало 4 изделия. За последующие 1000 ч отказало еще 1 изделие. Определить частоту и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 10000-11000 ч.

Ответ: $f(10500) = 0,25 \cdot 10^{-5}$ 1/ч; $\lambda(10500) = 0,253 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

Задача 2.11. Используя данные задачи 2.10, найти вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за время 10000 ч.

Ответ: $P(10000) = 0,99$; $Q(10000) = 0,01$.

Практическая работа 3

Аналитическое определение количественных характеристик надёжности. распределение отказов по закону Вейбулла

Цель: умение определять закон распределения, аналитическим способом на основе опытных данных.

Распределение Вейбулла применяется для случая, когда поток отказов не стационарный, т.е. плотность потока изменяется с течением времени.

Плотность вероятности отказов в рамках этого распределения:

$$f(t) = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^\alpha)$$

Вероятность отсутствия отказов за время t

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^\alpha).$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \quad \text{или} \quad \lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

Средняя наработка до первого отказа

$$T_{\text{ср}} = \frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + 1)}{\lambda_0^{1/\alpha}}.$$

Значения Γ (гамма-функции) табулированы (Приложение П.1.)

Задача 3.1. Определить вероятность безотказной работы генератора в течение 1000 ч, если его наработка на отказ описывается распределением Вейбулла с параметрами $\alpha = 2$ и $\lambda = 6,667 \cdot 10^{-7}$.

Решение

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t^\alpha} = e^{-6,667 \cdot 10^{-7} \cdot 1000^2} = 0,513.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы генератора в течение 1000 ч составляет 51,3%.

Задача 3.2. Случайная наработка изделия до отказа распределена по закону Вейбулла с параметрами $\alpha=2$, $\lambda=10^{-6}$. Найти вероятность безотказной работы изделия при заданной наработке $T_\gamma=300$ ч.

Решение

По формуле для расчета вероятности безотказной работы при распределении Вейбулла

$$P(300) = e^{-\lambda \cdot T_\gamma^\alpha} = e^{-10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^4} = 0,9139.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы в течение 300 часов составляет 91,39%.

Задача 3.3 Для предыдущего примера найти наработку до отказа при вероятности безотказной работы 99%.

Решение

По уравнению вероятности безотказной работы

$$0,99 = e^{-10^{-6} \cdot T_{99\%}^2},$$

откуда

$$\ln 0,99 = -10^{-6} \cdot T_{99\%}^2,$$

следовательно:

$$T_{99\%} = \sqrt{\frac{\ln 0,99}{-10^{-6}}} = 100 \text{ ч.}$$

Задача 3.4. Определить вероятность безотказной работы изделия в течение 1000 ч, если наработка до отказа этого изделия подчиняется гамма-распределению с параметрами $\alpha = 4$ и $\lambda = 10^{-3}$.

Решение

По выражению для вероятности безотказной работы

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t t^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda \cdot t} dt.$$

Для вычисления можно использовать таблицы гамма-распределения.

Ниже показан Mathcad-документ для вычисления вероятности

$$\begin{array}{l} \alpha := 4 \quad \lambda:1000 \quad y = 0,981 \\ z := \int_0^t t^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda t} dt \quad y: = 1 - \frac{z \cdot \lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \quad y = 0,981 \end{array}$$

Результат вычисления $P(1000) = 0,981 = 98,1\%$.

Задача 3.5. Время безотказной работы устройства подчиняется закону Вейбулла с параметрами $\alpha = 1,5$, $\lambda_0 = 10^{-4}$ 1/ч, а время его работы $t = 100$ ч. Вычислить количественные характеристики надежности такого устройства.

Решение

Вероятность безотказной работы устройства

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^\alpha) = \exp(-10^{-4} \cdot 100^{1,5}) = 0,9;$$

частота отказов

$$f(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^\alpha) = 10^{-4} \cdot (1,5 \cdot 100^{1,5-1}) = 0,9;$$

интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1,35 \cdot 10^{-3}}{0,9} = 1,5 \text{ ч}^{-1};$$

среднее время безотказной работы:

$$T_{\text{ср}} = \frac{\Gamma(1/\alpha + 1)}{\lambda_0^{1/\alpha}} = \frac{\Gamma(1/1,5 + 1)}{(10^{-4})^{1,5}} = \frac{\Gamma(1,67)}{0,00215} = \frac{0,90330}{0,00215} = 420 \text{ ч.}$$

Значение гамма-функции $\Gamma(1,67) = 0,90330$ определяем по таблице П.1.

Задача 3.6. Вероятность безотказной работы насоса в течение 150 ч равна 0,9. Время исправной работы подчинено закону Вейбулла с параметром $\alpha = 2,6$. Необходимо определить интенсивность отказов, частоту отказов для $t = 150$ ч и среднюю наработку до первого отказа.

Решение

Вероятность безотказной работы устройства

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^\alpha) \rightarrow \lambda_0 = -\frac{\ln[P(t)]}{t^\alpha} = -\frac{\ln(0,9)}{150^{2,6}} = 0,23 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}.$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \alpha \lambda_0 t^{\alpha-1} = 2,6 \cdot 0,23 \cdot 10^{-6} \cdot 150^{2,6-1} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Частота отказов

$$\begin{aligned} f(t) &= \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^\alpha) = \lambda(t)P(t) \\ &= 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9 = 1,62 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}. \end{aligned}$$

Среднее время безотказной работы

$$T_{\text{ср}} = \frac{\Gamma(1/\alpha + 1)}{\lambda_0^{1/\alpha}} = \frac{\Gamma(1/2,6+1)}{(0,23 \cdot 10^{-6})^{1/2,6}} = \frac{\Gamma(1,38)}{0,0028} = \frac{0,88854}{0,0028} = 316,6 \text{ ч.}$$

Значение гамма-функции $\Gamma(1,38) = 0,88854$ (приложение П.1).

Задача 3.7. Определить вероятность безотказной работы, частоту отказов и интенсивность отказов изделия за 200 ч работы,

если его надежность подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $T_{cp} = 160$ ч, $\sigma = 1000$ ч.

Решение

Определяем величину

$$u = \frac{t - T_{cp}}{\sigma} = \frac{200 - 1600}{1000} = -1,4.$$

По приложение П.2 (Приложение) определяем $F(t) = Q(t) = 0,08$, $P(t) = 0,92$.

Тогда, частота отказов

$$f(200) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(t - \frac{T^2}{2\sigma^2}\right)\right] = \frac{1}{1000\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(200-1600)^2}{2 \cdot 1000^2}} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ ч.}$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{0,92} = 1,63 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}.$$

Задача 3.8. Два блока предохранителей с нормальным распределением наработки до отказа имеют значения средней наработки $T_{cp1} = 600$ ч и $T_{cp2} = 1200$ ч, среднеквадратические отклонения $\sigma_1 = 50$ ч и $\sigma_2 = 250$ ч. Сравнить надежность изделий по показателям вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа в течение 600 ч.

Решение

$$u = \frac{t - T_{cp2}}{\sigma_1} = \frac{600 - 600}{50} = 0,$$

по таблице П.2 определяем $F(t) = Q(t) = 0,05$, $P(t) = 0,5$.

$$u = \frac{t - T_{cp2}}{\sigma_2} = \frac{600 - 1200}{250} = -2,4;$$

по таблице П.2 $F(t) = Q(t) = 0,008$, $P(t) = 0,992$.

Задача 3.9. Подшипники редуктора имеют нормальное распределение наработки до отказа с параметрами $T_{cp} = 1200$ ч, $\sigma = 250$ ч. В течение какой наработки подшипник будет функционировать с надежностью $P(t) = 0,95$.

Решение

$$F(t) = Q(t) = 0,05,$$

по приложение П.2 определяем $u = -1,65$

$$t = T_{cp} + \sigma u = 1200 + 250(-1,65) = 787,5 \text{ ч.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.10. Время исправной работы скоростных шарикоподшипников подчинено закону Вейбулла с параметрами $\alpha = 2,6$, $\lambda_0 = 1,65 \cdot 10^{-7}$ 1/ч. Найти вероятность безотказной работы, частоту отказов, интенсивность отказов шарикоподшипника в течение 150 ч. Вычислить среднюю наработку до первого отказа шарикоподшипников.

Задача 3.11. Нарботка до отказа вилки выключения сцепления имеет распределение Вейбулла с параметром $\alpha = 1,5$. Вероятность безотказной работы вилки в течение наработки 200 ч равна 0,95. Определить интенсивность отказов и среднюю наработку до отказа.

Задача 3.12. Нарботка до отказа партии подшипников имеет распределение Вейбулла с параметром $\alpha = 1,8$. Вероятность безотказной работы партии подшипников в течение наработки $t = 100$ ч равна 0,95. Определить интенсивность отказов в период времени 100 ч и среднюю наработку до первого отказа.

Практическая работа 4

Аналитическое определение количественных характеристик надёжности. Нормальный закон распределения отказов

Цель: умение определять закон распределения, как графическим, так и аналитическим способом на основе опытных данных. В результате изучения данной темы студенты должны уметь решать типовые задачи.

Нормальное распределение. Плотность вероятности (частота отказов)

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \exp[-(t - T)^2 / 2\sigma^2],$$

где T – средняя наработка до отказа; σ – среднее квадратическое (стандартное) отклонение времени безотказной работы.

Вероятность отказа за время t

$$F(t) = \int_{-\infty}^0 f(t) dt = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \exp[-(t - T)^2 / 2\sigma^2].$$

Значение функции распределения (вероятность отказа)

$$F(t) = 0,5 + \Phi(u) = Q(t); \quad u = \frac{t - T}{\sigma}.$$

Вероятность отсутствия отказа за время t :

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - [0,5 + \Phi(u)] = 0,5 - \Phi(u).$$

Задача 4.1. Нарботка объекта до отказа имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $\mu = 1000$ ч и стандартным отклонением $\sigma = 200$ ч. Определить вероятность безотказной работы объекта в течение 400 ч.

Решение

Вероятность безотказной работы может быть вычислена через функцию распределения

$$P(400) = 1 - F(400) = 1 - \frac{1}{200 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{400} e^{-\frac{(x-1000)^2}{2 \cdot 200^2}} dx.$$

Для расчета используем табулированное нормированное нормальное распределение $\Phi(x)$. Определим квантиль распределения:

$$x = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{400 - 1000}{200} = -3;$$

для отрицательного значения квантили

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x);$$

вероятность безотказной работы

$$P(T) = 1 - \Phi(-x) = \Phi(x);$$

Значение вероятности, используя табулированную функцию $\Phi(x)$

$$P(400) = \Phi(3) = 0,99865.$$

Вероятность безотказной работы в течение 400 ч – 99,865%.

Задача 4.2. Определить вероятность безотказной работы подшипника в течение 1500 ч, если его ресурс подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием 3500 ч и стандартным отклонением 1000 ч.

Решение

Вычисляем квантиль нормированного нормального распределения

$$x = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{1500 - 3500}{1000} = -2.$$

Вероятность безотказной работы

$$P(1500) = 1 - \Phi(-2) = \Phi(2) = 0,9772.$$

Вероятность безотказной работы подшипника в течение 1500 ч составляет 97,72%.

Задача 4.3. Нарботка объекта до отказа подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $\mu = 1000$ ч и $\sigma = 200$ ч. Определить гамма-процентный ресурс объекта при вероятности 90%.

Решение

Вероятность отказа

$$\Phi(x) = 1 - P(x) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

По таблице нормированного нормального распределения находим квантиль, соответствующую вероятности 0,1: $x = -1,281$.

Используем выражение для значения случайной величины:

$$T_{p\gamma} = \mu + x \cdot \sigma = 1000 - 1,281 \cdot 200 = 744,$$

следовательно, 90% ресурс изделия равен $T_{p90\%} = 744$ ч.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 4.4. Определить вероятность безотказной работы, частоту отказов и интенсивность отказов изделия за 200 ч работы, если его надежность подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $T_{cp} = 1600$ ч, $\sigma = 1000$ ч.

Задача 4.5. Время безотказной работы гальванической батареи постоянного тока имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $T_{cp} = 30$ ч и среднеквадратическим отклонением $\sigma = 4$ ч. Определить вероятность безотказной работы батареи в течение 25 ч. Когда необходимо заменить батарею, чтобы гарантировать, что вероятность появления отказа до момента замены не превысит 5%.

Задача 4.6. Два блока предохранителей с нормальным распределением наработки до отказа имеют значения средней наработки $T_{cp1} = 600$ ч и $T_{cp2} = 1200$ ч, среднеквадратические отклонения $\sigma_1 = 50$ ч и $\sigma_2 = 250$ ч. Сравнить надежность изделий по показателям вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа в течение 600 ч.

Задача 4.7. Подшипники коробки переключения передач автомобиля имеют нормальное распределение наработки до отказа с параметрами $T_{cp} = 1200$ ч, $\sigma = 250$ ч. В течение какой наработки подшипник будет функционировать с надежностью $P(t) = 0,95$.

Задача 4.8. Определить интенсивность отказов изделия в момент времени $t = 500$ ч, если оно имеет нормальный закон распределения наработки до отказа с параметрами $T_{cp} = 1000$ ч, $\sigma = 250$ ч.

Практическая работа 5

Аналитическое определение количественных характеристик надёжности. Экспоненциальный закон распределения отказов

Цель: умение определять закон распределения, как графическим, так и аналитическим способом на основе опытных данных. В результате изучения данной темы студенты должны уметь решать типовые задачи.

Экспоненциальный (показательный) закон распределения времени безотказной работы технического устройства в общем случае записывается так:

$$P(t) = \exp(-\lambda t),$$

где λ – интенсивность отказов объекта для экспоненциального распределения (она постоянна), т.е. $\lambda = \text{const}$.

Вероятность отказа t :

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \exp(-\lambda t).$$

Частота отказов

$$f(t) = \partial Q / \partial t = \lambda \exp(-\lambda t).$$

Среднее время работы до возникновения отказа:

$$T_1 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Задача 5.1. Нарботка на отказ машины подчиняется экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 15 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 100 ч и найти среднее значение наработки на отказ.

Решение

Вероятность безотказной работы при наработке T через функцию распределения экспоненциального закона

$$P(T) = 1 - F(x) = 1 - e^{-\lambda x};$$

После подстановки конкретных значений получим:

$$P(100) = 1 - e^{-15 \cdot 10^{-5} \cdot 100} = 0,985;$$

Следовательно, вероятность наработки 100 ч составляет 98,5%. Среднее значение наработки определяется через параметр λ

$$T_1 = \mu = 1/\lambda = \frac{1}{15 \cdot 10^{-5}} = 6677 \text{ ч}.$$

Задача 5.2. Интенсивность отказов элемента равна $\lambda = 10^{-6} \text{ 1/ч}$. Отказы подчиняются экспоненциальному закону распределения. Найти вероятность безотказной работы элемента в течение 10000 ч.

Решение

Вероятность безотказной работы при экспоненциальном распределении

$$P(10000) = P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-10^{-6} \cdot 10000} = 0,99,$$

следовательно, вероятность безотказной работы элемента

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-10^{-6} \cdot 10000} = 0,99,$$

$$P(10000) = 99\%.$$

Задача 5.3. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0,82 \cdot 10^{-3} \cdot 1/\text{ч} = \text{const}$. Необходимо найти вероятность безотказной работы в течение 6 ч работы $P(6)$, частоту отказов $f(100)$ при $t = 100$ ч и среднюю наработку до первого отказа $T_{\text{ср}}$.

Решение

Вероятность безотказной работы в течение 6 ч работы $P(6)$

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,00082 \cdot 6} = 0,995;$$

Частота отказов при $t=100$ ч

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 0,00082 \cdot e^{-0,00082 \cdot 100} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

Средняя наработка до отказа

$$T_{\text{ср}} = 1/\lambda = 0,00082 = 1219,5 \text{ ч}^{-1}.$$

Задача 5.4. Вероятность безотказной работы линии в течение 120 ч равна 0,9. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется рассчитать интенсивность отказов и частоту отказов линии для момента времени 120 ч.

Решение

Интенсивность отказов определим, исходя из вероятности безотказной работы

$$P(t) = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln[P(t)] = -\lambda t,$$

$$\lambda = -\ln[P(t)]/t = -\ln(0,9)/120 = 0,88 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

Частота отказов:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 0,088 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-0,00088 \cdot 120} = 0,79 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Задача 5.5. Средняя наработка до первого отказа системы управления равна 640 ч. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Определить вероятность безотказной

работы в течение 120 ч, частоту отказов для момента времени 120 ч и интенсивность отказов.

Решение

Интенсивность отказов:

$$\lambda = \frac{1}{T_{\text{ср}}} = \frac{1}{640} = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Вероятность безотказной работы в течение 120 ч:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,00156120} = 0,83.$$

Частота отказов в течение 120 ч

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 0,00156 \cdot e^{-0,00156 \cdot 120} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 5.6. Определить среднюю наработку до отказа изделия, имеющего экспоненциальное распределение наработки до отказа, чтобы вероятность безотказной работы была не менее 0,99 в течение наработки $t = 300$ ч.

Задача 5.7. Определить интенсивность, частоту отказов и вероятность безотказной работы за время работы изделия 200 ч, если при экспоненциальном законе распределения отказов его средняя наработка до отказа составила 1000 ч.

Задача 5.8. Вероятность безотказной работы изделия в течении 300 ч равна 0,98. Определить интенсивность отказов, частоту отказов и среднюю наработку до отказа, если закон надежности – экспоненциальный.

Задача 5.9. Вероятность отказа изделия за время работы 150 ч равна 0,1. Определить интенсивность и частоту отказов, а также среднее время работы изделия до отказа при экспоненциальном законе надежности.

Задача 5.10. Определить время работы изделия, если при вероятности отказа 0,02, интенсивность отказов постоянна и составляет 0,0015 1/ч. Определить частоту отказов и наработку изделия до отказа.

Задача 5.11. Чему будет равно время работы изделия при экспоненциальном законе распределения отказов, если при интенсивности отказов 0,002 1/ч, частота отказов составляет 0,0019 1/ч.

Задача 5.12. Среднее время работы изделия составляет 1500 ч. Определить вероятность безотказной работы изделия в течение 1000 ч. Определить частоту отказов за время работы 500 ч. Закон распределения экспоненциальный.

Задача 5.13. Пусть время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента $P(t)$, $f(t)$, $T_{\text{ср}}$, если $t = 500, 1000, 2000$ ч.

Задача 5.14. Чему равна λ -характеристика экспоненциального закона распределения, если при работе изделия в течении $t = 500$ ч, его вероятность отказа составили 0,05.

Задача 5.15. Определить время работы изделия, если при вероятности отказа 0,12, интенсивность отказов постоянна и составляет 0,0011 1/ч. Определить частоту отказов и наработку изделия до отказа.

Задача 5.16. Вероятность отказа изделия за время работы 450 ч равна 0,15. Определить интенсивность и частоту отказов, а также среднее время работы изделия до отказа при экспоненциальном законе распределения.

Практическая работа 6

Расчет показателей надежности резервированных изделий

Резервированное соединение изделий – соединение, при котором отказ наступает только после отказа основного изделия и всех резервных изделий. Применяются следующие способы резервирования (рис. 1): общее, отдельное, с целой кратностью, с дробной кратностью, постоянное, замещением, с нагруженным, облегченным или ненагруженным резервом.

Общим резервирование – метод повышения надежности, при котором резервируется изделие в целом (рис. 1, а). Раздельное резервирование – метод повышения надежности, при котором резервируются отдельные части изделия (рис. 1, б).

Основной параметр резервирования – кратность, т.е. отношение числа резервных изделий к числу резервируемых (основных). Различают резервирование с целой и дробной кратностью. Схемные обозначения обоих видов резервирования при постоянном включе-

нии резерва одинаковы. Для их различия на схеме указывается кратность резервирования m .

При резервировании с целой кратностью величина m есть целое число, при резервировании с дробной кратностью величина m есть дробное несокращаемое число.

Например, $m = 4/2$ означает наличие резервирования с дробной кратностью, при котором число резервных элементов равно четырем, число основных – двум, а общее число элементов равно шести.

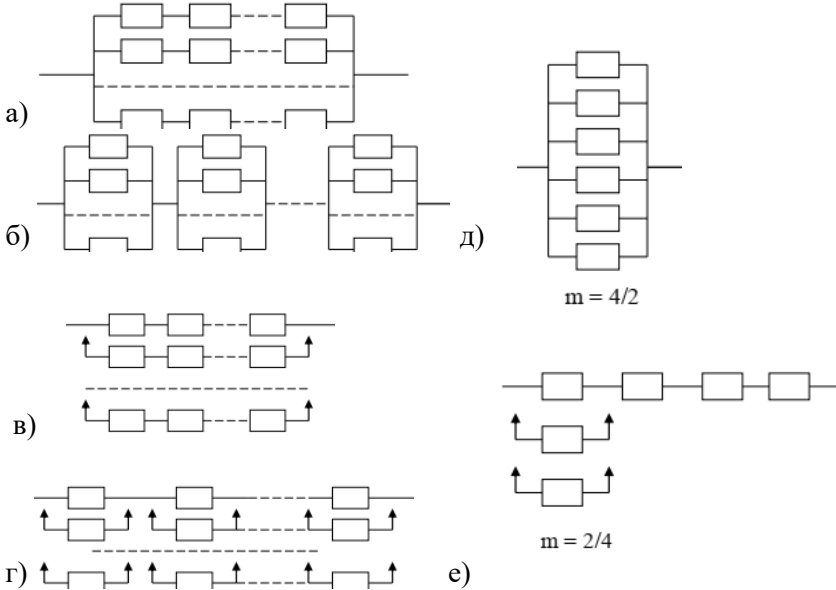


Рис. 1. Схемные обозначения различных способов резервирования: а – общее постоянное с целой кратностью; б – раздельное постоянное с целой кратностью; в – общее замещением с целой кратностью; г – раздельное замещением с целой кратностью; д – общее постоянное с дробной кратностью; е – раздельное замещением с дробной кратностью

Сокращать дробь нельзя, так как если сократить, то $m = 4/2 = 2$ будет означать, что имеет место резервирование с целой кратностью, при котором число резервных элементов равно двум, а общее число элементов равно трем. По способу включения резервирование разделяется на постоянное и резервирование замещением.

Постоянное резервирование – резервирование, при котором резервные изделия подключены к основным в течение всего времени работы и находятся в одинаковом с ними режиме. Резервирование замещением – резервирование, при котором резервные изделия замещают основные после их отказа.

При включении резерва по способу замещения резервные элементы до момента включения в работу могут находиться в трех состояниях: нагруженном резерве; облегченном резерве; ненагруженном резерве.

Надежность системы для видов резервирования.

1. Общее резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью (рисунок 1, а):

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n p_i(t) \right]^{m+1},$$

где $p_i(t)$ – вероятность безотказной работы i -го элемента в течение времени t ; n – число элементов основной или любой резервной цепи; m – число резервных цепей (кратность резервирования).

При равнонадежных элементах

$$P_c(t) = 1 - [1 - p_i^n(t)]^{m+1},$$

2. Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью (рисунок 1, б):

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n \{1 - [1 - p_i^n(t)]^{m_i+1}\},$$

где $p_i(t)$ – вероятность безотказной работы i -го элемента; m_i – кратность резервирования i -го элемента; n – число элементов основной системы.

При равнонадежных элементах

$$P_c(t) = \{1 - [1 - p_i^n(t)]^{m_i+1}\}^n.$$

3. Общее резервирование замещением с целой кратностью (рисунок 1, в). При экспоненциальном законе надежности и ненагруженном состоянии резерва

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!},$$

где λ_0 – интенсивность отказов основного (нерезервированного) устройства.

4. Раздельное резервирование замещением с целой кратностью (рисунок 1, г).

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t),$$

где $p_i(t)$ – вероятность безотказной работы системы из-за отказов элементов i -го типа, резервированных по способу замещения.

Вычисляется $p_i(t)$ по формулам общего резервирования замещением.

5. Общее резервирование с дробной кратностью и постоянно включенным резервом (рисунок 1, д).

Если в системе n основных и m резервных одинаковых элементов, причем все элементы постоянно включены, работают параллельно и вероятность их безотказной работы p подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы можно определить по формулам, приведенным в таблице 1.

Таблица 1

Формулы для определения надежности в случае общего резервирования с дробной кратностью и постоянно включенным резервом

n	$n+m$				
	1	2	3	4	5
1	p	$2p-p^2$	-	-	-
2	-	p^2	$3p^2-2p^3$	$6p^2-8p^3+3p^4$	$10p-20p^3+15p^4-4p^5$
3	-	-	p^3	$4p^3+3p^4$	$10p^3+15p^4-6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4-4p^5$

6. Скользящее резервирование.

При экспоненциальном законе надежности

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!},$$

где $\lambda_0 = n\lambda$ – интенсивность отказов нерезервированной системы; λ – интенсивность отказов элемента; n – число элементов основной системы; m_0 – число резервных элементов.

Задача 6.1. Дана система, схема расчета которой приведена на рисунке 2. Необходимо найти вероятность безотказной работы системы при известных вероятностях безотказной работы ее элементов.

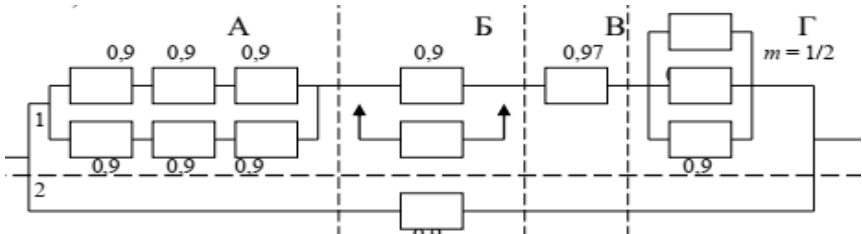


Рис. 2. Структурная схема надежности резервированной системы

Решение

Система (рис. 2) состоит из двух неравно надёжных устройств – 1 и 2. Устройство 1 состоит из 4-х узлов: А – дублированный узел с постоянно включенным резервом, причем каждая часть узла состоит из трех последовательно соединенных элементов; Б – дублированный узел по способу замещения; В – узел с одним нерезервированным элементом; Г – резервированный узел с кратностью $m = 1/2$. Устройство 2 представляет собой нерезервированное устройство, надежность которого равна 0,9. Так как устройства неравно надёжны, то вероятность безотказной работы всей системы

$$P_c(t) = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)].$$

Вероятность безотказной работы устройства 1 равна произведению вероятностей безотказной работы всех его узлов, т.к. они соединены последовательно

$$P_1(t) = P_A P_B P_V P_\Gamma.$$

В узле А используется общее резервирование с кратностью $m = 1$. При этом число элементов основной и резервной цепей $n = 3$. Следовательно

$$P_A = 1 - [1 - p_i^3(t)]^2 = 1 - [1 - 0,9^3]^2 = 0,927.$$

В узле Б кратность резервирования замещением $m = 1$, тогда вероятность безотказной работы узла Б определяется как

$$P_C(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t} \left[\frac{(\lambda_0 t)^0}{0!} + \frac{(\lambda_0 t)^1}{1!} \right] = e^{-\lambda_0 t} (1 + \lambda_0 t) = 0,9 \cdot (1 + 0,105) = 0,994,$$

где $e^{-\lambda_0 t} = p_i(t) = 0,9$; $\lambda_0 t = -\ln[p_i(t)] = 0,105$.

В узле Г применено резервирование с дробной кратностью, когда число основных систем $n = 2$, а общее число основных и резервных систем $n + m = 3$, тогда вероятность безотказной работы этого узла определяем по таблице 1.

$$P_\Gamma = 3p_i^2(t) - 2p_i^3(t) = 3 \cdot (0,9)^2 - 2 \cdot (0,9)^3 = 0,972.$$

Вероятность безотказной работы устройства 1

$$P_1(t) = P_A P_B P_B P_\Gamma = 0,927 \cdot 0,994 \cdot 0,97 \cdot 0,972 = 0,869.$$

Вероятность безотказной работы всей резервированной системы

$$P_C(t) = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)] = 1 - (1 - 0,869)(1 - 0,9) = 0,987.$$

Задача 6.2. Система электроснабжения состоит из четырех генераторов, номинальная мощность каждого из которых $W=18$ кВт. Безаварийная работа еще возможна, если система электроснабжения может обеспечить потребителя мощностью 30 кВт.

Необходимо определить вероятность безотказной работы системы в течение времени $t = 600$ ч, если интенсивность отказов каждого из генераторов $\lambda = 0,15 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Решение

Мощности двух генераторов достаточно для питания потребителей, их суммарная мощность составляет 36 кВт, а по условию задачи достаточно лишь 30 кВт.

Это значит, что отказ системы электроснабжения еще не наступит, если откажут один или два любых генератора.

Здесь имеет место случай резервирования с дробной кратностью, когда общее число устройств $n + m = 4$, число устройств, необходимых для нормальной работы (основных) $n = 2$, а кратность резервирования $2/2$.

По таблице 1 определяем

$$\begin{aligned} P_c &= 6p^2 - 8p^3 + 3p^4 = 6p^{-2\lambda t} - 6p^{-3\lambda t} + 3p^{-4\lambda t} = \\ &= 6e^{-2 \cdot 0,00015 \cdot 600} - 8e^{-3 \cdot 0,00015 \cdot 600} + 3e^{-4 \cdot 0,00015 \cdot 600} = \\ &= 5,012 - 6,107 + 2,093 = 0,988. \end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 6.3. Схема расчета надежности приведена на рисунке 3. Необходимо найти вероятность безотказной работы изделия, если известны вероятности отказов элементов.

$$q_1 = 0,05; q_2 = 0,1$$

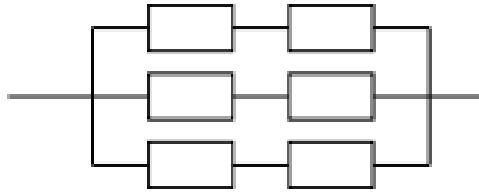


Рис. 3. Схема надежности к задаче 6.3

$$\text{Ответ: } P_c = 1 - [1 - (1 - q_1)(1 - q_2)]^3 = 0,997.$$

Задача 6.4. Схема расчета надежности показана на рисунке 4, где приведены данные о вероятностях безотказной работы элементов. Требуется определить вероятность безотказной работы P_c и вероятность отказа q_c изделия.

$$p_1 = 0,9 \quad p_2 = 0,8$$

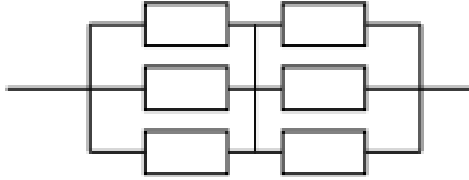


Рис. 4. Схема надежности к задаче 6.4

Ответ: $P_c = [1 - (1 - p_1)^3][1 - (1 - p_2)^3] = 0,991$;

$q_c = 1 - P_c = 0,009$.

Задача 6.5. Схема расчета надежности показана на рисунке 5, на котором приведены вероятности безотказной работы элементов. Требуется вычислить вероятность безотказной работы изделия.

$p_1 = 0,9 \quad p_2 = 0,8 \quad p_3 = 0,85 \quad p_4 = 0,94$

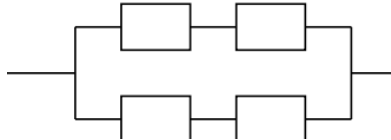


Рис. 5. Схема надежности к задаче 6.5

Ответ: $P_c = 1 - (1 - p_1 p_2)(1 - p_3 p_4) = 0,944$

Задача 6.6. Схема расчета надежности показана на рисунке 6. Необходимо найти по известным вероятностям отказов элементов q_1 и q_2 вероятность безотказной работы изделия.

$q_1 = 0,1; \quad q_2 = 0,2$

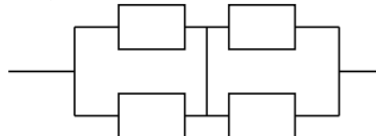


Рис. 6. Схема надежности к задаче 6.6

Ответ: $P_c = 1 - (1 - p_{21})(1 - p_{22}) = 0,95$.

Лабораторная работа 1

Определение количественных характеристик надежности

Цель: изучение теоретических положений основ теории вероятностей (основные формулы и теоремы) применительно к задачам надежности.

Показатели безотказности горных машин

С учетом того, что возникновение и устранение отказов происходит по закону случайных событий, для количественной оценки надежности применяют характеристики, используемые в теории вероятностей и математической статистике. Для оценки безотказности применяют следующие показатели:

T_{cp} – средняя наработка до первого отказа (среднее время безотказной работы);

T – наработка на отказ (среднее время между соседними отказами) для восстанавливаемых изделий;

$P(t)$ – вероятность безотказной работы за время t (функция надежности);

$q(t)$ – вероятность отказа за время t ;

$f(t)$ – плотность распределения времени безотказной работы (частота отказов) – это плотность распределения случайной величины;

$\lambda(t)$ – интенсивность отказов;

$\lambda_1(t)$ – параметр потока отказов для восстанавливаемых изделий;

$\omega(t)$ – средняя частота отказов.

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданного времени не произойдет отказа изделия

$$P(t) = P(T \geq t),$$

где T – время от начала работы до отказа изделия; t – время, в течение которого определена вероятность безотказной работы. Для установления значения вероятности безотказной работы на практике используют формулу статистического значения

$$P_c = N_0 - N_1 / N_0,$$

где N_0 – число образцов изделий в начале наблюдения; N_1 – число отказавших изделий за время t . Исходя из статистических данных об

отказах, полученных из эксперимента или эксплуатации, частота отказов вычисляется как

$$f(t) = n/N\Delta t,$$

где n число отказавших образцов в промежуток времени; N – число испытываемых образцов; Δt промежуток времени.

Средняя наработка до первого отказа и среднее время между следующими друг за другом отказами определяется по выражению для математического ожидания случайной величины t

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} t f(t) dt,$$

где t – случайная величина длительности времени до первого отказа или между средними отказами; $f(t)$ – плотность распределения случайной величины t (для различных схем отказов определяют по-разному).

При расчете $T_{\text{ср}}$ по результатам наблюдения статистический показатель $T_{\text{с.ср}}$

$$T_{\text{ср}} = \frac{\sum_1^{N_0} t_i}{N_0},$$

где N_0 – число элементов под наблюдением; t_i – время безотказной работы i -го элемента. Интенсивность отказов $\lambda(t)$ характеризует условную плотность вероятности возникновения отказов невосстанавливаемого изделия за рассматриваемый период времени в случае, если до этого их не наблюдалось

$$\lambda(t) = f(t)/p(t),$$

На практике при установлении статистического значения $\lambda_c(t)$ пользуются формулой

$$\lambda(t) = \frac{N_t(t)}{N_{\text{ср}}\Delta t},$$

где $N_1(t)$ – число отказавших изделий в интервале времени Δt (от $(t - \Delta t)/2$ до $(t + \Delta t)/2$); $N_{\text{ср}}$ – среднее число исправно работавших изделий в интервале Δt .

$$N_{\text{ср}} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2},$$

где N_i, N_{i+1} – число исправно работающих изделий соответственно в начале и конце интервала Δt .

Параметр потока отказов $\lambda_1(t)$ для восстанавливаемого изделия характеризует плотность вероятности появления отказа ремонтпригодного объекта для определенного момента времени

$$\lambda_1(t) = \frac{df(t)}{dt} ,$$

где $f(t)$ – плотность распределения потока отказов за период t .

При определении этого показателя статистическим методом

$$T_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i(t + \Delta t) - \sum_{i=1}^N n_i(t)}{N\Delta t} ,$$

где $n_i(t)$ – количество отказов i -го образца для наработки t .

Пример 1.1. На угольном разрезе при эксплуатации из 10 насосов в течение года отказали 3. Определить вероятность безотказной работы за год.

Решение

Вероятность безотказной работы

$$P_c = N_0 - N_1/N_0 = 10 - 3/10 = 0,7.$$

Пример 1.2. При эксплуатации 10 экскаваторов установлено время наработки до отказа: 200; 350; 280; 400; 450; 360; 380; 430; 260 и 150 ч. Определить среднюю наработку на отказ экскаваторов.

Решение

$$T_{\text{ср}} = \frac{\sum t_i}{N_0} = \frac{200+350+280+400+360+450+380+430+260+150}{10} = 326 \text{ ч.}$$

Пример 1.3. При эксплуатации 20 экскаваторов в течение 3 лет произошло 15 отказов электропривода подъема. Определить интенсивность отказов в течение периода эксплуатации.

Решение

$$\lambda(t) = \frac{N_t(t)}{N_{\text{ср}}\Delta t} = \frac{15}{20 \cdot 3} = 0,25 \text{ года}^{-1}.$$

Пример 1.4. Устройство состоит из 6 элементов. В течение года эксплуатации в первом элементе было 4 отказа, во втором – 2, в

третьем – 4, в четвертом – 3, в пятом – 5, в шестом отказов не было. Определите параметр потока отказов устройства.

Решение

$$T_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i(t + \Delta t) - \sum_{i=1}^N n_i(t)}{N\Delta t} = \frac{(4+2+4+3+5) - 0}{6 \cdot 1} = 3.$$

Параметр потока отказов устройств в год составляет 3 отказа.

В результате студенты должны уметь решать типовые задачи, соответствующие данной теме.

Задачи для самостоятельного решения

Пример 1.5. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 ч отказало 50 изделий. За интервал времени 4000 – 4100 ч отказало ещё 20 изделий.

Требуется определить $\lambda(t)$, $f(t)$ при $t = 4000$ ч.

Пример 1.6. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. Требуется определить $P(t)$ и $q(t)$ при $t = 4000$ ч.

Пример 1.7. В течение 1000 ч из 10 насосов отказало 2. За интервал времени 1000 - 1100 ч отказал еще один насос. Определить $f(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 1000$ ч.

Пример 1.8. На испытание поставлено 1000 однотипных клапанов. За первые 3000 ч отказало 80 клапанов. За интервал времени 3000 - 4000 ч отказало еще 50 клапанов. Определить $P(t)$ и $q(t)$ при $t = 4000$ ч.

Пример 1.9. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t = 1300$ ч вышло из строя 288 изделий. За последующий интервал времени 1300-1400 ч вышло из строя еще 13 изделий. Вычислить $P(t)$ при $t = 1300$ ч и $t = 1400$ ч; $f(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 1300$ ч.

Пример 1.10. На испытание поставлено 45 изделий. За время $t = 60$ ч вышло из строя 35 изделий. За последующий интервал времени 60-65 ч вышло из строя еще 3 изделия. Необходимо вычислить $P(t)$ при $t = 60$ ч и $t = 65$ ч; $f(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 60$ ч.

Лабораторная работа 2

Определение показателей надежности восстанавливаемых изделий

Цель: определение количественных показателей надежности по статистическим данным об отказах восстанавливаемых изделий или систем.

Средняя наработка на отказ – наработка восстанавливаемого элемента, приходящаяся в среднем на один отказ в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определённой продолжительности эксплуатации

$$T_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_i,$$

где t_i – наработка элемента до i -го отказа; m – число отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

Среднее время восстановления одного отказа в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определённой продолжительности эксплуатации

$$T_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{Bi},$$

где t_{Bi} – время восстановления i -го отказа; m – число отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

Коэффициент готовности K_r – вероятность того, что изделие будет работоспособно в произвольный момент времени, кроме периодов выполнения планового ТО, (применение изделия исключено).

В стационарном (установившемся) режиме эксплуатации и при любом виде закона распределения времени работы между отказами и времени восстановления коэффициент готовности

$$K_r = T_0 / T_0 + T_B.$$

Пример 2.1. За период наблюдений за работой технологической линии было зарегистрировано 15 отказов. До начала наблюдений линия проработала 258 ч, к концу наблюдения наработка линии составила 1233 ч. Определить среднюю наработку на отказ T_0 .

Решение

Наработку на отказ определяем по зависимости

$$T_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m t_{\text{ср}i} = \frac{1233 - 258}{15} = 65 \text{ ч.}$$

Пример 2.2. Производилось наблюдение за работой трех экземпляров аппаратуры.

За период наблюдений было зафиксировано по первому экземпляру аппаратуры 6 отказов, по второму и по третьему – 11 и 8 отказов соответственно. Нарботка первого экземпляра составила 181 ч, второго – 329 ч, третьего – 245 ч. Определить: наработку аппаратуры на отказ.

Решение

Наработка на отказ первого экземпляра

$$T_0 = \frac{1}{n_1} \sum t_{\text{ср}1} = \frac{181}{6} = 30,17 \text{ ч;}$$

Наработка на отказ второго экземпляра:

$$T_0 = \frac{1}{n_2} \sum t_{\text{ср}2} = \frac{329}{11} = 29,91 \text{ ч;}$$

Наработка на отказ третьего экземпляра:

$$T_0 = \frac{1}{n_3} \sum t_{\text{ср}3} = \frac{245}{8} = 60,62 \text{ ч.}$$

Средняя наработка аппаратуры на отказ:

$$T_0 = \frac{T_{01} + T_{02} + T_{03}}{3} = \frac{30,17 + 29,91 + 30,62}{3} = 30,23 \text{ ч.}$$

или

$$T_0 = \frac{t_{\text{ср}1} + t_{\text{ср}2} + t_{\text{ср}3}}{3} = \frac{181 + 329 + 245}{3} = 251,67 \text{ ч;}$$
$$n = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{3} = \frac{6 + 11 + 8}{3} = 8,33;$$

$$T_0 = \frac{1}{n} \sum t_{\text{ср}i} = \frac{251,67}{8,33} = 30,21 \text{ ч.}$$

Пример 2.3. За наблюдаемый период эксплуатации в гидросистеме было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило: $t_1 = 12$ мин; $t_2 = 23$ мин; $t_3 = 15$ мин; $t_4 = 9$ мин; $t_5 = 17$ мин; $t_6 = 28$ мин; $t_7 = 25$ мин; $t_8 = 31$ мин. Определить: среднее время восстановления системы.

Решение

Среднее время восстановления

$$T_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m t_{\text{в}i} = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = 20 \text{ мин.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Пример 2.4. В период наблюдения за работой устройства имели место 5 отказов. Время работы до 1-го отказа составили 250 ч, между первым и вторым – 220 ч, между 2-м и 3-м – 215 ч, между 3-м и 4-м – 205 ч, между 4-м и 5-м – 195 ч. Время восстановления после каждого отказа составило соответственно 2; 1,6; 1,2; 1,8 и 1,5 ч. Определить коэффициент готовности устройства за период наблюдения.

Пример 2.5. Определить коэффициент технического использования устройства, если за рассматриваемый период суммарная наработка изделия составила 2560 ч, суммарное время, затраченное на восстановление – 210 ч, на ремонт – 120 ч и техническое обслуживание – 40 ч.

Пример 2.6. За период наблюдений работы устройства было зарегистрировано 24 отказа. До начала наблюдений устройство проработало 120 ч, к концу наблюдения наработка составила 2540 ч. Суммарное время восстановления работоспособности устройства после отказов – 1260 ч. Определить коэффициент готовности устройства.

Пример 2.7. Определить коэффициент технического использования устройства, если до начала наблюдений устройство прора-

ботала 310 ч, к концу наблюдения наработка составила 3810 ч., суммарное время, затраченное на восстановление – 330 ч, на ремонт – 215 ч и техническое обслуживание – 70 ч.

Пример 2.8. Суммарная наработка изделия составила за период наблюдений 580 ч, суммарное время восстановления после 5 отказов – 20 ч, время, затраченное на ремонт – 15 ч, на техобслуживание – 8 ч. Определить коэффициенты готовности и технического использования.

Лабораторная работа 3

Надежность сложных систем с последовательным соединением элементов

Цель: определение количественных показателей надежности сложных систем с последовательным соединением элементов.

Пусть система состоит из n последовательно соединенных элементов, вероятности безотказной работы которых $p_1(t)$, $p_2(t)$, ..., $p_n(t)$. Так как элементы, входящие в состав системы, являются независимыми, то вероятность безотказной работы системы определяется как произведение вероятностей составляющих её элементов

$$P(t) = p_1(t)p_2(t) \dots p_n(t).$$

Если вероятности $p_1(t)$, $p_2(t)$, ..., $p_n(t)$ близки к 1, то для вычисления $p_c(t)$, удобно применять приближенную формулу

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^n q_i(t) ,$$

где $q_i(t) = 1 - p_i(t)$. Если элементы равнонадежны, т.е. $p_1(t)$, $p_2(t)$, ..., $p_n(t) = p(t)$, то

$$P(t) = [p(t)]^n,$$

где n – число элементов. Интенсивность отказов системы равна сумме интенсивностей отказов ее элементов

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \dots + \lambda_n.$$

В частном случае, когда функции надёжности составляющих элементов имеют экспоненциальное распределение с постоянными

интенсивностями отказов, функция надёжности системы определяется как

$$P(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t} = e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i t}.$$

Одной из важнейших характеристик безотказности системы является среднее время жизни. Для случая экспоненциального распределения среднее время жизни системы равно

$$T_c = \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)};$$

Частота отказов системы с последовательным соединением элементов

$$f(t)_c = \lambda_c P(t).$$

Пример 3.1. Система состоит из пяти блоков. Отказ одного из них ведет к отказу системы. Надежность блоков характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна $p_1(t) = 0,98$; $p_2(t) = 0,99$; $p_3(t) = 0,97$; $p_4(t) = 0,985$; $p_5(t) = 0,975$. Определить вероятность безотказной работы системы.

Решение

Вероятности p_1, p_2, \dots, p_5 близки к 1, поэтому вычислить $p_c(t)$ удобно применив приближенную формулу

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^5 p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^5 q_i(t);$$

Вычислим предварительно q_i

$$q_1 = 0,02; q_2 = 0,01; q_3 = 0,03; q_4 = 0,015; q_5 = 0,025;$$

$$p_c(t) = 1 - (0,02 + 0,01 + 0,03 + 0,015 + 0,025) = 0,9.$$

Пример 3.2. Система состоит из 12600 элементов, отказ каждого из которых ведет к отказу системы. Средняя интенсивность отказов элементов равна $0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Определить среднюю наработку до отказа, частоту отказов и вероятность безотказной работы системы в течение 50 ч.

Решение

Интенсивность отказов системы

$$\lambda_c = N\lambda_{cp} = 12600 \cdot 0,32 \cdot 10^{-6} = 4,032 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}.$$

тогда

$$P(50) = e^{-\lambda_c t} = e^{-4,032 \cdot 10^{-6} \cdot 50} \approx 0,82.$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{4,032 \cdot 10^{-6}} = 250 \text{ ч.}$$

$$f(t) = 4,032 \cdot 10^{-6} \cdot 0,82 = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}.$$

Пример 3.3. Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов первого устройства равна $\lambda_1 = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1} = \text{const}$. Интенсивности отказов двух других устройств линейно зависят от времени и определяются как $\lambda_2 = 0,23 \cdot 10^{-4} t$; $\lambda_3 = 0,06 \cdot 10^{-6} t$. Рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение 100 ч.

Решение

Определяем интенсивность отказов системы в ч^{-1}

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0,16 \cdot 10^{-3} + 0,23 \cdot 10^{-4} \cdot 100 + 0,06 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0,00016 + 0,0023 + 0,000006 = 0,2466 \cdot 10^{-2};$$

Вероятность безотказной работы в течение 100 ч

$$P(100) = e^{-\lambda_c t} = e^{-0,2466 \cdot 100} = 0,78.$$

Пример 3.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из устройств в течение 100 ч равны $p_1 = 0,95$; $p_2 = 0,97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение

Определяем вероятность безотказной работы системы

$$P_c(100) = 0,95 \cdot 0,97 = 0,92.$$

Определим интенсивность отказов системы в ч^{-1}

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$\lambda_c t = \ln[P(t)] \rightarrow \lambda_c = \frac{\ln[P(t)]}{t} = -\frac{\ln[0,92]}{100} = 0,834 \cdot 10^{-3};$$

Наработка системы до отказа (ч)

$$T_c t = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,834 \cdot 10^{-3}} = 1200.$$

Пример 3.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $p(t) = 0,9997$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из 100 таких элементов.

Решение

Вероятность безотказной работы системы

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^{100} p_i(t) = p_i(t)^{100} = 0,9997^{100} = 0,97.$$

Пример 3.6. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна 0,95. Система состоит из 120 равнонадежных элементов. Найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение

Вероятность безотказной работы элемента

$$p_i(t) = p_c(t)^{\frac{1}{i}} = 0,95^{1/120} = 0,9996.$$

Пример 3.7. При проектировании системы предполагается, что сложность ее не должна превышать $N_c = 2500$ элементов. Определить, может ли быть спроектирована система, к которой предъявлено требование $T_{ср.с} = 120$ ч.

Решение

Интенсивность отказов системы (ч^{-1})

$$\lambda_c = \frac{1}{T_{ср.с}} = \frac{1}{120} = 0,0083;$$

Интенсивность отказов одного элемента (ч^{-1})

$$\lambda_i = \frac{\lambda_c}{N_c} = \frac{0,0083}{2500} = 3,33 \cdot 10^{-6};$$

Вероятность безотказной работы одного элемента в течение 120 ч

$$p_i(120) = e^{-\lambda_i t} = e^{-3,33 \cdot 10^{-6} \cdot 120} = 0,9996.$$

Обеспечить такую высокую вероятность безотказной работы элемента невозможно. Поэтому следует либо уменьшить количество элементов системы, либо среднюю наработку до отказа.

Пример 3.8. В системе 2500 элементов и вероятность безотказной работы ее в течение 1 ч составляет 98%. Предполагается, что все элементы равнонадежные.

Вычислить среднюю наработку до первого отказа системы интенсивность отказов элементов и частоту отказов.

Решение

Интенсивность отказов системы

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$\lambda_c t = \ln[P(t)] \rightarrow \lambda_c = \frac{\ln[P(t)]}{t} = -\frac{\ln[0,98]}{100} = 0,02 \text{ ч}^{-1};$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ ч};$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda_c}{N_c} = \frac{0,02}{2500} = 0,00039 \text{ ч}^{-1};$$

$$f(t) = 0,00039 \cdot 0,98 = 0,00038 \text{ ч}^{-1}.$$

Задачи для самостоятельного решения

Пример 3.9. Система состоит из 6200 элементов, отказ каждого из которых ведет к отказу системы. Средняя интенсивность отказов элементов равна $0,14 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Определить среднюю наработку до отказа, частоту отказов и вероятность безотказной работы системы в течение 120 ч.

Пример 3.10. Система состоит из четырех устройств. Вероятности безотказной работы каждого из устройств в течение 120 часов равны $p_1 = 0,95$; $p_2 = 0,97$; $p_3 = 0,90$; $p_4 = 0,87$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Лабораторная работа 4

Надежность систем с параллельным соединением элементов

Цель: определение количественных показателей надежности сложных систем с параллельным соединением элементов.

Параллельное соединение элементов 1, 2, 3 (рис. 7.) означает, что устройство переходит в состояние отказа после отказа всех элементов при условии, что все элементы системы находятся под нагрузкой, а отказы элементов статистически независимы.

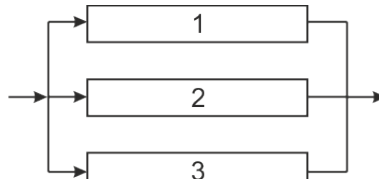


Рис. 7. Блок-схема системы с параллельным соединением элементов

По правилу умножения вероятностей независимых (в совокупности) событий, надежность устройства из n элементов

$$P = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i);$$

т.е. при параллельном соединении независимых (в смысле надежности) элементов их ненадежности ($1 - p_i = q_i$) перемножаются.

В частном случае, когда надежности всех элементов одинаковы, формула принимает вид

$$P = 1 - (1 - p)^n;$$

Интенсивность отказов устройства, состоящего из n параллельно соединенных элементов, обладающих постоянной интенсивностью отказов λ_0 , определяется как

$$\lambda = \frac{dQ(t)dt}{P(t)} = \frac{d(1 - \exp(-\lambda_0 t))^n / dt}{1 - (1 - \exp(-\lambda_0 t))^n} = \frac{n\lambda_0(1 - \exp(-\lambda_0 t))^{n-1}}{1 - (1 - \exp(-\lambda_0 t))^n}.$$

Интенсивность отказов устройства при $n > 1$ зависит от t : при $t = 0$ она равна нулю, при увеличении t , монотонно возрастает до λ_0 .

Если интенсивности отказов элементов постоянны и подчинены показательному закону распределения, то выражение надежности устройства можно записать

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_0 t)).$$

Частота отказов $f(t) = \lambda(t) P(t)$.

Среднее время безотказной работы системы T_c

$$T_c = (1/\lambda_1 + 1/\lambda_2 + \dots + 1/\lambda_n) - (1/(\lambda_1 + \lambda_2) + 1/(\lambda_1 + \lambda_3) + \dots) + 1/(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + (1/(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4) + \dots) + (-1)^{n+1} \cdot 1/\sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

В случае, когда интенсивности отказов всех элементов одинаковы среднее время безотказной работы системы T_c .

$$T_c = 1/\lambda \sum_{i=1}^n 1/i .$$

Пример 4.1. Устройство состоит из 3-х параллельно соединенных элементов, вероятности безотказной работы которых равны $p_1 = 0,90$; $p_2 = 0,92$; $p_3 = 0,89$. Определить вероятность безотказной работы устройства, при условии, что отказы элементов статистически независимы

Решение

$$P = 1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,92) \cdot (1 - 0,89) = 0,999.$$

Пример 4.2. Предохранительное устройство, обеспечивающее безопасность работы системы под давлением, состоит из трех дублирующих друг друга клапанов. Надежность каждого из них $p = 0,9$. Клапаны независимы в смысле надежности. Найти надежность устройства.

Решение

$$P = 1 - (1 - 0,9) \cdot 3 = 0,999.$$

Пример 4.3. Два одинаковых вентилятора в системе очистки воздуха работают параллельно, причем если один из них выходит из строя, то другой способен работать при полной системной нагрузке

без изменения своих надежностных характеристик. Найти безотказность системы в течение 400 ч при условии, что интенсивности отказов двигателей вентиляторов постоянны и равны $\lambda = 0,0005 \text{ ч}^{-1}$, отказы двигателей статистически независимы и оба вентилятора начинают работать в момент времени $t = 0$. Определить интенсивность отказов системы, частоту отказов и среднюю наработку до отказа.

Решение

Вероятность безотказной работы системы

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_0 t)) = 1(1 - e^{-0,0005 \cdot 400})^2 = 0,967.$$

Интенсивность отказов системы (1/ч)

$$\lambda = \frac{n\lambda_0(1 - e^{-\lambda_0 t})^{n-1}}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^n} = \frac{2 \cdot 0,0005 \cdot (1 - e^{-0,0005 \cdot 400})}{1 - (1 - e^{-0,0005 \cdot 400})^2} = 1,87 \cdot 10^{-4}.$$

Частота отказов ч^{-1}

$$f(t) = 0,967 \cdot 1,87 \cdot 10^{-4} = 1,81 \cdot 10^{-4}.$$

Средняя наработка на отказ системы (ч)

$$T_c = 1/\lambda(1/1 + 1/2) = 1/\lambda \cdot 3/2 = 1,5/0,0005 = 3000.$$

Пример 4.4. Устройство состоит из 5 параллельно соединенных элементов, обладающих интенсивностью отказов $\lambda_0 = 0,001 \text{ ч}^{-1}$. Определить интенсивность отказов устройства в течение 1000 ч, среднее время безотказной работы, вероятность безотказной работы и частоту отказов.

Решение

Интенсивность отказов системы из 5 параллельно работающих элементов (ч^{-1})

$$\lambda = \frac{n\lambda_0(1 - e^{-\lambda_0 t})^{n-1}}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^n} = \frac{5 \cdot 0,001 \cdot (1 - e^{-0,001 \cdot 1000})^4}{1 - (1 - e^{-0,001 \cdot 1000})^5} = 9,42 \cdot 10^{-4};$$

Среднее время безотказной работы (ч)

$$T_c = 1/\lambda_0(1/1+1/2+1/3+1/4+1/5) = 1/0,001(1+0,5+0,33+0,25+0,2) = 2280.$$

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - (1 - e^{-0,001 \cdot 1000})^5 = 0,899.$$

Частота отказов (ч^{-1}).

$$f(t) = 9,42 \cdot 10^{-4} \cdot 0,899 = 8,46 \cdot 10^{-4}.$$

Пример 4.5. Система состоит из 3-х параллельно соединенных элементов с интенсивностями отказов равными $\lambda_1 = 0,001$, $\lambda_2 = 0,005$, $\lambda_3 = 0,003 \text{ ч}^{-1}$. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 500 ч и среднее время работы до отказа.

Решение

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_i t)) = 1 - [(1 - e^{-0,001 \cdot 500}) \cdot (1 - e^{-0,005 \cdot 500}) (1 - e^{-0,003 \cdot 500})] = 0,71$$

$$T_c = (1/\lambda_1 + 1/\lambda_2 + \dots + 1/\lambda_n) - (1/(\lambda_1 + \lambda_2) + 1/(\lambda_1 + \lambda_3) + \dots) + 1/(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + (1/(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4) + \dots) + (-1)^{n+1} \cdot 1/\sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

$$T_0 = (1/0,001 + 1/0,005 + 1/0,003) - [1/(0,001 + 0,005) + 1/(0,001 + 0,003) + 1/(0,005 + 0,003)] + 1/(0,001 + 0,005 + 0,003) = 1102,8 \text{ ч}.$$

Задачи для самостоятельного решения

Пример 4.6. Система состоит из 4-х параллельно соединенных элементов обладающих интенсивностью отказов $\lambda_0 = 0,002 \text{ 1/ч}$. Определить интенсивность отказов устройства в течение 5000 ч, вероятность безотказной работы, частоту отказов и среднее время безотказной работы.

Пример 4.7. Система состоит из 3-х параллельно соединенных элементов, вероятности безотказной работы которых в течение 500 ч 0,95; 0,92; 0,88. Справедлив экспоненциальный закон распределения отказов. Определить вероятность безотказной работы системы, интенсивности отказов элементов и среднюю наработку системы до отказа.

Пример 4.8. Устройство состоит из 3 параллельно соединенных элементов, обладающих интенсивностью отказов $\lambda_0 = 0,0017$ 1/ч. Определить интенсивность отказов устройства в течение 500 ч, среднее время безотказной работы, вероятность безотказной работы и частоту отказов.

Пример 4.9. Система состоит из 4-х параллельно соединенных элементов с интенсивностями отказов равными $\lambda_1 = 0,002$, $\lambda_2 = 0,003$, $\lambda_3 = 0,0035$, $\lambda_4 = 0,0015$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 800 ч и среднее время работы до отказа.

Пример 4.10. Техническое устройство состоит из пяти дублирующих друг друга блоков. Надежность каждого из них $p = 0,95$. Блоки независимы в смысле надежности. Найти надежность устройства.

Лабораторная работа 5

Обработка результатов многократных измерений

Эффективность использования машин определяется их показателями надежности в конкретных условиях эксплуатации. При этом оценка показателей надежности возможна по результатам наблюдений (испытаний) партии машин в данных условиях эксплуатации, определяемых географическим районом расположения эксплуатирующих предприятий, характером выполняемых работ, принятой системой технического обслуживания и ремонтов и т. д.

При решении задач надежности, как правило, применяют один из известных законов распределения, разработанных в теории вероятностей для характеристики случайных величин.

Для проверки соответствия экспериментальных данных высказанной гипотезе о теоретическом распределении используют специальные критерии согласия, разработанные в математической статистике.

Основные принципы, положенные в основу обработки информации:

1. Все показатели надежности относятся к категории случайных величин.
2. Основными характеристиками каждого показателя надежности являются:

- среднее значение (математическое ожидание);
- характеристики рассеивания (среднее квадратическое отклонение σ и коэффициент вариации ν);
- доверительные границы рассеивания одиночного и среднего значений показателя надежности.

1. Цель работы

1. Изучить методику обработки статистической информации о надежности машин – результатов измерений с многократными наблюдениями ($n=40$).

2. Научиться анализировать полученные результаты расчетов и делать выводы.

2. Общие сведения

Система сбора и обработки информации о надежности серийно выпускаемых новых и отремонтированных изделий машиностроения представляет собой совокупность организационно-технических мероприятий по получению необходимых и достоверных сведений о надежности объектов. Она регламентирована РД 50-690–89 «Методические указания. Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным».

Сбор и обработку информации о надежности объектов выполняют с целью усовершенствования конструкции, технологии изготовления, сборки и испытаний объектов, обеспечивающих повышение надежности; разработки мероприятий по совершенствованию диагностирования, технического обслуживания и текущих ремонтов; повышения качества капитальных ремонтов и снижения затрат на их проведение; оптимизации норм расхода запасных частей.

Основные задачи системы сбора и обработки информации:

- определение показателей надежности объектов;
- выявление конструктивных и технологических недостатков объектов, приводящих к снижению их надежности;
- выявление деталей и сборочных единиц, лимитирующих надежность машины в целом;
- изучение закономерностей возникновения неисправностей и отказов;
- установление влияния условий и режимов эксплуатации на надежность объекта;
- корректировка нормируемых показателей надежности;

- определение эффективности мероприятий по повышению надежности объектов.

В ходе разработки конструкции информация о надежности машин поступает из лабораторий, проводящих стендовые испытания опытных образцов, а также с заводов, полигонов, предприятий, где машины проходят опытную эксплуатацию. Важным источником информации о надежности в гарантийный период эксплуатации объекта служат рекламации от потребителей техники.

Основной источник информации о надежности объекта – подконтрольная эксплуатация, в ходе которой фиксируют данные об отказах. Полученную информацию направляют на завод-изготовитель или ремонтный завод в виде данных об отказе изделия. Данные содержат информацию об изделии, условиях его эксплуатации, характере и причинах отказа, трудоемкости восстановления. На основе этой информации составляют сводные перечни видов отказов изделий, оценки показателей надежности, сводную ведомость расхода запасных частей и другие документы.

Информация о надежности объекта должна быть достоверной (истинной, правильной, отражающей объективные факторы без домыслов и догадок), полной (исчерпывающей, содержащей все существенные сведения, которые учитывают во время принятия решений), однородной (относящейся к одинаковым объектам, эксплуатирующимся примерно в одинаковых условиях), дискретной (разделенной по отдельным признакам), своевременной (используемой для изменения конструкций, корректировки технологического процесса изготовления, ремонта машины и технического обслуживания). Сбор, обработка и анализ информации о надежности объектов связаны с необходимостью исследования случайных событий и величин. Все показатели надежности техники относят к категории случайных величин, которые рассчитывают методами теории вероятностей и математической статистики.

Статистическую оценку показателей надежности дают совокупности объектов, объединенных единым признаком или свойством.

Например, детали можно группировать в совокупности по различным признакам: размерам, отклонениям формы, износам; машины – по долговечности и т. д.

Различают статистическую, генеральную и выборочную совокупности.

Статистическая совокупность – это совокупность, состоящая из однородных объектов, обладающих качественной общностью.

Генеральная совокупность – это совокупность объектов, подлежащих исследованию. Однако исследовать все объекты генеральной совокупности обычно не представляется возможным. Поэтому для исследования из генеральной совокупности выбирают определенное число объектов, которое называют выборочной совокупностью, или выборкой.

Выборочная совокупность (выборка) – определенное число объектов, отобранных из генеральной совокупности для получения объективных сведений о генеральной совокупности. Выборка должна быть подобна генеральной совокупности, чтобы на основании ее можно было достаточно уверенно судить об интересующем признаке генеральной совокупности. Выборка должна быть представительной, каждый объект – отобран случайно и все объекты – иметь одинаковую вероятность попасть в выборку. Для объективной оценки генеральной совокупности очень важен объем выборки, т. е. число объектов наблюдений, составляющих выборку. В случае же изучения менее однородного материала метод получения выборки и ее объем приобретают решающее значение. Так, при испытаниях машин объем выборки оценивают числом одновременно испытываемых машин с учетом полученных от каждой из них точек информации. Малый объем выборки в этом случае может привести к значительным ошибкам и сделать полученные результаты непригодными для практического использования. Слишком большое число одновременно испытываемых машин хотя и приведет к более высокой точности расчетов, но будет неприемлемым из-за экономических соображений ввиду высокой стоимости испытаний каждой машины. Поэтому в данном случае необходимо искать оптимальное решение, при котором объем выборки, обеспечивая достаточную точность конечных результатов, не будет слишком большим, а сами испытания – слишком дорогими.

Если во время испытаний у каждого объекта выборочной совокупности будет зафиксирован интересующий исследователя показатель надежности, то полученную таким образом информацию на-

зывают **полной**. Если же испытания ограничивают по времени или наработке объектов и за это время или наработку не у всех объектов выборочной совокупности зафиксирован показатель надежности, то такую информацию называют **усеченной**. При этом возможны также случаи преждевременного снятия с испытаний объектов, у которых не зафиксирован показатель надежности и время или наработка которых не достигли заранее оговоренных условиями испытаний значений. Досрочное снятие машин с испытаний возможно при хозяйственной необходимости, авариях, пожарах и других непредвиденных обстоятельствах. Полученную по такой методике испытаний информацию называют **многократно усеченной**, а преждевременно снятые с испытаний машины – **приостановленными**.

3. Задание

Каждому студенту выдается индивидуальное задание в виде набора чисел, обозначающих наработку новых двигателей в часах работы (мото-ч) до отправки их в капитальный ремонт, т. е. доремонтный ресурс (табл. 2).

Таблица 2

Вариант В-Х

№ строки и столбца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2052	5145	1858	4420	4673	3466	3401	2593	1835	3287
2	6157	3140	3356	7969	1348	3822	5152	4888	5093	3562
3	3380	4616	3756	4335	1422	4739	3677	3271	3775	1506
4	5541	4367	4471	2678	3007	2714	2359	3664	2610	2792
5	4636	2169	3560	3811	4118	3434	3727	5440	5078	3885
6	4059	3193	5984	2305	5618	4871	5629	4035	4101	3174
7	2141	2166	2320	1207	4237	5596	1269	4828	4836	3982
8	1511	2464	5720	2553	3800	4423	3646	6959	2193	1438
9	5921	5638	3218	3128	6440	4098	4671	3021	2162	3155
10	4260	5278	3961	2772	3850	3008	4227	4052	5117	4440

Необходимо:

1. Составить сводную таблицу исходной информации.
2. Составить статистический ряд исходной информации.
3. Определить среднее значение показателя надежности и среднее квадратическое отклонение.

4. Графически отобразить опытную информацию (построить гистограмму накопленных опытных вероятностей, полигон распределения, кривую накопленных опытных вероятностей).

5. Определить коэффициент вариации.

6. Определить доверительные границы рассеивания значений показателя надежности.

4. Порядок выполнения задания

4.1. Составление сводной таблицы исходной информации

Сводная таблица информации (вариационный ряд) составляется в порядке возрастания показателя надежности

4.2. Составление статистического ряда исходной информации

Статистический ряд информации составляется для упрощения дальнейших расчетов в том случае, когда повторность информации $n \geq 25$.

В нашем примере повторность информации $n = 40 > 25$, следовательно, целесообразно составить статистический ряд. При этом информацию разбивают на n равных интервалов. Каждый последующий интервал должен примыкать к предыдущему без разрывов.

Обычно число интервалов принимают 6...10. При увеличении их числа повышается точность расчетов, но одновременно возрастает их трудоемкость.

Определяем размах случайной величины R

$$R = t_{max} - t_{min}.$$

Расчет интервала группировки по формуле Г. Стерджеса

$$i = \frac{t_{max} - t_{min}}{1 + 3,322 \cdot \lg n}$$

Полученный результат округляют до ближайшего целого числа. Протяженность интервала i всегда округляют в большую сторону.

При этом интервалы должны быть одинаковыми по величине. Далее определяют границы интервалов.

Заполнение таблицы 3:

1. Записать интервалы таким образом, чтобы значение t_{min} находилось в середине первого интервала.

2. Включить во второй столбец таблицы ср. значения интервалов (для построения в дальнейшем полигона частот и расчета числовых характеристик).

3. Методом перечисления определить число вариантов в каждом интервале, (в столбце «подсчет» ставят галочки – сколько значений попало в интервал) т.е. частоту n_k ;

4. Вычислить накопленные частоты

$$\sum_{k=1}^n n_k;$$

5. Вычислить относительные частоты $h_k = n_k/n$;

6. Вычислить накопленные относительные частоты

$$\sum_{k=1}^n h_k;$$

7. Вычислить плотности распределения

$$f(x) \cdot 10^2 (f(x) = h_k/i);$$

Таблица 3

Статистический ряд распределения доремонтного ресурса

Интервалы	Среднее значение интервала t_k	Частота		Накопленные частоты $\sum_{k=1}^n n_k$	Относительные частоты $h_k = n_k/n$	Накопленные относит. частоты $\sum_{k=1}^n h_k$	Плотность распределения $f(x) \cdot 10^2 (f(x) = h_k/i)$
		подсчет	n_k				
		^^					
		^^^					
		^^^^					
		^^^^^					
		^^^^^					
		^^		40		1,00	
-	-	-	40	-	1,00	-	-

4.3. Определение среднего значения показателя надежности и среднего квадратического отклонения

Определение среднего арифметического значения действительных измерений (мото-ч)

$$t_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i.$$

Определение среднеквадратического отклонения

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(t_i - t_{cp})^2}{n - 1}}.$$

4.4. Графическое изображение опытного распределения

По данным статистического ряда могут быть построены гистограмма, полигон и кривая накопленных опытных вероятностей, которые дают наглядное представление об опытном распределении показателя надежности и позволяют решать ряд инженерных задач графическими способами.

Построить графические изображения полученного статистического распределения непрерывных вариант:

- в координатах $h_k = f(t)$ (*кривая частотного распределения ресурсов двигателя*);
- в координатах $\sum h_k = f(t)$ *кумулятивная кривая - кривая накопленных опытных вероятностей*);
- гистограмму накопленных опытных вероятностей в координатах $f(x) \cdot 10^2 = f(t)$. (Приложение)

Для построения графиков по оси абсцисс откладывают в определенном масштабе показатель надежности t , а по оси ординат – относительные частоту h_k , $\sum h_k$ или опытную вероятность $f(x) \cdot 10^2$.

Масштаб ординаты следует выбирать, придерживаясь правила «золотого сечения»

$$Y = (5/8)X,$$

где Y – длина наибольшей ординаты; X – длина абсциссы, соответствующая наибольшему значению параметра (наработки).

Для построения кривой накопленных опытных вероятностей по оси абсцисс откладывают в масштабе значение показателя надежности t , а по оси ординат – накопленную опытную вероятность $\sum h_k$.

Полученные точки соединяют прямыми линиями. Первую точку соединяют с началом первого интервала.

4.5. Определение коэффициента вариации

Вычисляется коэффициент вариации v , который представляет собой относительную безразмерную величину, характеризующую рассеивание значений случайной величины

$$v = \sigma_t / t_{cp}.$$

Коэффициент вариации v , полученный в результате обработки экспериментальных данных, служит для предварительного определения закона распределения случайной величины. Если значение коэффициента вариации $v < 0,4$, то для заданного массива данных предпочтителен нормальный закон распределения. В случае если коэффициент вариации $v = 0,40-0,85$ распределение случайных величин подчиняется закону распределения Вейбулла, если $v = 0,60-1,30$ – экспоненциальному закону распределения.

4.6. Определение доверительных границ рассеивания

По результатам выборки устанавливают границы, внутри которых с определенной вероятностью будет находиться математическое ожидание $M(t)$ случайной величины t . Эти границы определяют доверительный интервал, который зависит от доверительной вероятности β .

В общем случае при малой выборке и различной доверительной вероятности доверительный интервал выразится как

$$t_{cp} - t_{\delta} \cdot \sigma_t < M(t) < t_{cp} + t_{\delta} \cdot \sigma_t,$$

где t_{δ} – критерий Стьюдента, который для $\beta = 0,9$ при данном числе степеней свободы n , приведен в справочной таблице 4

Таблица 4

Критерий Стьюдента для разного числа степеней свободы

n	18 - 20	21 - 22	23 - 27	28 - 30	40	60
t_{δ}	1,73	1,72	1,71	1,70	1,68	1,67

Нанести на график $h_k = f(t)$ значение математического ожидания $M(t)$ случайной величины t и средние квадратичные отклонения σ_t в соответствии с правилом «трех сигм».

Примечание: у всех вычисленных значений и на графиках проставить единицы измерения!

Отчет по работе должен содержать:

1. Цель работы;
2. Сводную таблицу исходных данных (согласно варианту задания);
3. Таблицу распределения наработки новых двигателей в часах работы (мото-ч) до отправки их в капитальный ремонт по данным измерений;
4. Результаты статистической обработки массива данных (среднее арифметическое значение, максимальное и минимальное значения, интервал группировки, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, закон распределения случайной величины, доверительный интервал);
5. Графики (Приложение П.3 (А,Б,В):
 - 5.1. $h_k = f(t)$ – кривая частотного распределения с нанесенным значением математического ожидания $M(t)$ случайной величины t и средние квадратичные отклонения σ_t в соответствии в правилом «трех сигм»;
 - 5.2. $\sum h_k = f(t)$ – кумулятивная кривая;
 - 5.3. Гистограмма в координатах $f(x) \cdot 10^2 = f(t)$;
6. Выводы по работе.

Контрольные вопросы на защите работы

1. Назовите основные принципы, положенные в основу обработки информации о надежности.
2. Цели и задачи системы сбора и обработки информации о надежности.
3. Требования, предъявляемые к информации о надежности объекта.
4. В чем различие между статистической, генеральной и выборочной совокупностями?
5. Какую информацию о надежности называют полной, усеченной и многократно усеченной?
6. Чем отличаются вариационный и статистический ряд исходной информации о надежности?
7. Как определяется число интервалов и их границы?
8. Как определяется опытная частота и опытная вероятность?
9. Что такое накопленная опытная вероятность и как она определяется?

10. Как рассчитывается среднее значение показателя надежности и среднее квадратическое отклонение?
11. Что такое коэффициент вариации и для чего он используется?
12. Графическое представление информации о надежности машин (гистограмма, полигон распределения, кривая накопленных опытных вероятностей).
13. Доверительные границы рассеивания показателей надежности.

Библиографический список

1. ГОСТ 27.002-2015 Надежность в технике (ССНТ). Термины и определения. М.: Стандартиформ, 2016. 28 с.
2. Курбатова, О.А. Надежность горных машин: учеб. пособие /О.А. Курбатова, Л.С. Ксендзенко, Д.Н. Николайчук. Владивосток: ДВГТУ, 2005. 119 с.
3. Кулешов А.А. Надежность горных машин и оборудования: Учеб. пособие /А.А.Кулешов, В.П.Докукин. СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). 2004. 104 с.
4. Надежность горных машин и оборудования [Электронный ресурс]: учеб. пособие для студентов специальности 150402 «Горные машины и оборудование» очной формы обучения / А. А. Хорешок [и др.]. Кемерово, «Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева». 2012. 131 с.
5. Надежность металлургических машин и оборудования. // Бойцов Ю.П., Иванов С.Л., Семенов М.А., Фокин А.С. СПб.: РИЦ СПГИ, 2008. 54 с.

Приложения

Приложение П.1

Значения (гамма-функции)

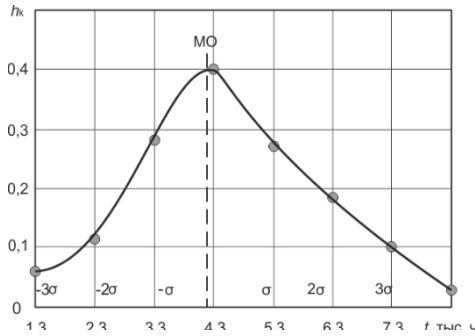
x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
1,01	0,99433	1,26	0,90440	1,51	0,88659	1,76	0,92137
1,02	0,98884	1,27	0,90250	1,52	0,88704	1,77	0,92376
1,03	0,98355	1,28	0,90072	1,53	0,88757	1,78	0,92623
1,04	0,97844	1,29	0,89904	1,54	0,88818	1,79	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,88887	1,80	0,93138
1,06	0,96874	1,31	0,89600	1,56	0,88964	1,81	0,93408
1,07	0,96415	1,32	0,89464	1,57	0,89049	1,82	0,93685
1,08	0,95973	1,33	0,89338	1,58	0,89142	1,83	0,93369
1,09	0,95546	1,34	0,89222	1,59	0,89243	1,84	0,94261
1,10	0,95135	1,35	0,89115	1,60	0,89352	1,85	0,94561
1,11	0,94740	1,36	0,89018	1,61	0,89468	1,86	0,94869
1,12	0,94359	1,37	0,88931	1,62	0,89592	1,87	0,95184
1,13	0,93993	1,38	0,88854	1,63	0,89724	1,88	0,95507
1,14	0,93642	1,39	0,88785	1,64	0,89864	1,89	0,95838
1,15	0,93304	1,40	0,88726	1,65	0,90012	1,90	0,96177
1,16	0,92980	1,41	0,88676	1,66	0,90167	1,91	0,96523
1,17	0,92670	1,42	0,88036	1,67	0,90330	1,92	0,96877
1,18	0,92373	1,43	0,88604	1,68	0,90500	1,93	0,97240
1,19	0,02089	1,44	0,88581	1,69	0,90678	1,94	0,97610
1,20	0,91817	1,45	0,88566	1,70	0,90864	1,95	0,97988
1,21	0,91558	1,46	0,88560	1,71	0,91057	1,96	0,98374
1,22	0,91311	1,47	0,88563	1,72	0,91268	1,97	0,98768
1,23	0,91075	1,48	0,88575	1,73	0,91467	1,98	0,99171
1,24	0,90852	1,49	0,88595	1,74	0,91683	1,99	0,99581
						2,0	1,00000

Приложение П.2

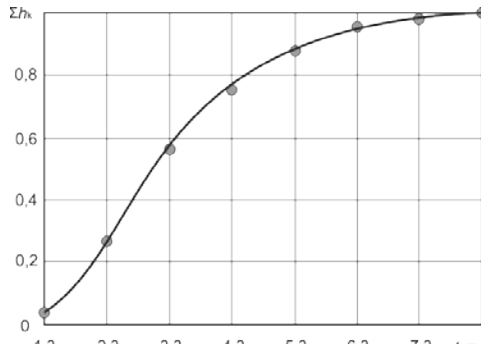
Значения нормальной функции распределения

$$F(t) = 0,5 + A(u)$$

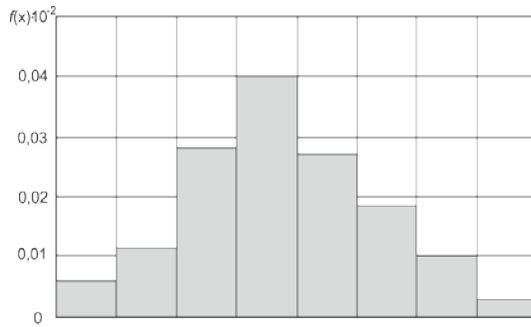
u	$F(t)$	u	$F(t)$	u	$F(t)$
-0,00	0,500	-1,60	0,055	0,80	0,788
-0,10	0,460	-1,70	0,044	0,90	0,816
-0,20	0,420	-1,80	0,036	1,00	0,841
-0,30	0,382	-2,00	0,023	1,20	0,885
-0,40	0,344	-2,20	0,014	1,30	0,903
-0,50	0,308	-2,40	0,008	1,40	0,919
-0,60	0,274	-2,60	0,005	1,50	0,933
-0,70	0,242	-2,80	0,003	1,60	0,945
-0,80	0,212	-3,00	0,001	1,70	0,955
-0,90	0,184	-0,10	0,540	1,80	0,964
-1,00	0,159	-0,20	0,579	2,00	0,977
-1,10	0,136	-0,30	0,618	2,20	0,986
-1,20	0,115	-0,40	0,655	2,40	0,992
-1,30	0,097	-0,50	0,691	2,60	0,995
-1,40	0,080	-0,60	0,726	2,80	0,997
-1,50	0,067	-0,70	0,758	3,00	0,999



А. Кривая частотного распределения ресурсов двигателя



Б. Кумулятивная кривая – кривая накопленных опытных вероятностей



В. Гистограмма накопленных опытных вероятностей

Содержание

Введение.....	3
Практическая работа 1. Термины, определения, понятия теории надежности	4
Практическая работа 2. Вычисление показателей надежности невосстанавливаемых изделий.....	18
Практическая работа 3. Аналитическое определение количественных характеристик надёжности. Распределение отказов по закону Вейбулла.....	22
Практическая работа 4. Аналитическое определение количественных характеристик надёжности. Нормальный закон распределения отказов.....	27
Практическая работа 5. Аналитическое определение количественных характеристик надёжности. Экспоненциальный закон распределения отказов.....	30
Практическая работа 6. Расчет показателей надежности резервированных изделий	34
Лабораторная работа 1. Определение количественных характеристик надежности по статистическим данным об отказах.....	42
Лабораторная работа 2. Определение показателей надежности восстанавливаемых изделий	46
Лабораторная работа 3. Надежность сложных систем с последовательным соединением элементов.....	49
Лабораторная работа 4. Надежность систем с параллельным соединением элементов.....	54
Лабораторная работа 5. Обработка результатов многократных измерений.....	58
Список рекомендуемой литературы.....	68
Приложения.....	69

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ ГОРНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

*Методические указания к лабораторным работам
и практическим занятиям для студентов специальности 21.05.04*

Сост.: *А.В. Михайлов, С.Л. Иванов, А.С. Федоров*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой
машиностроения

Ответственный за выпуск *А.В. Михайлов*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 15.06.2020. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 4,2. Усл.кр.-отт. 4,2. Уч.-изд.л. 4,0. Тираж 75 экз. Заказ 363.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2