

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**  
**КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ**  
**РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА**

*Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов специальности 21.05.04  
и бакалавриата направления 13.03.02*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**  
**2019**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра механики

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**  
**КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ**  
**РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА**

*Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов специальности 21.05.04  
и бакалавриата направления 13.03.02*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2019

УДК 531.8 (075.8); 621.81 (073)

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА. Кинематическое исследование рычажного механизма:** Методические указания к самостоятельной работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *А.В. Большунов, А.Ю. Кузькин*. СПб, 2019. 50 с.

Представлены методические указания к самостоятельной работе по дисциплине «Прикладная механика». Приведены основные теоретические сведения, разобран пример выполнения домашнего задания и предложены варианты заданий для самостоятельной работы студентов.

Предназначены для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» и бакалавриата направления 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», а также для самостоятельной работы студентов, обучающихся по другим специальностям и направлениям подготовки, изучающих дисциплины «Прикладная механика», «Механика», «Техническая механика», «Теоретическая и прикладная механика».

Научный редактор проф. *В.Л. Трушко*

Рецензент проф. *А.А.Тихонов* (Санкт-Петербургский государственный университет)

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания к самостоятельной работе по дисциплине «Прикладная механика», предназначены для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» и направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника». Могут быть использованы для самостоятельной работы студентов, обучающихся по другим специальностям и направлениям подготовки и изучающих дисциплины «Прикладная механика», «Механика», «Техническая механика», «Теоретическая и прикладная механика».

Домашнее задание содержит пояснительную записку и графическую часть. Графические построения выполняются с соблюдением требований ЕСКД, сохранением всех вспомогательных построений, проставлением принятых масштабов и соответствующих надписей. Допускается компьютерный вариант выполнения графической части работы, например, с применением графических редакторов КОМПАС-3D, AutoCAD и др. Количество рассматриваемых равноотстоящих по времени положений механизма за один цикл его установившегося движения определяется преподавателем.

В пояснительной записке приводят схему механизма с исходными данными. При выполнении расчетов следует записать исходную формулу с расшифровкой обозначений величин, подставить численные значения, получить результат с указанием размерности полученной величины. Подробное описание расчетов выполняется для одного положения механизма. Для остальных положений результаты расчётов представляются в табличной форме.

Домашнее задание сдается на проверку преподавателю. При защите домашнего задания студент должен дать исчерпывающие объяснения по всем вопросам, связанным с методами кинематического исследования рычажных механизмов.

# 1. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

## 1.1. МЕТОД ПЛАНОВ ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИЗМА

Кинематическое исследование механизма изучает движение звеньев без учета действующих на них силовых факторов.

Целью кинематического исследования является определение положений механизма в различные моменты времени, построение траекторий характерных точек звеньев механизма (например, центра тяжести звеньев), нахождение величины и направления линейных скоростей и ускорений этих точек звеньев, а также угловых скоростей и ускорений звеньев.

Определение перечисленных кинематических характеристик производится в пределах одного цикла установившегося движения механизма. Для механизмов, кинематические схемы которых приведены в приложении, один цикл движения соответствует одному полному обороту ведущего звена. Ведущим звеном во всех заданиях является кривошип. Величина угловой скорости кривошипа во всех положениях механизма считается постоянной.

Исходные данные к расчетно-графической работе приведены в приложении.

В масштабе  $\mu_s$  [м/мм] строят план равноотстоящих по времени положений механизма за один цикл его установившегося движения. Количество положений определяется преподавателем. Масштаб плана положений принимают равным отношению

$$\mu_s = \frac{O_1A}{\overline{O_1A}} ,$$

где  $O_1A$  – действительная длина ведущего звена, м;  $\overline{O_1A}$  – чертежное изображение ведущего звена, обычно принимают  $\overline{O_1A} = 50 - 100$  мм.

Чертежные изображения остальных звеньев механизма определяют с учетом принятого масштаба

$$\overline{AB} = \frac{AB}{\mu_s}, \text{ мм}; \quad \overline{BC} = \frac{BC}{\mu_s}, \text{ мм и т.д.}$$

План положений механизма второго класса строят методом засечек.

Нулевым (исходным) в цикле движения принимают положение, соответствующее началу холостого хода выходного (ведомого) звена механизма технологической машины или началу рабочего хода выходного звена механизма энергетической машины

На плане положений указывают траектории всех характерных подвижных точек звеньев механизма, включая центры масс звеньев.

## 1.2. МЕТОДЫ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

В последовательности присоединения структурных групп и с учетом их особенностей графическим решением векторных уравнений скоростей и ускорений строят планы скоростей и ускорений. Количество положений механизма, для которых строятся планы скоростей и ускорений определяется преподавателем.

Масштаб планов скоростей  $\mu_v$  [м/(с·мм)] и ускорений  $\mu_a$  [м/(с<sup>2</sup>·мм)] принимают равными

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa}, \quad \mu_a = \frac{a_A}{\pi a}$$

где  $v_A$  – линейная скорость шарнира  $A$ , м/с;  $\overline{pa}$  – длина вектора скорости  $v_A$  на чертеже, мм;  $a_A$  – линейное ускорение шарнира  $A$ , м/с<sup>2</sup>;  $\overline{\pi a}$  – длина вектора ускорения  $a_A$  на чертеже, мм.

Величину скорости и ускорения точки  $A$  находят по формулам

$$v_A = \omega_1 \cdot O_1A, \quad a_A = \omega_1^2 \cdot O_1A.$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость ведущего звена, с<sup>-1</sup>;  $O_1A$  – действительная длина ведущего звена, м.

При определении масштабных коэффициентов  $\mu_v$  и  $\mu_a$  изображения векторов линейной скорости и линейного ускорения кривошипной точки  $A$  ведущего звена задают не менее 50 мм.

По построенным планам вычисляют линейные скорости и ускорения для всех характерных подвижных точек звеньев механизма, включая центры масс звеньев, рассчитывают угловые скорости  $\omega_i$  [ $c^{-1}$ ] и угловые ускорения  $\varepsilon_i$  [ $c^{-2}$ ] звеньев механизма

$$\omega_i = \frac{v_{BA}}{BA} ; \quad \varepsilon_i = \frac{a_{BA}^{\tau}}{BA} ,$$

где  $v_{BA}$  – линейная скорость точки  $B$  в ее движении относительно точки  $A$ , м/с;  $BA$  – действительное расстояние между точками  $A$  и  $B$ , м;  $a_{BA}^{\tau}$  – касательная (тангенциальная) составляющая относительного ускорения движения точки  $B$  относительно точки  $A$ , м/с<sup>2</sup>.

Направление угловой скорости  $\omega_i$  определяют по направлению вектора  $\overline{v_{BA}}$ , а углового ускорения  $\varepsilon_i$  – по направлению вектора  $\overline{a_{BA}^{\tau}}$ . Стрелками на звеньях указывают их направление.

Планы положений, скоростей и ускорений оформляют на чертеже как отдельные изображения с подрисуночными надписями с обязательным указанием соответствующих масштабных коэффициентов  $\mu_s$ ,  $\mu_v$  и  $\mu_a$  и их размерностей.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ МЕТОДОМ ПЛАНОВ ДЛЯ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ ВТОРОГО КЛАССА

План скоростей и ускорений по сути является результатом графического решения системы векторных уравнений. Для плоских механизмов второго класса используются при этом два типа уравнений.

**Первое** из них связывает скорости или ускорения двух точек, принадлежащих одному звену.

Из теоретической механики известно, что если твердое тело совершает плоское движение, то скорость любой точки этого тела (например, точки  $B$ ) можно представить состоящим из двух движений: из переносного движения какой-либо другой точки этого тела, например, точки  $A$  (полюса), и из вращательного относительного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ . В соответствии с этим векторное уравнение, связывающее скорости обеих точек, имеет вид:

$$\overline{v_B} = \overline{v_A} + \overline{v_{BA}},$$

где  $\overline{v_A}$  – вектор скорости точки  $A$ ;  $\overline{v_B}$  – вектор скорости точки  $B$  в ее движении относительно  $A$ .

При движении звена точка  $B$  движется относительно точки  $A$  всегда по дуге окружности с радиусом  $BA$  и центром в точке  $A$ , так как точки принадлежат одному твердому телу и расстояние между ними изменяться не может. Поэтому вектор скорости точки  $B$  относительно точки  $A$  –  $\overline{v_{BA}}$  всегда перпендикулярен линии  $AB$ , соединяющей эти точки,  $\overline{v_{BA}} \perp AB$ .

Ускорение точки  $B$  состоит из двух ускорений

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}}.$$

где  $\overline{a_A}$  – вектор ускорения точки  $A$ ;  $\overline{a_{BA}}$  – вектор ускорения точки  $B$  в ее движении относительно  $A$ .

Относительное ускорение  $\overline{a_{BA}}$ , в свою очередь, состоит из двух составляющих - нормальной  $\overline{a_{BA}^n}$  и тангенциальной  $\overline{a_{BA}^\tau}$ .

$$\overline{a_{BA}} = \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}.$$

Нормальное ускорение  $\overline{a_{BA}^n}$  точки  $B$  относительно точки  $A$  направлено от точки  $B$  к точке  $A$  (т.е. к центру относительного вращения). По величине  $\overline{a_{BA}^n}$  равно:



$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{BA}.$$

Тангенциальное ускорение  $\overline{a_{BA}^t}$  направлено по касательной к дуге с радиусом  $AB$  и центром в точке  $A$ , и поэтому всегда перпендикулярно линии  $AB$ .

Окончательно получим

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^t}.$$

**Второе** уравнение можно составить для точек, принадлежащих звеньям, образующим поступательную пару и мгновенно совпадающих друг с другом в рассматриваемом положении механизма.

Пусть звено 3 движется поступательно по звену 2, и точка  $A_3$  на третьем звене совпадает мгновенно с точкой  $A_2$  на втором звене. Тогда скорость точки  $A_3$  будет равна скорости точки  $A_2$  плюс скорость точки  $A_3$  относительно точки  $A_2$

$$\overline{v_{A_3}} = \overline{v_{A_2}} + \overline{v_{A_3A_2}},$$

Линия действия относительной скорости  $\overline{v_{A_3A_2}}$  всегда известна. Она направлена вдоль траектории движения звена 3 по звену 2, которая указана на кинематической схеме механизма.

Ускорение точки  $A_3$  второго звена определится уравнением:

$$\overline{a_{A_3}} = \overline{a_{A_2}} + \overline{a_{A_3A_2}^k} + \overline{a_{A_3A_2}^r},$$

в котором всегда известна величина и направление Кориолисова ускорения. Величина Кориолисова ускорения определяется по формуле

$$a_{A_3A_2}^k = 2 \cdot v_{A_3A_2} \cdot \omega_2.$$

Для определения направления Кориолисова ускорения необходимо вектор относительной скорости  $\overline{v_{отн}} = \overline{v_{A_3A_2}}$  повернуть

на  $90^\circ$  в направлении угловой скорости  $\omega_{\text{пер}} = \omega_2$  переносного движения.

Направление линии действия релятивного (относительного) ускорения всегда перпендикулярна линии действия ускорения Кориолиса.

### 3. ПРИМЕР КИНЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

#### 3.1. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИЗМА

Построение планов положений, скоростей и ускорений рассмотрим на примере шарнирно-рычажного механизма, представленного на рис. 1.

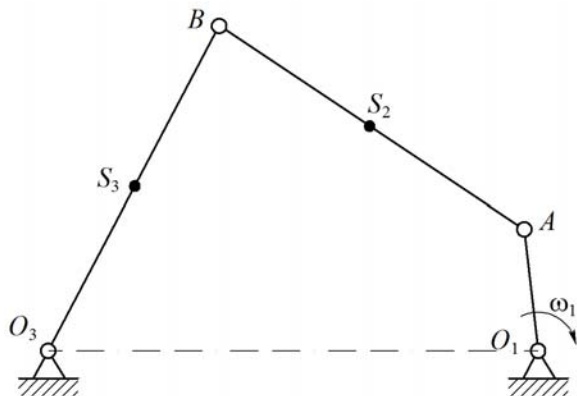


Рис. 1. Шарнирно-рычажный механизм

Дано:  $O_1A = 0,05$  м;  $AB = 0,15$  м;  $O_3B = 0,15$  м;  $O_1O_3 = 0,20$  м; закон движения ведущего звена – равномерное вращательное движение,  $n = 300$  мин $^{-1}$ ; положение центров масс звеньев  $S_2$  и  $S_3$  находятся посередине длин звеньев.

Принимаем масштаб плана положений

$$\mu_s = \frac{O_1A}{O_1A} = \frac{0,05}{25} = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

где –  $\overline{O_1A} = 25$  мм – чертежное изображение длины ведущего звена (с учетом размера страницы формата данных методических указаний).

В принятом масштабе чертежные изображения остальных звеньев механизма равны:

$$\overline{AB} = \frac{AB}{\mu_s} = \frac{0,15}{0,002} = 75 \text{ мм}; \quad \overline{O_3B} = \frac{O_3B}{\mu_s} = \frac{0,15}{0,002} = 75 \text{ мм};$$

$$\overline{O_1O_3} = \frac{O_1O_3}{\mu_s} = \frac{0,20}{0,002} = 100 \text{ мм}.$$

В шарнирном четырехзвеном механизме кривошип  $O_1A$  выполняет вращательное движение, при этом ведомое звено  $O_3B$  совершает возвратно-вращательное движение между двумя крайними («мертвыми») положениями.

Построение плана положений (рис. 2) начинают с определения крайних положений механизма. На свободной части листа отмечают центры  $O_1$  и  $O_3$ . Из центра  $O_1$  радиусом  $O_1A = 25$  мм проводят траекторию движения кривошипной точки  $A$  (окружность), а из центра  $O_3$  радиусом  $O_3B = 75$  мм траекторию движения точки  $B$  (дуга окружности). Для нахождения крайнего левого положения механизма из центра  $O_1$  на траектории точки  $B$  делают засечку дугой радиуса  $R = \overline{O_1A} + \overline{AB} = 25 + 75 = 100$  мм и соединяют полученную точку с центром  $O_1$  прямой линией  $BO_1$ . На пересечении этой линии с траекторией кривошипной точки отмечают положение точки  $A$ . Для нахождения крайнего правого положения механизма из центра  $O_1$  на траектории точки  $B$  делают засечку дугой радиуса  $R = \overline{AB} - \overline{O_1A} = 100 - 25 = 75$  мм. Полученную точку  $B$  соединяют с центром  $O_1$  прямой линией и продолжают ее до пересечения с траекторией точки  $A$ .

За начало отсчета (нулевое положение механизма), принимают крайнее левое положение, которое соответствует началу холостого хода. Соответствующим точкам механизма присваивают индекс «0»:  $A_0$ ;  $B_0$ .

Точкам механизма, соответствующим крайнему правому

положению, присваивают индекс « $\prime$ », т.е.  $A'$ ;  $B'$ .

Начиная от нулевого положения кривошипа  $O_1A_0$  траекторию кривошипной точки (окружность)  $A$  делят на 12 равных частей и изображают соответствующие положения кривошипа  $O_1A_1, O_1A_2, O_1A_3$  и т. д. Последовательно из точек  $A_1, A_2, A_3$  и т. д., как из центров, на траектории точки  $B$  делают засечки дугой радиуса  $R = \overline{AB} = 75$  мм, изображают соответствующие положения шатуна  $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3$  и т. д. и балансира  $O_3B_1, O_3B_2, O_3B_3$  и т. д.

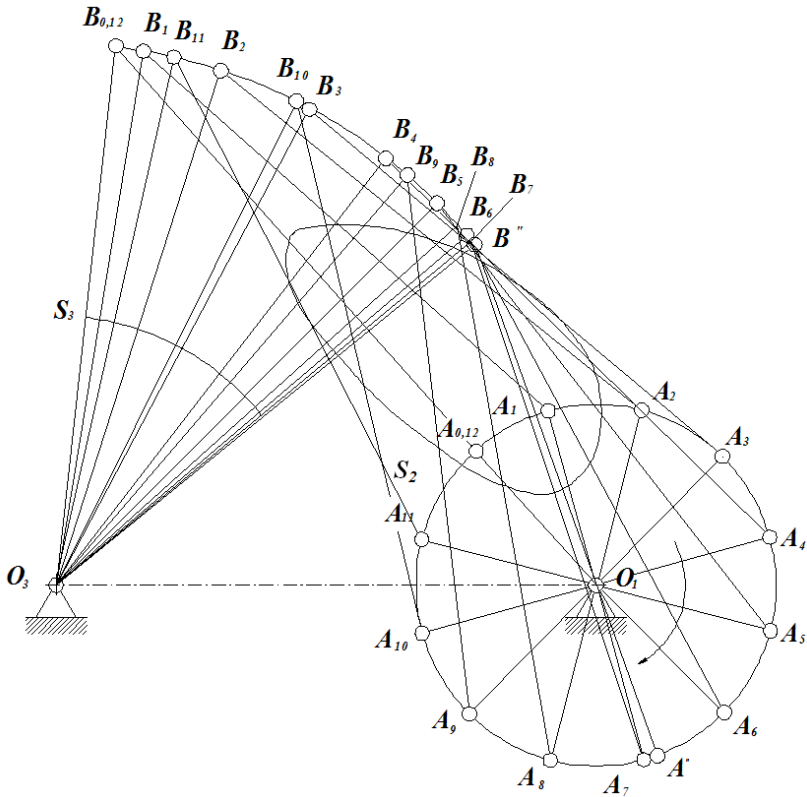


Рис.2. План положений механизма

На построенном плане положений указывают траектории центров масс шатуна  $S_2$  и балансира  $S_3$ .

### 3.2. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА СКОРОСТЕЙ МЕХАНИЗМА

Построим план скоростей для пятого положения механизма.

Угловая скорость кривошипа

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 300}{30} = 31,4 \text{ с}^{-1}.$$

Скорость кривошипной точки  $A$

$$v_A = \omega_1 \cdot O_1A = 31,4 \cdot 0,05 = 1,57 \text{ м/с}.$$

Вектор скорости  $\overline{v_A}$  направлен перпендикулярно кривошипу  $O_1A$  в сторону вращения кривошипа (во всех положениях механизма).

Масштаб плана скоростей принимаем

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1,57}{60} = 0,026 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}},$$

где  $\overline{pa}$  – чертежное изображение вектора скорости  $v_A$ , принятое равным  $\overline{pa} = 60 \text{ мм}$ .

Векторные уравнения для определения скорости точки  $B$ :

$$\begin{cases} \overline{v_B} = \overline{v_A} + \overline{v_{BA}} ; & (1) \\ \overline{v_B} = \overline{v_{O_3}} + \overline{v_{BO_3}} = \overline{v_{BO_3}}, & (2) \end{cases}$$

где  $\overline{v_B}$  – абсолютная скорость точки  $B$ ;  $\overline{v_{BA}}$  – относительная скорость точки  $B$  в ее движении относительно точки  $A$ . Линия действия вектора  $\overline{v_{BA}}$  всегда перпендикулярна звену  $AB$ , во всех положениях механизма;  $\overline{v_{BO_3}}$  – относительная скорость точки  $B$  в ее движении относительно точки  $O_3$  (она же – абсолютная скорость точки  $B$  относительно стойки, так как точка  $O_3$  неподвижна). Линия действия вектора  $\overline{v_{BO_3}}$  перпендикулярна звену  $BO_3$ .

Согласно векторному уравнению (1) из полюса плана скоростей (точка  $p$ ) проводят линию действия вектора  $\overline{v_A}$  перпендикулярно  $O_1A$  и откладывают его чертежное изображение  $\overline{pa} = 60$  мм в сторону вращения кривошипа. Конец вектора обозначают строчной буквой «а» (рис. 3).

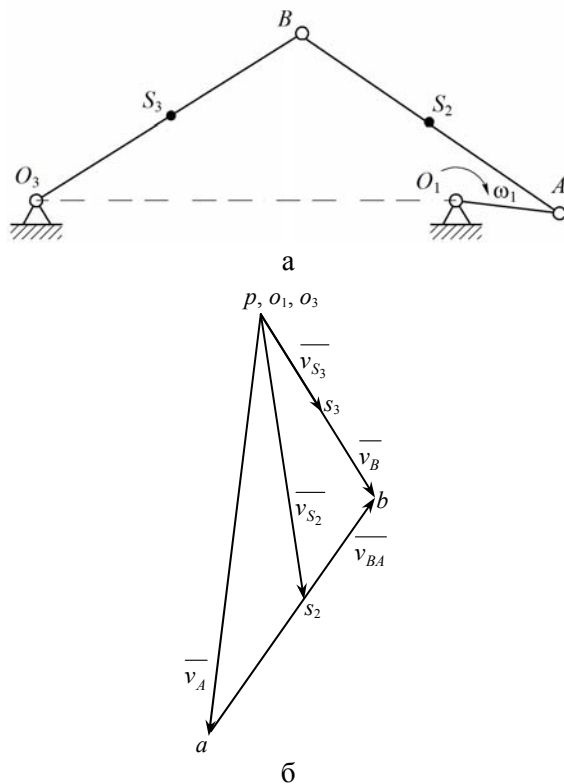


Рис.3. Пятое положение механизма (а) и план скоростей для него (б)

Через конец вектора  $\overline{v_A}$  проводят линию действия вектора  $\overline{v_{BA}}$   $AB$ , а из полюса (из точки  $p$ ) – линию действия вектора  $\overline{v_{BO_3}}$ . Точку

пересечения построенных линий действия векторов  $\overline{v_{BA}}$  и  $\overline{v_{BO_3}}$  обозначают буквой «b». Построенные отрезки  $\overline{ab}$  и  $\overline{pb}$  являются чертежными изображениями скоростей  $v_{BA}$  и  $v_B$  в принятом масштабе  $\mu_v$ .

Для построения векторов скоростей центров масс звеньев  $S_2$  и  $S_3$  используют свойство подобия. Так как центры масс  $S_2$  шатуна  $AB$  и  $S_3$  балансира  $BO_3$  расположены на середине длин соответствующих звеньев, то согласно этому свойству точки «s<sub>2</sub>» и «s<sub>3</sub>» на плане скоростей тоже будут лежать на середине отрезков  $\overline{ab}$  и  $\overline{pb}$ , соответственно. Из полюса  $p$  проводят вектора  $\overline{ps_2}$  и  $\overline{ps_3}$ , являющиеся чертежными изображениями полных скоростей центров масс звеньев  $S_2$  и  $S_3$  –  $v_{S_2}$  и  $v_{S_3}$ .

Для получения истинных значений скоростей измеряют чертежные изображения их векторов  $\overline{ab}$ ,  $\overline{pb}$ ,  $\overline{ps_2}$  и  $\overline{ps_3}$  на планах скоростей. С учетом принятого масштаба  $\mu_v$  скорости равны:

$$\begin{aligned} v_{BA} &= \overline{ab} \cdot \mu_v = 52 \cdot 0,026 = 1,35 \text{ м/с} ; \\ v_B &= \overline{pb} \cdot \mu_v = 37 \cdot 0,026 = 0,96 \text{ м/с} ; \\ v_{S_2} &= \overline{ps_2} \cdot \mu_v = 43 \cdot 0,026 = 1,12 \text{ м/с} ; \\ v_{S_3} &= \overline{ps_3} \cdot \mu_v = 18,5 \cdot 0,026 = 0,48 \text{ м/с} . \end{aligned}$$

Угловая скорость шатуна равна

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{1,35}{0,15} = 9,0 \text{ с}^{-1} .$$

Для определения направления вектора угловой скорости  $\omega_2$  вектор относительной скорости  $\overline{v_{BA}}$  мысленно переносят в точку  $B$  и смотрят, в каком направлении вектор  $\overline{v_{BA}}$  вращал бы звено  $AB$  относительно точки  $A$ . Это направление совпадает с направлением

угловой скорости  $\omega_2$ . В рассматриваемом примере  $\omega_2$  направлена по часовой стрелке. Найденное направление указывают на плане положений механизма (на рис. 2 не показано).

Величину и направление угловой скорости балансира  $\omega_3$  определяют аналогично

$$\omega_3 = \cdot \frac{v_{BO_3}}{BO_3} = \frac{0,96}{0,15} = 6,4 \text{ с}^{-1}.$$

Вектор угловой скорости балансира  $\omega_3$  направлен по часовой стрелке (на рис. 2 не показан).

Результаты вычислений линейных скоростей точек и угловых скоростей звеньев за цикл движения для всех начерченных положений механизма представляют в табличной форме.

### 3.3. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА УСКОРЕНИЙ МЕХАНИЗМА

Полное ускорение кривошипной точки  $A$  в общем случае равно сумме нормальной  $\overline{a_A^n}$  и тангенциальной  $\overline{a_A^\tau}$  составляющих

$$\overline{a_A} = \overline{a_A^n} + \overline{a_A^\tau}.$$

Так как угловая скорость кривошипа  $\omega_1$  постоянна, то угловое ускорение кривошипа  $\varepsilon_1=0$ , а полное ускорение точки  $A$  равно ее нормальному (центростремительному) ускорению

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot O_1A = 31,4^2 \cdot 0,05 = 49,3 \text{ м/с}^2.$$

Вектор  $\overline{a_A}$  направлен вдоль кривошипа  $O_1A$  от точки  $A$  к центру кривошипа точке  $O_1$ .

Масштаб плана ускорений принимаем

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} = \frac{49,3}{80} = 0,62 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}},$$

где  $\overline{\pi a}$  - чертежное изображение вектора полного ускорения точки  $A$ , принят равным  $\overline{\pi a} = 80$  мм.



Для определения полного ускорения точки  $B$  составляют векторные уравнения, рассматривая движение точки  $B$  отдельно с каждым из звеньев механизма (шатунном и балансиром).

При рассмотрении движения точки  $B$  как принадлежащей только шатуну  $AB$  её абсолютное ускорение равно

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}},$$

где  $\overline{a_B}$  – абсолютное ускорение точки  $B$ ;  $\overline{a_{BA}}$  – относительное ускорение точки  $B$  относительно точки  $A$

$$\overline{a_{BA}} = \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau},$$

где  $\overline{a_{BA}^n}$ ,  $\overline{a_{BA}^\tau}$  – нормальная и тангенциальная составляющие относительного ускорения  $\overline{a_{BA}}$ , соответственно.

Окончательно уравнение приобретает вид

$$\overline{a_B} = \overline{a_A^n} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}.$$

С учетом ранее построенного плана скоростей, определяют величину ускорения  $\overline{a_{BA}^n}$

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{AB} = \frac{1,35^2}{0,15} = 12,15 \text{ м/с}^2.$$

Чертежное изображение вектора  $\overline{a_{BA}^n}$  на плане ускорений

$$\overline{an} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{12,15}{0,62} = 19,6 \text{ мм.}$$

Вектор  $\overline{a_{BA}^n}$  направлен вдоль звена  $AB$  от точки  $B$  к точке  $A$  (см. рис. 4), линия действия вектора  $\overline{a_{BA}^\tau}$  перпендикулярна звену  $AB$ .

Аналогично из условия рассмотрения движения точки  $B$  как принадлежащей балансиру  $BO_3$  второе векторное уравнение имеет вид

$$\overline{a_B} = \overline{a_{O_3}} + \overline{a_{BO_3}} = \overline{a_{BO_3}^n} + \overline{a_{BO_3}^\tau},$$

где  $\overline{a_{O_3}}$  – ускорение точки  $O_3$ , равное нулю, т.к. точка  $O_3$  неподвижна;  $\overline{a_{BO_3}^n}$  и  $\overline{a_{BO_3}^\tau}$  – нормальная и тангенциальная составляющие ускорения  $\overline{a_{BO_3}}$ , соответственно.

Ускорение  $\overline{a_{BO_3}^n}$  равно

$$a_{BO_3}^n = \frac{v_{BO_3}^2}{BO_3} = \frac{0,96^2}{0,15} = 6,14 \text{ м/с}^2.$$

Чертежное изображение вектора  $\overline{a_{BO_3}^n}$  на плане ускорений

$$\pi n_1 = \frac{a_{BO_3}^n}{\mu_a} = \frac{6,14}{0,62} = 9,9 \text{ мм.}$$

Вектор  $\overline{a_{BO_3}^n}$  направлен вдоль звена  $BO_3$  от точки  $B$  к точке  $O_3$  (см. рис. 4), линия действия вектора  $\overline{a_{BO_3}^\tau}$  перпендикулярна звену  $BO_3$ .

Графическим решением системы векторных уравнений находят абсолютное ускорение точки  $B$  (рис. 4):

$$\begin{cases} \overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}} = \overline{a_A^n} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau} & (3) \\ \overline{a_B} = \overline{a_{O_3}} + \overline{a_{BO_3}} = \overline{a_{BO_3}^n} + \overline{a_{BO_3}^\tau} & (4) \end{cases}$$

Порядок построения плана ускорений следующий.

Из полюса плана ускорений (точка  $\pi$ ) откладывают вектор  $\overline{a_A}$ . Из конца вектора  $\overline{a_A}$ , согласно уравнению (3), параллельно звену  $AB$  в направлении от точки  $B$  к точке  $A$  проводят линию действия вектора  $\overline{a_{BA}^n}$  и откладывают на ней отрезок  $\overline{\pi n} = 21,3 \text{ мм}$ . Через

конец этого вектора проводят линию действия вектора  $\overline{a_{BA}^{\tau}}$ , перпендикулярную звену  $AB$ .

Далее из полюса  $\pi$  проводят линию действия вектора  $\overline{a_{BO_3}^n}$  параллельно звену  $BO_3$  и откладывают на ней отрезок  $\overline{\pi n_1} = 10$  мм. Через конец этого вектора проводят линию действия вектора  $\overline{a_{BO_3}^{\tau}}$  перпендикулярную звену  $BO_3$  до пересечения с линией действия ускорения  $\overline{a_{BA}^{\tau}}$ . Точку пересечения  $\overline{a_{BA}^{\tau}}$  и  $\overline{a_{BO_3}^{\tau}}$  обозначают буквой « $b$ » и соединяют ее с полюсом плана ускорений.

Вектор  $\overline{\pi b}$  на плане ускорений является чертежным изображением полного ускорения  $\overline{a_B}$  и равен  $\overline{\pi b} = 46$  мм.

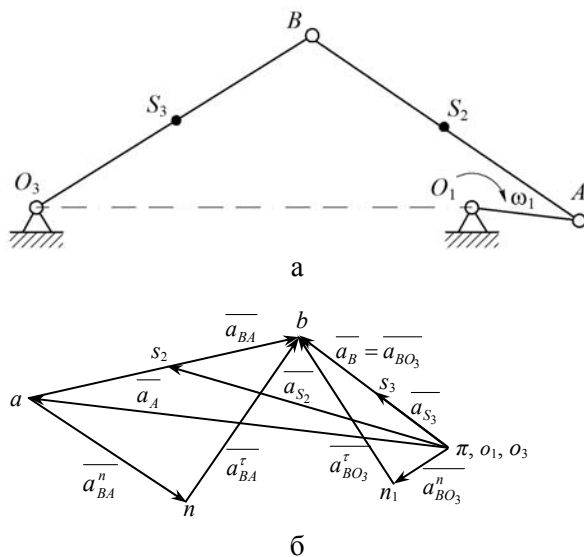


Рис.4. Пятое положение механизма (а) и план ускорений для него (б)

Соединив точку « $a$ » и « $b$ » на плане ускорений, получают

полное относительное ускорение  $\overline{a_{BA}}$ . Чертежное изображение этого вектора отрезок  $\overline{ab} = 38$  мм.

Положение точек  $S_2$  и  $S_3$  на плане ускорений определяют на основании свойств подобия плана ускорений плану положений звена.

Тогда отрезки  $\overline{\pi s_2} = 62$  мм и  $\overline{\pi s_3} = 23$  мм являются чертежными изображениями векторов ускорений центров масс звеньев  $a_{S_2}$  и  $a_{S_3}$ .

По построенному плану ускорений окончательно вычисляют ускорения всех характерных точек звеньев механизма

$$a_B = a_{BO_3} = \overline{\pi b} \cdot \mu_a = 46 \cdot 0,62 = 28,52 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_{BA} = \overline{ab} \cdot \mu_a = 38 \cdot 0,62 = 23,56 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_{BA}^r = \overline{nb} \cdot \mu_a = 33 \cdot 0,62 = 20,46 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_{BO_3}^r = \overline{n_1 b} \cdot \mu_a = 45 \cdot 0,62 = 27,90 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_{S_2} = \overline{\pi s_2} \cdot \mu_a = 62 \cdot 0,62 = 38,44 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_{S_3} = \overline{\pi s_3} \cdot \mu_a = 23 \cdot 0,0061 = 14,26 \text{ м/с}^2 .$$

Угловое ускорение шатуна

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{AB} = \frac{20,46}{0,15} = 136,4 \text{ с}^{-2} .$$

Угловое ускорение балансира

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_3}^r}{BO_3} = \frac{27,90}{0,15} = 186,0 \text{ с}^{-2} .$$

Для определения направлений векторов угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  вектора относительных ускорений  $a_{BA}^r$  и  $a_{BO_3}^r$  мысленно переносят в точку  $B$  шатуна и балансира и смотрят, в каком направлении вектор  $a_{BA}^r$  вращал бы точку  $B$  относительно точки  $A$ ,

а вектор  $\overline{a_{BO_3}^r}$  вращал бы точку  $B$  относительно точки  $O_3$ . Эти направления вращения совпадают с направлениями угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$ , соответственно. В рассматриваемом примере угловое ускорение  $\varepsilon_2$  направлено по часовой стрелке, а  $\varepsilon_3$  - против. Найденные направления указывают на плане положений механизма (на рис. 4 не показаны).

#### 4. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ПЛАНА СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ДЛЯ КРИВОШИПНО-КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА

Дано: схема кривошипно-кулисного механизма (рис. 5 а),  $\omega_1 = const, O_1A, O_1O_3, \mu_l [м/мм]$ .

Точку  $A$ , принадлежащую первому звену, обозначим  $A_1$ , второму —  $A_2$ . Точку на третьем звене (кулисе), мгновенно совпадающую с точками  $A_1$  и  $A_2$ , обозначим  $A_3$ . Скорости точек  $A_1$  и  $A_2$  одинаковы, т.е.  $\overline{v_{A_1}} = \overline{v_{A_2}}$ , но  $\omega_1 \neq \omega_2$ .

Звенья 2 и 3 связаны между собой поступательной парой.

При этом  $\overline{v_{A_2}} \neq \overline{v_{A_3}}$  и  $\omega_1 = \omega_2$ .

Скорость точки  $A_1$  кривошипа  $v_{A_1} = \omega_1 O_1A$  направлена в сторону вращения звена, перпендикулярно линии  $O_1A$ .

Для нахождения скорости точки  $A_3$  составим два векторных уравнения, одно на основании того, что точки  $A_2$  и  $A_3$  мгновенно совпадают

$$\overline{v_{A_3}} = \overline{v_{A_2}} + \overline{v_{A_3A_2}},$$

и второе, на основании того, что точки  $A_3$  и  $O_3$  принадлежат одному звену

$$\overline{v_{A_3}} = \overline{v_{O_3}} + \overline{v_{A_3O_3}},$$

при этом вектор  $\overline{v_{A_3A_2}}$  параллелен  $AO_3$ , а  $\overline{v_{A_3O_3}} \perp AO_3$ . Скорость  $\overline{v_{O_3}}$  равна нулю.

Совместное графическое решение этих векторных уравнений определит скорость точки  $A_3$  и относительную скорость  $v_{A_3A_2}$  (рис. 5 б).

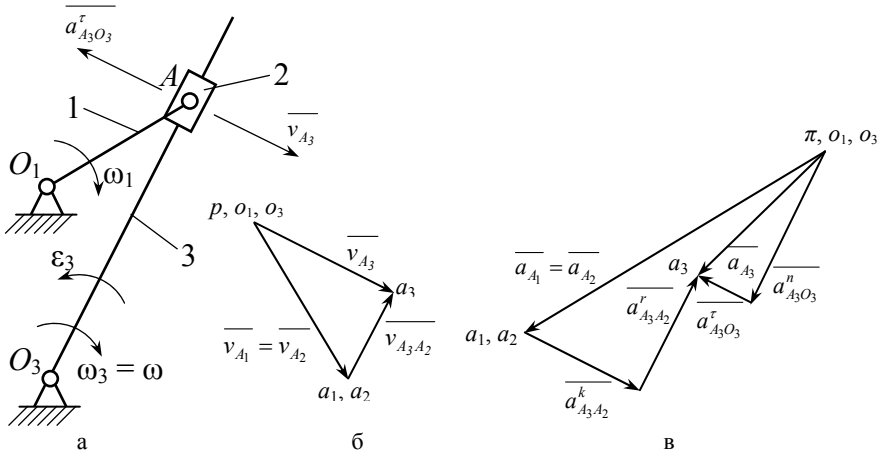


Рис. 5. Схема кулисного механизма (а), план скоростей (б), план ускорений (в).

Ускорение точки  $A_1$  первого звена равно ускорению точки  $A_2$  второго звена, так как эти звенья соединены между собой шарнирно.

Для нахождения ускорения точки  $A_3$  составим два векторных уравнения, одно на основании того, что точки  $A_2$  и  $A_3$  мгновенно совпадают

$$\overline{a_{A_3}} = \overline{a_{A_2}} + \overline{a_{A_3A_2}^k} + \overline{a_{A_3A_2}^r},$$

и второе, на основании того, что точки  $A_2$  и  $O_3$  принадлежат одному звену

$$\overline{a_{A_3}} = \overline{a_{O_3}} + \overline{a_{A_3O_3}^n} + \overline{a_{A_3O_3}^r}.$$

Совместное графическое решение этих векторных уравнений позволяет определить ускорение точки  $A_3$  (рис. 5 в). Величина Кориолисова ускорения определяется по формуле

$$a_{A_3A_2}^k = 2 \cdot v_{A_3A_2} \cdot \omega_3.$$

Направление Кориолисова ускорения находится поворотом вектора относительной скорости  $v_{A_3A_2}$  на  $90^\circ$  в сторону вращения кулисной пары, т.е. в сторону  $\omega_3$ .

Величина нормального ускорения равна

$$a_{A_3O_3}^n = \frac{v_{A_3O_3}^2}{A_3O_3}.$$

Для нахождения длины векторов ускорений на плане величину ускорения делим на масштаб плана ускорений.

Величина углового ускорения кулисы 3 определяется как

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{A_3O_3}^r}{A_3O_3}.$$

Для определения направления  $\varepsilon_3$  вектор тангенциального ускорения  $a_{A_3O_3}^r$  необходимо перенести в точку  $A$  кулисы. Этот вектор покажет направление  $\varepsilon_3$ . В нашем случае угловое ускорение кулисы направлено против часовой стрелки (рис. 5 а).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чмиль, В.П. Теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / В.П. Чмиль. – Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. – 280 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91896>.

2. Бардовский, А.Д. Прикладная механика : теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Д. Бардовский, Б.В. Воронин, П.Я. Бибииков, М.Н. Вьюшина. – Электрон. дан. – Москва: МИСИС, 2015. – 96 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93621>.

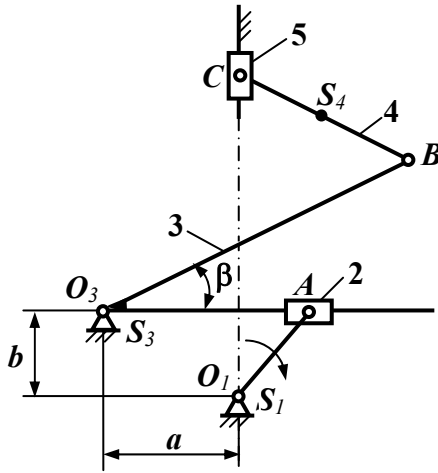
3. Теория механизмов и машин. Сборник задач [Электронный ресурс]: учебное пособие / под ред. Чернышевой И.Н. – Электрон. дан. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 63 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/58502>.

4. Черная, Л.А. Кинематическое и кинетостатическое исследование плоских рычажных механизмов в системах Mathcad и AutoCAD [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.А. Черная. – Электрон. дан. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 83 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/103473>.



## ЗАДАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

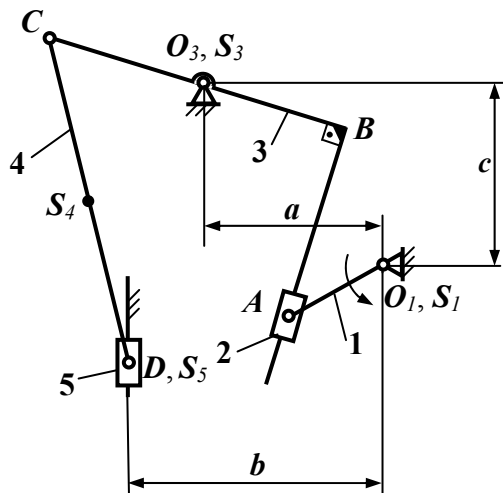
### Задание № 1. Кулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,120	0,100	0,150	0,200	0,190
$O_3B$	м	0,525	0,250	0,350	0,560	0,525
$BC$	м	0,430	0,300	0,740	0,440	0,565
$a$	м	0,400	0,250	0	0,350	0,410
$b$	м	0,065	0,160	0,376	0,070	0,065
$\beta^0$	градусы	$20^0$	$50^0$	$90^0$	$20^0$	$30^0$
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	25	50	60	40	30

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

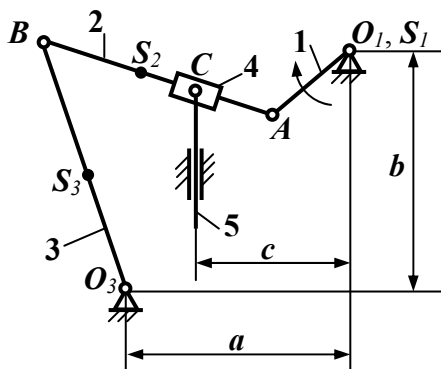
## Задание № 2. Механизм водяного насоса



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,070	0,100	0,150	0,090	0,200
$O_3B$	м	0,040	0,050	0,090	0,080	0,120
$O_3C$	м	0,080	0,100	0,160	0,250	0,200
$CD$	м	0,240	0,350	0,300	0,320	0,400
$a$	м	0,020	0,030	0,125	0,120	0,320
$b$	м	0,080	0,190	0,300	0,130	0,410
$c$	м	0,280	0,300	0,230	0,310	0,420
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	200	300	400	500	600

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

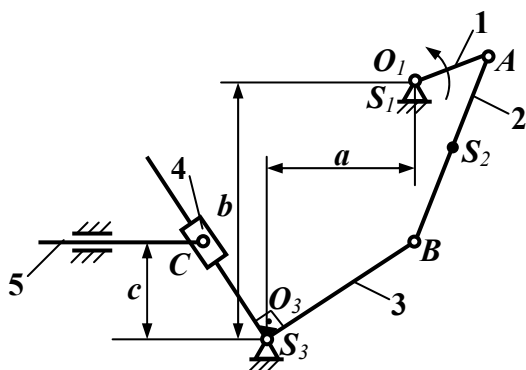
### Задание № 3. Механизм плунжерного насоса



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,140	0,200	0,220	0,085	0,100
$AB$	м	0,420	0,500	0,390	0,42	0,600
$O_3B$	м	0,420	0,800	0,400	0,356	0,700
$a$	м	0,420	0,750	0,380	0,40	0,600
$b$	м	0,420	0,350	0,315	0,40	0,300
$c$	м	0,180	0,350	0,570	0,535	0,220
$\omega_1$	$c^{-1}$	20	12	25	30	40

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

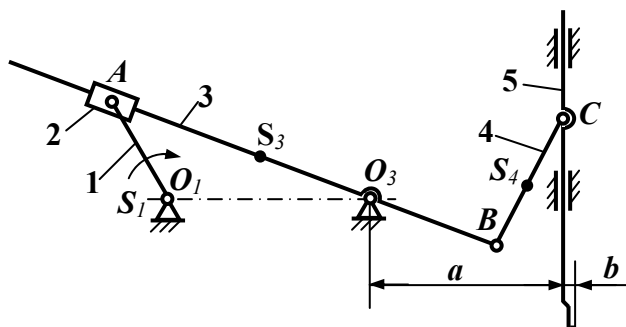
**Задание № 4. Механизм подачи заготовок**



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,045	0,060	0,050	0,050	0,045
$AB$	м	0,150	0,200	0,170	0,180	0,200
$O_3B$	м	0,080	0,090	0,085	0,100	0,100
$a$	м	0,066	0,090	0,090	0,060	0,070
$b$	м	0,154	0,200	0,150	0,160	0,200
$c$	м	0,045	0,150	0,060	0,060	0,055
$\omega_1$	$c^{-1}$	30	18	20	25	40

*Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.*

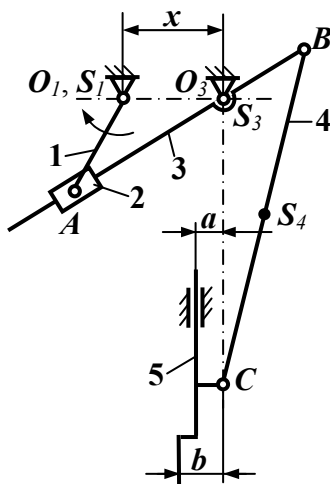
### Задание № 5. Механизм перемещения долбька



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,370	0,170	0,370	0,080	0,100
$O_1O_3$	м	0,300	0,340	0,300	0,220	0,300
$O_3B$	м	0,290	0,100	0,160	0,140	0,120
$BC$	м	0,500	0,270	0,410	0,120	0,100
$a$	м	0,110	0,080	0,110	0,150	0,100
$b$	м	0,020	0,030	0,040	0,035	0,025
$\omega_1$	$c^{-1}$	20	30	40	25	45

*Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.*

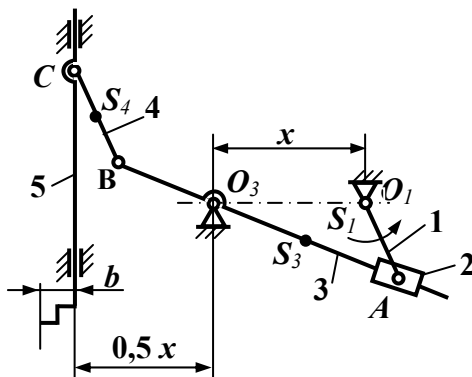
### Задание № 6. Механизм перемещения долбьяка



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,100	0,240	0,140	0,150	0,160
$O_3B$	м	0,100	0,120	0,120	0,100	0,150
$BC$	м	0,400	0,350	0,560	0,500	0,600
$a$	м	0,020	0,030	0,020	0,010	0,020
$b$	м	0,030	0,040	0,030	0,020	0,040
$x$	м	0,150	0,040	0,080	0,200	0,040
$\omega_1$	$c^{-1}$	10	12	13	14	15

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

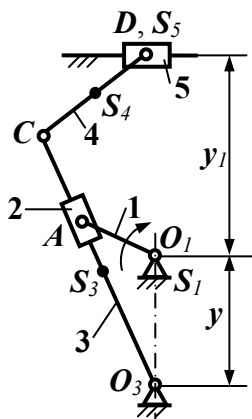
### Задание № 7. Механизм перемещения долбяка



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,080	0,190	0,050	0,200	0,070
$O_3B$	м	0,100	0,130	0,300	0,170	0,140
$BC$	м	0,100	0,300	0,300	0,400	0,200
$b$	м	0,040	0,030	0,020	0,040	0,030
$x$	м	0,150	0,150	0,160	0,090	0,220
$\omega_1$	$c^{-1}$	16	17	18	19	20

*Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.*

### Задание № 8. Механизм перемещения резца

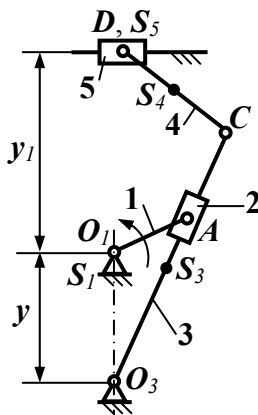


Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,090	0,120	0,130	0,290	0,160
$O_3C$	м	0,800	0,830	0,810	0,770	0,680
$CD$	м	0,400	0,290	0,280	0,280	0,240
$y$	м	0,650	0,450	0,330	0,400	0,370
$y_1$	м	0,500	0,370	0,360	0,360	0,280
$\omega_1$	$c^{-1}$	24	20	16	14	12

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.



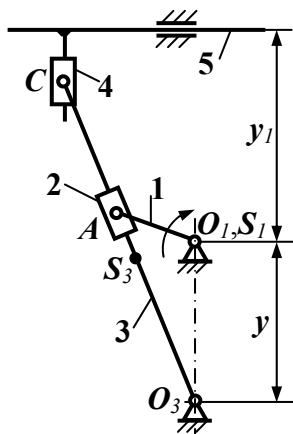
### Задание № 9. Кулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,100	0,260	0,190	0,280	0,170
$O_3C$	м	0,900	0,830	0,900	0,770	0,680
$CD$	м	0,400	0,290	0,280	0,280	0,240
$y$	м	0,650	0,450	0,430	0,400	0,370
$y_1$	м	0,500	0,320	0,360	0,340	0,280
$\omega_1$	$c^{-1}$	18	16	14	12	20

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

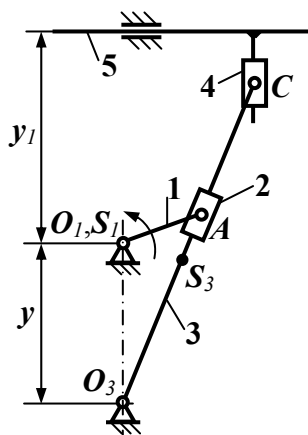
### Задание № 10. Механизм перемещения резца



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,260	0,260	0,130	0,140	0,160
$O_3C$	м	1,150	0,830	0,810	0,770	0,680
$y$	м	0,650	0,170	0,430	0,400	0,370
$y_1$	м	0,500	0,160	0,360	0,340	0,180
$\omega_1$	$c^{-1}$	10	15	17	19	11

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

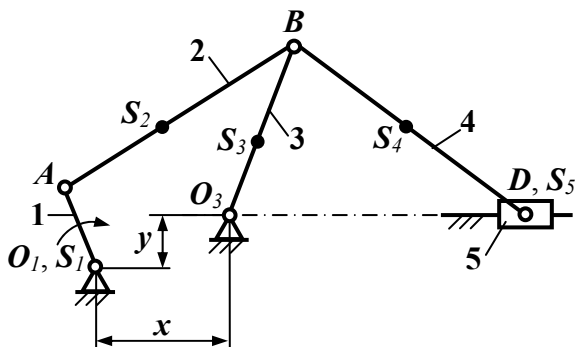
### Задание № 11. Механизм перемещения резца



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,080	0,110	0,120	0,130	0,140
$O_3C$	м	1,150	0,850	0,900	0,850	1,000
$y$	м	0,600	0,420	0,400	0,420	0,550
$y_1$	м	0,450	0,390	0,450	0,370	0,400
$\omega_1$	$c^{-1}$	10	15	20	25	30

*Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.*

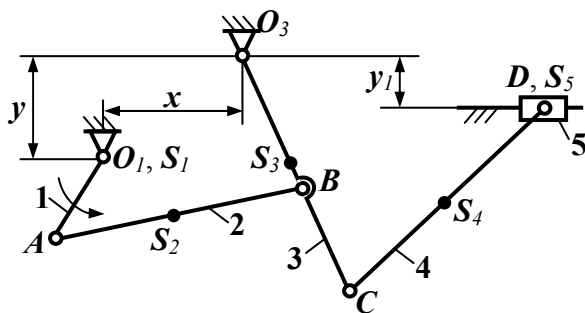
**Задание № 12. Механизм перемещения желоба**



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,120	0,140	0,100	0,100	0,120
$AB$	м	0,480	0,280	0,460	0,380	0,550
$BO_3$	м	0,390	0,350	0,330	0,200	0,400
$BD$	м	2,000	2,100	1,800	1,000	2,400
$x$	м	0,330	0,320	0,340	0,440	0,410
$y$	м	0,040	0,040	0,045	0,040	0,045
$\omega_1$	$c^{-1}$	5	6	8	10	12

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

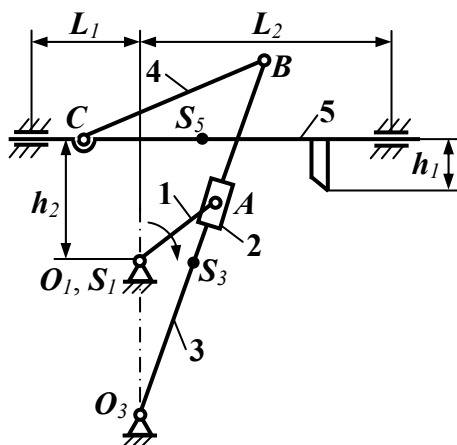
**Задание № 13. Механизм перемещения желоба**



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,130	0,110	0,090	0,140	0,100
$AB$	м	0,360	0,240	0,250	0,310	0,280
$BO_3$	м	0,300	0,250	0,210	0,320	0,230
$BC$	м	0,090	0,100	0,060	0,130	0,070
$CD$	м	2,000	1,750	1,400	2,300	1,500
$x$	м	0,290	0,210	0,210	0,270	0,220
$y$	м	0,060	-0,130	0,040	0,170	0
$y_1$	м	0,060	0,100	0	-0,160	0
$\omega_1$	$c^{-1}$	10	18	16	19	17

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

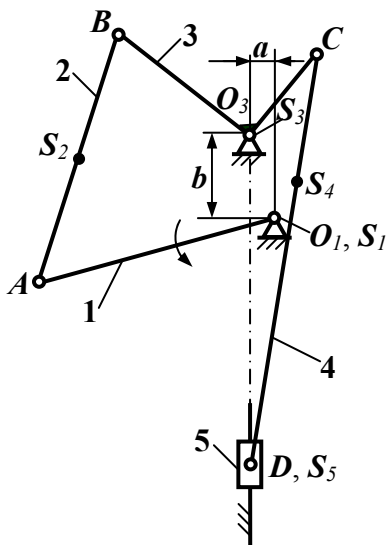
**Задание № 14. Механизм поперечно-строгального станка**



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,120	0,070	0,150	0,080	0,190
$O_1O_3$	м	0,270	0,350	0,300	0,300	0,270
$O_3B$	м	0,490	0,640	0,560	0,560	0,490
$BC$	м	0,200	0,210	0,200	0,210	0,200
$h_1$	м	0,130	0,100	0,130	0,120	0,140
$h_2$	м	0,190	0,290	0,250	0,250	0,200
$L_1$	м	0,470	0,390	0,390	0,410	0,410
$L_2$	м	0,350	0,290	0,290	0,300	0,300
$O_3S_3$	м	0,250	0,340	0,300	0,300	0,250
$CS_5$	м	0,100	0,110	0,100	0,110	0,100
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	70	60	90	75	80

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

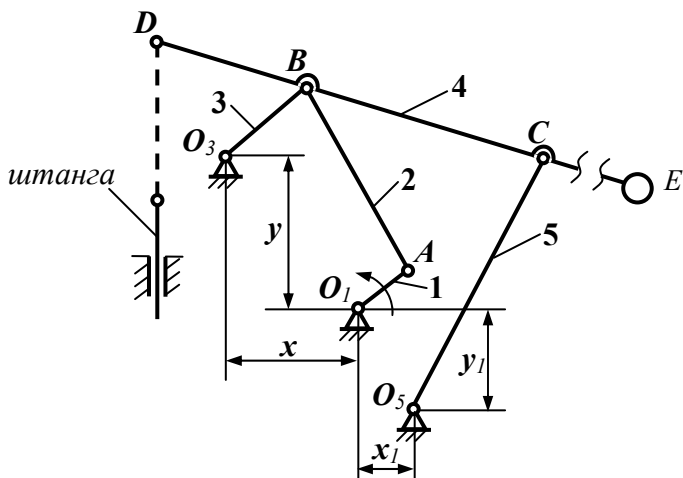
Задание № 15. Механизм вытяжного пресса



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,550	0,770	0,485	0,600	0,490
$AB$	м	0,530	0,740	0,460	0,620	0,470
$BO_3$	м	0,220	0,300	0,250	0,200	0,200
$O_3C$	м	0,150	0,210	0,100	0,150	0,140
$CD$	м	0,910	1,280	0,550	1,000	0,820
$AS_2$	м	$AB/2$	$AB/2$	$AB/2$	$AB/2$	$AB/2$
$CS_4$	м	$CD/3$	$CD/3$	$CD/3$	$CD/3$	$CD/3$
$a$	м	0,030	0,040	0,025	0,040	0,020
$b$	м	0,100	0,150	0,100	0,150	0,090
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	40	70	50	60	80

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

Задание № 16. Механизм станка-качалки

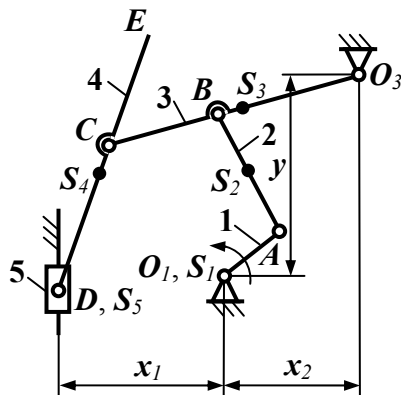


Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,330	0,470	0,470	0,800	0,500
$AB$	м	1,750	1,870	1,500	1,900	2,000
$O_3B$	м	1,000	0,840	1,150	0,900	1,300
$BC$	м	1,400	1,600	1,600	1,800	1,400
$BD$	м	1,150	1,150	1,150	1,400	1,300
$O_5C$	м	2,450	1,930	2,900	3,500	2,700
$CE$	м	2,000	2,750	2,000	1,500	2,000
$x$	м	1,120	1,120	1,120	1,120	1,120
$y$	м	1,630	1,630	1,300	1,630	1,450
$x_1$	м	0,950	0,700	0,560	0,950	1,700
$y_1$	м	0,700	0,700	0,560	0,700	1,000
$\omega_1$	$c^{-1}$	1,4	0,9	1,9	2,5	1,0

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.



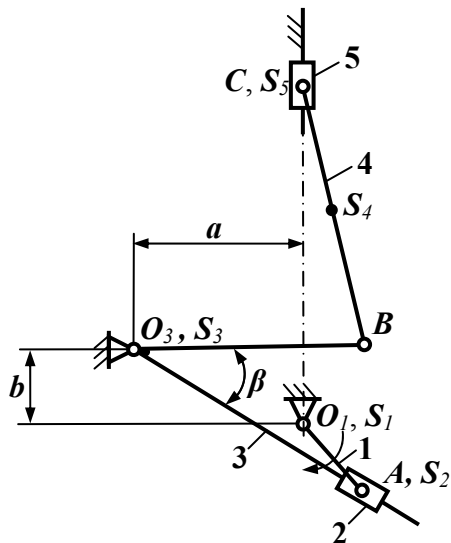
**Задание № 17. Кривошипно-ползунный механизм с коромыслом**



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,15	0,10	0,08	0,12	0,20
$AB$	м	0,40	0,27	0,22	0,32	0,55
$BO_3$	м	0,37	0,28	0,20	0,30	0,50
$BC$	м	0,23	0,15	0,12	0,18	0,45
$CD$	м	0,23	0,21	0,30	0,18	0,30
$CE$	м	0,15	0,10	0,08	0,12	0,20
$x_1$	м	0,37	0,25	0,20	0,30	0,50
$x_2$	м	0,30	0,20	0,17	0,24	0,40
$y$	м	0,45	0,30	0,25	0,36	0,60
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	30	40	50	60	70

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

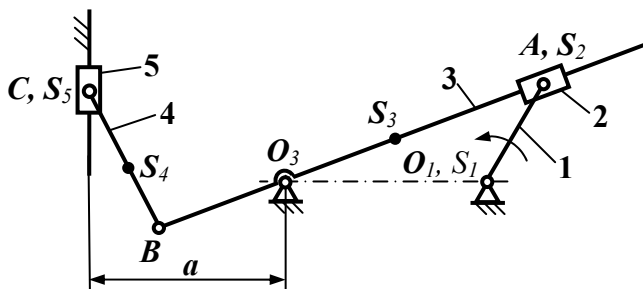
### Задание № 18. Кулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,630	0,250	0,860	0,220	0,375
$O_3B$	м	0,525	0,600	0,680	0,500	0,350
$BC$	м	0,965	0,500	0,790	0,450	0,480
$a$	м	0,410	0,160	0,090	0,080	0,040
$b$	м	0,180	0,230	0,400	0,350	0,280
$\beta$	град	45	30	75	60	90
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	60	30	80	40	90

*Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.*

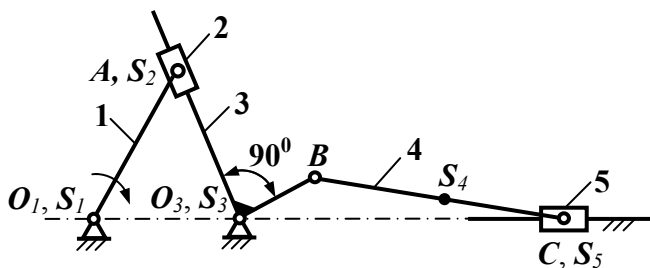
### Задание № 19. Кулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,195	0,250	0,145	0,200	0,290
$O_3B$	м	0,100	0,200	0,090	0,080	0,380
$BC$	м	0,300	0,430	0,430	0,180	0,250
$O_1O_3$	м	0,150	0,200	0,200	0,320	0,320
$a$	м	0,225	0,280	0,370	0,390	0,550
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	100	40	90	60	110

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

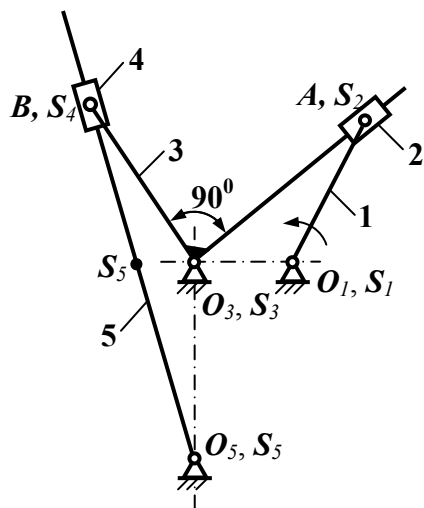
### Задание № 20. Кулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,200	0,160	0,080	0,800	0,100
$O_3B$	м	0,200	0,150	0,100	0,280	0,260
$BC$	м	0,500	0,400	0,300	0,330	0,330
$O_1O_3$	м	0,060	0,090	0,190	0,260	0,040
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	80	70	60	50	40

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

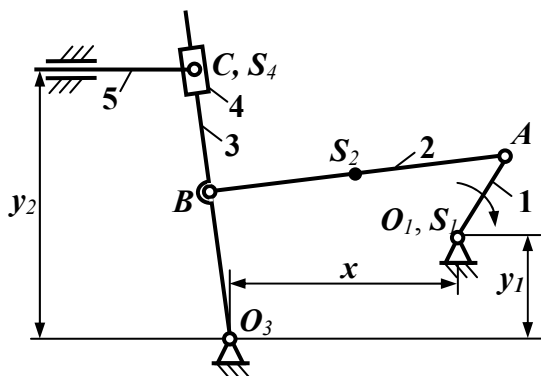
### Задание № 21. Двухкулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,070	0,120	0,060	0,200	0,090
$O_3B$	м	0,120	0,120	0,070	0,080	0,080
$O_1O_3$	м	0,120	0,085	0,130	0,140	0,050
$O_3O_5$	м	0,100	0,130	-0,03	0,120	0,040
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	50	100	200	150	300

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

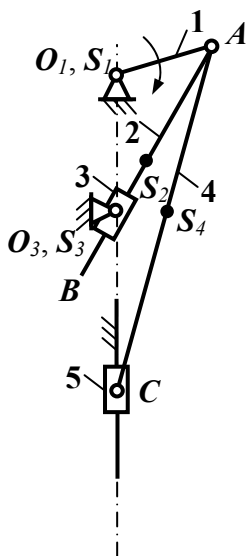
## Задание № 22. Механизм подачи заготовок



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,040	0,060	0,080	0,070	0,090
$AB$	м	0,150	0,130	0,220	0,200	0,120
$BO_3$	м	0,100	0,110	0,110	0,200	0,150
$x$	м	0,120	0,150	0,150	0,180	0,110
$y_1$	м	0,090	0,060	0,080	0,100	0,070
$y_2$	м	0,210	0,190	0,150	0,350	0,300
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	1500	1400	1300	1200	1100

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

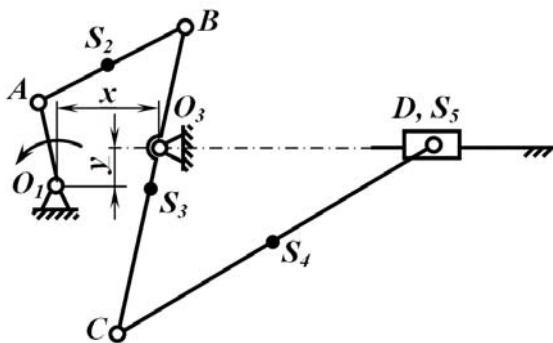
### Задание № 23. Кулисный механизм



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,020	0,040	0,060	0,080	0,100
$AC$	м	0,050	0,100	0,150	0,136	0,200
$O_1O_3$	м	0,025	0,050	0,070	0,240	0,500
$AB$	м	0,060	0,110	0,170	0,370	0,225
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	1200	1100	1000	900	800

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

### Задание № 24. Механизм конвейера

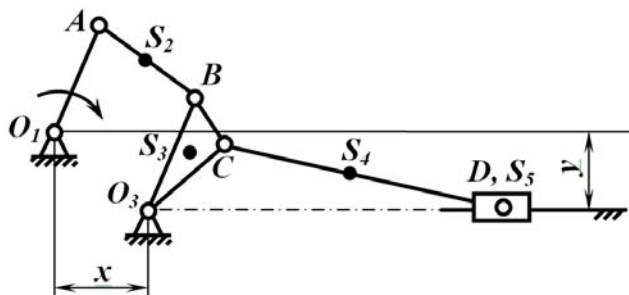


Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,25	0,09	0,22	0,10	0,18
$AB$	м	0,30	0,11	0,27	0,12	0,22
$O_3B$	м	0,20	0,07	0,17	0,08	0,15
$O_3C$	м	0,31	0,11	0,25	0,115	0,22
$CD$	м	0,90	0,33	0,70	0,35	0,60
$x$	м	0,10	0,035	0,09	0,04	0,07
$y$	м	0,06	0,025	0,055	0,025	0,045
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	30	100	40	90	70

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.



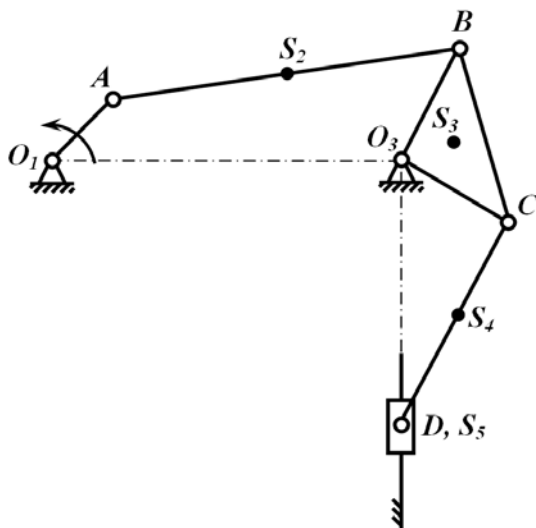
### Задание № 25. Механизм конвейера



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,22	0,08	0,20	0,12	0,25
$AB$	м	0,22	0,08	0,20	0,12	0,25
$O_3B$	м	0,22	0,08	0,20	0,12	0,25
$O_3C$	м	0,20	0,07	0,18	0,11	0,15
$BC$	м	0,045	0,02	0,04	0,03	0,12
$CD$	м	0,80	0,30	0,80	0,40	0,90
$x$	м	0,055	0,02	0,05	0,03	0,06
$y$	м	0,055	0,02	0,05	0,03	0,06
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	60	100	70	110	30

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

### Задание № 26. Механизм конвейера



Параметр	Размерность	№ варианта				
		1	2	3	4	5
$O_1A$	м	0,20	0,22	0,12	0,25	0,16
$AB$	м	0,35	0,38	0,22	0,75	0,28
$O_3B$	м	0,30	0,33	0,18	0,37	0,24
$O_3C$	м	0,30	0,33	0,18	0,37	0,24
$O_1O_3$	м	0,325	0,40	0,19	0,80	0,26
$BC$	м	0,40	0,44	0,25	0,48	0,32
$CD$	м	0,50	0,55	0,30	0,90	0,45
$n_1$	мин <sup>-1</sup>	200	250	300	350	400

Примечание. В вариантах № 1 и 2 кривошип вращается по часовой стрелке, а в вариантах № 3, 4 и 5 – против часовой стрелки.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Кинематическое исследование рычажного механизма.....	4
1.1. Метод планов положений механизма.....	4
1.2. Методы планов скоростей и ускорений.....	5
2. Основные уравнения для определения скоростей и ускорений методом планов для плоских механизмов второго класса.....	6
3. Пример кинематического исследования шарнирного четырехзвенника.....	9
3.1. Построение плана положений механизма.....	9
3.2. Построение плана скоростей механизма.....	12
3.3. Построение плана ускорений механизма.....	15
4. Пример построения плана скоростей и ускорений для кривошипно-кулисного механизма.....	20
Библиографический список.....	23
Приложение. Задания к самостоятельной работе.....	24

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**  
**КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ**  
**РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА**

*Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов специальности 21.05.04  
и бакалавриата направления 13.03.02*

Сост.: *А.В. Большунов, А.Ю. Кузькин*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой  
механики

Ответственный за выпуск *А.В. Большунов*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 28.06.2019. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 2,9. Усл.кр.-отт. 2,9. Уч.-изд.л. 2,6. Тираж 75 экз. Заказ 638. С 236.

Санкт-Петербургский горный университет  
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета  
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2