

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра горных транспортных машин

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОГО ТВОРЧЕСТВА
ЭКСПЕРИМЕНТ И ЕГО ПЛАНИРОВАНИЕ

*Методические указания по курсовому проектированию
для студентов специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019

УДК 519.242: 519.281(073)

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОГО ТВОРЧЕСТВА. Эксперимент и его планирование: Методические указания по курсовому проектированию / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *В.Ю. Коптев, П.В. Шишкин, С.Ю. Авксентьев*. СПб, 2019. 37 с.

Изложены методические указания и приведены справочные данные для самостоятельного выполнения работ по планированию экспериментальных исследований, обработки данных и построению моделей технологических процессов эксплуатации транспортных машин и систем горных предприятий. Методические указания включают области теоретических знаний по методам планирования и проведения экспериментальных исследований машин и оборудования и рекомендации по оформлению работы.

Сформирована структура исходных данных, предложены варианты тем курсового проекта, даны рекомендации к планированию экспериментальных исследований, получению регрессионного уравнения, выполнения проверок и построения графиков в виде поверхности отклика или функциональной кривой.

Сформулированы требования к оформлению пояснительной записки и графических материалов.

Предназначены для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Транспортные системы горного производства».

Научный редактор проф. *В.И. Александров*

Рецензент канд. техн. наук *Л.Н. Пашкин* (АО «Механобр Инжиниринг»)

ВВЕДЕНИЕ

В дисциплине «Основы инженерного творчества» изучаются методы экспериментальных исследований, направленные на повышение эффективности транспортных систем, совершенствование транспортных машин и оборудования и поиск технических решений для достижения наилучших режимов работы и повышения безопасности при эксплуатации.

Лекционный материал дисциплины связан с темами практических занятий, на которых изучаются методы исследования.

После изучения теоретического материала студент выполняет курсовой проект, который включает четыре основных этапа: непосредственное планирование, получение функциональной зависимости в виде регрессионного уравнения, выполнение проверок на однородность, адекватность и воспроизводимость и построение графиков в виде поверхности отклика или функциональной кривой. Для возможных целей экспериментальных исследований составлены три варианта задания, одно из которых (по согласованию с преподавателем) выполняет студент.

Целью работы является закрепление знаний, полученных студентом при изучении дисциплины "Основы инженерного творчества", развитие навыков самостоятельного решения инженерных задач по эксплуатации транспортных систем на горном предприятии.

Задачами изучения дисциплины являются:

- формирование у студентов компетенций по эффективному применению машин;
- развитие навыков самостоятельного решения инженерных задач;
- приобретение студентами навыков определения параметров в случае их неопределённости за счёт применения методов факторного анализа, а также построения математической модели в виде регрессионного уравнения;
- приобретение опыта проектирования (для выполнения других курсовых проектов и дипломных работ) и для эффективного использования в дальнейшей профессиональной деятельности.

1. Основные положения

Теория планирования инженерного эксперимента и интерпретация данных - важная часть дисциплины «Основы инженерного творчества».

Эксперимент - метод познания действительности в контролируемых и управляемых условиях.

Эксперимент включает три основных направления:

первое - подобие и моделирование. Отвечает на вопросы, какие величины следует измерять во время эксперимента и в каком виде обрабатывать результаты, чтобы выводы оказались справедливыми не только для данного частного случая, но и для группы объектов или явлений;

второе - статистическая обработка данных эксперимента. Представляет собой методику получения достоверных характеристик на основе данных, имеющих погрешности;

третье - планирование эксперимента. Включает совокупность процедур, использование которых при проведении эксперимента позволяет с минимальными затратами установить искомые зависимости.

Каждое из этих направлений является обширной и развивающейся областью знания, по которому имеется большой объем фундаментальных исследований, глубокое освоение которых требует значительных затрат времени и зачастую специальной математической подготовки. Учитывая реальные условия изложения курса, остановимся только на важнейших с практической точки зрения моментах теории подобия и моделирования, статистической обработки данных и планирования эксперимента. Вместе с тем считаем необходимым изложение построить так, чтобы в максимальной мере облегчить студентам изучение материала курса, особенно при организации самостоятельной работы, и чтобы полученных знаний оказалось достаточно для решения реальных задач прикладных научных исследований.

Различают два взаимосвязанных уровня исследований: *эмпирический* и *теоретический*.

На эмпирическом уровне с помощью наблюдений и экспериментов устанавливаются новые факты, позволяющие найти качественные и количественные характеристики исследуемых

объектов и явлений. Предполагается, что внутренняя структура объекта и сущность связей между входными и выходными величинами исследователю неизвестны, о них он судит по тому, какие значения принимают выходные величины при данных значениях входных.

Любые экспериментальные данные должны быть обобщены в виде выводов, рекомендаций, эмпирических закономерностей, которые выражают устойчивую повторяемость связи между эмпирическими характеристиками. На этом уровне получают ответ на вопрос о том, как протекает процесс.

На теоретическом уровне выдвигаются и формулируются общие закономерности для данной предметной области, позволяющие объяснить ранее выявленные факты и эмпирические законы, а также предсказать будущие события и факты, т.е. создаются теории.

Теория – это система достоверных знаний, которая описывает, объясняет и позволяет предвидеть явление в определенной предметной области. На теоретическом уровне исследования получают ответы на вопросы том, как протекает процесс и почему он протекает именно так.

Правильный выбор совокупности методов и средств проведения исследования, параметров и факторов в значительной мере определяет его успех. Учение о методах проведения исследования называется методологией, которая, в свою очередь, является разделом теории познания.

Опыт (наблюдением) называют однократное выполнение всех необходимых операций для получения одного экспериментального результата. В результате опыта получают одно число или совокупность чисел, характеризующих несколько разнородных данных.

Экспериментом называют совокупность опытов, объединенных одной системой их постановки, взаимосвязью результатов и способом их обработки. В итоге эксперимента получают совокупность результатов, допускающих совместную математическую обработку и сопоставление.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям.

Фактор – переменная величина, по предположению влияющая на результаты эксперимента. Факторами называют также измеряемые в процессе эксперимента условия проведения опытов.

Метод – совокупность приемов или операций практического или теоретического освоения действительности, подчиненных решению конкретной задачи.

Фактическое различие между методом и теорией носит функциональный характер: являясь теоретическим результатом прошлого исследования, метод выступает как исходный пункт и условие будущих исследований.

В процессе научного исследования широко применяются сочетания аналитического и эмпирического метода и различные методы:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1. Сравнение и измерение | 4. Научные гипотезы; |
| 2. Индукция и дедукция | 5. Абстракция и обобщение |
| 3. Анализ и синтез | 6. Моделирование |

Всякое исследование того или иного процесса в физике, химии, технологии имеет своей целью:

1. изучение механизма явления;
2. нахождение оптимальных условий его протекания.

2. Инженерный эксперимент

В инженерном эксперименте часто для объекта исследования используется модель "черного ящика", которую представляют в виде прямоугольника с выходными и входными стрелками (рис.1).

Входные стрелки соответствуют входным величинам ($x_1 \dots x_n$), а выходные - выходным величинам ($y_1 \dots y_m$). Последние характеризуют состояние объекта исследования. Первыми обозначается все, что оказывает влияние на выходные величины. Предполагается, что внутренняя структура объекта и сущность связей между входными и выходными величинами исследователю неизвестны, о них он судит по тому, какие значения принимают выходные величины при данных значениях входных.



Рис. 1. Модель «черный ящик»

В теории планирования эксперимента входные величины обычно называют факторами, а выходные - параметрами, откликами, реакциями и целевыми функциями.

Правильный выбор параметров и факторов в значительной степени предопределяет успех исследования. Строго формализованной методики их выбора нет. Здесь многое зависит от опыта экспериментатора, глубины проникновения в сущность объекта исследования, знаний теории планирования эксперимента.

Эксперимент ставят либо с целью аппроксимации, т.е. установления (проверки) существования связей для данного объекта между параметрами и факторами, либо с целью оптимизации, выбора наилучшего по каким-либо соображениям состояния. В последнем случае выходная величина называется параметром или критерием оптимизации.

2.2. Параметры, предъявляемые к ним требования

В инженерном эксперименте в качестве параметров принимаются экономические величины (приведенные затраты, себестоимость, производительность труда и т.д.) или технические (коэффициент полезного действия, расход энергии, производительность машины, давление, напряжение и т.д.).

К параметру предъявляются следующие основные требования. Параметр должен быть количественным и оцениваться числом, для качественных параметров используются ранговые и условные показатели оценки.

Параметр должен допускать проведение эксперимента при любом сочетании факторов. Недопустимо, чтобы при каком-либо сочетании произошел взрыв, поломка и т.д.

Данному сочетанию факторов с точностью до погрешности должно соответствовать одно значение параметра.

Параметр должен быть универсальным, т.е. характеризовать объект всесторонне.

Желательно, чтобы параметр имел простой экономический или физический смысл, просто и легко вычислялся.

Рекомендуется, чтобы параметр был единственным. Исследовать объект, построить математические зависимости можно для каждого параметра, оптимизация же может выполняться только по одному. Если параметров несколько, то рассматриваются компромиссные задачи. Выбирается основной параметр с точки зрения исследователя, а остальные используются для наложения соответствующих ограничений на объект. При невозможности однозначного назначения параметра, используется метод установления обобщенного параметра оптимизации [6, 7, 14].

2.3. Факторы и предъявляемые к ним требования

Факторы можно разделить на следующие три группы: в первую входят контролируемые и управляемые, которые можно измерять и устанавливать на соответствующем уровне по желанию экспериментатора (подача и частота вращения вала насоса, напряжение питающей сети и т.д.). Во вторую группу входят контролируемые, но неуправляемые величины. Например, температура окружающей среды, солнечная радиация и т.д. В третью группу включаются неконтролируемые и неуправляемые входные величины. Примером их могут быть воздействия, связанные со старением материала деталей объекта.

Фактором является любая величина, влияющая на параметр и способная изменяться независимо от других. Например, принято решение экспериментально проверить зависимость потерь давления в трубопроводе от определяющих факторов. Из гидравлики [5] известно, что потери давления Δp зависят от плотности жидкости ρ , коэффициента потерь по длине λ , длины l и диаметра d трубопровода, а также от средней скорости v . В рассматриваемом случае параметром являются потери давления. На них оказывают влияние пять величин: ρ , λ , l , d , v . Плотность, длина, диаметр и скорость удовлетворяет обоим требованиям, предъявляемым к

факторам: т. е. влияют на параметр и могут изменяться независимо от других. Коэффициент λ влияет на параметр, но является функцией диаметра и скорости. Он не удовлетворяет требованию независимости изменения и поэтому в качестве фактора одновременно с диаметром и скоростью быть не может. В рассмотренном случае параметр Δr является функцией не пяти, а только четырех факторов: ρ, l, d, v .

В теории эксперимента, кроме независимости к факторам предъявляются следующие требования: операциональности, совместимости, управляемости, точности и однозначности.

Факторы должны быть операционально определенными величинами. Если в качестве фактора выбрано давление, то необходимо установить, в какой точке оно будет измеряться и с помощью какого прибора. Совместимость факторов означает, что при всех сочетаниях их уровней эксперимент можно поставить и он будет безопасным.

Управляемость, как указывалось ранее, означает, что экспериментатор может устанавливать значение уровня фактора по своему усмотрению.

Точность установления факторов должна быть существенно (по крайней мере на порядок) выше точности определения параметра.

Однозначность означает непосредственность воздействия фактора на объект исследования. Можно использовать и сложные комбинации факторов (критерии подобия).

Факторы, как и параметры, должны быть количественными.

3. Свойства объекта исследования

Если об объекте известно все (априорная информация предельно высокая), то исследования не нужны. Если информация ограничена, то исследователь должен установить, какая новая информация нужна, и в соответствии с этим, а также в соответствии с рабочей гипотезой, составить план предстоящей работы. Рекомендации по выделению объекта исследования приведены ниже (Раздел 6).

3.1 Управляемость, объекта

Управляемость - свойство, позволяющее изменять состояние объекта по усмотрению исследователя. Управляемые объекты

характерны тем, что исследователь может изменять все входные величины. В частично управляемых объектах можно менять только их часть. На управляемых и частично управляемых объектах можно ставить эксперимент, за неуправляемыми можно только наблюдать.

3.2 Воспроизводимость объекта

Воспроизводимость - свойство объекта переходить в одно и то же состояние, если сочетание факторов находятся на одном и том же уровне. Чем выше воспроизводимость, тем проще выполнять эксперимент и тем достовернее его результаты.

4. Матрица планирования эксперимента

4.1. Уровни, интервалы варьирования и область определения факторов

Составлению плана эксперимента предшествует тщательный анализ объекта исследования с целью установления его параметров и факторов. В творческом отношении это наиболее важный этап. Ранее отмечалось, что в большинстве случаев априорной информации об объекте оказывается достаточно для установления параметра.

С выбором факторов дело обстоит значительно сложнее. Число факторов, характеризующих реально объекты, как правило, достаточно большое и их учет резко осложняет решение задачи. В реальных условиях факторы оказывают не одинаковое влияние на параметр, а именно влияние одних значимо, влиянием других можно пренебречь. Для разделения факторов на значимые и незначимые используются идеи дисперсионного анализа. Влияние фактора существенно, если вклад его в интересующей области, в дисперсию параметра значим на фоне дисперсии, обусловленной погрешностями опытов.

После определения значимых факторов определяют их уровни.

Уровнем фактора называется его значение, фиксируемое в эксперименте. В планах первого порядка достаточно использовать нижний и верхний уровни. В расчетах необходим также нулевой.

Обычно до основного эксперимента по тем или иным соображениям можно выделить диапазон, в котором исследователя интересует зависимость параметра от данного фактора. В этом

случае наибольшее значение фактора в диапазоне принимается за верхний уровень, а наименьшее за нижний (Рис.2).

Интервалом варьирования называется значение фактора в натуральных единицах, прибавление которого к нулевому дает верхний, а вычитание - нижний уровень.

Обозначим данный фактор X_i , его нижний уровень - X_{in} верхний- X_{ib} и нулевой- X_{i0} . Тогда интервал варьирования

$$\Delta X_i = X_{i0} - X_{in} = X_{ib} - X_{i0}.$$

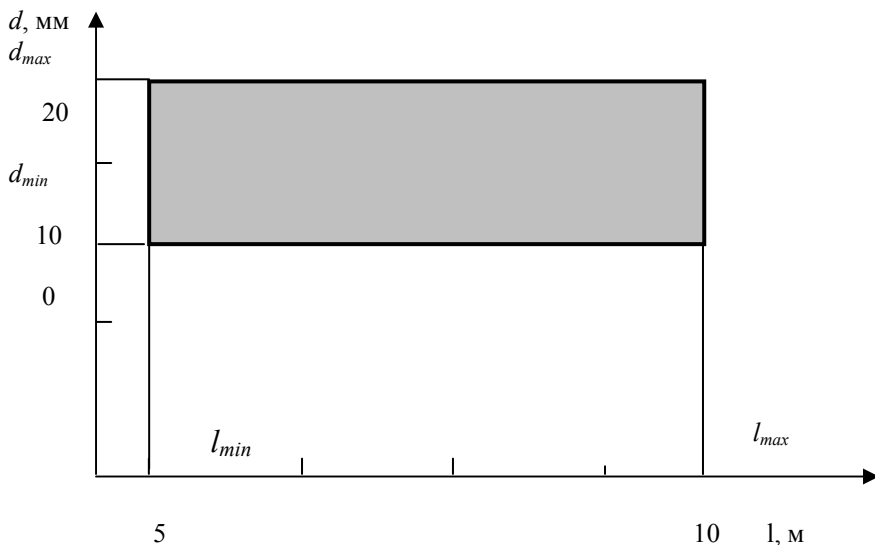


Рис. 2. Область определения факторов

В теории планирования эксперимента широко используются кодированные (безразмерные) значения фактора

$$x_i = (X_i - X_{i0}) / \Delta X_i,$$

где X_i и X_{i0} - натуральные значения факторов на соответствующем и нулевом уровнях; ΔX_i - интервал варьирования соответствующего фактора.

В соответствии с изложенным кодированные (безразмерные) значения любого фактора на нижнем уровне

$$x_{in} = (X_{in} - X_{i0}) / \Delta X_i = -1, \quad (4.1)$$

на верхнем

$$x_{ib} = (X_{ib} - X_{i0}) / \Delta X_i = +1, \quad (4.2)$$

Область определения факторов в эксперименте можно изобразить графически. Для двух факторов до кодирования она изображается прямоугольником, размеры которого зависят от масштабов и значений физических величин (рис 2).

После кодирования получаем квадрат (рис. 3). Для трех факторов, устанавливаемых на двух уровнях, такая область имеет вид куба. В общем случае для k факторов получим k -мерное пространство.

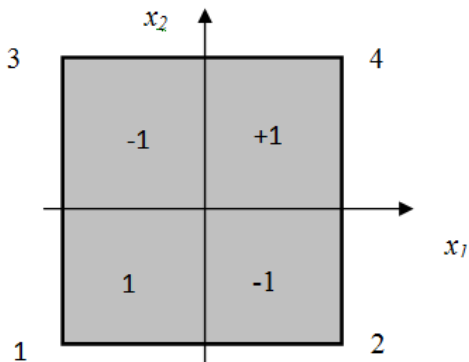


Рис. 3. Область определения кодированных факторов

4.2. Матрица планирования ПФЭ 2^k . Ее свойства

Если факторов два, то перебор всех возможных сочетаний на двух уровнях не представляет труда. Увеличение числа факторов значительно усложняет задачу. Существует несколько приемов построения матрицы. Рассмотрим один из наиболее распространенных - прием чередования знаков.

Он состоит в том, что элементарное сочетание первого фактора $-1; +1$ повторяется для каждого следующего на нижнем и верхнем уровнях. При этом в первом столбце, соответствующем x_0 , знаки не изменяются; во втором - изменяются через один; в третьем - через два, в четвертом - через четыре и т.д.

Эти матрицы обладают следующими свойствами:

первое свойство - симметричность. Каждый фактор во всех опытах в столбце/ на верхнем уровне встречается столько раз, сколько и на нижнем:

$$\sum_{u=1}^n x_{iu} = 0, \quad (4.3)$$

где u - номер опыта;

второе свойство - свойство нормировки. Факторы в матрице встречаются только на уровнях +1 и -1, Математически это свойство выражается зависимостью

$$\sum_{u=1}^n x_{iu}^2 = n ; \quad (4.4)$$

третье свойство - свойство ортогональности. Суммы почленных произведений двух любых столбцов матрицы равны нулю:

$$\sum_{u=1}^n x_{iu} x_{ju} = 0 ; \quad (4.5)$$

четвертое свойство - свойство ротабельности. Суть его состоит в том, что точка в матрице выбирается так, что точность предсказания параметра одинакова по всех направлениях.

Первые три свойства очевидны, они следуют из матриц. Доказательство четвертого приводится в специальной литературе.

4.3. Определение коэффициентов уравнения регрессии

Из основ регрессионного анализа следует, что если вид уравнения задан, то наиболее достоверные результаты будут получены при определении коэффициентов с использованием метода наименьших квадратов. В этом случае коэффициенты уравнения регрессии ищутся такими, чтобы сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от значений, вычисленных по формуле, была минимальной.

Рассмотрим методику определения коэффициентов для простейшей зависимости

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \quad (4.6)$$

Так как во всех опытах $x_0 = +1$, то уравнение (4.6) можно представить в виде

$$\hat{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

Для определения коэффициентов необходимо, чтобы сумма квадратов отклонений была минимальной:

$$\sum_{u=1}^n [y_u - (b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2)]^2 = \min$$

Последнее условие будет выполняться при:

$$\sum_{u=1}^n [y_u - (b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2)] x_0 = 0;$$

$$\sum_{u=1}^n [y_u - (b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2)] x_{1u} = 0;$$

$$\sum_{u=1}^n [y_u - (b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2)] x_{2u} = 0.$$

После преобразования получим

$$\sum_{u=1}^n y_u x_0 - b_0 \sum_{u=1}^n x_0^2 - b_1 \sum_{u=1}^n x_{1u} x_0 - b_2 \sum_{u=1}^n x_{2u} x_0 = 0;$$

$$\sum_{u=1}^n y_u x_{1u} - b_0 \sum_{u=1}^n x_{1u} x_0 - b_1 \sum_{u=1}^n x_{1u}^2 - b_2 \sum_{u=1}^n x_{1u} x_{2u} = 0;$$

$$\sum_{u=1}^n y_u x_{2u} - b_0 \sum_{u=1}^n x_{2u} x_0 - b_1 \sum_{u=1}^n x_{2u} x_{1u} - b_2 \sum_{u=1}^n x_{2u}^2 = 0.$$

В соответствии со вторым свойством матрицы (нормировки)

$$\sum_{u=1}^n x_{iu}^2 = n$$

В соответствии с третьим свойством (ортогональности)

$$\sum_{u=1}^n x_{iu} x_{ju} = 0, \text{ то:}$$

$$\sum_{u=1}^n y_u x_0 - b_0 n = 0;$$

$$\sum_{u=1}^n y_u x_{1u} - b_1 n = 0 \quad (4.7)$$

$$\sum_{u=1}^n y_u x_{2u} - b_2 n = 0$$

Переход к зависимости $\hat{y} = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$ добавит в систему (4.7) еще одно уравнение

$$\sum_{u=1}^n y_u x_{3u} - b_3 n = 0.$$

Таким образом, в общем случае коэффициент регрессии определяется из уравнения

$$\sum_{u=1}^n y_u x_{iu} - b_i n = 0.$$

Отсюда следует, что при любом числе факторов

$$b_i = \sum_{u=1}^n y_u x_{iu} / n. \quad (4.8)$$

В уравнении регрессии например,

$$\hat{y} = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2,$$

все коэффициенты имеют размерность параметра y , так как x_1, x_2 безразмерные величины. Кроме этого, факторы x_1, x_2 имеют одинаковый порядок (изменяются от -1 до +1). Поэтому коэффициенты b_1, b_2 отражают силу влияния соответствующего фактора. Значение коэффициента соответствует вкладу данного фактора в параметр при переходе с нулевого на верхний или нижний уровень.

По уравнению регрессии можно вычислить значения параметра при любом дробном значении факторов. Уравнение можно привести к виду, в котором факторы будут иметь свое первоначальное физическое значение. Для этого необходимо в него подставить

$$x_i = (X_i - X_{i0}) / \Delta X_i.$$

4.4. Оценка воспроизводимости опытов

Предположим, что при построении модели учтены все факторы, влияющие на параметр, а также, что между Y и X существует функциональная связь и что никакие случайные величины не влияют на объект. В этом случае каждый раз при постановке опыта с данным набором значений факторов будем получать одно и то же значение параметра и воспроизводимость опытов будет полная. В

реальных условиях учесть влияние абсолютно всех факторов нельзя, да и нет необходимости. Поэтому повторные /параллельные/ опыты не дают абсолютно одинаковых результатов, т.е. существует погрешность опыта.

Погрешности оцениваются дисперсией. В рассматриваемом случае дисперсия называется дисперсией воспроизводимости опытов. Для ее получения каждую строку матрицы планирования повторяют несколько раз. С целью исключения систематических погрешностей опыты выполняют в случайной последовательности, что называется рандомизацией. Практически поступают следующим образом. Предположим, что факторов два. ПФЭ требует постановки четырех опытов. Для оценки воспроизводимости решили каждую строку повторять дважды, т.е. поставить восемь опытов. Нумеруем эти опыты, а затем, пользуясь таблицей случайных чисел, устанавливаем порядок их проведения.

После выполнения опытов определяем построчные дисперсии

$$S_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (y_{uj} - \bar{y}_u)^2, \quad (4.9)$$

где m - число параллельных опытов; y_{uj} - значения параметра в опыте j данной u строки, $\bar{y}_u = \sum_{j=1}^m y_{uj} / m$ - математическое ожидание параметра в строке.

Однородность дисперсий S_u^2 проверяется с помощью критерия Кохрена или Фишера. Если дисперсии окажутся однородными, а только в этом случае по экспериментальным данным можно определять коэффициенты уравнения регрессии, они усредняются. Постановка параллельных опытов обуславливает большие материальные и временные затраты. Если есть основания ожидать умеренный разброс параметра, то повторные опыты проводятся не для всех строк матрицы, а только в одной точке факторного пространства, обычно в центре плана $x_1=x_2=\dots=x_k=0$.

В последнем случае дисперсия воспроизводимости определяется по уравнению:

$$S_b^2 = S_0^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_{0j} - \bar{y}_{0j})^2,$$

где S_0^2 - дисперсия в центре плана; n_0 - число параллельных опытов в нулевой точке; y_{0j} - значение параметра в параллельных опытах в нулевой точке; \bar{y}_{0j} - математическое ожидание параметра в нулевой точке.

4.5. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Случайная величина является значимой, если с принятой вероятностью выходит за пределы соответствующего доверительного интервала.

Коэффициенты уравнения регрессии определяют по выражению (4.8). С учетом параллельных опытов

$$b_i = \sum_{u=1}^n \bar{y}_u x_{iu} / n \quad (4.10)$$

В последнем выражении n - точная величина, а x_{iu} считается точной, так как предполагается, что погрешность определения фактора на порядок меньше погрешности определения параметра. Таким образом,

$$b_i = f(\sum \bar{y}_u)$$

Выражение для дисперсии коэффициента b_i :

$$S_{b_i}^2 = \sum_{u=1}^n (\partial b_i / \partial \bar{y}_u)^2 S_{\bar{y}_u}^2.$$

Например, при $n=4$ (два фактора на двух уровнях)

$$b_0 = (\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4) / 4,$$

$$S_{b_0}^2 = \frac{1}{16} S_{\bar{y}_1}^2 + \frac{1}{16} S_{\bar{y}_2}^2 + \frac{1}{16} S_{\bar{y}_3}^2 + \frac{1}{16} S_{\bar{y}_4}^2,$$

так как дисперсии $S_{\bar{y}_2}^2, S_{\bar{y}_2}^2$ и др. однородны, то можно считать:

$$S_{\bar{y}_1}^2 \cong S_{\bar{y}_2}^2 \cong S_{\bar{y}_3}^2 \cong S_{\bar{y}_4}^2$$

$$S_{b_0}^2 = S_{\text{св}}^2 / 4$$

В общем случае

$$S_{b_i}^2 = S_{\text{св}}^2 / n \quad (4.11)$$

Число степеней свободы $S_{b_i}^2$ равно $f=n(m-1)$

Доверительный интервал для коэффициента b_i :

$$|\bar{b}_i| - t_\alpha S_{b_i} \leq |b_i| \leq |\bar{b}_i| + t_\alpha S_{b_i}$$

Предположим, что коэффициент b_i незначим. В этом случае $|\bar{b}_i| = 0$. Для значимых коэффициентов должно выполняться условие

$$|\bar{b}_i| > t_\alpha S_{b_i} \quad (4.12)$$

Критерий t_α принимается из таблиц для соответствующего уровня значимости α и числа степеней свободы $f=n(m-1)$.

4.6 Проверка адекватности уравнения регрессии

На первом этапе определяется дисперсия адекватности

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{1}{n-l} \sum_{u=1}^n (\bar{y}_u - y_u)^2 \quad (4.13)$$

где l - число коэффициентов уравнения регрессии; y_u - расчетное по уравнению значение параметра.

Затем с помощью критерия F проверяется однородность дисперсии адекватности и воспроизводимости.

5. Пример

Составить план эксперимента по установлению зависимости производительности гидроотбойки добычных работ от определенных факторов в условиях данного забоя при постоянном подводимом к участку давлении воды, погодных условиях и др.

5.1. Задачи исследования

Задачами исследования являются:

- Описать проводимый эксперимент: условия, приборное обеспечение, обоснование параметра, перечисление факторов и выбор значимых, ссылки на литературу;
- Построение планов (полного и в виде кодов) эксперимента в виде таблиц;
- Определение коэффициентов уравнений;
- Получение функциональной зависимости в виде регрессионного уравнения;
- Выполнения проверок на однородность, значимость, адекватность и воспроизводимость;
- Построения графиков поверхности отклика, функциональной кривой.

5. 2. Составление плана эксперимента

Из условий примера следует, что параметром в данном случае является производительность гидроотбойки. Она зависит от характеристик пласта (мощность, угол падения, крепость, вязкость, трещиноватость угля и т.д.), ширины заходки и свойств струи в контакте с массивом. Для данного пласта, угол падения и т.д. являются заданными величинами и поэтому в условиях примера не могут быть факторами. Принимаем ширину заходки - постоянной и заданной величиной.

Свойства струи в контакте с массивом зависят от давления перед насадком, его диаметра и расстояния до груди забоя. Если задано давление подводимой к участку воды, то давление перед насадком функционально связано с диаметром последнего. Поэтому одновременно диаметр насадка и давление перед ним в рассматриваемом случае не могут быть факторами.

Следовательно, факторами в условиях данного примера являются диаметр насадка и расстояние до груди забоя.

Примем в качестве первого фактора диаметр насадка. Обозначим его X_1 . Вторым фактором X_2 будет расстояние до груди забоя. Предварительными экспериментами установлена целесообразность проведения исследований при диаметрах насадка

$X_1=16.....22$ мм и расстояниях $X_2=1.....9$ м. С учетом этого принимаем уровни факторов: $X_{1н}=16$ мм; $X_{1в}=22$ мм; $X_{2н}=1$ м; $X_{2в}=9$ м. Тогда нулевые уровни примут значения $X_{10}=19$ мм; $X_{20}=5$ м, а интервал варьирования $\Delta X_1=3$ мм; $\Delta X_2=4$ м.

Кодированные значения верхних и нижних уровней факторов будут соответственно +1 и -1. Все возможные комбинации при варьировании факторов на двух уровнях в рассматриваемом примере определяются четырьмя опытами. План эксперимента изображен в виде матрицы планирования для двух факторов на двух уровнях, приведённой в таблице 5.1. Для удобства определения свободного члена полинома обычно вводится фиктивный фактор x_0 , значение которого всегда равно +1, $x_0=+1$

По данным проведенного эксперимента можно составить линейное уравнение регрессии и определить его коэффициенты:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2,$$

где \hat{y} -расчетное значение параметра.

Таблица 5.1

Номер опыта	Факторы			Параметр y т/ч
	x_0	x_1	x_2	
1	+1	-1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

Теперь обработка эксперимента сведена к получению зависимости производительности гидроотбойки от выбранных факторов.

Матрицу планирования и результаты эксперимента сведем в таблицу 5.2.

Таблица 5.2.

Номер опыта в матрице	Порядок реализации опыта	x_0	Диаметр насадка		Расстояние		Производительность гидромонитора, т/ч		
			код	мм	код	мм	по опыту	Средняя	Расчетная
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4, 12, 2	+1	-1	16	-1	1	9, 10, 14	11	13
2	3, 7, 8	+1	+1	22	-1	1	25, 20, 27	24	22
3	9, 1, 11	+1	-1	16	+1	9	5, 4, 6	5	3
4	5, 6, 10	+1	+1	22	+1	9	13, 8, 9	10	12

Коэффициенты уравнения регрессии определяются в соответствии с выражением (4.10)

$$b_0 = \sum_{u=1}^n \bar{y}_u x_0 / 4 = (11 + 24 + 5 + 10) / 4 = 12,5 \text{ (т/ч)}$$

$$b_1 = \sum_{u=1}^n \bar{y}_u x_{1u} / 4 = (-11 + 24 - 5 + 10) / 4 = 4,5 \text{ (т/ч)},$$

$$b_2 = \sum_{u=1}^n \bar{y}_u x_2 / 4 = (-11 - 24 + 5 + 10) / 4 = -5,0 \text{ (т/ч)}.$$

Воспроизводимость опытов оценивается в следующем порядке. Вычислим построчные дисперсии:

$$S_1^2 = \frac{1}{3-1} [(9-11)^2 + (10-11)^2 + (14-11)^2] = 7 \text{ (т/ч)}^2$$

$$S_2^2 = \frac{1}{3-1} [(25-24)^2 + (20-24)^2 + (27-24)^2] = 13 \text{ (т/ч)}^2$$

$$S_3^2 = \frac{1}{3-1} [(5-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2] = 1 \text{ (т/ч)}^2$$

$$S_4^2 = \frac{1}{3-1} [(13-10)^2 + (8-10)^2 + (9-10)^2] = 7 \text{ (т/ч)}^2$$

Проверим однородность дисперсий. Для этого сравним S_2^2 с S_3^2 .

Расчетное значение критерия Кохрена

$$G_p = S_2^2 / (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2) = 13 / 28 = 0,464.$$

Для уровня значимости $\alpha=0,05$ и степеней свободы $f=2$ и $f=4$ табличное значение G -критерия равно $G_m=0,9057$.

Таким образом, дисперсии однородны.

Дисперсия воспроизводимости

$$S_B^2 = S_{св}^2 = (7 \cdot 2 + 13 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 7 \cdot 2) / 8 = 7(\text{т/ч})^2.$$

Значимость коэффициентов уравнения регрессии проверяют в таком порядке.

По выражению (4.11) определяют дисперсию коэффициентов

$$S_{b_i}^2 = S_{св}^2 / n = 7 / 4 = 1,75$$

В соответствии с выражением (4.12) доверительный интервал для коэффициентов должен быть $|b_i| \geq t_\alpha S_{b_i}$

Табличное значение критерия t_α для уровня значимости $\alpha=0,05$ и числа степеней свободы $f=n(m-1)=4(3-1)=8$ составляет 2,306.

Доверительный интервал $t_\alpha S_{b_i} = 2,306\sqrt{1,75} = 3,05$ (т/ч).

Т.к $b_0=12,5$, $b_1=4,5$ и к $|b_2|=5,0$ и больше 3,05, то все коэффициенты значимы.

Адекватность уравнения регрессии проверяется в таком порядке. В соответствии с выражением (4.13) определяем дисперсию адекватности

$$S_{ад}^2 = [(11-13)^2 + (24-22)^2 + (5-3)^2] + (10-12)^2 / (4-3) = 16$$

Расчетное значение критерия Фишера

$$F_p = S_{ад}^2 / S_B^2 = 16 / 7 = 2,286.$$

Критическое значение критерия для уровня значимости 0,05 и числа степеней свободы $f_1=4-3=1$ и $f_2=4(3-1)=8$ в соответствии с таблицей 3.4 $F_\alpha=5,32$. Так как $F_p=2,286 < F_\alpha=5,32$, то уравнение $y = 12,5 + 4,5x_1 - 5,0x_2$ адекватно эксперименту.

6. Рекомендации к выполнению проекта

Работа выполняется с одним из видов транспортного технологического процесса горного производства (объект исследования) по выбору студента и согласовывается с преподавателем.

Пример названия темы проекта:

Планирование и обработка данных экспериментальных исследований с построением моделей «Указать исследуемый технологический процесс эксплуатации транспортной системы или транспортной машины» «горного предприятия указать» для определения параметров (конструктивных, эксплуатационных) «Назвать параметр».

Можно в названии также указать факторы или цель работы.

Названия факторов и параметров принять, исходя из физической сути выбранного процесса.

Примерные темы курсового проекта:

1. Построение модели определения параметров рабочего процесса транспортной машины или системы.
2. Построение модели определения технологических параметров транспортной машины или системы.
3. Планирование эксперимента и определение неизвестных/вызывающих сомнения параметров эксплуатации транспортной машины или системы.

Рекомендации. Эксперимент может выполняться:

1. на лабораторном оборудовании каф. ГТМ с процессами, которые обеспечены приборами для проведения эксперимента;
2. темой исследования процесса может служить опубликованное исследование (статья, реферат, монография и др.), не ставящее задачей получение модели в виде регрессионного уравнения для выбранного параметра или зависимости от невыбранных в исследовании параметров или факторов, но содержащего достоверные данные для численного определения параметров и факторов;
3. темой может быть исследование (см предыдущий пункт), для которого значения параметров и факторов вызывают сомнение, либо выходящие за диапазоны варьирования в исследовании.

Исходные данные к проекту. Задаются индивидуально значения факторов и параметров, цель работы, описание производства, параметры транспортной схемы (план и профиль трасс, количество погрузочных, разгрузочных и перегрузочных пунктов и характеристики применяемого оборудования, влияющие на процесс факторы и диапазоны варьирования факторов.

Исходные данные должны позволить заполнение табл. 5.2.

Основной задачей работы является:

По заданным условиям выбрать конкретный тип технологии и произвести планирование его эксперимента.

Рекомендации. Принять не более 2-3-х факторов, выбрать порядок проведения опытов, измерительную аппаратуру и порядок проведения эксперимента.

При выполнении расчетов рекомендуется пользоваться справочными таблицами (Приложения) и использовать дополнительную литературу [3-5].

7. Требования к оформлению

Правила составления и оформления пояснительной записки (ПЗ) изложены в соответствии с ГОСТ 7.32–2001, другими нормативными документами и методическими указаниями [15].

Пояснительная записка выполняется на листах формата А4. Каждый лист заполняется только с одной стороны.

По окончании оформления записки все листы сшиваются в папку.

На титульном листе указываются кафедра, наименование курсового проекта, фамилия автора, шифр группы, фамилия, должность руководителя проекта и подписывается автором.

Принимаемые решения и исходные расчетные данные должны быть достаточно полно мотивированы, а принятые справочные данные должны сопровождаться ссылками на источники.

Формулы дают сначала в общем виде с расшифровкой буквенных обозначений, затем в формулы подставляются цифровые значения расчетных величин, приводят конечный цифровой результат с указанием единиц измерения.

Текстовая часть пояснительной записки должна быть краткой и свободной от повторов.

В библиографический список включают только те источники, на которые сделана ссылка в тексте пояснительной записки. При ссылке на литературу указывается порядковый номер, под которым данный источник значится в списке используемой литературы. после порядкового номера следует указать фамилии и инициалы авторов, название книги или статьи (с указанием, в каком журнале или сборнике опубликована статья), место, издательство и год издания, а также номера страниц, на которых изложен материал.

Пояснительная записка в сшитом (сброшюрованном) виде, со схемами и эскизами и копией на электронном носителе сдаётся на кафедру. После ознакомления с работой производится собеседование с автором и ставится оценка.

Содержание пояснительной записки: краткие сведения о процессе; блок исходных данных; обоснование необходимости проведения экспериментального исследования; цель работы; анализ влияющих факторов и параметров и обоснование выбора наиболее значимых; выбор условий, методов и приборов для измерений; выбор последовательности проведения эксперимента (опытов); построение матрицы планирования эксперимента; результаты проверки воспроизводимости опытов, значимости и однородности коэффициентов и адекватности модели; построения графиков поверхности отклика или функциональной кривой; анализ полученной модели; заключение о применимости модели; список литературы.

Графическая часть работы: чертежи (схемы) объектно-планировочных условий проведения эксперимента (не менее 2-х видов) с транспортной схемой, размещением средств измерения и оборудования, формирующего грузопоток; трасс; схем погрузки-разгрузки (в забое, на отвале, ОФ, складе); не менее двух проекций транспортных машин и применяемого оборудования, чертежи наиболее важных или оригинальных изучаемых узлов, график поверхности отклика.

РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Баранов Е.Г.* Основы научных исследований /В.А. Букоко, О.В. Колоколов, А.Н. Денисенко, А.П. Жендринский. К-Донецк: Вища школа, 1984 – 176 с.
2. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. – М.: Прогресс, 1978 – 400 с.
3. ГОСТ 24026-80 Исследовательские испытания/ Планирование эксперимента. Термины и определения.
4. *Докукин В.П.* Основы инженерного творчества: Конспект лекций / В.П. Докукин, В.В. Габов. СПб.:РИЦ СПГГИ, 2002 - 50 с.
5. *Докукин В.П.* Основы математического моделирования: Конспект лекций. СПб.:РИЦ СПГГИ, 2000 -70 с.
6. *Кабанов О.В.* Исследование машин и оборудования металлургического производства. Метод.указания. СПб.:РИЦ СПГГИ, 2004 - 50 с.
7. *Коленко Е.А.* Технология лабораторного эксперимента. СПб: Политехника, 1994 – 752 с.
8. *Коптев В.Ю.* Исследование машин и оборудования/ Основы инженерного творчества и моделирование. СПб: РИЦ СПГГИ, 2011 - 32 с.
9. *Коптев В.Ю.* Горные машины и оборудование/Проектирование схемы транспорта при проведении горных выработок и строительстве подземных сооружений. СПб.:РИЦ СПГГИ, 2003 – 45 с.
10. *Лопатников Л.И.* Экономико-математический словарь. – М.: Дело, 2003 - 520с.
11. *Любченко Е.А.* Планирование и организация эксперимента: учебное пособие. Часть 1/ Е.А. Любченко, О.А. Чуднова. Владивосток: Изд-во ТГЭУ, 2010 – 156 с.
12. *Смоленский В.В.* Статистические методы обработки экспериментальных данных. СПб.:РИЦ СПГГИ, 2003 - 101с.
13. *Тимошенко Г.М.* Теория инженерного эксперимента /Г.М. Тимошенко , П.Ф. Зима. Донецк: ДПИ, 1991 – 60 с.
14. *Шенон Р.* Имитационное моделирование систем – искусство и наука – М.: Мир, 1978 - 420 с.

Приложения

Приложение 1

Интервальная оценка

Обычно экспериментатор делает небольшое (пять-семь) число измерений. При определении оценок необходимо использовать распределение Стьюдента.

Широко используют интервальные оценки для единичного измерения

$$\bar{x} - t_{\alpha} S_x \leq x_i \leq \bar{x} + t_{\alpha} S_x \quad (\text{П } 1.1)$$

и математического ожидания.

$$\bar{x} - t_{\alpha} S_{\bar{x}} \leq x_i \leq \bar{x} + t_{\alpha} S_{\bar{x}} \quad (\text{П } 1.2)$$

В выражениях (П 1,1) и (П 1.2) t_{α} -критерий Стьюдента, который выбирается из таблиц (таблица П 1) в зависимости от доверительной вероятности $P = 1-\alpha$ или уровне значимости α . и числа степеней свободы $f = n-1$, где n -число опытов. В таблице П 1 приведены значения критерия Стьюдента (t_{α}) для $P=0.95$.

Таблица П.1

Критерий Стьюдента (t_{α}) для $P=0.95$

f	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	60
t_{α}	--	4.303	3.182	2.776	2.571	2.447	2.306	2.228	2.086	2.042	2

Пример. По шести измерениям подачи насоса 105, 95, 100, 103, 99, 98 м³/ч определить интервальную оценку для математического ожидания, которое составляет для данной выборки $\bar{x} = 100$ м³/ч. Среднеквадратичное отклонение для единичного измерения $S_x = 3.55$ /

Среднеквадратичное отклонение для оценки математического ожидания:

$S_{\bar{x}} = S_x / \sqrt{n}$ $S_{\bar{x}} = 3.55 / \sqrt{6} = 1/46$ м³/ч. Для числа степеней свободы $f=n-1=6-1=5$, по таблице П 1 находим критерий $t_{\alpha}=2.571$.

Таким образом:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha} S_{\bar{x}} = (100 \pm 2.571 \cdot 1/46) = 100 \pm 3.75 \text{ м}^3/\text{ч}$$

Конечный результат следует приводить в таком виде $Q = 100 \pm 3.75$ м³/ч.

Проверка однородности результатов параллельных опытов и выявление грубых погрешностей

Предположим, что несколько раз измеряли одну и ту же величину (поставили параллельные опыты). Нас интересует, однородны ли результаты выборки, не допущены ли грубые ошибки (промахи). Известно несколько методик решения поставленной задачи, и все они сводятся к определению с соответствующей вероятностью доверительного интервала. Если какой-либо результат выходит за пределы интервала, то он является грубой погрешностью, его следует исключить и оценку всех параметров выборки провести заново.

Когда случайные величины заведомо подчиняются нормальному закону распределения, следует пользоваться стандартом СЭВ СТ 545-77 "Правила оценки аномальности результатов наблюдений".

На первом этапе упорядочивают результаты измерений и записывают их в возрастающем порядке: $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$

Затем определяют выборочное среднее по формуле (П 2.1) и выборочное среднеквадратичное отклонение по выражению (П 2.2.). Для оценки принадлежности x_1 и x_2 к данной совокупности вычисляются величины:

$$U_1 = (\bar{x} - x) / S_x \quad \text{П 2.1}$$

$$U_n = (x_n - \bar{x}) / S_x \quad \text{П 2.2}$$

Выбирается приемлемый с точки зрения исследователя уровень значимости (обычно $\alpha=0.05$) По таблицам определяют предельные значения параметра h в зависимости от объема выборки n . При $\alpha=0.05$ и $n < 20$ значение h , из таблице П. 2.

Таблица П. 2.

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
h	1.15	1.46	1.67	1.82	1.94	2.03	2.11	2.18	2.23	2.29	2.33	2.37	2.41	2.44
n	17	18	19	20										
h	2.48	2.50	2.53	2.56										

Если расчетные значения U_1 или U_n окажутся больше или равны уровню h , то соответствующий результат x_1 или x_n является аномальным. Он исключается из выборки, а расчеты выполняются заново. Вникнув в суть изложенной методики, не трудно прийти к следующему. Для соответствующего уровня значимости находят

доверительный интервал:

$$\begin{aligned}x_{min} &= \bar{x} - hS_x \\x_{max} &= \bar{x} + hS_x\end{aligned}$$

Грубой погрешностью считается величина, которая выходит за пределы доверительного интервала или лежит на его границах. т.е. если выполняются условия: $x_1 \leq x_{min}$ или $x_n \geq x_{max}$

Пример. Располагаем шестью измерения, подачи насоса: 95; 98; 99,100,103 и 105 м³/ч. Необходимо с вероятностью $P = 0,95$ установить однородность выборки. Ранее было установлено, что для данной $X = 100$ м³/ч, а $S_x = 3,577$ м³/ч.

Определим $U_1 = (100-95)/3,577 = 1,398$, $U_6 = (105-100)/3,577 = 1,398$. По таблице П 2 при объеме выборки $n=6$ предельное значение $h=1,82$. Так как $U_1=U_6=1,398 < h=1,82$, то результаты измерения не являются грубыми погрешностями.

Проверка однородности дисперсий

Такую операции приходится выполнять, когда сопоставляются результаты нескольких выборок. Например, проводят испытания двух машин в одинаковых условиях, или экспериментально устанавливают связь между параметром y и фактором x для каждого контрольного уровня фактора с целью повышения точности результатов проводятся параллельные опыты. В первом случае располагаем двумя выборками, каждая из которых характеризуется своим математическим ожиданием и своей дисперсией. Во втором случае число выборок равно n . Соответственно до n увеличивается и число дисперсий.

И в первом и во втором случаях дисперсии будут различными. Это различие может быть статистически незначимым (дисперсии однородны) или статистически существенным, значимым (дисперсии неоднородны).

В последнем случае выборки сопоставлять нельзя. Дальнейшая обработка результатов эксперимента при этом недопустима.

Для проверки однородности двух дисперсий на практике наиболее часто используется критерий Фишера [5] Этот критерий (F -критерий) представляет отношение большей дисперсии к меньшей:

$$F = S_1^2 / S_2^2 \quad (S_1^2 > S_2^2) \quad \text{П. 3.1}$$

Расчетное значение критерия сравнивается о критическим табличным, определяемым для принятого уровня значимости и соответствующих S_1^2 и S_2^2 степеней свободы f_1 и f_2 . Значение F -критерия при уровне значимости $\alpha=0.05$ приведены в табл. П. 3. 1. Необходимо иметь в виду, что $F_\alpha(f_1, f_2) \neq F_\alpha(f_2, f_1)$

Если расчетное значение $F < F_\alpha(f_1, f_2)$, то дисперсии однородны и вместо S_1^2 и S_2^2 необходимо пользоваться средневзвешенным значением

$$S_{\text{св}}^2 = (S_1^2 f_1 + S_2^2 f_2) / (f_1 + f_2) \quad \text{П. 3.2}$$

При проверке однородности трех и более дисперсий, имеющих одинаковые числа степеней свободы, используется критерий Кохрена (G -критерий):

$$G = S_{\max}^2 / \sum_{i=1}^n S_i^2, \quad \text{П. 3.3}$$

где S_{\max}^2 -наибольшее значение среди сравниваемых дисперсий;

$\sum_{i=1}^n S_i^2$ -общая сумма сравниваемых дисперсий.

Табличные значения критерия Кохрена $G(f_1, f_2)$ при уровне значимости $\alpha=0.05$ приведены в таб. П 3.2. Число степеней свободы для дисперсии S_{\max}^2 равно f_1 , а для $\sum_{i=1}^n S_i^2$ $-f_2=n$, где n -общее число дисперсий.

Если число степеней свободы дисперсий S_i^2 не одинаково, то проверки используют критерий Бартрета [5]. По результатам всех m и n опытов определим среднее.

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} / mn$$

и сумму квадратов отклонений:

$$Q = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y})^2$$

При уровне фактора в i -м опыте (соответствующая строка) определим среднее:

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} / n$$

Сумма квадратов отклонений построчных средних \bar{y}_i относительно среднего всей выборки:

$$Q_{\phi} = \sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad \text{П.3.4}$$

оценивает влияние изменения фактора на параметр.

Таблица

числит знамен	<i>F</i> -распределение. Уровень значимости $\alpha=0.05$										
	Число степеней свободы										
	1	2	3	4	5	6	10	20	50	100	∞
1	161	200	216	225	230	234	242	248	252	253	254
2	18.51	19	19.16	19.25	19.3	19.35	19.39	19.44	19.47	19.49	19.5
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.78	8.66	8.58	8.56	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	5.95	5.8	5.7	5.66	5.63
5	8.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.74	4.56	4.44	4.4	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.06	3.87	3.75	3.71	3.67
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.34	3.15	3.03	2.98	2.93
10	4.96	4.1	3.71	3.48	3.33	3.22	2.97	2.77	2.64	2.59	2.54
20	4.35	3.49	3.1	2.87	2.71	2.6	2.35	2.18	1.96	1.9	1.84
40	4.08	3.23	2.88	2.61	2.45	2.34	2.07	1.84	1.66	1.59	1.51
100	3.94	3.09	2.7	2.46	2.3	2.19	1.92	1.68	1.48	1.39	1.28

Таблица П 3.2

G-распределение. Уровень значимости $\alpha=0.05$

числ знам	1	2	3	4	5	6	10	16	36	∞
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8534	0,8534	0,7880	0,7341	0,6602	0,5000
3	0,9569	0,8709	0,7977	0,7457	0,6071	0,6771	0,6025	0,5466	0,4748	0,3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,4684	0,4366	0,3720	0,2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4118	0,3645	0,3066	0,2000
6	0,7608	0,6161	0,5321	0,4303	0,4447	0,4184	0,3568	0,3135	0,2612	0,1667
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,2829	0,2462	0,2022	0,1250
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2623	0,2353	0,2032	0,1655	0,1000
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1671	0,1429	0,1144	0,0677
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1303	0,1108	0,0879	0,0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1113	0,0942	0,0743	0,0417
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,0921	0,0771	0,0604	0,0333
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0713	0,0595	0,0462	0,0250
∞	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Дисперсия влияния фактора

$$S_{\phi}^2 = Q_{\phi} / (m - 1).$$

Число степеней свободы $f_{\phi} = m - 1$.

Найдем построчные суммы квадратов отклонений соответствующей группы опытов относительно своих средних (\bar{y}_i):

$$Q_i = \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

Дисперсии рассматриваемых выборок

$$S_i^2 = Q_i / (n - 1)$$

Они имеют число степеней свободы $f_i = n - 1$.

Суммировав Q_i получим величину, равную вкладу погрешностей опытов в общую сумму квадратов отклонений:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^m Q_i.$$

В математической статистике доказывается, что $Q = Q_\phi + Q_0$.

В общем, такой результат соответствует элементарной логике: сумма квадратов отклонений определяется суммой квадратов отклонений, обусловленных вкладом фактора и суммой квадратов погрешностей всех видов.

Если дисперсии S_i^2 однородны, что проверяется по критерию Кохрена, то дисперсия погрешностей всех опытов (средневзвешенная дисперсия опытов)

$$S_0^2 = Q_0 / m(n - 1) \quad (\text{П } 3.5)$$

Из изложенного следует, что дисперсии S_ϕ^2 и S_0^2 однородны при

$$F = S_\phi^2 / S_0^2 < F_\alpha (f_\phi = m - 1, f_0 = m(n - 1))$$

Однородность дисперсий свидетельствует, что фактор в данном интервале не влияет на параметр. И, наоборот, невыполнение условия является свидетельством значимого влияния фактора на параметр.

Таблица П 3.3.

Уровень фактора x	Номер опыта						\bar{y}_i	S_i^2
	1	2	j	n		
1	y_{11}	y_{12}	y_{1j}	y_{1n}	\bar{y}_1	S_1^2
2	y_{21}	y_{22}	y_{2j}	y_{2n}	\bar{y}_2	S_2^2
.
.
i	y_{i1}	y_{i2}	.	y_{ij}	.	y_{in}	\bar{y}_i	S_i^2
.
m	y_{m1}	y_{m2}	.	y_{mj}	.	y_{mn}	\bar{y}_m	S_m^2

Приложение 4

Рандомизация номера опыта

После выбора плана эксперимента, основных уровней и интервалов варьирования факторов переходят к эксперименту. Каждая строка матрицы - что условия эксперимента. Для исключения систематических ошибок рекомендуется эксперименты, предусмотренные матрицей, проводить в случайной последовательности. Порядок проведения следует выбирать по таблице случайных чисел (табл. П 4). Например, если требуется провести восемь экспериментов, то из случайного места таблицы последовательно выписывают числа, лежащие в интервале от 1 до 8, при этом не учитываются уже выписанные и числа больше восьми. Так, например, начиная с числа 87 (1-я строка табл. П 4), получаем следующую последовательность реализации экспериментов:

Номер опыта в матрице 1 2 3 4 5 6 7 8
 Порядок реализации эксперимента 8 7 6 3 2 5 1 4

Таблица П 4

Фрагмент таблицы случайных чисел																	
87	63	88	23	62	51	07	69	59	02	89	49	14	98	53	41	92	36
07	76	85	37	84	37	47	32	25	21	15	08	82	34	57	57	35	22
03	33	48	84	37	37	29	38	37	89	76	25	09	69	44	61	88	23
13	01	59	47	64	04	99	59	96	20	30	87	31	33	69	45	58	48
00	83	48	94	44	08	67	79	41	61	41	15	60	11	88	83	24	82
24	07	78	61	89	42	58	88	22	16	13	24	40	09	00	65	46	38
61	12	90	62	41	11	59	85	18	42	61	29	88	76	04	21	80	78
27	84	05	99	85	75	67	80	05	57	05	71	70	21	31	99	99	06
96	53	99	25	13	63												

Для компенсации влияния случайных погрешностей каждый эксперимент рекомендуется повторить n раз. Эксперименты, повторенные несколько раз при одних и тех же значениях факторов, называют параллельными. Под дублированием понимают постановку параллельных экспериментов. Обычно число n параллельных экспериментов принимают равным 2-3, реже – 4-5.

При равномерном дублировании все строки матрицы планирования имеют одинаковые числа параллельных экспериментов. При этом варианте эксперимент отличается повышенной точностью, а математическая обработка экспериментальных данных - простотой.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Основные положения	4
2. Инженерный эксперимент	6
2.1. Модель "черный ящик"	6
2.2. Параметры, предъявляемые к ним требования.	7
2.3. Факторы и предъявляемые к ним требования	8
3. Свойства объектов исследований	9
3.1. Управляемость, объекта	9
3.2. Воспроизводимость объекта	10
4. Матрица планирования эксперимента	10
4.1. Уровни, интервалы варьирования и область определения факторов.	10
4.2. Матрица планирования ПФЭ 2^k . Ее свойства	12
4.3. Определение коэффициентов уравнения регрессии	13
4.4. Оценка воспроизводимости опытов	16
4.5. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии	17
4.6. Проверка адекватности уравнения регрессии	18
5. Пример	19
5.1. Задачи исследования	20
5.2. Составление плана эксперимента	22
6. Рекомендации к выполнению проекта	23
7. Требования к оформлению	24
Рекомендуемый библиографический список	26
Приложения	27

ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНОГО ТВОРЧЕСТВА
ЭКСПЕРИМЕНТ И ЕГО ПЛАНИРОВАНИЕ

*Методические указания по курсовому проектированию
для студентов специальности 21.05.04*

Сост.: *В.Ю. Коптев, П.В. Шишкин, С.Ю. Авксентьев*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой
горных транспортных машин

Ответственный за выпуск *В.Ю. Коптев*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 15.04.2019. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 2,15. Усл.кр.-отг. 2,15. Уч.-изд.л. 1,8. Тираж 100 экз. Заказ 359. С 132.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2