

**ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНЫХ  
ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ**

*Методические указания к курсовой работе  
для студентов специальности 21.05.04*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2019**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

## ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

*Методические указания к курсовой работе  
для студентов специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2019

УДК 004.67(073)

**ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ.** Методические указания к курсовой работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *Г.Н. Журов, А.Н. Никитин*. СПб, 2019. 77 с.

Применительно к программе курсовой работы по учебной дисциплине «Информатика» изложена технология применения метода наименьших квадратов для аппроксимации результатов экспериментов, представленных в виде таблиц, и оценки существенности параметров регрессии и корреляции. Даны общие указания по выполнению и оформлению курсовой работы, приведены расчетные формулы метода наименьших квадратов для построения эмпирических формул в виде полинома  $n$ -й степени, показана возможность линеаризации экспоненциальной зависимости, даны формулы для оценки значимости как уравнения регрессии в целом, так и отдельных его параметров. Приведены примеры выполнения задания в MS Excel, Mathcad и в среде программирования Visual Basic for Applications. Предложены задания для выполнения курсовой работы.

Методические указания предназначены для студентов всех специализаций специальности 21.05.04 «Горное дело».

Научный редактор доц. *А.Б. Маховиков*

Рецензент канд. техн. наук *К.В. Столяров* (Корпорация «Телум Инк»)

## ВВЕДЕНИЕ

Курсовая работа является завершающим этапом изучения дисциплины «Информатика». Выполнение работы требует творческого подхода и всестороннего исследования поставленного задания. Курсовая работа способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, полученных студентами по дисциплине, а также применению этих знаний к решению конкретных задач обработки информации.

Отчет должен начинаться с титульного листа и оформляется в виде пояснительной записки.

Порядок изложения материала следующий:

- задание;
- введение
- расчетные формулы;
- таблицы, выполненные средствами Microsoft Excel, с пояснениями;
- результаты расчета;
- представление результатов в виде графиков;
- алгоритмы и блок-схемы;
- макет формы, разработанной для решения задачи в среде программирования VBA с необходимыми пояснениями;
- программа на языке VBA с комментариями;
- результаты расчета по программе;
- результаты расчета в пакете Mathcad;
- заключение;
- библиографический список.

Сроки прохождения каждого этапа контролируются руководителем курсовой работы. Последовательное выполнение курсовой работы способствует формированию навыков проведения любого исследования.

## ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Очень часто, особенно при анализе эмпирических данных возникает необходимость найти в явном виде функциональную зависимость между величинами  $x$  и  $y$ , полученными в результате измерений.

Общая теория построения эмпирических формул со строгим аналитическим выводом формул приведена в работах [1-3]. При аналитическом исследовании взаимосвязи между двумя величинами  $x$  и  $y$  производят ряд наблюдений и в результате получают таблицу значений:

$x$	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	...	$x_n$
$y$	$y_1$	$y_2$	...	$y_i$	...	$y_n$

Для установления функциональной зависимости между величинами  $x$  и  $y$  (аналитический вид ее, как правило, неизвестен), необходимо решить практически важную задачу – найти эмпирическую формулу этой зависимости

$$y = f(x; a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_m$  - неизвестные параметры, значения которой в точках  $x_i$  мало отличались бы от опытных значений  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Обычно указывают класс функций (например, множество линейных, степенных, показательных и т.п.) из которого выбирается функция  $f(x)$ , и далее определяются наилучшие значения параметров.

Если в эмпирическую формулу (1) подставить исходные  $x_i$ , то получим теоретические значения  $y_i^T = f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_m)$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Разности  $y_i^T - y_i$  называются отклонениями и представляют собой расстояния по вертикали от точек с координатами  $(x_i, y_i)$  (точка  $M_i$  на рис. 1) до графика эмпирической функции.

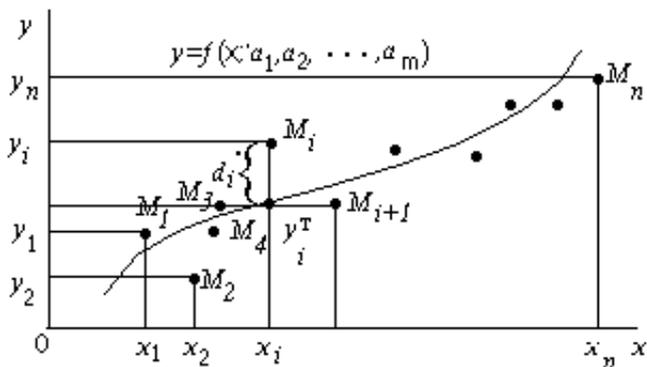


Рис. 1. Схема к методу наименьших квадратов.

Согласно методу наименьших квадратов наилучшими коэффициентами  $a_1, a_2, \dots, a_m$  считаются те, для которых сумма квадратов отклонений найденной эмпирической функции от заданных значений будет минимальной:

$$S(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n [f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_m) - y_i]^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Поясним геометрический смысл метода наименьших квадратов.

Каждая пара чисел  $(x_i, y_i)$  из исходной таблицы определяет точку  $M_i$  на плоскости  $XOY$ . Используя формулу (1) при различных значениях коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$  можно построить ряд кривых, которые являются графиками функции (1). Задача состоит в определении коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$  таким образом, чтобы сумма квадратов расстояний по вертикали от точек  $M_i(x_i, y_i)$  до графика функции (1) была наименьшей (рис.1).

Построение эмпирической формулы (1) состоит из двух этапов: выяснение общего вида этой формулы и определение ее наилучших параметров.

Если неизвестен характер зависимости между данными величинами  $x$  и  $y$ , то вид эмпирической зависимости является произ-

вольным. Предпочтение отдается простым формулам, обладающим хорошей точностью. Удачный выбор эмпирической формулы в значительной мере зависит от знаний исследователя в предметной области, используя которые, он может указать класс функций из теоретических соображений. Большое значение имеет изображение полученных данных в декартовых или в специальных системах координат (полулогарифмической, логарифмической и т.д.). По положению точек можно примерно угадать общий вид зависимости путем установления сходства между построенным графиком и образцами известных кривых.

Определение наилучших коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$  входящих в эмпирическую формулу производят хорошо известными аналитическими методами.

Для того, чтобы найти набор коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , которые доставляют минимум функции  $S$ , определяемой формулой (2), используем необходимое условие экстремума функции нескольких переменных - равенство нулю частных производных. В результате получим нормальную систему для определения коэффициентов  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ):

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \quad \dots \quad ; \quad \frac{\partial S}{\partial a_m} = 0. \quad (3)$$

Таким образом, нахождение коэффициентов  $a_i$  сводится к решению системы (3).

Эта система упрощается, если эмпирическая формула (1) линейна относительно параметров  $a_i$ , тогда система (3) - будет линейной.

Конкретный вид системы (3) зависит от того, из какого класса эмпирических формул мы ищем зависимость (1). В случае линейной зависимости  $y = a_1 + a_2x$  система (3) примет вид:

$$\begin{cases} a_1 n + a_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad , \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad . \end{cases} \quad (4)$$

Эта линейная система может быть решена любым известным методом (Гаусса, простых итераций, формулами Крамера).

В случае квадратичной зависимости  $y = a_1 + a_2x + a_3x^2$  система (3) примет вид:

$$\begin{cases} a_1n + a_2 \sum_{i=1}^n x_i + a_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i & , \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_3 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i & , \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_3 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i & . \end{cases} \quad (5)$$

## ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

В ряде случаев в качестве эмпирической формулы берут функцию, в которую неопределенные коэффициенты входят нелинейно. При этом иногда задачу удается линеаризовать, т.е. свести к линейной. К числу таких зависимостей относится экспоненциальная зависимость

$$y = a_1 \cdot e^{a_2x}, \quad (6)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  неопределенные коэффициенты.

Линеаризация достигается путем логарифмирования равенства (6), после чего получаем соотношение

$$\ln y = \ln a_1 + a_2x \quad (7)$$

Обозначим  $\ln y$  и  $\ln a_1$  соответственно через  $t$  и  $c$ , тогда зависимость (6) может быть записана в виде  $t = c + a_2x$ , что позволяет применить формулы (4) с заменой  $a_1$  на  $c$  и  $y_i$  на  $t_i$ .

## ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ

График восстановленной функциональной зависимости  $y(x)$  по результатам измерений  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  называется кривой регрессии. Оценка значимости уравнения регрессии в целом дается с помощью  $F$ -критерия Фишера. Непосредственно расчету  $F$ -критерия предшествует анализ следующих числовых характеристик: коэффи-

циент корреляции (линейная зависимость), коэффициент детерминированности, дисперсия на одну степень свободы.

Коэффициент корреляции является мерой линейной связи между зависимыми случайными величинами: он показывает, насколько хорошо в среднем может быть представлена одна из величин в виде линейной функции от другой.

Коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (8)$$

где  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ ,  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ ,  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  — среднее арифметическое значение соответственно по  $x$  и  $y$ .

Коэффициент корреляции между случайными величинами по абсолютной величине не превосходит 1. Чем ближе  $|\rho|$  к 1, тем теснее линейная связь между  $x$  и  $y$ .

В случае нелинейной корреляционной связи условные средние значения располагаются около кривой линии

Для описания уравнения регрессии рассмотрим следующие величины.

$$S_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \text{общая сумма квадратов отклонений,}$$

где  $\bar{y}$  среднее значение  $y_i$ .

Для линейной регрессии можно доказать следующее равенство

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i^T - \bar{y})^2.$$

Первое слагаемое, равное  $S_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2$  и называемое остаточной суммой квадратов отклонений, характеризует отклонение экспериментальных данных от теоретических.

Второе слагаемое, равное  $S_{\text{факт}} = \sum_{i=1}^n (y_i^T - \bar{y})^2$  и называемое факторной суммой квадратов отклонений объясненной регрессией, характеризует разброс данных.

Очевидно, что справедливо следующее равенство

$$S_{\text{общ}} = S_{\text{ост}} + S_{\text{факт}}.$$

Коэффициент детерминированности (детерминации) определяется по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{S_{\text{ост}}}{S_{\text{общ}}}. \quad (9)$$

Поскольку  $S_{\text{ост}} \leq S_{\text{общ}}$ , то  $R^2$  может изменяться в пределах от 0 до 1. Чем меньше остаточная сумма квадратов по сравнению с общей суммой квадратов, тем больше значение коэффициента детерминированности  $R^2$ , который показывает, насколько хорошо уравнение, полученное с помощью регрессионного анализа, объясняет взаимосвязи между переменными.

Коэффициент детерминированности служит показателем тесноты связи между независимой переменной. Иногда показателям тесноты связи можно дать качественную оценку (*шкала Чеддока*):

Количественная мера тесноты связи	Качественная характеристика силы связи
0,1-0,3	Слабая
0,3-0,5	Умеренная
0,5-0,7	Заметная
0,7-0,9	Высокая
0,9-0,99	Весьма высокая

Для обоснованного применения уравнения регрессии необходимо оценить полученные характеристики уравнения регрессии.

Важной оценкой является установление статистической значимости коэффициента детерминированности и параметров полученного уравнения, то есть оценка вероятности того, что данные величины не примут нулевые значения.

Проверка значимости уравнения в целом, то есть гипотезы о наличии линейной зависимости между  $X$  и  $Y$ , проводится с помощью критерия Фишера. Проверка значимости уравнения в целом предполагает проверку нулевой гипотезы об отсутствии линейной связи между  $X$  и  $Y$ , то есть  $H_0 : R^2 = 0$ , альтернативная гипотеза  $H_1 : R^2 \neq 0$ , то есть  $R^2$  существенно отличен от нуля и уравнение значимо. Если нулевая гипотеза справедлива, то  $S_{\text{ост}}$  мало отличается от  $S_{\text{факт}}$ . Для отклонения  $H_0$  необходимо, чтобы регрессионная (факторная) дисперсия превышала остаточную в несколько раз.

Для линейного уравнения регрессии справедливо выражение

$$R^2 = 1 - \frac{S_{\text{ост}}}{S_{\text{общ}}} = 1 - \frac{S_{\text{ост}}}{S_{\text{ост}} + S_{\text{факт}}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{ост}}}}.$$

Отсюда следует, что чем больше отношение  $\frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{ост}}}$ , тем бли-

же значение коэффициента детерминированности к единице.

Это утверждение справедливо и для нелинейной регрессии. Приведем  $S_{\text{ост}}$  и  $S_{\text{факт}}$  к сравнимому виду. Существует соотношение между числом степеней свободы  $df$  (числом степеней независимого варьирования признака) для общей, факторной и остаточной сумм квадратов:

$$df_{\text{общ}} = df_{\text{ост}} + df_{\text{факт}}$$

Для парной линейной регрессии:

$$df_{\text{общ}} = n - 1; \quad df_{\text{факт}} = 1; \quad df_{\text{ост}} = n - 2,$$

где  $n$  - число единиц совокупности.

Итак, имеем два равенства:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i^T - \bar{y})^2, \quad (10)$$

$$n - 1 = 1 + (n - 2).$$

Разделив каждую сумму квадратов на соответствующее ей число степеней свободы, получим средний квадрат отклонений, или, что то же самое, дисперсию на одну степень свободы  $D$ .

$$D_{\text{общ}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}; \quad (11)$$

$$D_{\text{факт}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i^T - \bar{y})^2}{m}; \quad (12)$$

$$D_{\text{ост}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2}{n - m - 1}, \quad (13)$$

где  $m$  - число параметров при переменных  $x$ .

Для линейной и экспоненциальной аппроксимации  $m = 1$ , для квадратичной аппроксимации  $m = 2$ .

Критерий Фишера определяется следующим соотношением:

$$F = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{ост}}}. \quad (14)$$

Использование критерия Фишера предполагает вычисление  $F_{\text{набл}}$  и его сравнение с табличным значением  $F_{\text{табл}}$ , которое зависит от уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы для факторной и остаточной сумм.  $F_{\text{табл}}$  определяется либо с помощью таблиц, разработанных английским статистиком Снедекором, либо с использованием специализированных пакетов программ, например, в Excel для этого может быть использована функция ФРАСПРОБР().

Если  $F_{\text{набл}} > F_{\text{табл}}$ , нулевая гипотеза  $H_0$  об отсутствии связи признаков отклоняется и делается вывод о справедливости гипотезы  $H_1$  (о существенности этой связи, значимости уравнения регрессии). Если же величина  $F_{\text{набл}}$  окажется меньше табличной, то есть  $F_{\text{набл}} < F_{\text{табл}}$ , то вероятность нулевой гипотезы  $H_0$  выше заданного уровня значимости (например, 0.05) и гипотеза  $H_0$  не может быть отклонена без серьезного риска сделать неправильный вывод о наличии линейной связи между  $X$  и  $Y$ . В этом случае уравнение регрессии считается статистически незначимым, линейной связи между  $X$  и  $Y$  нет.

Для проверки существенности в целом уравнения нелинейной регрессии по  $F$ -критерию Фишера  $F$  может быть вычислена как по формуле (14), так и через коэффициент детерминированности по формуле:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}, \quad (15)$$

где  $R^2$  - коэффициент детерминированности;  $n$  - число наблюдений;  $m$  - число параметров при переменных  $x$ .

Величина  $m$  характеризует число степеней свободы для факторной суммы квадратов, а  $(n - m - 1)$ - число степеней свободы для остаточной суммы квадратов.

Для линейной и экспоненциальной функций формула  $F$ -критерия примет вид:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot (n - 2). \quad (16)$$

Для параболы формула  $F$ -критерия будет:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - 3}{2}. \quad (17)$$

В уравнениях регрессии обычно оценивается значимость не только уравнения в целом, но и отдельных его параметров, так для

линейной регрессии с этой целью по каждому из параметров определяется его стандартная ошибка  $sa_1$  и  $sa_2$ .

Стандартная ошибка коэффициента регрессии  $a_2$  определяется по формуле

$$sa_2 = \sqrt{\frac{D_{\text{ост}}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (18)$$

Величина стандартной ошибки совместно с  $t$ -распределением Стьюдента при  $n - 2$  степенях свободы применяется для проверки существенности коэффициента регрессии  $a_2$  и для расчета его доверительных интервалов.

Выдвигается нулевая гипотеза:  $H_0 : a_2 = 0$ . Для оценки существенности коэффициента регрессии  $a_2$  его величина сравнивается с его стандартной ошибкой, т.е. определяется фактическое значение  $t$ -критерия Стьюдента:  $t_{a_2} = \frac{|a_2|}{sa_2}$ , которая затем сравнивается с табличным значением  $t_{\text{табл}}$  при определенном уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $n - 2$ . Если  $t_{a_2} > t_{\text{табл}}$  гипотеза отклоняется и делается вывод, что коэффициент  $a_2$  значим.

Стандартная ошибка параметра  $a_1$  определяется по формуле:

$$sa_1 = \sqrt{D_{\text{ост}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}. \quad (19)$$

Процедура оценивания существенности данного параметра не отличается от рассмотренной выше для коэффициента регрессии  $a_2$ ; выдвигается нулевая гипотеза:  $H_0 : a_1 = 0$ , вычисляется

$t$  - критерий:  $t_{a_1} = \frac{|a_1|}{sa_1}$ , его величина сравнивается с табличным значением  $t_{\text{табл}}$  при  $df = n - 2$  степенях свободы. Если  $t_{a_1} > t_{\text{табл}}$  гипотеза отклоняется и делается вывод, что коэффициент  $a_1$  значим.

Оценку значимости коэффициентов экспоненциальной зависимости производят по тем же формулам (18), (19), только в этих формулах при вычислении  $D_{\text{ост}}$  необходимо  $\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2$  заменить на  $\sum_{i=1}^n (\ln y_i - \ln y_i^T)^2$ .

Для оценки значимости квадратичной зависимости используется аналогичный подход. Значения стандартных ошибок вычисляются по формулам:

$$sa_1 = \sqrt{D_{\text{ост}} \cdot \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n x_i^4 - \sum_{i=1}^n x_i^3 \sum_{i=1}^n x_i^3}{|A|} \right)}; \quad (20)$$

$$sa_2 = \sqrt{D_{\text{ост}} \cdot \left( \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^4 - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}{|A|} \right)}; \quad (21)$$

$$sa_3 = \sqrt{D_{\text{ост}} \cdot \left( \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}{|A|} \right)}; \quad (22)$$

Здесь  $|A|$  - определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{pmatrix}$ .

Заметим, что выражения, стоящие в скобках в формулах (20), (21), (22) есть просто диагональные элементы обратной матрицы  $A^{-1}$ .

### ПРИМЕР

При проведении испытаний по взрыву ВВ установлена зависимость давления взрыва сульфидной пыли от концентрации. Данные приведены в табл. 1. Определить тип и параметры аналитической зависимости, аппроксимирующей результаты испытаний. Проверить значимость уравнения регрессии по критерию Фишера-Снедекора при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Установить значимость коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Вычислить прогнозное значение давления взрыва при концентрации пыли равной  $\bar{x} + 10\% \cdot R$ , где  $\bar{x}$  - среднее арифметическое значение  $x$ ,  $R$  - размах выборки:  $R = x_{\max} - x_{\min}$ .

Таблица 1

Давление взрыва (кПа)	Концентрация, %
90	0
86,7	2
79,1	5
75	7
69,52	10
68	11
64,1	12

Продолжение таблицы 1

Давление взрыва (кПа)	Концентрация, %
59,27	15
54,5	18
49	20
45	22
38,1	25
34,1	28
28,5	30

Сначала проведем расчеты, используя средства табличного процессора Microsoft Excel. Методика проведения таких расчетов подробно изложена в работе [4]. Для проведения расчетов данные целесообразно расположить в виде, показанном на рис. 2 и 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	$y_i$	$x_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$	$x_i^3$	$x_i^4$	$x_i^2 y_i$	$\ln(y_i)$	$x_i \ln(y_i)$
3	90	0	0	0	0	0	0	4,4998	0,00
4	86,7	2	4	173,4	8	16	346,8	4,4625	8,92
5	79,1	5	25	395,5	125	625	1977,5	4,3707	21,85
6	75	7	49	525	343	2401	3675	4,3175	30,22
7	69,52	10	100	695,2	1000	10000	6952	4,2416	42,42
8	68	11	121	748	1331	14641	8228	4,2195	46,41
9	64,1	12	144	769,2	1728	20736	9230,4	4,1604	49,93
10	59,27	15	225	889,05	3375	50625	13335,75	4,0821	61,23
11	54,5	18	324	981	5832	104976	17658	3,9982	71,97
12	49	20	400	980	8000	160000	19600	3,8918	77,84
13	45	22	484	990	10648	234256	21780	3,8067	83,75
14	38,1	25	625	952,5	15625	390625	23812,5	3,6402	91,01
15	34,1	28	784	954,8	21952	614656	26734,4	3,5293	98,82
16	28,5	30	900	855	27000	810000	25650	3,3499	100,50
17	840,89	205	4185	9908,65	96967	2413557	178980,4	56,5702	784,86
18	n=	14					$\ln(Y)_{\text{ср}}=$	4,0407	
19	60,06357	14,64286							
20	$\bar{Y}_{\text{ср}}$	$\bar{X}_{\text{ср}}$							

Рис. 2. Вычисление вспомогательных сумм и средних значений.

	J	K	L	M	N	O	P
1							
2	$(x_i - \bar{x}_{\text{ср}})(y_i - \bar{y}_{\text{ср}})$	$(x_i - \bar{x}_{\text{ср}})^2$	$(y_i - \bar{y}_{\text{ср}})^2$	$(y_i - \bar{y}_{\text{ср}})^{\text{лин}})^2$	$(y_i - \bar{y}_{\text{ср}})^{\text{квадр}})^2$	$(\ln(y_i) - \ln(\bar{Y}_{\text{ср}}))^2$	$(\ln(y_i) - \ln(\bar{Y}_{\text{ср}}))^2$
3	-438,35	214,41	896,19	0,0328	0,0014	0,2108	0,0063
4	-336,76	159,84	709,50	0,8934	0,6603	0,1779	0,0018
5	-183,57	92,98	362,39	0,3120	0,3417	0,1089	0,0006
6	-114,16	58,41	223,10	0,3534	0,3188	0,0766	0,0000
7	-43,90	21,56	89,42	0,0005	0,0126	0,0404	0,0009
8	-28,91	13,27	62,99	0,2850	0,4074	0,0320	0,0020
9	-10,67	6,98	16,29	1,7797	1,4850	0,0143	0,0005
10	-0,28	0,13	0,63	0,0046	0,0039	0,0017	0,0030
11	-18,68	11,27	30,95	1,5836	1,8915	0,0018	0,0065
12	-59,27	28,70	122,40	0,0315	0,0072	0,0222	0,0023
13	-110,82	54,13	226,91	0,0128	0,0032	0,0548	0,0013
14	-227,48	107,27	482,40	0,8410	0,8800	0,1604	0,0004
15	-346,80	178,41	674,11	1,3904	1,1088	0,2616	0,0004
16	-484,73	235,84	996,26	0,1272	0,3230	0,4772	0,0160
17	-2404,38	1183,21	4893,54	7,6479	7,4448	1,6404	0,0421

Рис. 3. Вычисление вспомогательных сумм (продолжение).

Пояснения к расчетам:

Шаг 1. В ячейки A3:A16 заносим значения  $y_i$ .

Шаг 2. В ячейки B3:B16 заносим значения  $x_i$ .

Шаг 3. В ячейку C3 вводим формулу  $=B3^2$ .

Шаг 4. В ячейки C4:C16 эта формула копируется.

Шаг 5. В ячейку D3 вводим формулу  $=B3*A3$ .

Шаг 6. В ячейки D4:D16 эта формула копируется.

Шаг 7. В ячейку E3 вводим формулу  $=B3^3$ .

Шаг 8. В ячейки E4:E16 эта формула копируется.

Шаг 9. В ячейку F3 вводим формулу  $=B3^4$ .

Шаг 10. В ячейки F4:F16 эта формула копируется.

Шаг 11. В ячейку G3 вводим формулу  $=B3^2*A3$ .

Шаг 12. В ячейки G4:G16 эта формула копируется.

Шаг 13. В ячейку H3 вводим формулу  $=LN(A3)$

Шаг 14. В ячейки H4:H16 эта формула копируется.

Шаг 15. В ячейку I3 вводим формулу  $=B3*LN(A3)$ .

Шаг 16. В ячейки I4:I16 эта формула копируется.

Последующие шаги делаем с помощью автосуммирования  $\Sigma$ .

Шаг 17. В ячейку A17 вводим формулу  $=СУММ(A3:A16)$ .

Шаг 18. В ячейку B17 вводим формулу  $=СУММ(B3:B16)$ .

Шаг 19. В ячейку C17 вводим формулу  $=СУММ(C3:C16)$ .

Шаг 20. В ячейку D17 вводим формулу  $=СУММ(D3:D16)$ .

Шаг 21. В ячейку E17 вводим формулу  $=СУММ(E3:E16)$ .

Шаг 22. В ячейку F17 вводим формулу  $=СУММ(F3:F16)$ .

Шаг 23. В ячейку G17 вводим формулу  $=СУММ(G3:G16)$ .

Шаг 24. В ячейку H17 вводим формулу  $=СУММ(H3:H16)$ .

Шаг 25. В ячейку I17 вводим формулу  $=СУММ(I3:I16)$ .

Далее вычисляем средние значения:

Шаг 26. В ячейку B18 вводим формулу  $=СЧЁТ(B3:B16)$ .

Шаг 27. В ячейку A19 вводим формулу  $=A17/Б$18$ .

Шаг 28. В ячейку B19 вводим формулу  $=B17/Б$18$ .

Шаг 29. В ячейку H18 вводим формулу  $=H17/Б$18$ .

Продолжаем заполнение таблицы (рис. 3).

Шаг 30. В ячейку J3 вводим формулу  $=(B3-Б$19)*(A3-А$19)$ .

Шаг 31. В ячейки J4:J16 эта формула копируется.

Шаг 32. В ячейку K3 вводим формулу  $= (B3 - \$B\$19)^2$ .

Шаг 33. В ячейки K4:K16 эта формула копируется.

Шаг 34. В ячейку L3 вводим формулу  $= (A3 - \$A\$19)^2$ .

Шаг 35. В ячейки L4:L16 эта формула копируется.

Последующие шаги делаем с помощью автосуммирования  $\Sigma$ .

Шаг 36. В ячейку J17 вводим формулу  $= \text{СУММ}(J3:J16)$ .

Шаг 37. В ячейку K17 вводим формулу  $= \text{СУММ}(K3:K16)$ .

Шаг 38. В ячейку L17 вводим формулу  $= \text{СУММ}(L3:L16)$ .

На рис. 4 представлены расчеты для линейной аппроксимации.

	A	B	C	D	E	F
22	14	205	840,89	Линейная		
23	205	4185	9908,65	аппроксимация		
24				$R^2$	-0,9992	
25	Обратная матрица			$K_{\text{лине}}$	0,9984	
26	0,2526	-0,0124		a1=	89,8190	
27	-0,0124	0,0008		a2=	-2,0321	
28						
29	Гтабл=	4,75	Глин > Гтабл			
30	Глин=	7666,28	Уравнение значимо			
31	Дост=	0,63732	табл=	2,1604		
32	Са1=	0,401265	та1=	223,8394	та1 > табл	значим
33	Са2=	0,023209	та2=	87,5573	та2 > табл	значим

Рис. 4. Фрагмент рабочего листа MS Excel для линейной аппроксимации.

Шаг 39. В ячейку A22 вводим формулу  $= \$B\$18$ .

Шаг 40. В ячейку B22 вводим формулу  $= B17$ .

Шаг 41. В ячейку A23 вводим формулу  $= B17$ .

Шаг 42. В ячейку B23 вводим формулу  $= C17$ .

Шаг 43. В ячейку C22 вводим формулу  $= A17$ .

Шаг 44. В ячейку C23 вводим формулу  $= D17$ .

Шаг 45. Выделяем ячейки A26:B27 и вводим формулу  $\{ = \text{МОБР}(A22:B23) \}$ .

Шаг 46. Выделяем ячейки E26:E27 и вводим формулу  $\{ = \text{МУМНОЖ}(A26:B27; C22:C23) \}$ .

Шаг 47. В ячейку E24 вводим формулу  $= J17 / (K17 * L17)^{(1/2)}$ .

Шаг 48. В ячейку M3 вводим формулу  $= (A3 - (\$E\$26 + \$E\$27 * B3))^2$ .

- Шаг 49. В ячейки M4:M16 эта формула копируется.
- Шаг 50. В ячейку M17 вводим формулу =СУММ(M3:M16).
- Шаг 51. В ячейку E25 вводим формулу =1-M17/L17.
- Шаг 52. В ячейку B29 вводим число 4,75 (Определено по  $\alpha = 0,05$ ,  $df_1 = 1$  и  $df_2 = n - 2 = 12$  в табл. 46 из приложения 1).
- Шаг 53. В ячейку B30 вводим формулу =E25\*(B18-2)/(1-E25).
- Шаг 54. В ячейку B31 вводим формулу =M17/(B18-2).
- Шаг 55. В ячейку B32 вводим формулу  
=((B31\*C17)/(B18\*K17))^(1/2).
- Шаг 56. В ячейку B33 вводим формулу =(B31/K17)^(1/2).
- Шаг 57. В ячейку C30 вводим формулу  
=ЕСЛИ(B30>B29;"Уравнение значимо";"Уравнение не значимо").
- Шаг 58. В ячейку D31 вводим число 2,1604 (Определено по  $\alpha = 0,05$  и  $df = n - 1 = 13$  в табл. 47 из приложения 2).
- Шаг 59. В ячейку D32 вводим формулу =ABS(E26)/B32.
- Шаг 60. В ячейку D33 вводим формулу =ABS(E27)/B33.
- Шаг 61. В ячейку F32 вводим формулу  
=ЕСЛИ(D32>D\$31;"значим";"не значим").
- Шаг 62. В ячейку F33 вводим формулу  
=ЕСЛИ(D33>D\$31;"значим";"не значим").

Таким образом, уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$y = 89,819 - 2,0231 \cdot x . \quad (23)$$

При этом, согласно критерию Фишера-Снедекора, уравнение линейной регрессии (23) значимо и коэффициенты этого уравнения согласно критерия Стьюдента тоже значимы.

На рис. 5 представлены расчеты для квадратичной аппроксимации.

	A	B	C	D	E	F
35	14	205	4185	840,89	<b>Квадратичная</b>	
36	205	4185	96967	9908,65	<b>аппроксимация</b>	
37	4185	96967	2413557	178980,4		
38					$R^2_{\text{квадр}}$ =	<b>0,9985</b>
39	<b>Обратная матрица</b>					
40	0,4889	-0,0623	0,0017		<b>a1=</b>	<b>90,0380</b>
41	-0,0623	0,0114	-0,0003		<b>a2=</b>	<b>-2,0784</b>
42	0,0017	-0,0003	0,000012		<b>a3=</b>	<b>0,0015</b>
43						
44	<b>Fтабл=</b>	<b>4,84</b>	<b>Fквадр &gt; Fтабл</b>			
45	<b>Fквадр=</b>	<b>3609,69</b>	<b>Уравнение значимо</b>			
46	<b>Дост=</b>	<b>0,6768</b>	<b>tтабл=</b>	<b>2,1788</b>		
47	<b>Sa1=</b>	<b>0,575228</b>	<b>ta1=</b>	<b>156,5256</b>	<b>a1 &gt; tтабл</b>	<b>значим</b>
48	<b>Sa2=</b>	<b>0,087829</b>	<b>ta2=</b>	<b>23,66374</b>	<b>a2 &gt; tтабл</b>	<b>значим</b>
49	<b>Sa3=</b>	<b>0,002802</b>	<b>ta3=</b>	<b>0,547717</b>	<b>a3 &lt; tтабл</b>	<b>не значим</b>

Рис. 5. Фрагмент рабочего листа MS Excel для квадратичной аппроксимации.

Шаг 63. В ячейку A35 вводим формулу = $\$B\$18$ .

Шаг 64. Шаг 86. В ячейку A36 вводим формулу =B17.

Шаг 65. Шаг 88. В ячейку A37 вводим формулу =C17.

Шаг 66. В ячейку B35 вводим формулу =B17.

Шаг 67 В ячейку B36 вводим формулу =C17.

Шаг 68 В ячейку B37 вводим формулу =E17.

Шаг 69. В ячейку C35 вводим формулу =C17.

Шаг 70. В ячейку C36 вводим формулу =E17.

Шаг 71. В ячейку C37 вводим формулу =F17.

Шаг 72. В ячейку D35 вводим формулу =A17.

Шаг 73. В ячейку D36 вводим формулу =D17.

Шаг 74. В ячейку D37 вводим формулу =G17.

Шаг 75. Выделяем ячейки A40:C42 и вводим формулу  
{=МОБР(A35:C37)}.

Шаг 76. Выделяем ячейки F40:F42 и вводим формулу  
{=МУМНОЖ(A40:C42;D35:D37)}.

Шаг 77. В ячейку N3 вводим формулу  
=(A3-(\$F\$40+\$F\$41\*B3+\$F\$42\*B3^2))^2.

Шаг 78. В ячейки N4:N16 эта формула копируется.

Шаг 79. В ячейку N17 вводим формулу =СУММ(N3:N16).

- Шаг 80. В ячейку F38 вводим формулу =1-N17/L17.
- Шаг 81. В ячейку B44 вводим число 4,84 (Определено по  $\alpha = 0,05$ ,  $df_1 = 1$  и  $df_2 = n - 3 = 11$  в табл. 46 из приложения 1).
- Шаг 82. В ячейку B45 вводим формулу =F38\*(B18-3)/(2\*(1-F38)).
- Шаг 83. В ячейку B46 вводим формулу =N17/(B18-3)
- Шаг 84. В ячейку B47 вводим формулу  
 =((N17/(\$B\$18-3))\*A40)^(1/2).
- Шаг 85. В ячейку B48 вводим формулу  
 =((N17/(\$B\$18-3))\*B41)^(1/2).
- Шаг 86. В ячейку B49 вводим формулу  
 =((N17/(\$B\$18-3))\*C42)^(1/2).
- Шаг 87. В ячейку C45 вводим формулу  
 =ЕСЛИ(B45>B44;"Уравнение значимо";"Уравнение не значимо").
- Шаг 88. В ячейку C45 вводим формулу
- Шаг 89. В ячейку D46 вводим число 2,1788 (Определено по  $\alpha = 0,05$  и  $df = n - 2 = 12$  в табл. 47 из приложения 2).
- Шаг 90. В ячейку D47 вводим формулу =ABS(F40)/B47.
- Шаг 91. В ячейку D48 вводим формулу =ABS(F41)/B48.
- Шаг 92. В ячейку D49 вводим формулу =ABS(F42)/B49.
- Шаг 93. В ячейку F47 вводим формулу  
 =ЕСЛИ(D47>\$D\$46;"значим";"не значим").
- Шаг 94. В ячейку F48 вводим формулу  
 =ЕСЛИ(D48>\$D\$46;"значим";"не значим").
- Шаг 95. В ячейку F49 вводим формулу  
 =ЕСЛИ(D49>\$D\$46;"значим";"не значим").

Таким образом, уравнение квадратичной регрессии имеет вид:

$$y = 90,038 - 2,0784 \cdot x + 0,0015 \cdot x^2. \quad (24)$$

Согласно критерию Фишера-Снедекора уравнение квадратичной регрессии (24) значимо. Два коэффициента этого уравнения  $a_1 = 90,038$  и  $a_2 = -2,0784$  согласно критерию Стьюдента значимы, а третий коэффициент  $a_3 = 0,0015$  не значим. Таким образом, квадратичная аппроксимация фактически становится линейной.

На рис. 6 представлены расчеты для экспоненциальной аппроксимации.

	A	B	C	D	E	F
51	14	205	56,57	<b>Экспоненциальная</b>		
52	205	4185	784,86	<b>аппроксимация</b>		
53				$R_{\text{экс}}^2 =$	<b>0,9744</b>	
54	Обратная матрица			$c =$	4,57892	
55	0,2526	-0,01238		$a_2 =$	<b>-0,0368</b>	
56	-0,0124	0,00085		$a_1 =$	<b>97,4087</b>	
57						
58	<b>Fтабл=</b>	<b>4,75</b>	<b>Fэксп &gt; Fтабл</b>			
59	<b>Fэксп=</b>	<b>455,8511</b>	<b>Уравнение значимо</b>			
60	<b>Дост=</b>	<b>0,00351</b>	<b>tтабл=</b>	<b>2,1604</b>		
61	<b>Sa2=</b>	<b>0,001721</b>	<b>ta2=</b>	<b>21,35067</b>	<b>ta2 &gt; tтабл</b>	<b>значим</b>
62	<b>Sa1=</b>	<b>0,029763</b>	<b>ta1=</b>	<b>3272,805</b>	<b>ta1 &gt; tтабл</b>	<b>значим</b>

Рис. 6. Фрагмент рабочего листа MS Excel для экспоненциальной аппроксимации.

Шаг 96. В ячейку A51 вводим формулу =B\$18.

Шаг 97. В ячейку B51 вводим формулу =B17.

Шаг 98. В ячейку A52 вводим формулу =B17.

Шаг 99. В ячейку B52 вводим формулу =C17.

Шаг 100. В ячейку C51 вводим формулу =H17.

Шаг 101. В ячейку C52 вводим формулу =I17.

Шаг 102. Выделяем ячейки A55:B56 и вводим формулу  
{=МОБР(A51:B52)}.

Шаг 103. Выделяем ячейки E54:E55 и вводим формулу  
{=МУМНОЖ(A55:B56;C51:C52)}.

Шаг 104. В ячейку E56 вводим формулу =EXP(E54).

Шаг 105. В ячейку O3 вводим формулу =(LN(A3)-\$H\$18)^2.

Шаг 106. В ячейки O4:O16 эта формула копируется.

Шаг 107. В ячейку P3 вводим формулу  
=(H3-(LN(\$E\$56\*EXP(\$E\$55\*B3))))^2.

Шаг 108. В ячейки P4:P16 эта формула копируется.

Шаг 109. В ячейку O17 вводим формулу =СУММ(O1:O16).

Шаг 110. В ячейку P17 вводим формулу =СУММ(P3:P16).

Шаг 111. В ячейку E53 вводим формулу =1-P17/O17.

Шаг 112. В ячейку B58 вводим формулу =B29 (табличные значения для экспоненциальной и линейной зависимости при одинаковом числе экспериментальных данных  $n$  совпадают).

Шаг 113. В ячейку B59 вводим формулу =E53\*(B18-2)/(1-E53).

Шаг 114. В ячейку B60 вводим формулу =P17/(B18-2)).

Шаг 115. В ячейку B61 вводим формулу  
=(P17/((B\$18-2)\*K17))^(1/2).

Шаг 116. В ячейку B62 вводим формулу  
=((P17\*C17)/((B\$18-2)\*B\$18\*K17))^(1/2).

Шаг 117. В ячейку C59 вводим формулу  
=ЕСЛИ(B59>B58;"Уравнение значимо";"Уравнение не значимо").

Шаг 118. В ячейку D60 вводим формулу =D31(табличные значения для экспоненциальной и линейной зависимости при одинаковом числе экспериментальных данных  $n$  совпадают).

Шаг 119. В ячейку D61 вводим формулу =ABS(E55)/B61.

Шаг 120. В ячейку D62 вводим формулу =ABS(E56)/B62.

Шаг 121. В ячейку F61 вводим формулу  
=ЕСЛИ(D61>\$D\$60;"значим";"не значим").

Шаг 122. В ячейку F62 вводим формулу  
=ЕСЛИ(D62>\$D\$60;"значим";"не значим").

Таким образом, уравнение экспоненциальной регрессии имеет вид:

$$y = 97,4087e^{-0,0368 \cdot x} . \quad (25)$$

Согласно критерию Фишера-Снедекора, уравнение экспоненциальной регрессии (25) значимо. Оба коэффициента этого уравнения согласно критерия Стьюдента значимы.

## ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ТРЕНДА

Методика проведения данных работ подробно изложена в работе [2]. Результаты представлены на рис. 7-9.

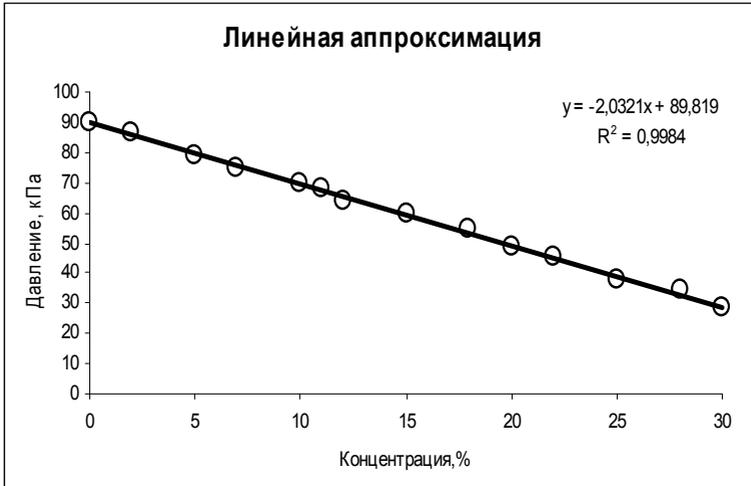


Рис. 7. Исходные точки и линия тренда для линейной аппроксимации.

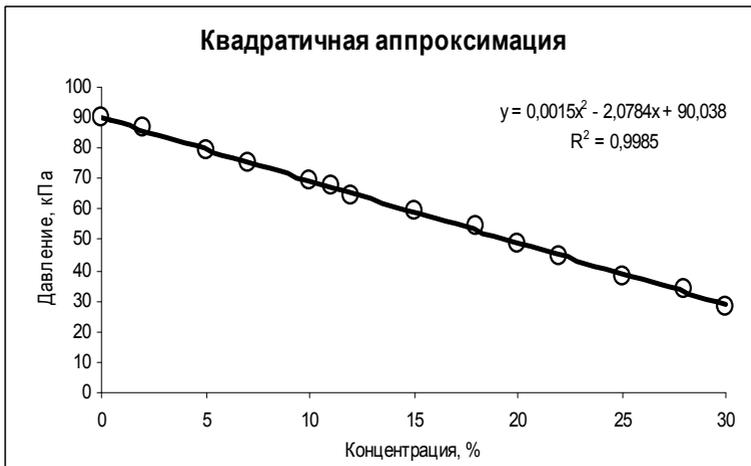


Рис. 8. Исходные точки и линия тренда для квадратичной аппроксимации.

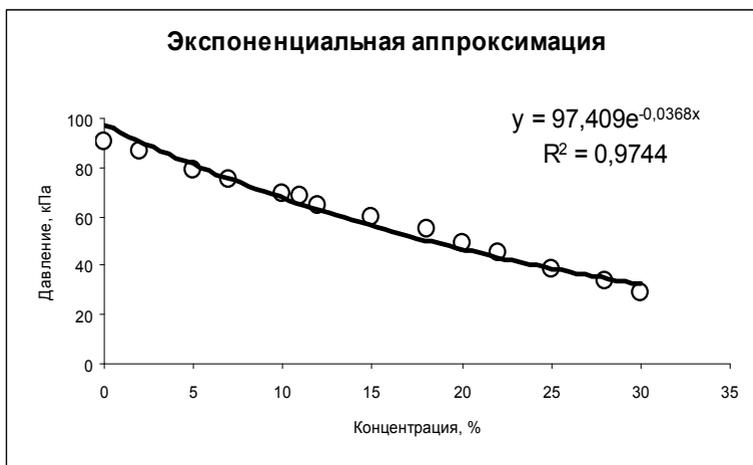


Рис. 9. Исходные точки и линия тренда для экспоненциальной аппроксимации.

Сравнивая данные результаты с результатами, полученными вручную ранее с использованием основных расчетных формул, видим, что они полностью совпадают. Это указывает на то, что вычисления верны.

### ПОЛУЧЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ ЛИНЕЙН И ЛГРФПРИБЛ

Методика использования этих функций подробно изложена в работе [2]. Результаты расчетов представлены на рис. 10-12.

	G	H
22	<b>ЛИНЕЙН</b>	
23	<b>-2,032077</b>	<b>89,818980</b>
24	<b>0,023209</b>	<b>0,401265</b>
25	<b>0,998437</b>	<b>0,798325</b>
26	<b>7666,275151</b>	<b>12</b>
27	<b>4885,888853</b>	<b>7,647869</b>

Рис. 10. Фрагмент рабочего листа MS Excel использования функции ЛИНЕЙН для линейной аппроксимации.

Здесь в интервал ячеек G23:H27 введена формула

=ЛИНЕЙН(А3:А16;В3:В16;;ИСТИНА).

В ячейках G23 и H23 расположены соответственно значения коэффициентов  $a_2$  и  $a_1$ .

В ячейках G24 и H24 расположены соответственно значения стандартных ошибок коэффициентов  $a_2$  и  $a_1$ .

В ячейке G25 – значение коэффициента детерминированности.

В ячейке G26 – значение  $F$  - критерия.

В ячейке G27 – значение  $S_{\text{факт}}$ .

В ячейке H27 – значение  $S_{\text{ост}}$ .

	G	H	I
35	<b>ЛИНЕЙН</b>		
36	<b>0,001535</b>	<b>-2,078364</b>	<b>90,037998</b>
37	<b>0,002802</b>	<b>0,087829</b>	<b>0,575228</b>
38	<b>0,998479</b>	<b>0,822680</b>	<b>#Н/Д</b>
39	<b>3609,686031</b>	<b>11</b>	<b>#Н/Д</b>
40	<b>4886,091890</b>	<b>7,444832</b>	<b>#Н/Д</b>

Рис. 11. Фрагмент рабочего листа MS Excel использования функции ЛИНЕЙН для квадратичной аппроксимации.

Здесь в интервал ячеек G36:I40 введена формула

=ЛИНЕЙН(А3:А16;В3:С16;;ИСТИНА).

В ячейках G36, H36 и I36 расположены соответственно значения коэффициентов  $a_3$ ,  $a_2$  и  $a_1$ .

В ячейках G37, H37 и I37 расположены соответственно значения стандартных ошибок коэффициентов  $a_3$ ,  $a_2$  и  $a_1$ .

В ячейке G38 – значение коэффициента детерминированности.

В ячейке G39 – значение  $F$  - критерия.

В ячейке G40 – значение  $S_{\text{факт}}$ .

В ячейке H40 – значение  $S_{\text{ост}}$ .

	Г	Н
51	<b>ЛГРФПРИБЛ</b>	
52	<b>0,963913</b>	<b>97,408714</b>
53	<b>0,001721</b>	<b>0,029763</b>
54	<b>0,974351</b>	<b>0,059214</b>
55	<b>455,851148</b>	<b>12</b>
56	<b>1,598359</b>	<b>0,042076</b>

Рис. 12. Фрагмент рабочего листа MS Excel использования функции ЛГРФПРИБЛ для экспоненциальной аппроксимации.

Здесь в интервал ячеек G52:H56 введена формула  
 $=\text{ЛГРФПРИБЛ}(A3:A16;B3:B16;;\text{ИСТИНА})$ .

В ячейке H52 расположено значение коэффициента  $a_1$ .

В ячейке G52 расположено значение  $\ln a_2$ . Таким образом, значение коэффициента  $a_2 = e^{\ln a_2} = e^{\ln 9,963913} = -0,0368$ .

В ячейках G53 и H53 расположены соответственно значения стандартных ошибок коэффициентов  $a_2$  и  $a_1$ .

В ячейке G54 – значение коэффициента детерминированности.

В ячейке G55 – значение  $F$  - критерия.

В ячейке G56 – значение  $S_{\text{факт}}$ .

В ячейке H56 – значение  $S_{\text{ост}}$ .

Сравнивая результаты, полученные с помощью функций ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ, с результатами, полученными вручную ранее с использованием основных расчетных формул, видим, что они полностью совпадают. Это указывает на то, что вычисления верны.

**Вывод:** Лучше всего результаты испытаний аппроксимирует линейная функция:  $y = 89,819 - 2,0231 \cdot x$ , т.к. не смотря на то, что коэффициент детерминированности квадратичной аппроксимации выше, но в ней коэффициент  $a_3$  при  $x^2$  не значим, и она фактически сводится к линейной. У экспоненциальной аппроксимации коэффициент детерминированности значим, но меньше, чем у линейной. Полученное соотношение является простым и пригодным для анализа и прогноза. Значения числовых характеристик вычисля-

лись разными способами и все результаты совпали, что свидетельствует об их правильности.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОГНОЗНОГО ЗНАЧЕНИЯ

Прогнозное значение давления взрыва при заданной концентрации пыли вычисляем с помощью функции наиболее хорошо аппроксимирующей табличные данные, т.е. по формуле (23). Результаты вычислений прогнозного значения представлены на рис. 13.

	G	H
28	<b>ПРОГНОЗНОЕ ЗНАЧЕНИЕ</b>	
29	<b>Xmax=</b>	<b>30</b>
30	<b>Xmin=</b>	<b>0</b>
31	<b>R=</b>	<b>30</b>
32	<b>x=</b>	<b>17,6429</b>
33	<b>y=</b>	<b>53,9673</b>

Рис. 13. Фрагмент рабочего листа MS Excel вычисления прогнозного значения.

Здесь в ячейку H29 введена формула =МАКС(B3:B16).  
 В ячейку H30 введена формула =МИН(B3:B16).  
 В ячейку H31 введена формула =H29-H30.  
 В ячейку H32 введена формула =A19+0,1\*H31.  
 В ячейку H33 введена формула =E26+E27\*H32.

## РАСЧЕТ АППРОКСИМАЦИИ В ПРОГРАММЕ, РАЗРАБОТАННОЙ В СРЕДЕ VBA MS EXCEL

Прежде чем приступить к написанию программы необходимо четко осмыслить задачу: что и где требуется получить в качестве результата, какие исходные данные необходимы (у нас имеется таблица с исходными данными). Все это отражается в блок–схеме алгоритма. В блок–схеме алгоритма нужно определить, какие действия будут выполняться для получения из исходных данных требуемого результата. Представим эти действия в виде блок–схемы алгоритма на рис. 14.

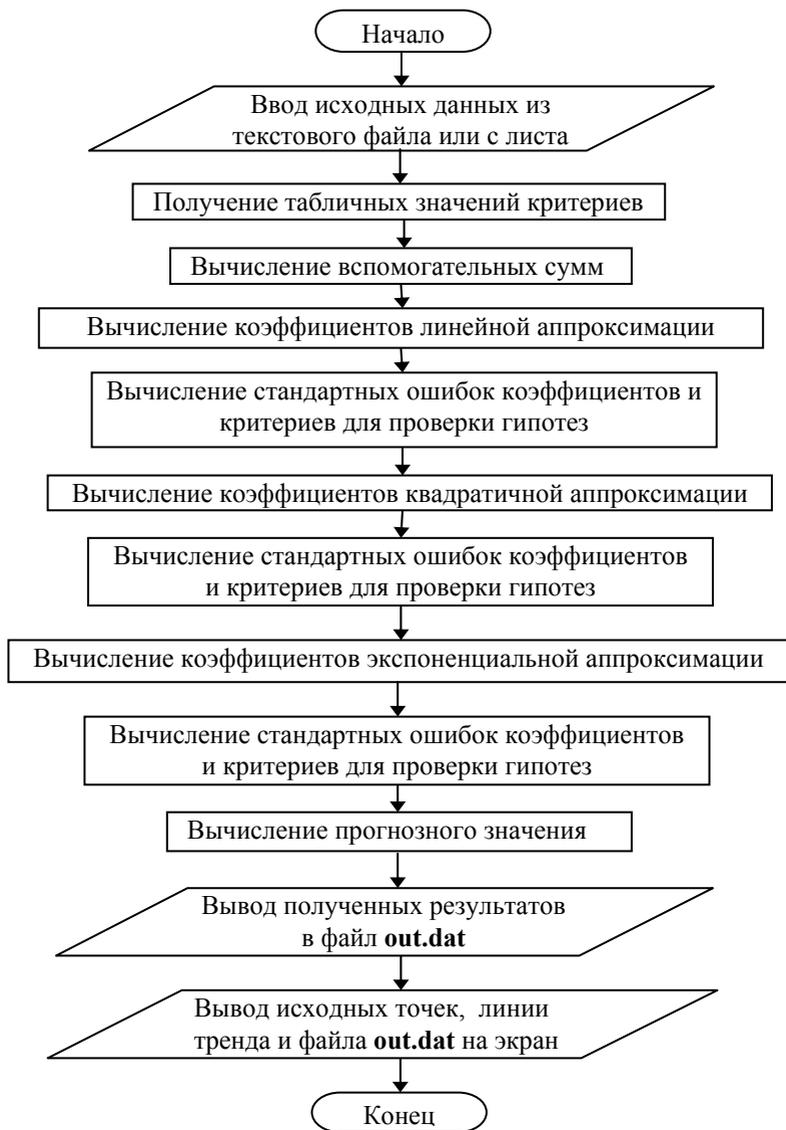


Рис. 14. Укрупненная блок-схема алгоритма.

Кроме работающей программы на VBA, следует представить текстовый файл **in.dat** – с входными данными. Этот файл можно

подготовить, например, в текстовом редакторе «Блокнот». Вид файла показан на рис. 15.

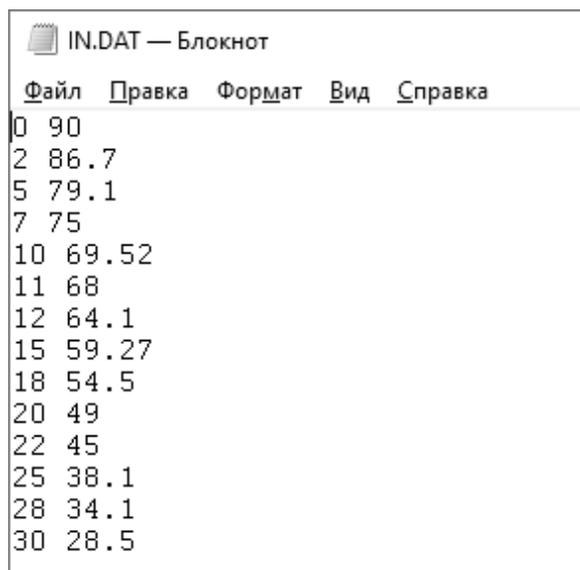


Рис. 15. Содержимое файла с исходными данными.

Управление действиями программы должно выполняться через компоненты формы. При разработке формы следует предусмотреть возможность ввода исходных данных из подготовленного файла с выводом на экран для просмотра и, при необходимости, редактирования их на листе MS Excel.

Если в программе имеются последовательности повторяющихся действий, желательно такие последовательности оформить в виде отдельных подпрограмм.

Результаты работы программы (коэффициенты уравнений регрессии для линейной, квадратичной и экспоненциальной аппроксимации, стандартные ошибки коэффициентов, критерии для проверки нулевых гипотез для каждого вида аппроксимации) вывести на лист MS Excel. Кроме результатов работы программы выходной файл должен содержать и табличные данные, использовавшиеся для проверки гипотез.

В программе необходимо организовать вывод на лист графической информации (исходных точек и линий тренда для каждого вида аппроксимации). Подробно составление программ в MS Excel на языке VBA описано в [6].

Для вызова формы с листа MS Excel предусмотреть на нем соответствующую кнопку. На рис. 16 показан лист с кнопкой вызова формы, а на рис. 17 - форма.

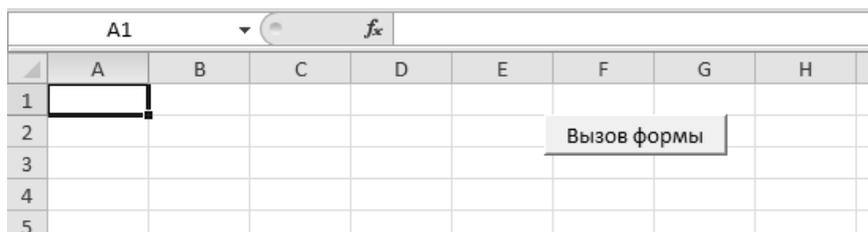


Рис. 16. Содержимое файла с исходными данными.

При разработке формы были использованы следующие компоненты:

- поясняющие надписи Label;
- флажок включения/выключения возможности чтения из файла CheckBox1;
- поля для ввода имени файла и уровня значимости: TextBox1, TextBox2;
- поля для вывода результатов расчета: компоненты TextBox;
- список для просмотра исходных данных ListBox1;
- кнопки CommandButton;
- компоненты Frame1 и Frame2 для группирования сходных по назначению объектов.



В окне свойств компонентов (Propertis Window) следует настроить необходимые свойства каждого компонента. В таблице 2 показаны некоторые свойства компонентов, использованные в данном примере.

*Свойства компонентов формы*

*Таблица 2*

Компонент	Свойство	Значение
Form1	Caption	Указать свою фамилию, группу и вариант, например: Петров гр. ТО-14 Вариант 1
Label1	Caption Font - Размер - Начертание	Исходные данные 12 Полужирный
Label2	Caption Font - Размер	Имя файла с исходными данными 8
Button2 (CommandButton)	Name Caption	Button2 Читать
Button3 (CommandButton)	Name Caption	Button3 На лист
Label6	Caption	линейная
Label7	Caption	квадратичная
Label8	Caption	экспоненциальная
CheckBox1	Caption Value	Прочитать из файла False
Button1	Caption Font – Size	Вычисление 14
Label3	Caption Font - Размер	Уровень значимости 8
TextBox2	Text	0.05
CommandButton1	Caption Font - Размер - Начертание	Вычислить 10 Полужирный
CommandButton2	Caption Font - Размер - Начертание	Выход 10 Полужирный

Для текстовых полей (компоненты TextBox), в которые должны выводиться результаты расчетов, назначены новые имена (свойство Name). Это сделано для того, чтобы в тексте программы

не ошибиться при выводе данных. Соответствие между показателями и именами полей приведено в таблице 3.

*Имена компонентов формы для вывода результатов* *Таблица 3*

Выводимое значение	Значение свойства Name в столбце на форме		
	линейная	квадратичная	экспоненциальная
Коэфф. детерминированности	tb_kdl	tb_kdq	tb_kde
Коэфф. корреляции	tb_kc		
Значения коэффициентов	tb_k1l, tb_k2l	tb_k1q, tb_k2q, tb_k3q	tb_k1e, tb_k2e
Стан. ошибки	tb_k1l_s, tb_k2l_s	tb_k1q_s, tb_k2q_s, tb_k3q_s	tb_k1e_s, tb_k2e_s
Расч. знач. t-крит.	tb_k1l_tr, tb_k2l_tr	tb_k1q_tr, tb_k2q_tr, tb_k3q_tr	tb_k1e_tr, tb_k2e_tr
Табл. знач. t-крит.	tb_kl_tt	tb_kq_tt	tb_ke_tt
Значимость	tb_k1l_z, tb_k2l_z	tb_k1q_z, tb_k2q_z, tb_k3q_z	tb_k1e_z, tb_k2e_z
Расч. знач. F-крит.	tb_l_fr	tb_q_fr	tb_e_fr
Табл. знач. F-крит.	tb_l_ft	tb_q_ft	tb_e_ft
Значимость уравнения	tb_l_z	tb_q_z	tb_e_z
Прогноз X=	tb_x		
Y=	tb_y_l	tb_y_q	tb_y_e

Программа позволяет получать исходные данные как из заранее заполненного текстового файла, так и непосредственно с листа MS Excel с именем «VBA». При щелчке по кнопке вызова формы проверяется наличие данных на листе с именем «VBA» и, если таковые обнаруживаются, формируется и выводится на форму список ListBox1. Если данные на листе не обнаружены, показывается пустой список.

В выключенном положении компонента CheckBox1 строка для ввода имени файла и кнопка «Читать» на форме не показываются. При включении компонента CheckBox1 можно ввести имя файла с исходными данными и щелкнуть по кнопке «Читать». Если файл открывается, то лист с именем «VBA» очищается и на основе данных файла формируются диапазон с данными на листе и список ListBox1 на форме (рис. 18). Если файл не указан, указан неверно или не открывается, то на экран выводится диалоговое окно для выбора файла с исходными данными.

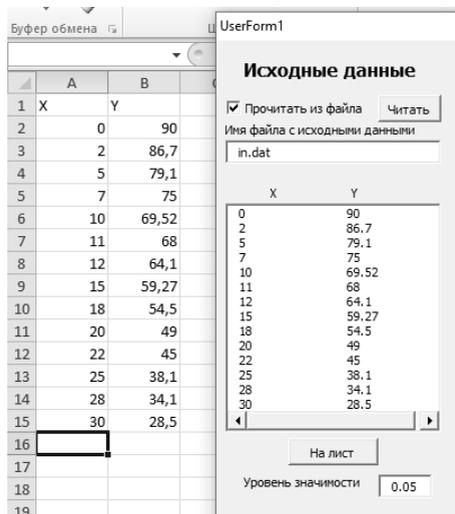


Рис. 18. Исходные данные.

При необходимости исходные данные на листе «VBA» можно редактировать. Для перехода из формы на лист предусмотрена кнопка «На лист». Для возврата в форму после редактирования или просмотра листа следует опять щелкнуть по кнопке «Вызов формы».

После щелчка по кнопке «Вычислить» сначала с использованием функций листа MS Excel получают табличные значения критериев Стьюдента и Фишера для имеющегося количества точек. Поскольку в разных версиях MS Excel для их получения используются разные функции, в программе предусмотрена реакция на ошибку. После этого вычисляются все необходимые величины, результаты выводятся на лист «VBA» (рис. 19) и на форму (рис. 20), и строятся диаграммы. Каждая диаграмма имеет два ряда данных: первый - значения аппроксимирующей функции при заданных значениях аргумента X (из исходных данных), второй – исходные значения Y (рис. 21).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
17	N= 14 - число наблюдений								
18	Табличные значения критериев:								
19	Фишера Стьюдента								
20	4,7472	2,1604	- при вычислении двух коэффициентов						
21	4,8443	2,1788	- при вычислении трех коэффициентов						
22	a1L=89,8190 a2L=-2,0321 -коэффициенты линейной аппроксимации								
23	koef_kor=-0,999218 -коэффициент корреляции								
24	R_det_L=0,998437 -коэффициент детерминированности								
25	Sa1L=0,567475 Sa2L=0,032822								
26	Критерии для проверки нулевых гипотез								
27	FLine=7666,3600 ta1L=158,2783 ta2L=61,9123								
28	Уравнение линейной аппроксимации значимо								
29	Коэффициент a1L значим								
30	Коэффициент a2L значим								
31									
32	a1sq=90,0380 a2sq=-2,0784 a3sq=0,0015 -коэффициенты квадратичной аппроксимации								
33									
34	R_det_sq=0,998479 -коэффициент детерминированности								
35	Sa1sq=0,813496 Sa2sq=0,124209 Sa3sq=0,0040 -стандартные ошибки коэффициентов								
36	Критерии для проверки нулевых гипотез								
37	Fsq=3609,7130 ta1sq=110,6803 ta2sq=16,7328 ta3sq=0,3874								
38	Уравнение квадратичной аппроксимации значимо								
39	Коэффициент a1sq значим								
40	Коэффициент a2sq значим								
41	Коэффициент a3sq не значим								
42									
43	a1exp=97,4086 a2exp=-0,0368 -коэффициенты экспоненциальной аппроксимации								
44									
45	R_det_exp=0,974351 -коэффициент детерминированности								
46	Sa1exp=0,042091 Sa2exp=0,002434								
47	Критерии для проверки нулевых гипотез								
48	Fexp=455,8499 ta1exp=2314,2200 ta2exp=15,0972								
49	Уравнение экспоненциальной аппроксимации значимо								
50	Коэффициент a1exp значим								
51	Коэффициент a2exp значим								
52									
53	В прогнозной точке Xpr=17,6429 прогнозное значение Ypr=53,9673								
54									
55	0	89,81898	90,03802	97,40862					
56	2	85,75482	85,88742	90,50513					
57	5	79,65859	79,68454	81,05634					
58	7	75,59444	75,56464	75,31177					
59	10	69,49821	69,40781	67,44917					
60	11	67,46613	67,36166	65,01515					
61	12	65,43406	65,3186	62,66896					
62	15	59,33783	59,20782	56,12628					
63	18	53,2416	53,12466	50,26666					
64	20	49,17744	49,08457	46,70419					
65	22	45,11329	45,05676	43,3942					
66	25	39,01706	39,03807	38,86382					

Рис. 19. Результаты на листе.

Петров А.Б., гр. ТПР-17

**Исходные данные** Вывод

Прочитать из файла  Читать  
Имя файла с исходными данными: E:\IN.DAT

X	Y
0	90
2	86,7
7	75,1
10	69,52
11	68
12	64,1
15	59,27
18	54,5
20	49
22	45
25	38,1
28	34,1
30	28,5

На лист

Уровень значимости

Аппроксимация

Коэфф. детерминированности   Экспоненциальная

Коэфф. корреляции   Квадратичная

Значения

k1	k2	k3	k1	k2	k3
89.8190	-2.0321	0.0015	90.0380	-2.0784	0.0015
0.401265	0.023209	0.002802	0.575229	0.087829	0.002802
223.8393	87.3572	0.5478	156.5256	23.6638	0.5478
2.1604	2.1788	2.1604	2.1788	2.1604	2.1604

Значимость

значим	значим	не значим	значим	значим	значим
7666.3600	3609.7130	455.8499	455.8499	455.8499	455.8499
4.7472	4.8443	4.7472	4.7472	4.7472	4.7472
значимо	значимо	значимо	значимо	значимо	значимо

Расч.знач. F-критерия

Табл.знач. F-критерия

Значимость уравнения

Прогноз

X =  Yлин =  Yкв =  Yэксп =

**Результаты** Вычислить

Рис. 20. Форма с результатами расчетов.

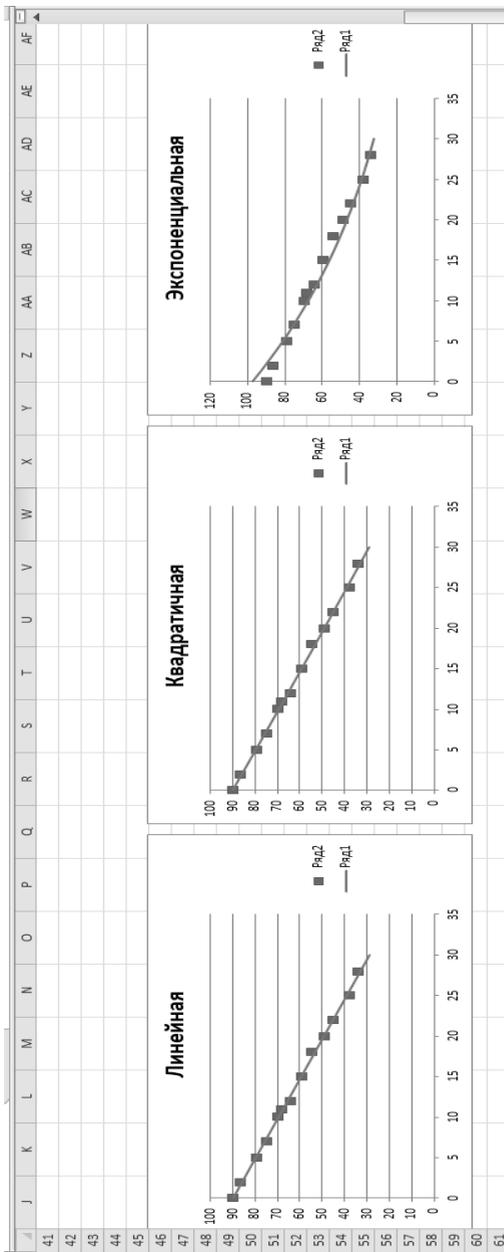


Рис. 21. Диаграммы.

Для просмотра результатов на листе можно использовать кнопку «На лист».

При щелчке по кнопке «Выход» форма закрывается, данные и результаты на листе остаются.

Пример текста программы на языке VBA приведен ниже.

```
‘Содержимое Module1
```

```
Option Explicit ‘недопущение необъявленных переменных
```

```
Dim Inp_Data As String ‘массив строк из текстового файла
```

```
Dim FileName As String
```

```
Public UR As Range, CL As Range ‘диапаз. ячеек с данными и ячейка
```

```
Dim R1 As Byte, C1 As Byte, R As Byte
```

```
Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer ‘счетч. кол-в эл-тов масс.
```

```
Public n As Integer ‘кол-во элементов массива данных
```

```
Dim m_1() As Single, m_2() As Single
```

```
Public x() As Single, y() As Single ‘массивы с данными эксперимента
```

```
Public lny() As Single
```

```
Const n1 = 2 ‘кол-во элементов массива сданными критериев
```

```
Public Ftab(1 To n1) As Single
```

```
Public Stab(1 To n1) As Single
```

```
Public alfa As Single ‘уровень значимости
```

```
Public stl() As Single, ssl() As Single, stsqr() As Single, ssrsqr() As _
```

```
Single, YL() As Single, Ysqr() As Single, Yexp() As Single, _
```

```
lnYexp() As Single
```

```
Public Sx As Single, Sy As Single, Sxy As Single, Sx2 As Single, _
```

```
Sx3 As Single, Sx4 As Single, Sx2y As Single, Sx2sr As Single, _
```

```
Sy2sr As Single, Sxysr As Single, Slny As Single, Sxlny As Single
```

```
Public a1L As Single, a2L As Single, coef_cor As Single, MD As Single
```

```
Public Sa1L As Single, Sa2L As Single, Xsr As Single, _
```

```
Ysr As Single, lnYsr As Single
```

```
Public SostL As Single, SregrL As Single, SpolnL As Single, _
```

```
R_det_L As Single
```

```
Public Fline As Single, Sline As Single, ta1L As Single, ta2L As Single
```

```
Public a1sqr As Single, a2sqr As Single, a3sqr As Single
```

```
Public Sa1sqr As Single, Sa2sqr As Single, Sa3sqr As Single
```

```
Public Sostsqr As Single, Sregrsqr As Single, Spolnsqr As Single, _
```

```
R_det_sqr As Single, DSost As Single
```

```

Public Fsqr As Single, Ssqr As Single, ta1sqr As Single, _
ta2sqr As Single, ta3sqr As Single
Public cexp As Single, a1exp As Single, a2exp As Single
Public Sa1exp As Single, Sa2exp As Single
Public Sostexp As Single, Sregexp As Single, Spolnexp As Single, _
R_det_exp As Single
Public Fexp As Single, ta1exp As Single, ta2exp As Single
Public gr As Integer
Public Min As Single, Max As Single, Xpr As Single, Ypr As Single
Public f_st As String

```

```

Sub Кнопка1_Щелчок()

```

```

n = 0

```

```

ReadList

```

```

UserForm1.Show

```

```

End Sub

```

```

Public Sub ReadList()

```

```

Sheets("VBA").Activate

```

```

Set UR = ActiveSheet.UsedRange

```

```

R1 = UR.Rows(1).Row 'запоминаем номер первой строки с данными

```

```

If R1 = 0 Then Exit Sub 'если данных на листе нет

```

```

C1 = UR.Columns(1).Column 'номер первого столбца с данными

```

```

'Заполняем первый массив данными с листа.

```

```

'Динамический массив может расширяться только "вбок"

```

```

n = 0

```

```

Cells(R1, C1).Activate

```

```

While ActiveCell <> ""

```

```

    If IsNumeric(ActiveCell.Value) Then

```

```

        n = n + 1

```

```

        ReDim Preserve m_1(1 To 2, 1 To n)

```

```

        m_1(1, n) = ActiveCell.Value

```

```

        m_1(2, n) = ActiveCell.Offset(0, 1).Value

```

```

    End If

```

```

    ActiveCell.Offset(1, 0).Activate

```

```

Wend

```

```

'создаем транспонированный массив
If n > 0 Then
    ReDim m_2(1 To n, 1 To 2)
'Заполняем массив данными для списка
    For j = 1 To n
        m_2(j, 1) = m_1(1, j)
        m_2(j, 2) = m_1(2, j)
    Next j
'создаем список с исходными данными на форме
Else
    ReDim m_2(1 To 1, 1 To 2)
End If
With UserForm1.ListBox1
    .ColumnCount = 2
    .List = m_2
End With
End Sub

```

```

Public Sub Read_XY(x, y) 'заполнение массивов исходными данными
ReDim x(1 To n)
ReDim y(1 To n)
For j = 1 To n
    x(j) = m_2(j, 1)
    y(j) = m_2(j, 2)
Next j
End Sub

```

```

Public Sub Read_tabl(alfa) 'заполнение массивов данными критериев
Dim d_f1 As Integer, d_f2 As Integer
d_f1 = 1
d_f2 = n - 1
On Error GoTo old_func
Ftab(1) = WorksheetFunction.F_Inv_RT(alfa, d_f1, d_f2 - 1)
Ftab(2) = WorksheetFunction.F_Inv_RT(alfa, d_f1, d_f2 - 2)
Stab(1) = WorksheetFunction.T_Inv_2T(alfa, d_f2)
Stab(2) = WorksheetFunction.T_Inv_2T(alfa, d_f2 - 1)

```

```

Exit Sub
old_func:
Ftab(1) = WorksheetFunction.FInv(alfa, d_f1, d_f2 - 1)
Ftab(2) = WorksheetFunction.FInv(alfa, d_f1, d_f2 - 2)
Stab(1) = WorksheetFunction.TInv(alfa, d_f2)
Stab(2) = WorksheetFunction.TInv(alfa, d_f2 - 1)
End Sub

```

'Решение системы двух линейных уравнений методом Крамера

```

Public Sub L_Kram(a11 As Integer, a12 As Single, a21 As Single, _
a22 As Single, b1 As Single, b2 As Single, a1 As Single, a2 As Single)
Dim d As Single, d1 As Single, d2 As Single
    d = a11 * a22 - a21 * a12
    d1 = b1 * a22 - b2 * a12
    d2 = a11 * b2 - a21 * b1
    a1 = d1 / d
    a2 = d2 / d
End Sub

```

'Решение системы трех линейных уравнений методом Крамера

```

Public Sub Sqr_Kram(a11 As Integer, a12 As Single, a13 As Single, _
a21 As Single, a22 As Single, a23 As Single, a31 As Single, _
a32 As Single, a33 As Single, b1 As Single, b2 As Single, _
b3 As Single, a1 As Single, a2 As Single, a3 As Single, MD As Single)
Dim d As Single, d1 As Single, d2 As Single, d3 As Single
    d = a11 * a22 * a33 + a12 * a23 * a31 + a21 * a32 * a13 - a13 * _
a22 * a31 - a21 * a12 * a33 - a11 * a23 * a32
    d1 = b1 * a22 * a33 + a12 * a23 * b3 + b2 * a32 * a13 - a13 * _
a22 * b3 - b2 * a12 * a33 - b1 * a23 * a32
    d2 = a11 * b2 * a33 + b1 * a23 * a31 + a21 * b3 * a13 - a13 * _
b2 * a31 - a21 * b1 * a33 - a11 * a23 * b3
    d3 = a11 * a22 * b3 + a12 * b2 * a31 + a21 * a32 * b1 - b1 * _
a22 * a31 - a21 * a12 * b3 - a11 * b2 * a32
    a1 = d1 / d
    a2 = d2 / d
    a3 = d3 / d

```

```
MD = d
End Sub
```

```
'Процедура вычисления коэффициента детерминированности
Public Sub Koef_det(ns As Integer, a() As Single, b() As Single, _
c As Single, s1 As Single, s2 As Single, s3 As Single, R As Single)
Dim i As Integer
For i = 1 To ns
    s1 = s1 + (b(i) - a(i)) ^ 2
    s2 = s2 + (b(i) - c) ^ 2
Next i
s3 = s1 + s2
R = 1 - s1 / s3
End Sub
```

```
'Вычисление стандартных ошибок коэффициентов уравнения
'линейной регрессии и критерия для проверки нулевых гипотез
Public Sub ZnachLine(n As Integer, DS As Single, R2 As Single, _
a As Single, asr As Single, a1 As Single, a2 As Single, s1 As Single, _
s2 As Single, f As Single, t1 As Single, t2 As Single)
    s1 = Sqr(DS * a / (n * (n - 2) * asr))
    s2 = Sqr(DS / ((n - 2) * asr))
    f = R2 * (n - 2) / (1 - R2)
    t1 = Abs(a1) / s1
    t2 = Abs(a2) / s2
End Sub
```

```
'Определение максимального и минимального значений в массиве
Public Sub MinMax(a() As Single, n As Integer, Min As Single, _
Max As Single)
Dim i As Integer
Min = a(1)
Max = a(1)
For i = 2 To n
    If a(i) > Max Then Max = a(i)
    If a(i) < Min Then Min = a(i)

```

```
Next i
End Sub
```

```
'Процедура вывода результатов работы в файл и на форму
Public Sub Print_rez(gr As Integer, sa1 As String, sa2 As String, _
sa3 As String, sk As String, sR As String, sm1 As String, _
sm2 As String, sm3 As String, sf As String, st1 As String, _
st2 As String, st3 As String, a1 As Single, a2 As Single, a3 As Single, _
k As Single, R As Single, m1 As Single, m2 As Single, m3 As Single, _
f As Single, t1 As Single, t2 As Single, t3 As Single)
Dim Fd As Single, Sd As Single, st As String, str1 As String
f_st = "0.0000" ' формат вывода чисел
If gr = 2 Then Fd = Ftab(2) Else Fd = Ftab(1)
If gr = 2 Then Sd = Stab(2) Else Sd = Stab(1)
Select Case gr
Case 1
    st = "линейной аппроксимации"
    With UserForm1
        .tb_k1l = Format(a1, f_st)
        .tb_k2l = Format(a2, f_st)
        .tb_kc = Format(k, "0.000000")
        .tb_kdl = Format(R, "0.000000")
        .tb_k1l_s = Format(m1, "0.000000")
        .tb_k2l_s = Format(m2, "0.000000")
        .tb_k1l_tr = Format(t1, f_st)
        .tb_k2l_tr = Format(t2, f_st)
        .tb_kl_tt = Format(Sd, f_st)
        .tb_l_ft = Format(Fd, f_st)
        .tb_l_fr = Format(f, f_st)
        If t1 > Sd Then
            .tb_k1l_z = "значим"
        Else
            .tb_k1l_z = "не значим"
        End If
        If t2 > Sd Then
            .tb_k2l_z = "значим"
```

```

Else
.tb_k2l_z = "не значим"
End If
If f > Fd Then .tb_l_z = "значимо" Else .tb_l_z = "не значимо"
End With
Case 2
st = "квадратичной аппроксимации"
With UserForm1
.tb_k1q = Format(a1, f_st)
.tb_k2q = Format(a2, f_st)
.tb_k3q = Format(a3, f_st)
.tb_kdq = Format(R, "0.000000")
.tb_k1q_s = Format(m1, "0.000000")
.tb_k2q_s = Format(m2, "0.000000")
.tb_k3q_s = Format(m3, "0.000000")
.tb_k1q_tr = Format(t1, f_st)
.tb_k2q_tr = Format(t2, f_st)
.tb_k3q_tr = Format(t3, f_st)
.tb_kq_tt = Format(Sd, f_st)
.tb_q_ft = Format(Fd, f_st)
.tb_q_fr = Format(f, f_st)
If t1 > Sd Then
.tb_k1q_z = "значим"
Else
.tb_k1q_z = "не значим"
End If
If t2 > Sd Then
.tb_k2q_z = "значим"
Else
.tb_k2q_z = "не значим"
End If
If t3 > Sd Then
.tb_k3q_z = "значим"
Else
.tb_k3q_z = "не значим"
End If

```

```

    If f > Fd Then .tb_q_z = "значимо" Else .tb_q_z = "не значимо"
End With
Case 3
st = "экспоненциальной аппроксимации"
With UserForm1
.tb_k1e = Format(a1, f_st)
.tb_k2e = Format(a2, f_st)
.tb_kde = Format(R, "0.000000")
.tb_k1e_s = Format(m1, "0.000000")
.tb_k2e_s = Format(m2, "0.000000")
.tb_k1e_tr = Format(t1, f_st)
.tb_k2e_tr = Format(t2, f_st)
.tb_ke_tt = Format(Sd, f_st)
.tb_e_ft = Format(Fd, f_st)
.tb_e_fr = Format(f, f_st)
If t1 > Sd Then
.tb_k1e_z = "значим"
Else
.tb_k1e_z = "не значим"
End If
If t2 > Sd Then
.tb_k2e_z = "значим"
Else
.tb_k2e_z = "не значим"
End If
If f > Fd Then .tb_e_z = "значимо" Else .tb_e_z = "не значимо"
End With
End Select
'запоминаем номер первой строки с выводимыми данными
R1 = ActiveSheet.UsedRange.Row + _
ActiveSheet.UsedRange.Rows.Count + 1
Cells(R1, C1).Activate
If gr = 1 Then
ActiveCell = "N=" + Str(n) + " - число наблюдений"
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
ActiveCell = "Табличные значения критериев:"

```

```

ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
ActiveCell = "Фишера Стьюдента"
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
ActiveCell = Format(Ftab(1), "0.0000") + Space(8) + _
Format(Stab(1), "0.0000") + " - при вычислении двух коэффициентов"
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
ActiveCell = Format(Ftab(2), "0.0000") + Space(8) + _
Format(Stab(2), "0.0000") + " - при вычислении трех коэффициентов"
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
End If
str1 = sa1 + "=" + Format(a1, f_st) + " " + sa2 + "=" + Format(a2, f_st)
If gr = 2 Then
    str1 = str1 + " " + sa3 + "=" + Format(a3, f_st)
End If
ActiveCell = str1 + " -коэффициенты " + st
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
If gr = 1 Then
    ActiveCell = sk + Format(k, "0.000000") + _
    " -коэффициент корреляции"
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
ActiveCell = sR + Format(R, "0.000000") + _
" -коэффициент детерминированности"
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
str1 = sm1 + Format(m1, "0.000000") + " " + sm2 + _
Format(m2, "0.000000")
If gr = 2 Then
    str1 = str1 + " " + sm3 + Format(m3, f_st) + _
    " -стандартные ошибки коэффициентов "
End If
ActiveCell = str1
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
ActiveCell = "Критерии для проверки нулевых гипотез "
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
str1 = sf + Format(f, f_st) + " " + st1 + Format(t1, f_st) + " " + _
st2 + Format(t2, f_st)

```

```

If gr = 2 Then
    str1 = str1 + " " + st3 + Format(t3, f_st)
End If
ActiveCell = str1
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
If f > Fd Then
    ActiveCell = "Уравнение " + st + " значимо"
Else
    ActiveCell = "Уравнение " + st + " не значимо"
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
If t1 > Sd Then
    ActiveCell = "Коэффициент " + sa1 + " значим"
Else
    ActiveCell = "Коэффициент " + sa1 + " не значим"
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
If t2 > Sd Then
    ActiveCell = "Коэффициент " + sa2 + " значим"
Else
    ActiveCell = "Коэффициент " + sa2 + " не значим"
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
If gr = 2 Then
    If t3 > Sd Then
        ActiveCell = "Коэффициент " + sa3 + " значим"
    Else
        ActiveCell = "Коэффициент " + sa3 + " не значим"
    End If
End If
ActiveCell.Offset(1, 0).Activate
End Sub

Public Sub graf()
'Построение графиков
Dim cell_1 As String, cell_2 As String 'первая и последняя ячейки

```

```

‘ диапазона с данными
'запоминаем номер первой строки с выводимыми данными
R1 = ActiveSheet.UsedRange.Row + _
ActiveSheet.UsedRange.Rows.Count + 1
For i = 1 To n
    Cells(R1 + i - 1, 1) = x(i)
‘вычисляем значения линейной функции
    Cells(R1 + i - 1, 2) = a1L + a2L * x(i)
Next i
cell_1 = Cells(R1, 1).Address
cell_2 = Cells(R1 + n - 1, 2).Address
ActiveSheet.Shapes.AddChart.Select ‘новая диаграмма
ActiveChart.ChartType = xlXYScatterSmoothNoMarkers 'xlXYScatter
ActiveChart.SetSourceData Source:=Range(cell_1 + ":" + cell_2)
ActiveChart.SeriesCollection.NewSeries
cell_1 = Cells(UR.Row + 1, UR.Column).Address
cell_2 = Cells(UR.Row + n - 1, UR.Column).Address
ActiveChart.SeriesCollection(2).XValues = Range(cell_1 + ":" + cell_2)
ActiveChart.SeriesCollection(2).Values = Range(Cells(UR.Row + 1, _
UR.Column + 1).Address + ":" + Cells(UR.Row + n - 1, UR.Column + _
1).Address)
ActiveChart.SeriesCollection(2).Select
ActiveChart.SeriesCollection(2).ChartType = xlXYScatter
ActiveChart.SetElement (msoElementChartTitleAboveChart)
Selection.Caption = "Линейная"
ActiveSheet.ChartObjects(1).Left = 430
For i = 1 To n ‘вычисляем значения квадратичной функции
    Cells(R1 + i - 1, 3) = a1sqr + a2sqr * x(i) + a3sqr * x(i) * x(i)
Next i
cell_1 = Cells(R1, 1).Address
cell_2 = Cells(R1 + n - 1, 3).Address
ActiveSheet.Shapes.AddChart.Select ‘новая диаграмма
ActiveChart.ChartType = xlXYScatterSmoothNoMarkers
ActiveChart.SeriesCollection.NewSeries
ActiveChart.SeriesCollection(1).XValues = Range(cell_1 + ":" + _
Cells(R1 + n - 1, 1).Address)

```

```

ActiveChart.SeriesCollection(1).Values = Range(Cells(R1, 3).Address _
+ ":" + cell_2)
ActiveChart.SeriesCollection.NewSeries
ActiveChart.SeriesCollection(2).XValues = Range(Cells(UR.Row + 1, _
UR.Column).Address + ":" + Cells(UR.Row + n - 1, _
UR.Column).Address)
ActiveChart.SeriesCollection(2).Values = Range(Cells(UR.Row + 1, _
UR.Column + 1).Address + ":" + Cells(UR.Row + n - 1, UR.Column + _
1).Address)
ActiveChart.SeriesCollection(2).Select
ActiveChart.SeriesCollection(2).ChartType = xlXYScatter
ActiveChart.SetElement (msoElementChartTitleAboveChart)
Selection.Caption = "Квадратичная"
ActiveSheet.ChartObjects(2).Left = 800 'сдвигаем диаграмму
On Error Resume Next
ActiveChart.SeriesCollection(3).Delete
On Error GoTo 0
For i = 1 To n
'вычисляем значения экспоненциальной функции
Cells(R1 + i - 1, 4) = a1exp * Exp(a2exp * x(i))
Next i
cell_1 = Cells(R1, 1).Address
cell_2 = Cells(R1 + n - 1, 4).Address
ActiveSheet.Shapes.AddChart.Select 'новая диаграмма
ActiveChart.ChartType = xlXYScatterSmoothNoMarkers
ActiveChart.SeriesCollection.NewSeries
ActiveChart.SeriesCollection(1).XValues = Range(cell_1 + ":" + _
Cells(R1 + n - 1, 1).Address)
ActiveChart.SeriesCollection(1).Values = Range(Cells(R1, 4).Address _
+ ":" + cell_2)
ActiveChart.SeriesCollection.NewSeries
ActiveChart.SeriesCollection(2).XValues = Range(Cells(UR.Row + 1, _
UR.Column).Address + ":" + Cells(UR.Row + n - 1, _
UR.Column).Address)
ActiveChart.SeriesCollection(2).Values = Range(Cells(UR.Row + 1, _
UR.Column + 1).Address + ":" + Cells(UR.Row + n - 1, UR.Column _

```

```

+ 1).Address)
ActiveChart.SeriesCollection(2).Select
ActiveChart.SeriesCollection(2).ChartType = xlXYScatter
ActiveChart.SetElement (msoElementChartTitleAboveChart)
Selection.Caption = "Экспоненциальная"
ActiveSheet.ChartObjects(3).Left = 1170
On Error Resume Next
ActiveChart.SeriesCollection(3).Delete
On Error GoTo 0
End Sub

‘Программный код формы
Private Sub Button2_Click() 'Кнопка Читать
Dim Inp_Data As String, Data1 As String, Data2 As String
R = 1
с = 1
FileName = TextBox1.Value
If FileName = "" Then
Dialog: ‘метка для перехода в случае ошибки
    FileName = Application.GetOpenFilename _
        (, , "Выберите текстовый файл с данными")
End If
If FileName = "" Or VarType(FileName) = vbBoolean Then
‘была нажата кнопка отмены - выход из процедуры
    Exit Sub
End If
‘Открываем файл в режиме чтения из него
On Error GoTo Dialog
Open FileName For Input As #1
On Error GoTo 0
TextBox1.Value = FileName
Worksheets("VBA").Cells.Clear
R = 0
Do While Not EOF(1) 'Пока не достигнем конца файла
    Line Input #1, Inp_Data 'Чтение строки из файла в массив
    If Inp_Data = "" Then Exit Do

```

```

pr1 = InStr(Trim(Inp_Data), " ") 'позиция первого пробела в строке
Worksheets("VBA").Cells(R + 2, 1) = Val(Left(Trim(Inp_Data), _
pr1 - 1))
Worksheets("VBA").Cells(R + 2, 2) = Val(Trim(Mid(Trim(Inp_Data), _
pr1 + 1)))
R = R + 1
Loop
Close #1 'закрываем файл
Worksheets("VBA").Cells(1, 1) = "X"
Worksheets("VBA").Cells(1, 2) = "Y"
ReadList
End Sub

```

```

Private Sub Button3_Click() 'Кнопка На лист
Worksheets("VBA").Activate
UserForm1.Hide
End Sub

```

```

Private Sub CheckBox1_Click() 'Флажок Чтение из файла
If CheckBox1.Value = False Then
    TextBox1.Visible = False
    Button2.Visible = False
    Label3.Visible = False
Else
    TextBox1.Visible = True
    Button2.Visible = True
    Label3.Visible = True
End If
End Sub

```

```

Private Sub CommandButton1_Click() 'Кнопка Вычислить
Dim Sx As Single, Sy As Single, Sx2 As Single, Sxy As Single, Sx3 _
As Single, Sx4 As Single, Sx2y As Single, Slny As Single, Sxlny As _
Single, Xsr As Single, Ysr As Single, lnYsr As Single, Sxysr As Single _
, Sx2sr As Single, Sy2sr As Single
If n = 0 Then

```

```

MsgBox "Исходные данные отсутствуют"
Exit Sub
End If
Call Read_XY(x, y) 'Заполнение рабочих массивов данными
alfa = Val(TextBox2.Value)
Call Read_tabl(alfa) 'Заполнение массива табличных значений
' Очистка листа от предыдущих результатов
On Error Resume Next
'Удаление диаграмм
ActiveSheet.ChartObjects.Delete
On Error GoTo 0
'Удаление результатов расчетов
If n > 0 Then
    Range(Cells(UR.Row + n + 2, 1).Address + ":" + Cells(UR.Row + n _
+ 100, 4).Address).Clear
End If
ReDim lny(n)
Sx = 0
Sy = 0
Sx2 = 0
Sxy = 0
Sx3 = 0
Sx4 = 0
Sx2y = 0
Slny = 0
Sxlny = 0
For j = 1 To n
    Sx = Sx + x(j)
    Sy = Sy + y(j)
    Sx2 = Sx2 + x(j) * x(j)
    Sxy = Sxy + x(j) * y(j)
    Sx3 = Sx3 + x(j) * x(j) * x(j)
    Sx4 = Sx4 + (x(j)) ^ 4
    Sx2y = Sx2y + x(j) * x(j) * y(j)
    lny(j) = Log(y(j))
    Slny = Slny + lny(j)

```

```

    Sxlny = Sxlny + x(j) * lny(j)
Next j
Xsr = Sx / n
Ysr = Sy / n
lnYsr = Slny / n
Sxysr = 0
Sx2sr = 0
Sy2sr = 0
For j = 1 To n
    Sxysr = Sxysr + (x(j) - Xsr) * (y(j) - Ysr)
    Sx2sr = Sx2sr + (x(j) - Xsr) ^ 2
    Sy2sr = Sy2sr + (y(j) - Ysr) ^ 2
Next j
Call L_Kram(n, Sx, Sx, Sx2, Sy, Sxy, a1L, a2L)
koef_cor = Sxysr / (Sqr(Sx2sr) * Sqr(Sy2sr))
ReDim YL(1 To n)
For j = 1 To n
    YL(j) = a1L + a2L * x(j)
Next j
Call Koef_det(n, y, YL, Ysr, SostL, SregrL, SpolnL, R_det_L)
Call ZnachLine(n, SostL, R_det_L, Sx2, Sx2sr, a1L, a2L, Sa1L, Sa2L, _
Fline, ta1L, ta2L)
Call Sqr_Kram(n, Sx, Sx2, Sx, Sx2, Sx3, Sx2, Sx3, Sx4, Sy, Sxy, Sx2y, _
a1sqr, a2sqr, a3sqr, MD)
ReDim Ysqr(1 To n)
For j = 1 To n
    Ysqr(j) = a1sqr + a2sqr * x(j) + a3sqr * x(j) * x(j)
Next j
Call Koef_det(n, y, Ysqr, Ysr, Sostsqr, Sregrsqr, Spolnsqr, R_det_sqr)
DSost = Sostsqr / (n - 3)
Sa1sqr = Sqr(DSost * (Sx2 * Sx4 - Sx3 * Sx3) / MD)
Sa2sqr = Sqr(DSost * (n * Sx4 - Sx2 * Sx2) / MD)
Sa3sqr = Sqr(DSost * (n * Sx2 - Sx * Sx) / MD)
Fsqr = R_det_sqr * (n - 3) / (2 * (1 - R_det_sqr))
ta1sqr = Abs(a1sqr) / Sa1sqr
ta2sqr = Abs(a2sqr) / Sa2sqr

```

```

ta3sqr = Abs(a3sqr) / Sa3sqr
Call L_Kram(n, Sx, Sx, Sx2, Slny, Sxlny, cexp, a2exp)
a1exp = Exp(cexp)
ReDim Yexp(1 To n)
ReDim lnYexp(1 To n)
For j = 1 To n
    Yexp(j) = a1exp * Exp(a2exp * x(j))
    lnYexp(j) = Log(Yexp(j))
Next j
Call Koef_det(n, lny, lnYexp, lnYsr, Sostexp, Sregrexp, Spolnexp, _
R_det_exp)
Call ZnachLine(n, Sostexp, R_det_exp, Sx2, Sx2sr, a1exp, a2exp, _
Sa1exp, Sa2exp, Fexp, ta1exp, ta2exp)
'Вывод результатов
gr = 1
Call Print_rez(gr, "a1L", "a2L", "", "koef_kor=", "R_det_L=", "Sa1L=", _
"Sa2L=", "", "FLine=", "ta1L=", "ta2L=", "", a1L, a2L, 0, koef_cor, _
R_det_L, Sa1L, Sa2L, 0, Fline, ta1L, ta2L, 0)
gr = 2
Call Print_rez(gr, "a1sqr", "a2sqr", "a3sqr", "", "R_det_sqr=", _
"Sa1sqr=", "Sa2sqr=", "Sa3sqr=", "Fsqr=", "ta1sqr=", "ta2sqr=", _
"ta3sqr=", a1sqr, a2sqr, a3sqr, 0, R_det_sqr, Sa1sqr, Sa2sqr, Sa3sqr, _
Fsqr, ta1sqr, ta2sqr, ta3sqr)
gr = 3
Call Print_rez(gr, "a1exp", "a2exp", "", "", "R_det_exp=", "Sa1exp=", _
"Sa2exp=", "", "Fexp=", "ta1exp=", "ta2exp=", "", a1exp, a2exp, 0, 0, _
R_det_exp, Sa1exp, Sa2exp, 0, Fexp, ta1exp, ta2exp, 0)
Call MinMax(x, n, Min, Max)
Xpr = Xsr + 0.1 * (Max - Min)
Ypr = a1L + a2L * Xpr
st1 = "В прогнозной точке Xpr=" + Format(Xpr, f_st) + _
" прогнозное значение Ypr=" + Format(Ypr, f_st)
ActiveCell = st1
tb_x = Format(Xpr, f_st)
tb_y_l = Format(Ypr, f_st)
tb_y_q = Format(a1sqr + a2sqr * Xpr + a3sqr * (Xpr) ^ 2, f_st)

```

```
tb_y_e = Format(a1exp * Exp(a2exp * Xpr), f_st)
Call graf
End Sub
```

```
Private Sub CommandButton2_Click() 'Выход из программы
Unload UserForm1
End Sub
```

Результаты работы программы полностью совпали с результатами, полученными ранее в MS Excel.

## РАСЧЕТ АППРОКСИМАЦИИ В MATHCAD

В седьмой главе книги [5] представлена методика обработки экспериментальных данных с помощью встроенных в Mathcad функций. На рис. 22 - 27 приведено решение и графическое представление результатов расчетов в Mathcad.

ORIGIN := 1

Массив экспериментальных данных

X := (0 2 5 7 10 11 12 15 18 20 22 25 28 30)

Y := (90 86.7 79.1 75 69.52 68 64.1 59.27 54.5 49 45 38.1 34.1 28.5)

n := 14

Аппроксимация линейной функцией

$$a := \text{line}(X^T, Y^T) \quad a = \begin{pmatrix} 89.819 \\ -2.0321 \end{pmatrix}$$

$a_2 = -2.032$   $a_1 = 89.819$  коэффициенты аппроксимации

Yline(x) :=  $a_2 \cdot x + a_1$

Рис. 22. Аппроксимация линейной функцией в Mathcad.

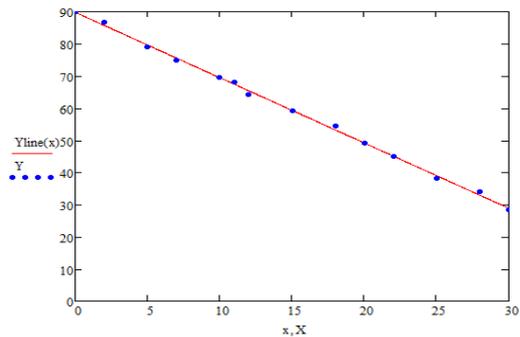


Рис. 23. График результата аппроксимации линейной функцией в Mathcad.

**Аппроксимация экспоненциальной функцией**

$$a1 := \text{line}(X^T, \ln(Y^T)) \qquad a1 = \begin{pmatrix} 4.5789 \\ -0.0368 \end{pmatrix}$$

$$ae1 := \exp(a1_1) = 97.4087 \qquad ae2 := a1_2 = -0.0368$$

$$Y_{\text{exp}}(x) := ae1 \cdot e^{ae2 \cdot x}$$

Рисунок 24 - Аппроксимация экспоненциальной функцией.

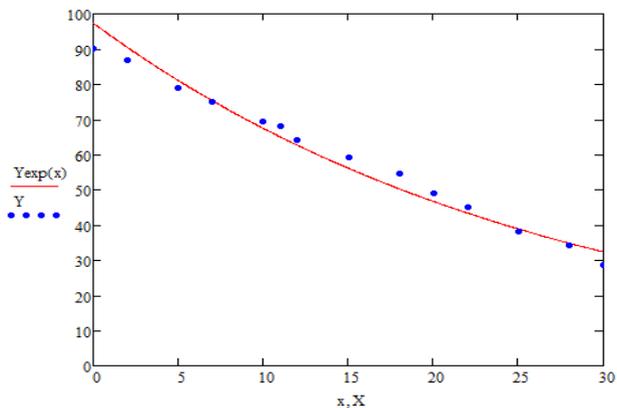


Рис. 25. График результата аппроксимации экспоненциальной функцией в Mathcad.

Аппроксимация квадратичной функцией

$$\text{akv} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad f(x, a_1, a_2, a_3) := a_3 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_1$$

$$F(x, a_1, a_2, a_3) := \begin{pmatrix} f(x, a_1, a_2, a_3) \\ 1 \\ x \\ x^2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{a} := \text{genfit}(X^T, Y^T, \text{akv}, F) \quad a = \begin{pmatrix} 90.038 \\ -2.0784 \\ 0.0015 \end{pmatrix}$$

$$a_3 = 0.0015 \quad a_2 = -2.0784 \quad a_1 = 90.038$$

$$Y_{\text{kvadr}}(x) := a_3 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_1$$

Рис. 26. Аппроксимация квадратичной функцией.

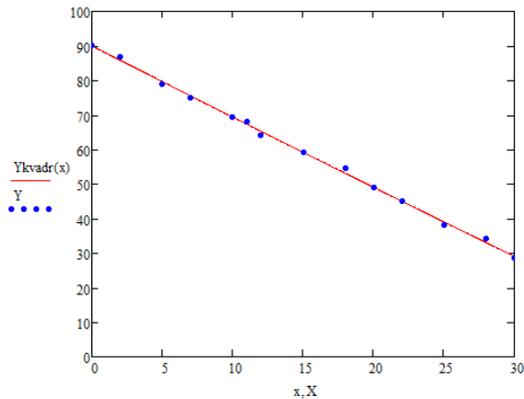


Рис. 27. График результата аппроксимации квадратичной функцией в Mathcad.

Сравнивая результаты расчетов, полученных ранее с результатами расчетов в Mathcad, видим, что они полностью совпадают. Это указывает на то, что вычисления верны.

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Во всех вариантах требуется:

1. Используя метод наименьших квадратов результаты эксперимента, представленные в виде таблицы, аппроксимировать:

а) многочленом первой степени  $y = P_1(x) \equiv a_1 + a_2x$  ;

б) многочленом второй степени  $y = P_2(x) \equiv a_1 + a_2x + a_3x^2$  ;

в) экспоненциальной зависимостью  $y = a_1e^{a_2x}$  .

2. Для каждой зависимости вычислить коэффициент детерминированности и остаточную дисперсию на одну степень свободы.

3. Вычислить коэффициент корреляции (только в случае а).

4. Для каждой зависимости построить линию тренда.

5. Используя функцию ЛИНЕЙН вычислить числовые характеристики зависимости  $y$  от  $x$ .

6. Сравнить свои вычисления с результатами, полученными при помощи функции ЛИНЕЙН.

7. Для каждой зависимости провести оценку значимости уравнения регрессии в целом по критерию Фишера при уровне значимости  $\alpha_1$ .

8. Для каждой зависимости провести оценку параметров, входящих в уравнение регрессии, по критерию Стьюдента при уровне значимости  $\alpha_2$ .

9. Написать программу в среде VBA MS Excel.

10. Привести решение в пакете Mathcad.

11. Сравнить результаты работы программы с вычислениями, выполненными вручную.

12. Сделать вывод, какая из полученных формул наилучшим образом аппроксимирует результаты эксперимента.

### Варианты заданий

Задание 1. При проведении эксперимента установлена зависимость температуры продуктов взрыва от дисперсности наполнителей в составе взрывчатых веществ. Данные собраны в табл. 3-6.

Вариант 1 Таблица 3

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{CaCO}_3$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Дисперсность наполнителя, мкм
2,95	25
2,97	30
3,01	37
3,03	45
3,08	50
3,11	56
3,14	62
3,21	75
3,27	87
3,34	100
3,47	125

Вариант 2 Таблица 4

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{NaCl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Дисперсность наполнителя, мкм
2,99	25
3,02	30
3,04	37
3,06	45
3,09	50
3,12	56
3,14	62
3,19	75
3,24	87
3,29	100
3,39	125

Вариант 3 Таблица 5

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Дисперсность наполнителя, мкм
2,86	25
2,89	30
2,92	37
2,95	45
2,98	50
3,01	56
3,04	62
3,11	75
3,16	87
3,23	100
3,35	125

Вариант 4 Таблица 6

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Дисперсность наполнителя, мкм
3,02	25
3,03	30
3,05	37
3,07	45
3,09	50
3,11	56
3,12	62
3,16	75
3,19	87
3,22	100
3,29	125

Задание 2. В результате эксперимента определено изменение скорости детонации от процентного содержания наполнителей в составе гексогена. Данные собраны в табл. 7-10.

Вариант 5 Таблица 7

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель NaCl	
Скорость детонации $D \cdot 10^3$ м/с	Содержание наполнителя, %
7,2	0
7,5	3
7,5	5
7,08	10
6,75	15
6,65	17
6,45	20
6,32	22
6,2	25

Вариант 6 Таблица 8

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель KCL	
Скорость детонации $D \cdot 10^3$ м/с	Содержание наполнителя, %
7,2	0
7,37	3
7,4	5
7,12	10
6,6	15
6,25	17
5,8	20
5,25	22
4,9	25

Вариант 7 Таблица 9

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель CaCO <sub>3</sub>	
Скорость детонации $D \cdot 10^3$ м/с	Содержание наполнителя, %
7,2	0
7,05	3
6,95	5
6,7	10
6,65	15
6,61	17
6,55	20
6,50	22
6,45	25

Вариант 8 Таблица 10

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель NH <sub>4</sub> CL	
Скорость детонации $D \cdot 10^3$ м/с	Содержание наполнителя, %
7,2	0
7,16	3
7,14	5
7,03	10
6,75	15
6,15	17
6,55	20
6,32	22
6,03	25

Задание 3. При проведении эксперимента установлена зависимость средней температуры прогрева частицы от ее радиуса для различных наполнителей. Данные собраны в табл. 11-13.

Вариант 9 Таблица 11

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{CaCO}_3$	
Температура $T, 10^3 \text{ К}$	Радиус частицы (г), мкм
0,55	12
0,58	18
0,62	25
0,65	32
0,68	38
0,69	44
0,71	50
0,73	62
0,75	68
0,78	75
0,79	87
0,79	100

Вариант 10 Таблица 12

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ К}$	Радиус частицы (г), мкм
0,5	12
0,3	18
0,55	25
0,57	32
0,6	38
0,61	44
0,62	50
0,67	62
0,68	68
0,69	75
0,61	87
0,51	100

Вариант 11 Таблица 13

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ К}$	Радиус частицы (г), мкм
0,3	12
0,34	18
0,4	25
0,41	32
0,42	38
0,43	44
0,45	50

Продолжение таблицы 13

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ К}$	Радиус частицы (г), мкм
0,46	56
0,47	62
0,48	68
0,49	75
0,43	82
0,45	87
0,32	100



ных типов наполнителей (их содержание в заряде составляло 25 %). Данные собраны в таблицы 17-20.

Вариант 15 Таблица 17

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Скорость разлета ПВ, км/с	Время $t$ , мкс
6,6	1,0
6,35	1,25
5,95	1,5
5,65	1,75
5,4	2,0
5,2	2,25
5,0	2,5
4,75	3,0
4,1	3,5
4,0	4,0

Вариант 16 Таблица 18

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{CaCO}_3$	
Скорость разлета ПВ, км/с	Время $t$ , мкс
6,25	1,0
6,19	1,25
6,12	1,5
6,06	1,75
6,0	2,0
5,92	2,25
5,84	2,5
5,75	3,0
5,65	3,5
5,55	4,0

Вариант 17 Таблица 19

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{NaCl}$	
Скорость разлета ПВ, км/с	Время $t$ , мкс
6,6	1,0
6,48	1,25
6,35	1,5
6,25	1,75
6,15	2,0
6,03	2,25
5,9	2,5
5,8	3,0
5,68	3,5
5,65	4,0

Вариант 18 Таблица 20

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Скорость разлета ПВ, км/с	Время $t$ , мкс
6,95	1,0
6,75	1,25
6,55	1,5
6,4	1,75
6,25	2,0
6,12	2,25
6,0	2,5
5,9	3,0
5,68	3,5
5,65	4,0

Задание 6. При проведении эксперимента установлена зависимость температуры продуктов взрыва от содержания наполнителей в составе взрывчатых веществ. Данные собраны в табл. 21-23.

Вариант 19 Таблица 21

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{CaCO}_3$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Содержание наполнителя, %
4,2	0
3,8	2
3,4	5
3,3	7
3,15	10
3,11	12
3,08	14
3,05	16
3,02	18
3,0	20
2,92	22
2,95	25

Вариант 20 Таблица 22

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Содержание наполнителя, %
4,2	0
3,9	2
3,5	5
3,35	7
3,2	10
3,16	12
3,13	14
3,1	16
3,05	18
3,0	20
2,9	22
2,8	25

Вариант 21 Таблица 23

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Содержание на- полнителя, %
4,2	0
3,83	1
3,45	3
3,17	5
3,12	6
3,1	8
2,05	10

Продолжение таблицы 23

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Температура $T, 10^3 \text{ K}$	Содержание наполнителя, %
2,35	12
2,65	14
2,95	16
2,92	18
2,9	20
2,87	22
2,85	25

Задание 7. При проведении испытаний установлена зависимость выхода фракции 0-100 мкм и 0-250 мкм на погонный метр удлиненного заряда гранулита АС-8 от относительного расстояния. Данные собраны в табл. 24-25.

Вариант 22		Таблица 24		Вариант 23		Таблица 25	
$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$				$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$			
Фракция 0 - 100 мкм				Фракция 0 - 250 мкм			
Выход фракции $f, \%$		Относительное расстояние $\bar{R}$		Выход фракции $f, \%$		Относительное расстояние $\bar{R}$	
3,1		1,2		80,0		1,2	
1,5		1,3		60,0		1,4	
1,1		1,4		40,0		1,6	
0,7		1,5		33,0		1,8	
0,5		1,6		26,0		2,0	
0,4		1,7		20,0		2,3	
0,2		1,9		10,0		2,6	
0,15		2,0		7,5		2,8	
0,1		2,2		5,0		3,0	
0,05		2,3		3,0		3,5	
0,02		2,5		1,0		4,0	
0,01		2,7		0,05		4,6	
0,0		3,0		0,0		5,3	

Задание 8. При проведении эксперимента установлена зависимость давления взрыва от концентрации сульфидной пыли. Данные собраны в табл. 26.

Вариант 24		Таблица 26		Продолжение таблицы 26	
$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$					
Давление взрыва (кПа)		Концентрация пыли ( $\text{кг/м}^3$ )			
10		0,02		65,2	0,25
23,3		0,05		74,5	0,3
36,65		0,1		79,2	0,35
58,9		0,2		84,9	0,4
				86,5	0,45
				88,1	0,5
				88,5	0,52

Задание 9. При проведении испытаний установлена зависимость массы фракции 0-100 мкм и 0-250 мкм на погонный метр удлиненного заряда гранулита АС-8 от относительного расстояния. Данные собраны в табл. 27-28.

Вариант 25	Таблица 27	Вариант 26	Таблица 28
------------	------------	------------	------------

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$		$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Фракция 0 - 100 мкм		Фракция 0 - 250 мкм	
Масса фракции М, кг	Относительное расстояние $\bar{R}$	Масса фрак- ции М, кг	Относительное расстояние $\bar{R}$
0,08	1,2	2,0	1,2
0,1	1,4	3,5	1,4
0,11	1,6	5,0	1,6
0,13	1,8	5,6	1,8
0,14	2	6,2	2
0,143	3	7,8	3
0,145	4	9,0	4
0,146	5	9,1	5
0,147	6	9,2	6
0,148	7	9,4	7
0,149	8	9,45	8
0,15	9	9,5	9
0,15	10	9,5	10

Задание 10. При проведении эксперимента установлена зависимость частоты воспламенения метана от скорости детонации аммонита ПЖВ-20. Данные собраны в табл. 29.

Вариант 27		Таблица 29		Продолжение таблицы 29	
$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$					
Частотность воспламенения %	Скорость детонации D				
0	3,2	26,2	3,8		
7,5	3,5	30,5	3,88		
10	3,65	28	4		
15	3,7	20	4,2		
		15	4,3		
		6	4,5		
		0	4,52		

Задание 11. При проведении эксперимента установлена зависимость температуры УВВ во времени от содержания в составе взрывчатых веществ различных наполнителей. Данные собраны в табл. 30-32.

Вариант 28

Таблица 30

Вариант 29

Таблица 31





$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{CaCO}_3$	
Время $t$ , мс	Радиус частицы $\Gamma$ , мкм
0,6	10
1,0	15
1,4	20
2,0	35
3,0	50
4,0	60
4,8	70
5,6	85
5,55	100
5,5	110
5,25	120
5,0	135
4,95	140
4,9	147

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Время $t$ , мс	Радиус частицы $\Gamma$ , мкм
1,0	10
2,4	15
3,9	20
4,7	35
5,6	50
6,0	60
6,4	70
6,3	85
6,2	100
6,1	110
6,0	120
5,9	135
5,85	140
5,8	147

Вариант 36 Таблица 38

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Время $t$ , мс	Радиус частицы $\Gamma$ , мкм
0,6	10
1,0	15
1,7	20
2,6	35
3,6	50
4,7	60
5,3	70

Продолжение таблицы 38

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Время $t$ , мс	Радиус частицы $\Gamma$ , мкм
6,0	85
5,8	100
5,6	110
5,4	120
5,2	135
5,15	140
5,1	147

Задание 14. При проведении эксперимента установлена зависимость температуры продуктов взрыва от концентрации различных пламегасителей в составе взрывчатых веществ. Данные собраны в табл. 39-42.

Вариант 37

Таблица 39

Вариант 38

Таблица 40

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Температура $T_{\text{пв}}, \text{K}$	Концентрация пла- мегасителей, %
4200	0
3818	3
3573	5
3321	8
2947	10
3221	15
2462	17
1704	20
1564	22
1078	25

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{NaCl}$	
Температура $T_{\text{пв}}, \text{K}$	Концентрация пламегасителей, %
4200	0
3886	3
3668	5
3321	8
3173	10
2660	15
2408	17
2156	20
1997	22
1644	25

Вариант 39

Таблица 41

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Температура $T_{\text{пв}}, \text{K}$	Концентрация пла- мегасителей, %
4200	0
3923	3
3748	5
3456	8
3298	10
2857	15
2689	17
2405	20
1955	25

Вариант 40

Таблица 42

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{KJ}$	
Температура $T_{\text{пв}}, \text{K}$	Концентрация пламегасителей, %
4200	0
4006	3
3887	5
3383	8
3575	10
3203	15
3134	17
2960	20
2648	25

Задание 15. При проведении испытаний установлена зависимость времени разложения частиц от их размера для различных типов наполнителей. Данные собраны в табл. 43-45.

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,05.$	
Наполнитель $\text{CaCO}_3$	
Время разложения $t \cdot 10^3 \text{ с}$	Радиус частицы $r$ , мкм
1,0	10
1,6	15
2,5	30
4,1	45
6,0	50
7,3	65
8,9	70
10,9	85
13,9	100
16,4	115
20,9	130
24,8	140
26,2	150

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Наполнитель $\text{NH}_4\text{Cl}$	
Время разложения $t \cdot 10^3 \text{ с}$	Радиус частицы $r$ , мкм
1,0	10
3,0	20
5,0	30
6,7	40
8,5	50
10,8	60
13,4	70
14,6	75
15,8	80
17,9	85
20,0	90
22,6	95
24,9	100

Вариант 43

Таблица 45

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Время разложения $t \cdot 10^3 \text{ с}$	Радиус частицы $r$ , мкм
1,0	10
1,4	15
2,3	20
2,9	30
5,0	40
7,1	50
9,2	60

Продолжение таблицы 45

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,01.$	
Наполнитель $\text{KCl}$	
Время разложения $t \cdot 10^3 \text{ с}$	Радиус частицы $r$ , мкм
11,2	70
13,3	80
15,1	90
18,6	100
22,5	110
26,4	120
28,8	125

Задание 16. При проведении эксперимента установлена зависимость коэффициента взрывчатости от концентрации пыли. Данные собраны в табл. 46.

$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$		$\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,1.$	
Критерий взрывчатости $K_{\text{взр.}}$	Концентрация пыли ( $\text{кг}/\text{м}^3$ )	Критерий взрывчатости $K_{\text{взр.}}$	Концентрация пыли ( $\text{кг}/\text{м}^3$ )
0,5	0,0	2,2	1,9
1,15	0,1	2,0	3,0
1,17	0,2	1,17	4,6
2,2	0,3	1,15	6,2
2,3	0,5	1,05	6,5
2,55	0,8	1,0	6,8

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Демидович Б.П.* Численные методы анализа: Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие для вузов (под ред. Демидовича Б.П.). Изд. 5-е, стереотип./ Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. СПб.: Издательство «Лань», 2010. - 400 с.
2. *Елисеева И.И.* Эконометрика: Учебник / Елисеева И.И., Курышева С.В., Нерадовская Ю.В. М.: Проспект, 2009.- 576 с.
3. *Елисеева И.И.* Общая теория статистики: Учебник для вузов (под ред. Елисеевой И.И.) изд. 5-е, перераб., доп. /Елисеева И.И., Юзбашев М.М. М.: Финансы и статистика, 2008. – 656.
4. Информатика. Методические указания по выполнению курсовой работы для студентов специальностей 130408, 130403 и 130404 / Санкт-Петербургский государственный горный институт. Составители: *Г.Н. Журов, В.В. Беляев, Г.П. Пармонов.* СПб, 2010. - 62 с.
5. *Макаров Е.Г.* Инженерные расчеты в Mathcad: Учебный курс. / Е.Г. Макаров - СПб.: Питер, 2011. - 400 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

В таблице 47. приведены значения F-критерия Фишера при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Таблица 47

$d.f._1$ $d.f._2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,5	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67

Продолжение таблицы 47

$d.f._1$										
$d.f._2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,52
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

В таблице 48 приведены значения t-критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; 0,01 (двухсторонний).

Таблица 48

Число степеней свободы <i>d.f.</i>	$\alpha$			Число степеней свободы <i>d.f.</i>	$\alpha$		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	$\infty$	1,6449	1,9600	2,5758

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
Построение эмпирических формул методом наименьших квадратов	4
Линеаризация экспоненциальной зависимости .....	7
Элементы теории корреляции .....	7
Пример .....	15
Построение линии тренда .....	24
Получение числовых характеристик с использованием функций Пинейн и лгрфприбл .....	25
Вычисление прогнозного значения .....	28
Расчет аппроксимации в программе, разработанной в среде Vba MS Excel .....	28
Расчет аппроксимации в mathcad .....	56
Варианты заданий к курсовой работе .....	59
Библиографический список .....	73
Приложение 1 .....	74
Приложение 2 .....	76

**ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНЫХ  
ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ**

*Методические указания к курсовой работе  
для студентов специальности 21.05.04*

Сост.: *Г.Н. Журов, А.Н. Никитин*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой  
информатики и компьютерных технологий

Ответственный за выпуск *Г.Н. Журов*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 10.01.2019. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 4,5. Усл.кр.-отт. 4,5. Уч.-изд.л. 4,0. Тираж 100 экз. Заказ 5. С 2.

Санкт-Петербургский горный университет  
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета  
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2