

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

*Методические указания к лабораторным работам
для студентов бакалавриата направления 13.03.02
и специальности 21.05.04*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра электроэнергетики и электромеханики

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

*Методические указания к лабораторным работам
для студентов бакалавриата направления 13.03.02
и специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019

УДК 681.5.011.622 (073)

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ: Методические указания к лабораторным работам / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *О.М. Большунова, А.В. Кривенко*. СПб, 2019. 52 с.

Методические указания содержат описание лабораторных работ по дисциплине «Теория автоматического управления». Основной целью данного цикла лабораторных работ является закрепление теоретических знаний, полученных студентами при изучении лекционного материала.

Предназначены для студентов бакалавриата направления 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (профиль подготовки «Электропривод и автоматика»), а также могут быть полезны студентам специальности 21.05.04 «Горное дело» (специализация «Электрификация и автоматизация горного производства»).

Научный редактор проф. *В.А. Шпенст*

Рецензент канд. техн. наук *А.П. Шевчук* (ООО «ПО «Энергосистема»)

© Санкт-Петербургский
горный университет, 2019

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

*Методические указания к лабораторным работам
для студентов бакалавриата направления 13.03.02
и специальности 21.05.04*

Сост.: *О.М. Большунова, А.В. Кривенко*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой
электроэнергетики и электромеханики

Ответственный за выпуск *О.М. Большунова*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 14.02.2019. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 3,0. Усл.кр.-отт. 3,0. Уч.-изд.л. 2,5. Тираж 100 экз. Заказ 90. С 35.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2

ВВЕДЕНИЕ

Цель изучения дисциплины «Теория автоматического управления»: формирование у студентов базовых знаний в области общих принципов построения и функционирования, основных методов анализа и синтеза систем автоматического управления.

Основными задачами дисциплины являются:

- изучение основных принципов построения систем автоматического управления; общих закономерностей функционирования, присущих системам автоматического управления различной физической природы; информационных процессов, протекающих в системах автоматического управления, основных методов анализа и синтеза систем автоматического управления;
- овладение методами идентификации объектов автоматического управления, методами анализа и расчета систем автоматического управления;
- формирование навыков практического применения методов синтеза систем автоматического управления, удовлетворяющих требованиям к качественным показателям, в том числе с использованием интеллектуальных технологий.

Лабораторный практикум необходим для облегчения усвоения теоретического материала и обучения практическим исследованиям в области расчета, анализа и синтеза систем автоматического управления.

Методические указания содержат краткие теоретические сведения и порядок выполнения лабораторных работ. Лабораторные работы выполняются с использованием пакета прикладных программ MatLab.

Каждая лабораторная работа рассчитана на 2-4 академических часа.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки бакалавриата 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (профиль подготовки «Электропривод и автоматика»), а также могут быть полезны студентам специальности 21.05.04 «Горное дело» (специализация «Электрификация и автоматизация горного производства»).

Лабораторная работа 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ И ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (САУ)

Цель работы

Изучение временных и частотных характеристики типовых динамических звеньев САУ и получение практических навыков их расчета в программной среде MatLab.

Краткие теоретические сведения

Типовыми динамическими звеньями САУ называются элементы системы, которые могут быть разнотипными конструкциями, выполняющими различные функции. Они обладают определенными свойствами.

Для математического описания звена используют передаточную функцию, временные и частотные характеристики.

Передаточной функцией $W(p)$ называют отношение изображения по Лапласу выходного сигнала звена или системы к изображению по Лапласу входного сигнала при нулевых начальных условиях.

Переходной характеристикой (временной характеристикой) звена или системы называют закон изменения во времени выходной величины при подаче на вход единичного ступенчатого сигнала

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}.$$

Изображение функции единичного ступенчатого сигнала по Лапласу

$$L[1(t)] = \frac{1}{p}.$$

По определению передаточной функции получаем

$$X_{\text{вых}}(p) = W(p)X_{\text{вх}}(p) = W(p)\frac{1}{p}.$$

Отсюда выражение для переходной функции

$$X_{\text{вых}}(t) = h(t) = L^{-1}\left[W(p)\frac{1}{p}\right]. \quad (1.1)$$

Соотношение (1.1) определяет переходную функцию $h(t)$ и устанавливает однозначную связь между $h(t)$ и $W(p)$.

Поскольку произвольный входной сигнал элемента может быть представлен в виде набора гармонических сигналов разных частот (использованием ряда или интеграла Фурье) и поскольку для линейных элементов справедлив принцип суперпозиции сигналов, **частотные характеристики** позволяют определять выходной сигнал элемента при любом входном.

Если на входе элемента действует гармонический сигнал

$$\dot{U}_1 = U_{1\text{м}} e^{j\omega t},$$

то после затухания переходной составляющей на выходе остается только гармонический сигнал той же частоты, но, возможно, другой амплитуды и фазы

$$\dot{U}_2 = U_{2\text{м}} e^{j(\omega t + \varphi)}.$$

Отношение \dot{U}_2 к \dot{U}_1 дает так называемый **комплексный коэффициент усиления** элемента на частоте ω

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{U_{2\text{м}}}{U_{1\text{м}}} e^{j\varphi}.$$

Как известно из теоретического курса, комплексный коэффициент усиления может быть получен подстановкой в передаточную функцию $p = j\omega$.

Обозначая через $A(\omega)$ *коэффициент усиления по амплитуде*

$$A(\omega) = \frac{U_{2M}}{U_{1M}}$$

и учитывая, что коэффициент усиления по амплитуде $A(\omega)$ и *фазовый сдвиг* $\varphi(\omega)$ зависят от частоты входного сигнала, получим

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \tag{1.2}$$

Формула (1.2) справедлива для любой частоты $\omega = 0 \div \infty$.

Из выражения (1.2) видно, что свойства элемента преобразовывать гармонический сигнал любой частоты могут быть описаны как функцией $W(j\omega)$ целиком, так и парой функций $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$.

При этом

$$A(\omega) = |W(j\omega)|, \tag{1.3}$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega). \tag{1.4}$$

Зависимость комплексного коэффициента $W(j\omega)$ от частоты может быть представлена графически на комплексной плоскости в виде годографа, называемого *амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ)*.

Зависимость коэффициента усиления по амплитуде $A(\omega)$ от частоты можно изобразить графически в виде *амплитудной частотной характеристики (АЧХ)*, откладывая по оси абсцисс угловую частоту ω . Зависимость сдвига по фазе $\varphi(\omega)$ можно изобразить графически в виде *фазовой частотной характеристики (ФЧХ)*, откладывая по оси абсцисс угловую частоту ω .

Рассмотрим динамические свойства некоторых типовых звеньев.

1. Аперидическое (инерционное) звено первого порядка

Дифференциальное уравнение звена

$$T \frac{dU_2(t)}{dt} + U_2(t) = kU_1(t),$$

где T – постоянная времени звена; k – коэффициент усиления звена.

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}. \quad (1.5)$$

Переходная характеристика звена (рис. 1.1, а) описывается уравнением

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{k}{Tp + 1} \frac{1}{p} \right] = k \left(1 - e^{-t/T} \right) \mathbf{1}(t).$$

Комплексный коэффициент усиления, на основе которого строится амплитудно-фазовая характеристика, имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1}.$$

Выражение для амплитудной частотной характеристики

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}. \quad (1.6)$$

Выражение для фазовой частотной характеристики

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg(-\omega T) = -\arctg\omega T \quad (1.7)$$

Частотные характеристики инерционного звена показаны на рис. 1.1, б, в.

2. Идеальное интегрирующее звено

Это звено, в котором выходная величина пропорциональна интегралу по времени от входной величины.

Основное уравнение звена

$$X_{\text{ВЫХ}} = \frac{1}{T} \int_0^t X_{\text{ВХ}}(t) dt. \quad (1.8)$$

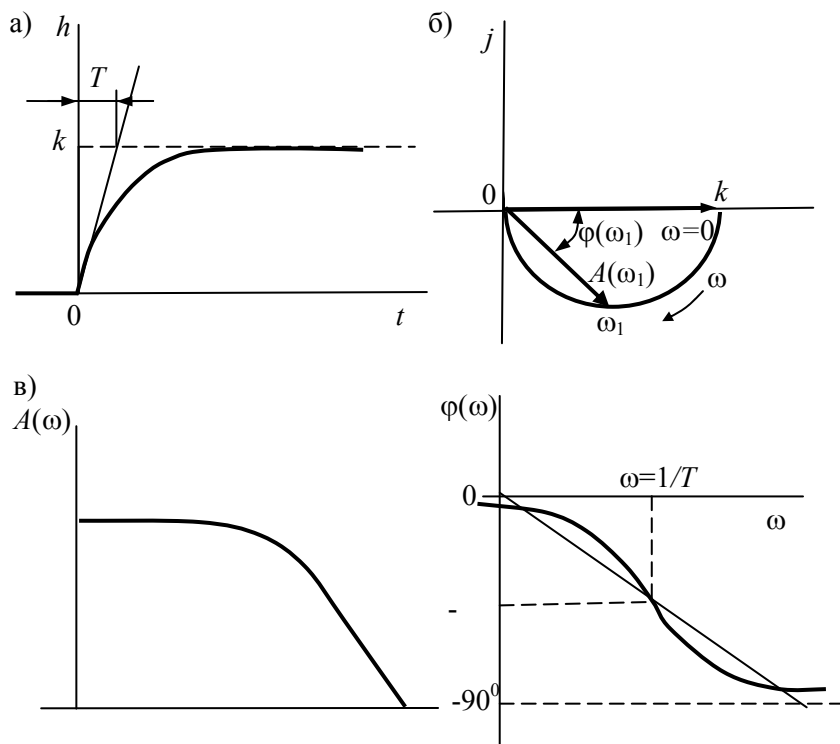


Рис. 1.1. Характеристики инерционного звена первого порядка: а) переходная; б) АФХ; в) АЧХ и ФЧХ

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{1}{Tp} = \frac{k}{p}. \quad (1.9)$$

Переходная функция звена

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{pT} \frac{1}{p}\right] = \frac{t}{T} 1(t).$$

Комплексный коэффициент усиления

$$W(j\omega) = \frac{1}{j\omega T}. \quad (1.10)$$

Частотные характеристики звена описываются формулами

$$A(\omega) = \frac{1}{\omega T}, \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}.$$

Переходная и частотные характеристики интегрирующего звена показаны на рис. 1.2.

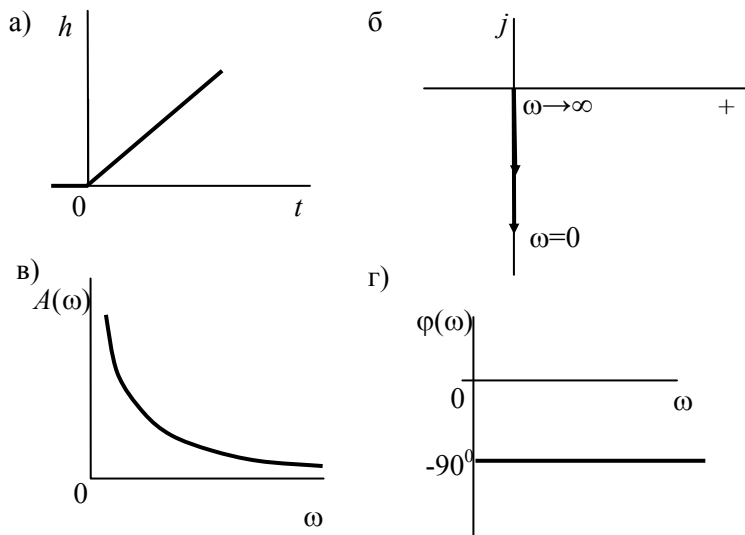


Рис. 1.2. Характеристики идеального интегрирующего звена: а) переходная; б) АФХ; в) АЧХ; г) ФЧХ

3. Реальное дифференцирующее звено (интегро-дифференцирующее звено в режиме дифференцирования)

Дифференциальное уравнение звена

$$T_2 \frac{dU_2}{dt} + U_2 = k(T_1 \frac{dU_1}{dt} + U_1) \text{ при } T_1 > T_2. \quad (1.11)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = k \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}. \quad (1.12)$$

Комплексный коэффициент усиления

$$W(j\omega) = k \frac{T_1 j\omega + 1}{T_2 j\omega + 1}.$$

Амплитудная и фазовая частотные характеристики (рис. 1.3) определяются выражениями

$$A(\omega) = k \frac{\sqrt{(T_1\omega)^2 + 1}}{\sqrt{(T_2\omega)^2 + 1}}, \quad \varphi(\omega) = \arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2).$$

Характеристики реального дифференцирующего звена представлены на рис. 1.3.

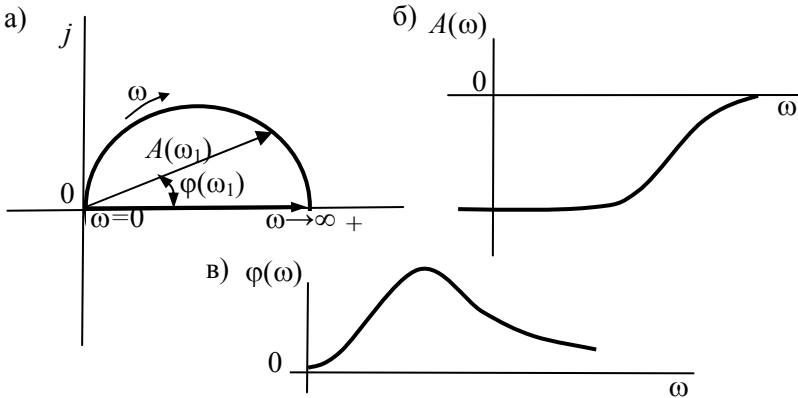


Рис. 1.3. Частотные характеристики реального дифференцирующего звена: а) АФХ; б) ЛАЧХ; в) ЛФЧХ

4. Колебательное звено

Дифференциальное уравнение звена

$$T^2 \frac{d^2 U_2(t)}{dt^2} + 2dT \frac{dU_2(t)}{dt} + U_2(t) = U_1(t). \quad (1.13)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2Td p + 1}. \quad (1.14)$$

Переходная функция

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{k}{T^2 p^2 + 2Td p + 1} \frac{1}{p} \right],$$

где d – относительный коэффициент демпфирования.

В зависимости от d вид переходной характеристики $h(t)$ меняется (рис. 1.4). При $0 < d < 1$ звено является колебательным. При $d > 1$ звено эквивалентно двум инерционным звеньям первого порядка, соединенным последовательно, и переходный процесс носит аperiodический характер.

Комплексный коэффициент усиления равен

$$W(j\omega) = \frac{k}{T^2 (j\omega)^2 + 2dTj\omega + 1}. \quad (1.15)$$

В зависимости от d вид частотных характеристик звена меняется (рис. 1.4), при этом

$$A(\Omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4d^2 \Omega^2}},$$

$$\varphi(\Omega) = -\arctg \frac{2d\Omega}{1 - \Omega^2},$$

где $\Omega = \omega T$.

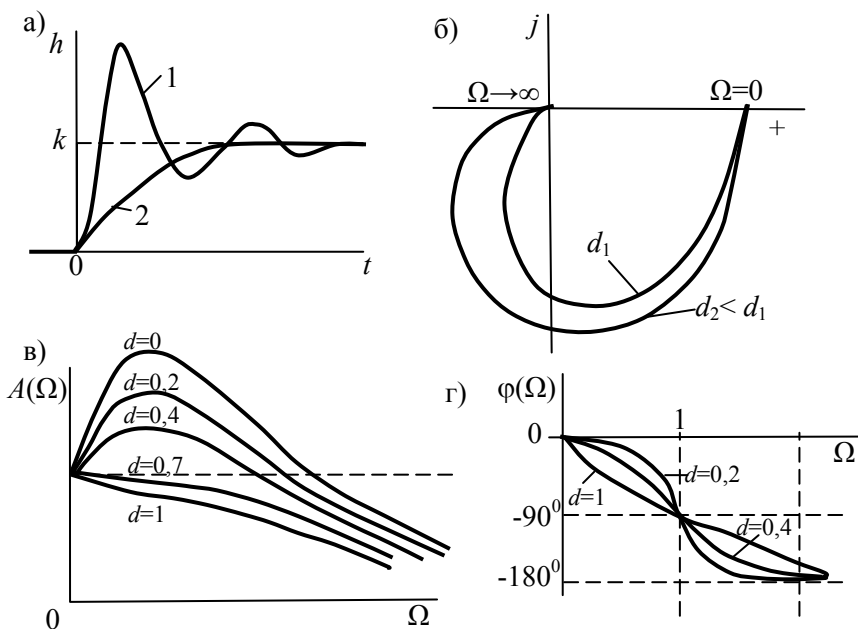


Рис. 1.4. Характеристики звеньев второго порядка: а) переходная: 1 - колебательного звена, 2 - инерционного звена второго порядка; б) АФХ колебательного звена; в) АЧХ колебательного звена; г) ФЧХ колебательного звена

5. Звено запаздывания

Основное уравнение звена

$$U_2(t) = U_1(t - \tau),$$

где τ - коэффициент запаздывания.

Передаточная функция

$$W(p) = e^{-p\tau}. \quad (1.16)$$

Комплексный коэффициент усиления

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}.$$

Переходная характеристика звена (рис. 1.5) определяется зависимостью

$$h(t) = L^{-1} \left[e^{-p\tau} \frac{1}{p} \right] = 1(t - \tau).$$

Частотные характеристики определяются выражениями

$$A(\omega) = 1, \quad \varphi(\omega) = -\omega\tau.$$

Характеристики звена запаздывания представлены на рис. 1.5.

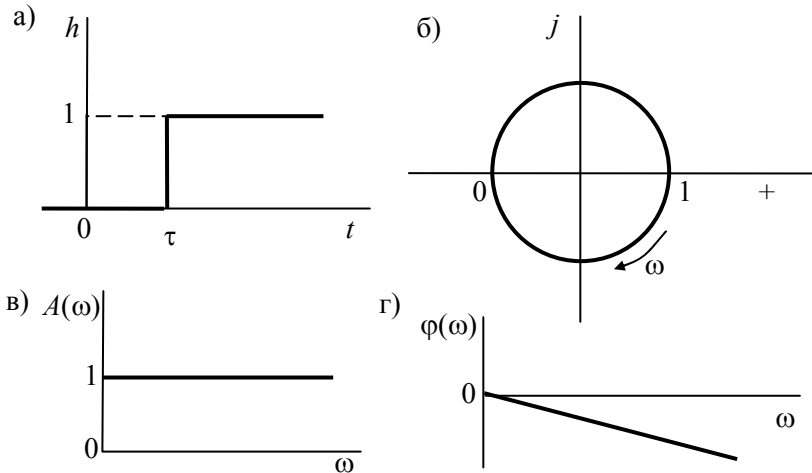


Рис. 1.5. Характеристики звена запаздывания: а) переходная; б) АФХ; в) АЧХ; г) ФЧХ

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя передаточные функции исследуемых типовых звеньев систем автоматического управления.
2. Ввести передаточные функции в MatLab.
3. Для каждого звена получить переходную и частотные характеристики.

4. По полученным переходным и частотным характеристикам сделать выводы об особенностях динамических свойств типовых звеньев систем автоматического управления.

Содержание отчета

1. Передаточные функции исследованных типовых звеньев систем автоматического управления.
2. Переходные временные характеристики исследованных типовых звеньев с анализом их особенностей.
3. Частотные характеристики исследованных типовых звеньев с анализом их особенностей.
4. Выводы по лабораторной работе.

Лабораторная работа 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ФОРМУЛЫ МЕЙСОНА И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В SIMULINK MATLAB

Цель работы

Научиться рассчитывать передаточную функцию системы автоматического управления (САУ) по ее структурной алгоритмической схеме, освоить методы расчета с использованием среды Simulink пакета прикладных программ MatLab.

Краткие теоретические сведения

Для нахождения передаточной функции системы по ее структурной алгоритмической схеме можно использовать *формулу Мейсона*, которая получила наиболее широкое распространение при расчете передаточных функций многоконтурных САУ.

Рассмотрим общий вид формулы и поясним ее компоненты:

$$W(p) = \frac{1}{\Delta(p)} \sum_{i=1}^n W_{\text{при}i}(p) \Delta_i(p), \quad (2.1)$$

где $W_{\text{при}i}(p)$ - передаточная функция i -го прямого канала, связывающего вход и выход системы; $\Delta(s)$ - определитель, который рассчитывается по формуле

$$\Delta(p) = 1 - \sum_j W_j(p) + \sum_{j,k} W_j(p)W_k(p) - \sum_{j,k,m} W_j(p)W_k(p)W_m(p) + \dots, \quad (2.2)$$

где $W_j(p)$ - передаточная функция j -го замкнутого контура в разомкнутом состоянии; $W_j(p)W_k(p)$ - произведение передаточных функций пары (j -го и k -го) не касающихся замкнутых контуров в разомкнутом состоянии, суммирование осуществляется по всем парам не касающихся контуров; $W_j(p)W_k(p)W_m(p)$ - произведение тройки (j -го, k -го и m -го) не касающихся контуров, суммирование производится по всем тройкам не касающихся контуров; $\Delta_i(p)$ - минор определителя $\Delta(p)$, полученный при удалении из формулы (2.2) всех слагаемых, входящих в i -тый прямой канал, связывающий вход и выход системы.

В качестве примера определим передаточную функцию между $X(p)$ и $Y(p)$ в структурной схеме САУ, показанной на рис. 2.1.

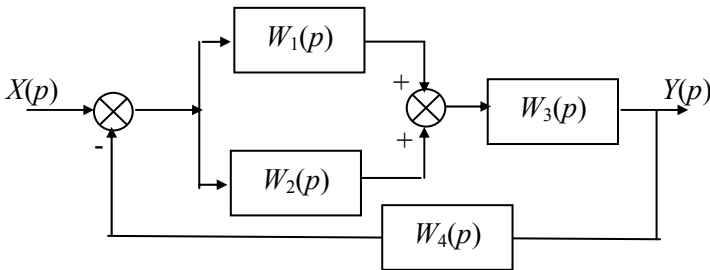


Рис. 2.1. Структурная алгоритмическая схема САУ

Замкнутых контуров в системе (рис. 2.1) - два, запишем их передаточные функции в разомкнутом состоянии

$$W_{к1}(p) = -W_1(p)W_3(p)W_4(p);$$

$$W_{к2}(p) = -W_2(p)W_3(p)W_4(p).$$

Контуры имеют общие звенья с передаточными функциями $W_3(p)$ и $W_4(p)$, поэтому определитель рассчитывается по формуле

$$\Delta(p) = 1 - W_{к1}(p)W_{к2}(p).$$

В структурной схеме (рис. 2.1) два прямых пути, связывающих вход $X(p)$ и выход $Y(p)$ системы, оба пути имеют с замкнутыми контурами общие звенья. Передаточные функции прямых путей прохождения сигнала и их определители имеют вид

$$W_{пр1}(p) = W_1(p)W_3(p), \quad \Delta_1(p) = 1;$$

$$W_{пр2}(p) = W_2(p)W_3(p), \quad \Delta_2(p) = 1.$$

Таким образом, передаточная функция системы, определенная по формуле Мейсона, имеет вид

$$W(p) = \frac{W_1(p)W_3(p) + W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_3(p)W_4(p) + W_2(p)W_3(p)W_4(p)}.$$

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя задание в виде структурной алгоритмической схемы исследуемой системы.

2. Осуществить анализ структурной схемы и записать передаточную функцию системы по задающему и возмущающему воздействиям, используя формулу Мейсона.

3. Ввести передаточные функции звеньев и полученную передаточную функцию системы в MatLab, используя tf-форму ввода, и построить переходные характеристики по задающему и возмущающему воздействиям, применив команду step.

4. Собрать заданную структурную схему в Simulink MatLab.

5. Осуществить имитационное моделирование в Simulink MatLab, получить переходные характеристики по задающему и возмущающему воздействиям в системе.

6. Сравнить переходные характеристики, полученные в MatLab и Simulink MatLab. Сделать выводы.

Содержание отчета

1. Расчет передаточной функции системы по задающему и возмущающему воздействиям с использованием формулы Мейсона.

2. Переходные характеристики исследованной системы по задающему и возмущающему воздействиям, построенные в MatLab.

3. Simulink-модель исследованной системы и результаты имитационного моделирования.

4. Выводы по лабораторной работе.

Лабораторная работа 3. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы

Научиться определять устойчивость линейной системы автоматического управления (САУ) различными методами.

Краткие теоретические сведения

Устойчивость является необходимым требованием для нормального функционирования САУ. Система считается устойчивой, если абсолютная величина отклонения управляемой величины, получившаяся под действием возмущения, по истечении некоторого промежутка времени становится меньше заранее заданного значения

$$\varepsilon \geq \lim_{t \rightarrow \infty} |y(t)|, \quad (3.1)$$

где $y(t)$ – отклонение управляемой величины.

Другими словами, система, выведенная из установившегося состояния внешними возмущающими силами и предоставленная самой себе, должна вернуться к прежнему состоянию равновесия или установить новое. Если это условие не реализуется, то система не является устойчивой и не может выполнять возложенные на нее функции управления. Поэтому одной из основных задач теории автоматического управления является анализ системы на устойчивость.

При исследовании системы на устойчивость безразлично, по какой причине нарушен режим ее равновесия и каким образом она оказалась в рассматриваемом состоянии. Существенным является лишь поведение системы, предоставленной в дальнейшем самой себе, т.е. устойчивость определяется характером свободного движения системы. Свободное же движение описывается однородным дифференциальным уравнением, соответствующим исходному уравнению процесса управления, которое описывает поведение системы как в переходном, так и в установившемся режимах.

Например, для линейной системы n -го порядка уравнение процесса управления в общем виде имеет вид

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m z(t)}{dt^m} + \dots + b_m z(t) + c_0 \frac{d^k x(t)}{dt^k} + \dots + c_k x(t), \quad (3.2)$$

где $y(t)$ – отклонение управляемой величины; $x(t)$ – изменение задающего воздействия; $z(t)$ – изменение возмущающего воздействия.

Свободное движение системы описывается соответствующим однородным дифференциальным уравнением вида

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = 0. \quad (3.3)$$

Для нахождения условий устойчивости нужно исследовать свойства решения уравнения (3.3). Решение имеет вид

$$y(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t}, \quad (3.4)$$

где c_i – постоянные интегрирования, определяющиеся из начальных условий; n – степень характеристического уравнения; p_i – корни соответствующего характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3.5)$$

Согласно определению устойчивости, система будет устойчива, если сумма в уравнении (3.4) в своем пределе будет стремиться к нулю, а это возможно, если каждое слагаемое этой суммы будет стремиться с ростом t ($t \rightarrow \infty$) к нулю. Последнее же возможно лишь при условии, что все корни характеристического уравнения p_i имеют отрицательные вещественные части. Отсюда **необходимым и достаточным условием устойчивости любой линейной САУ является отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения.**

Существуют и другие способы оценки устойчивости системы. В лабораторной работе для исследования САУ на устойчивость используются критерий Рауса, критерий Гурвица, критерий Найквиста и логарифмический частотный критерий.

1. Критерий устойчивости Рауса

Пусть характеристическое уравнение замкнутой САУ имеет вид (3.5), тогда для выяснения устойчивости заданной системы необходимо составить следующую таблицу:

	$c = a_0$	$c_{21} = a_2$	$c_{31} = a_4$	$c_{41} = a_6$
	$c_{12} = a_1$	$c_{22} = a_3$	$c_{32} = a_5$	$c_{42} = a_7$
$\lambda_3 = \frac{a_0}{a_1}$	$c_{13} = a_2 - \lambda_3 a_3$	$c_{23} = a_4 - \lambda_3 a_5$	$c_{33} = a_6 - \lambda_3 a_7$	$c_{43} = a_8 - \lambda_3 a_9$
$\lambda_4 = \frac{a_1}{c_{13}}$	$c_{14} = a_3 - \lambda_4 c_{23}$	$c_{24} = a_5 - \lambda_4 c_{33}$	$c_{34} = a_7 - \lambda_4 c_{43}$	$c_{44} = a_9 - \lambda_4 c_{53}$
$\lambda_5 = \frac{c_{13}}{c_{14}}$	$c_{15} = c_{23} - \lambda_5 c_{24}$	$c_{25} = c_{33} - \lambda_5 c_{34}$	$c_{35} = c_{43} - \lambda_5 c_{44}$	$c_{45} = c_{53} - \lambda_5 c_{54}$

Любой из коэффициентов таблицы $c_{ki} (i \geq 3)$, где k – номер столбца; i – номер строки, находится по формулам

$$c_{ki} = c_{k+1;i-2} - \lambda_i c_{k+1;i-1},$$

где $\lambda_i = \frac{c_{1;i-2}}{c_{1;i-2}}$ для $i \geq 3$.

Число строк таблицы Рауса равно $n+1$, где n – степень характеристического уравнения системы.

Для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты первого столбца таблицы Рауса были положительны: $a_0 > 0; a_1 > 0; c_{13} > 0; \dots, c_{1;n+1} > 0$.

Если не все коэффициенты первого столбца таблицы положительны, т.е. система неустойчивая, то число корней уравнения, лежащих в правой полуплоскости, равно числу перемен знаков в первом столбце таблицы.

2. Критерий устойчивости Гурвица

Пусть характеристическое уравнение замкнутой САУ имеет вид (3.5), тогда критерий Гурвица формулируется следующим образом: **Для устойчивости замкнутой САУ необходимо и достаточно, чтобы все диагональные миноры определителя Гурвица были больше нуля.**

Определитель Гурвица составляется из коэффициентов характеристического уравнения замкнутой системы. В первой строке записываются все нечетные коэффициенты, начиная с a_1 , и далее строка дописывается нулями до полного числа членов, равного n . Во второй строке записываются все четные коэффициенты, начиная с a_0 . Третья и четвертые строки – это первые две, сдвинутые на один элемент вправо, пятая и шестая строки – это те же две строки, сдвинутые еще на один элемент вправо и т.д. до полного числа строк, равного n . В результате определитель имеет вид

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-4} & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}.$$

Диагональные миноры определителя Гурвица k -того порядка Δ_k составляются отчеркиванием в матрице k строк и k столбцов.

Условия устойчивости: $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 > 0$, $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} > 0$.

Уравнение границы устойчивости: $a_n \Delta_{n-1} = 0$.

3. Критерий устойчивости Найквиста

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой САУ по АФХ разомкнутой системы.

Формулировка критерия: Если разомкнутая система устойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФХ разомкнутой системы не охватывала точку с координатами $(-1; j0)$. Рис. 3.1 иллюстрирует это правило. Из рис. 3.1 следует, что замкнутая система устойчива, причем ΔA – запас устойчивости по модулю, $\Delta \varphi$ – запас устойчивости по фазе.

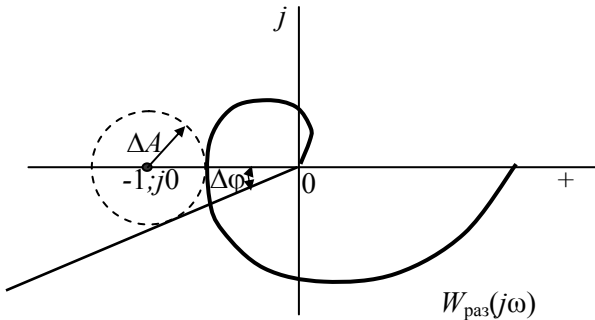


Рис. 3.1. АФХ разомкнутой системы

4. Логарифмический частотный критерий

Критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой системы на основании сравнения амплитудной и фазовой логарифмических частотных характеристик разомкнутой системы.

Для простых одноконтурных систем критерий формулируется следующим образом: Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) разомкнутой системы пересекла ось частот слева от частоты, при которой логариф-

мическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ) пересекает линию -180^0 (см. рис. 3.2).

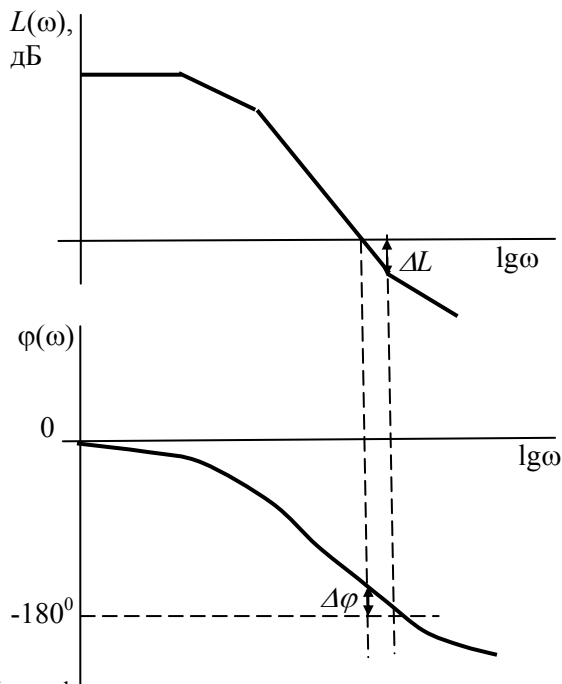


Рис. 3.2. Логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя вариант исследуемой системы. Система задается передаточной функцией в разомкнутом состоянии

$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{k}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4}.$$

2. Ввести передаточную функцию разомкнутой системы в MatLab и вычислить передаточную функцию замкнутой системы по формуле

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}(p)} = \frac{k}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + (a_4 + k)}$$

3. Записать характеристическое уравнение замкнутой системы, приравняв к нулю знаменатель передаточной функции $W_{\text{зам}}(p)$.

4. Определить устойчивость по корням характеристического уравнения, используя возможности MatLab.

5. Рассчитать устойчивость замкнутой системы вручную по критерию Рауса.

6. Рассчитать устойчивость замкнутой системы вручную по критерию Гурвица.

7. Определить значение критического коэффициента усиления $k_{\text{кр}}$, используя подход Гурвица.

8. Получить переходную характеристику замкнутой исходной системы для заданного преподавателем значения коэффициента k . Определить статическую ошибку $\delta_{\text{ст}}$.

9. Исследовать устойчивость и точность системы при разных значениях коэффициента усиления k . Для этого построить переходные характеристики в замкнутой системе при разных значениях коэффициента усиления разомкнутой системы $k_1 = k_{\text{кр}}$ и $k_2 = 0,5k_{\text{кр}}$. По переходным характеристикам определить статические ошибки $\delta_{\text{ст}1}$ и $\delta_{\text{ст}2}$.

10. Рассчитать частотные характеристики исходной разомкнутой системы, заданной преподавателем.

11. Определить устойчивость замкнутой системы методом Найквиста, построив АФХ разомкнутой системы.

12. Определить запасы устойчивости по Найквисту.

13. Определить устойчивость и запасы устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам. Результаты сравнить с п. 12.

14. П. 10 – п. 13 повторить для $W_{\text{раз}1}(p)$ (при k_1) и для $W_{\text{раз}2}(p)$ (при k_2).

Содержание отчета

1. Структурная алгоритмическая схема исследованной линейной системы автоматического управления.
2. Расчет передаточной функции замкнутой системы.
3. Характеристическое уравнение замкнутой системы и его корни.
4. Расчет устойчивости по критериям Гурвица и Рауса.
5. Расчет значения критического коэффициента усиления $k_{кр}$ с использованием подхода Гурвица.
6. Переходная характеристика замкнутой системы и расчет значения статической ошибки $\delta_{ст}$.
7. Результаты исследования устойчивости и точности системы при разных значениях коэффициента усиления k .
8. Частотные характеристики исходной разомкнутой системы, заданной преподавателем. Определение устойчивости и запасов устойчивости замкнутой системы методом Найквиста.
9. Частотные характеристики разомкнутой системы при разных значениях коэффициента усиления разомкнутой системы. Определение устойчивости и запасов устойчивости замкнутой системы методом Найквиста при разных значениях коэффициента усиления разомкнутой системы.
10. Выводы по лабораторной работе.

Лабораторная работа 4. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ В ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ

Цель работы

Исследовать качество процесса управления линейных систем автоматического управления (САУ) различной структуры.

Краткие теоретические сведения

Устойчивость системы автоматического управления является необходимым, но недостаточным условием рациональности ее применения. Комплекс требований, определяющих поведение системы

в установившемся и переходном процессах обработки внешних воздействий, составляет понятие **качества процесса управления**.

В условиях эксплуатации воздействия, поступающие на вход системы, имеют самый различный характер. Однако большинство из них может быть представлено либо в виде суммы ступенчатых сигналов, смещенных друг относительно друга, либо в виде суммы гармонических составляющих различных частот. Поэтому при исследовании систем автоматического управления принято анализировать их поведение при воздействиях вида ступенчатой или гармонической функций.

Рассмотрим наиболее часто используемые для оценки качества управления прямые показатели, определяемые непосредственно по переходной характеристике замкнутой САУ (рис. 4.1 а, б).

1. **Установившееся рассогласование**, определяющее статическую точность системы

$$\Delta_{уст} = \frac{\delta_{ст}}{h_3} 100\% , \quad (4.1)$$

где $\delta_{ст}$ - отклонение управляемой величины от задания в статическом режиме; h_3 – задание.

2. **Время переходного процесса (время регулирования)** t_p , которое служит основной характеристикой быстродействия системы и определяется из условия

$$|h(t)| \leq \delta_p \text{ при } t \geq t_p, \quad (4.2)$$

где δ_p - заранее заданная величина, обычно представляющая собой допустимую ошибку. На практике чаще всего принимают $\delta_p = 5\% h_{уст}$; $h_{уст}$ - установившееся значение управляемой величины.

3. **Перерегулирование** γ , определяемое как

$$\gamma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

для переходного процесса по заданию и

$$\gamma = \frac{A_2}{A_1} \cdot 100\% \quad (4.4)$$

для переходного процесса по возмущению.

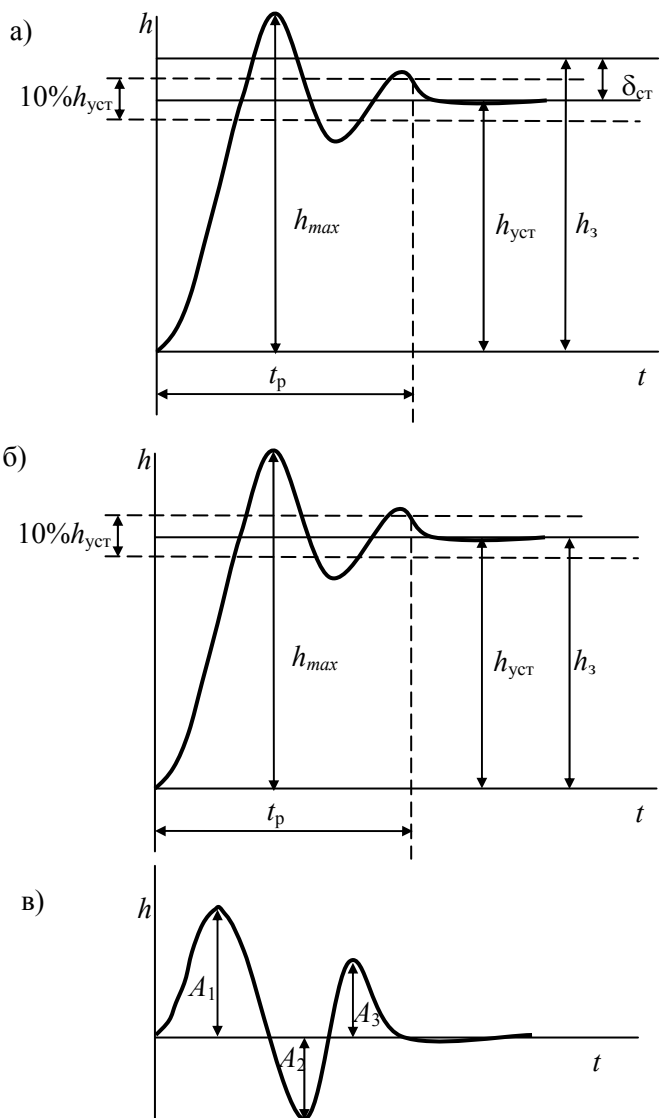


Рис. 4.1. Определение показателей качества переходного процесса:
 а) по заданию в статической системе; б) по заданию в астатической системе;
 в) по возмущению в астатической системе

4. **Колебательность**, характеризующаяся числом колебаний управляемой величины около заданного значения за время t_p .

5. **Степень затухания**

$$\sigma = \frac{A_1 - A_3}{A_1}.$$

Показатели 3, 4 и 5 характеризуют плавность протекания переходного процесса.

Характер переходного процесса может быть различным. Следует выделить три основных вида переходных процессов:

- колебательный процесс с перерегулированием, когда $h(t) > (h_{уст} + \delta_p)$ для некоторых значений $t < t_p$ (рис. 4.2, кривая 1);
- колебательный процесс без перерегулирования (рис. 4.2, кривая 2);
- монотонный процесс, когда $\frac{dh}{dt} \geq 0$; $h(t) \leq h_{уст}$ (рис. 4.2, кривая 3).

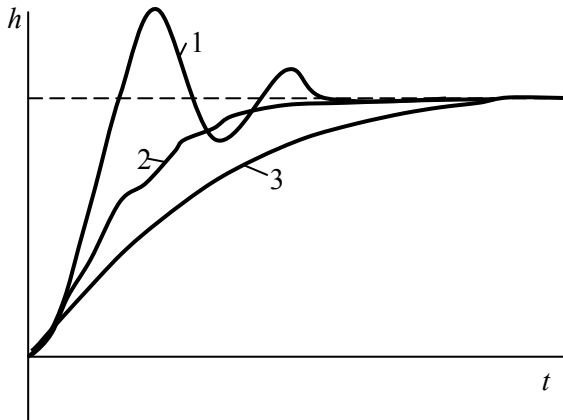


Рис. 4.2. Вид переходных процессов

В рамках лабораторной работы предлагается оценить качество процесса управления статической и астатической систем на основе расчета прямых показателей.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя варианты исследуемых статической и астатической систем (рис. 4.3 и рис. 4.4).
2. Для исследуемых систем осуществить расчет передаточных функций в разомкнутом состоянии $W_{\text{раз1}}(p), W_{\text{раз2}}(p)$ и передаточных функций в замкнутом состоянии по задающему воздействию $W_{\text{зам1}}(p), W_{\text{зам2}}(p)$ и по возмущению $W_{\text{в1}}(p), W_{\text{в2}}(p)$.
3. Получить переходные процессы по заданию и по возмущению в исследуемых системах, используя возможности MatLab. Определить прямые показатели качества.
4. В астатической системе звенья 3 и 4 поменять местами и снова получить переходные процессы по заданию и по возмущению. Определить прямые показатели качества.
5. Результаты, полученные в п. 3 и п. 4, сравнить.
6. Собрать структурные схемы исследованных систем в Simulink MatLab.
7. Осуществить имитационное моделирование в Simulink MatLab, получить переходные характеристики по задающему и возмущающему воздействиям в системе.
8. Сравнить переходные характеристики, полученные в MatLab и Simulink MatLab.

Содержание отчета

1. Структурные алгоритмические схемы заданных систем.
2. Передаточные функции исследованных систем в разомкнутом состоянии и замкнутом состоянии по заданию и возмущению.
3. Переходные процессы по заданию и по возмущению в исследуемых системах. Таблица прямых показателей качества.
4. Simulink-модели исследованных систем, результаты имитационного моделирования.
5. Выводы по лабораторной работе.

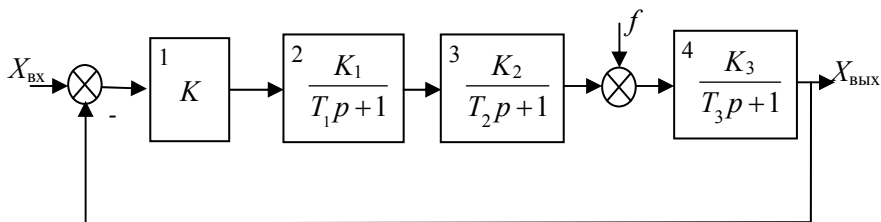


Рис. 4.3. Структурная алгоритмическая схема статической САУ

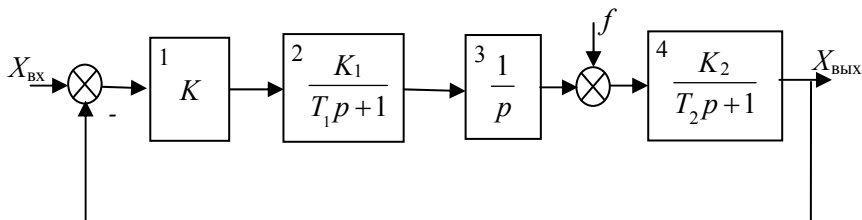


Рис. 4.4. Структурная алгоритмическая схема астатической САУ

Значения параметров систем для вариантов 1-3

Параметры	Статическая САУ			Астатическая САУ		
	1	2	3	1	2	3
K	3	4	1,5	1,7	1,5	1,8
K_1	2	2	2	2	2	0,2
K_2	1	1	1	1	1	1,5
K_3	1	1	1	-	-	-
T_1, c	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
T_2, c	1	1	0,5	1	0,5	0,5
T_3, c	1	1	1	-	-	-

Лабораторная работа 5. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ТИПОВЫМИ ЗАКОНАМИ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Цель работы

Научиться выполнять синтез линейной системы, использующей типовые алгоритмы регулирования, изучить основные свойства не-

прерывных алгоритмов регулирования, исследовать влияние параметров типовых регуляторов на динамические и статические свойства систем, провести сравнительный анализ систем с различными типовыми алгоритмами управления.

Краткие теоретические сведения

При заданном алгоритме функционирования регулятора задача сводится к выбору параметров его настройки по динамическим характеристикам объекта по регулируемому каналу и требованиям к качеству процесса регулирования.

О качестве полученной замкнутой системы судят по ее реакции на типовое воздействие. В качестве типового воздействия используется единичное ступенчатое воздействие $1(t)$ - (функция Хевисайда).

При подаче на вход единичного ступенчатого воздействия на выходе получим переходную характеристику. Переходная характеристика дает информацию о динамических и статических свойствах системы. Эти свойства зависят как от вида объекта управления, так и от типа закона регулирования и числовых значений его параметров.

Сначала определяют динамические и статические свойства объекта управления (ОУ). Затем по динамическим характеристикам объекта управления рассчитываются параметры регулятора и анализируются процессы в полученной замкнутой системе при различных алгоритмах регулирования. В работе исследуется влияние параметров алгоритмов регулирования на качество управления, проводится сравнительный анализ систем.

Перед выполнением работы необходимо ознакомиться с основными принципами управления в автоматических системах, знать сущность принципа замкнутого управления (управление по ошибке), разновидности законов регулирования и их свойства, статизм и астатизм систем автоматического регулирования. Названные вопросы являются фундаментальными в теории автоматического управления и подробно изложены в учебной литературе [1, 2, 3].

Определение динамических характеристик ОУ

Первостепенное значение для построения системы имеют динамические характеристики объекта и в первую очередь характеристики по регулируемому каналу: «регулирующий орган – регулируемая величина». Динамические свойства регулирующего канала определяют выбор алгоритма регулирования, расчет его параметров, так как от этих свойств зависит основной показатель работоспособности будущей системы управления – ее устойчивость.

Переходные характеристики большинства реальных объектов относительно регулирующего воздействия обычно представляют собой монотонные функции времени двух видов (рис. 5.1, а, б). В первом случае (рис. 5.1, а) отклонение регулируемой величины с течением времени стремится к некоторому установившемуся значению $h_{уст}$. Такого вида характеристики имеют **объекты с самовыравниванием** (статические объекты). Во втором случае (рис. 5.1, б) представлен **объект без самовыравнивания** (астатирующий объект).

В начальной части характеристики ОУ часто наблюдается чистое (или транспортное) запаздывание, т.е. регулируемая величина начинает изменяться только через некоторое время после изменения возмущения.

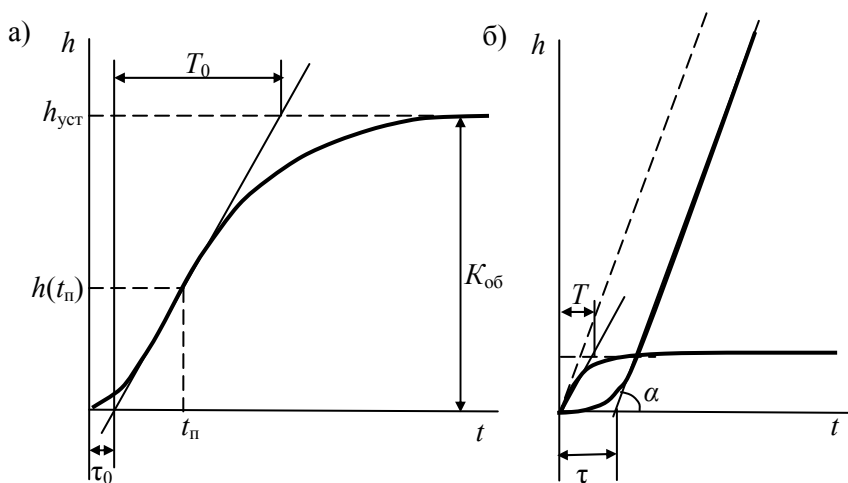


Рис. 5.1. Переходные характеристики объектов управления: а) объект с самовыравниванием (статический); б) объект без самовыравнивания (астатирующий)

Указанные особенности характеристик объектов позволяют аппроксимировать их дробно-рациональными передаточными функциями с введением в случае необходимости звена запаздывания.

Для объектов с самовывравниванием

$$W_a(p) = \frac{K_{об} e^{-p\tau}}{\prod_{i=1}^n (T_i p + 1)}, \quad (5.1)$$

для объектов без самовывравнивания

$$W_a(p) = \frac{K_{об} e^{-p\tau}}{p \prod_{i=1}^n (T_i p + 1)}, \quad (5.2)$$

где $K_{об}$ – коэффициент усиления объекта; τ – время запаздывания; T_i – постоянная времени объекта. В практических расчетах, как правило, принимают $n = 1 \div 3$.

В данной методической разработке основные вопросы рассматриваются для статических объектов с использованием аппроксимация вида (5.1) при $n = 1 \div 2$.

Для определения численных значений коэффициентов аппроксимирующих функций необходимо задаться некоторым критерием приближения. Выбор такого критерия следует производить с учетом последующего построения системы управления. Для первоначальных расчетов удовлетворительные результаты дает критерий приближения, основанный на совпадении исходной и аппроксимирующей переходных характеристик и их первых производных по времени при $t = 0$ в точке перегиба аппроксимируемой (исходной) характеристики $h(t)$, а также при $t \rightarrow \infty$ [3].

Простейшим частным случаем оператора (5.1), имеющим в инженерной практике наибольшее применение, является передаточная функция вида

$$W_a(p) = \frac{K_{об} e^{-p\tau_0}}{T_0 p + 1}. \quad (5.3)$$

Наиболее простой способ определения параметров передаточной функции (5.3) показан на рис. 5.1, а. Для этого к графику исходной переходной характеристики в точке перегиба проводится касательная, которая отсекает на оси абсцисс время запаздывания τ_0 и определяет постоянную времени объекта T_0 как интервал времени, заключенный между точками пересечения этой касательной с осью абсцисс и линией нового установившегося значения $h_{уст}$ переходной характеристики. При единичном входе $K_{об} = h_{уст}$.

Типовые линейные алгоритмы регулирования

При автоматизации производственных процессов, как правило, используют ограниченное число типовых алгоритмов регулирования. По заложенным в них функциям регулирования («законам регулирования») различают следующие алгоритмы: пропорциональные (П) или статические; интегральные (И) или астатические; пропорционально-интегральные (ПИ) и пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД).

В идеализированном виде математические выражения для указанных алгоритмов в линейном приближении могут быть записаны в виде

1. П-алгоритм регулирования может быть представлен в виде

$$U(t) = K_p \varepsilon(t), \quad (5.4)$$

где $U(t)$ – управляющее воздействие; K_p – коэффициент усиления; $\varepsilon(t)$ – ошибка управления.

Передаточная функция П-регулятора, реализующего П-алгоритм

$$W_n(p) = K_p. \quad (5.5)$$

Из (5.4) и (5.5) видно, что П-регулятор безынерционен. K_p – коэффициент усиления регулятора является параметром его настройки и численно равен перемещению регулирующего органа, которое осуществляет регулятор при отклонении регулируемой величины на единицу ее измерения. П-регуляторы обеспечивают устойчивую

работу практически со всеми промышленными объектами, но обладают тем недостатком, что система управления с П–регулятором имеет статизм (остаточную неравномерность регулирования).

2. И-алгоритм регулирования имеет вид

$$U(t) = \frac{1}{T_p} \int_0^t \varepsilon(t) dt, \quad (5.6)$$

где T_p – постоянная времени.

Передаточная функция И-регулятора

$$W_{\text{и}}(p) = \frac{1}{T_p p}. \quad (5.7)$$

Регуляторы с алгоритмом (5.6) обеспечивают создание астатической системы, однако, добиться устойчивости системы с таким регулятором часто оказывается затруднительно. И–регуляторы могут устойчиво регулировать работу лишь объектов с самовыравниванием. С объектами без самовыравнивания они образуют структурно неустойчивую систему.

3. ПИ–алгоритм регулирования имеет вид

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_p} \int_0^t \varepsilon(t) dt. \quad (5.8)$$

Передаточная функция ПИ-регулятора

$$W_{\text{пи}}(p) = K_p + \frac{1}{T_p p}. \quad (5.9)$$

Сочетание двух ранее рассмотренных алгоритмов дает возможность получить астатическую систему, устойчивость которой может быть легко обеспечена. Пропорциональная составляющая мгновенно «отрабатывает» основную «часть» входного сигнала, тогда как интегральная составляющая постепенно «приводит» выходной сигнал к заданному значению.

4. ПИД–алгоритм регулирования имеет вид

$$U(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_p} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \quad (5.10)$$

где T_d – постоянная времени дифференцирования.

Передаточная функция ПИД-регулятора

$$W_{\text{пид}}(p) = K_p + \frac{1}{T_p p} + T_d p. \quad (5.11)$$

Данный алгоритм используется при необходимости создания эффекта предварения, когда «отработка» выброса регулируемой величины должна опережать сам выброс. Введение в алгоритм управления первой производной от отклонения регулируемого параметра, как правило, положительно влияет на устойчивость системы.

Инерционность датчика обычно при расчете системы относят к объекту управления (например, инерцию чехла термопары), а передаточный коэффициент датчика может учитываться в коэффициенте усиления регулятора.

Встречаются регулирующие приборы с ПИ–алгоритмом управления, у которых коэффициенты при пропорциональной и интегральной составляющих связаны. Тогда алгоритм управления и передаточная функция регулятора описывается выражениями вида

$$U(t) = K_a \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt \right), \quad (5.12)$$

$$W_{\text{пи}}(p) = K_a \frac{1 + T_i p}{T_i p}, \quad (5.13)$$

которые легко получаются из (5.8) и (5.9) при

$$K_a = K_p, \quad T_i = \frac{T_p}{K_a}.$$

Коэффициент T_i – постоянная интегрирования («время издромма»).

Очевидно, что при расчетах системы управления с ПИ-регуляторами в равной мере можно использовать как выражения (5.8), (5.9), так и выражения (5.12), (5.13). В данной работе используется расчет $W_{\text{пн}}(p)$ по формуле (5.13).

Параметры K_p , K_a , T_p , T_i , T_d являются параметрами настройки системы управления и подлежат определению при ее расчете.

Таблица позволяет по найденным параметрам объекта управления по регулируемому каналу определить параметры настройки регулятора с учетом требований к качеству процесса управления.

Формулы, приведенные в таблице, применимы для объектов, передаточные функции которых могут быть представлены в виде (5.3).

Расчет оптимальных настроек типовых регуляторов

Тип регулятора	Требования к качеству управления		
	Апериодический процесс	γ до 20%	$\int \varepsilon^2 dt \rightarrow \min$
П-регулятор	$K_p = \frac{0,3}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$	$K_p = \frac{0,7}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$	$K_p = \frac{0,9}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$
ПИ-регулятор	$K_p = \frac{0,6}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$ $T_i = 0,6 T_{об}$	$K_p = \frac{0,7}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$ $T_i = 0,7 T_{об}$	$K_p = \frac{1,0}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$ $T_i = T_{об}$
ПИД-регулятор	$K_p = \frac{0,95}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$ $T_i = 2,4 \tau_{об}$ $T_d = 0,4 \tau_{об}$	$K_p = \frac{1,2}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$ $T_i = 2 \tau_{об}$ $T_d = 0,4 \tau_{об}$	$K_p = \frac{1,4}{k_{об} \frac{\tau_{об}}{T_{об}}}$ $T_i = 0,3 \tau_{об}$ $T_d = 0,5 \tau_{об}$

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя задание в виде экспериментальных точек переходной характеристики объекта управления.

2. Построить переходную характеристику объекта управления.
3. Аппроксимировать экспериментальную переходную характеристику объекта управления апериодическим звеном первого порядка с запаздыванием, используя графические построения.
4. Ввести полученную модель объекта в программу MatLab, построить аппроксимирующую переходную характеристику.
5. Перенести аппроксимирующую кривую на один график с экспериментальной, оценить погрешность аппроксимации.
6. Определить оптимальные настроечные параметры П, ПИ, ПИД - регуляторов по формулам, используя полученную модель объекта управления. Требования к качеству процесса управления задаются преподавателем.
7. Ввести передаточные функции регуляторов в программу MatLab, получить переходные процессы в системе управления с разными регуляторами и оценить показатели качества.
8. Исследовать влияние изменения значений параметров регуляторов (по заданию преподавателя) на временные характеристики системы.
9. Собрать Simulink-модель системы с ПИД-регулятором, провести имитационное моделирование.
10. По результатам исследований составить отчет.

Содержание отчета

1. Структурная алгоритмическая схема системы автоматического управления с типовым регулятором.
2. Передаточные функции системы управления в разомкнутом и замкнутом состояниях.
3. Экспериментальная и аппроксимирующая переходные характеристики объекта управления, представленные на одном графике с указанием графических построений.
4. Расчет значений оптимальных настроечных параметров П, ПИ и ПИД - регуляторов.
5. Переходные процессы в системе управления с разными регуляторами и оценка показателей качества управления.

6. Результаты исследования влияния изменения значений параметров регуляторов на временные характеристики системы.
7. Сравнительная таблица показателей качества.
8. Simulink-модель системы с ПИД-регулятором, результаты имитационного моделирования.
9. Выводы по лабораторной работе.

Лабораторная работа 6. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С КОМПЕНСАЦИЕЙ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Цель работы

Научиться рассчитывать физически реализуемые компенсаторы возмущающих воздействий.

Краткие теоретические сведения

Если на объект управления действуют значительные внешние возмущения и если возможно выделить и измерить главные из них, то рекомендуется использование *комбинированной* системы автоматического управления (САУ) с контурами компенсации возмущающих воздействий. В рамках лабораторной работы предлагается исследование комбинированной системы, структурная алгоритмическая схема которой представлена на рис. 6.

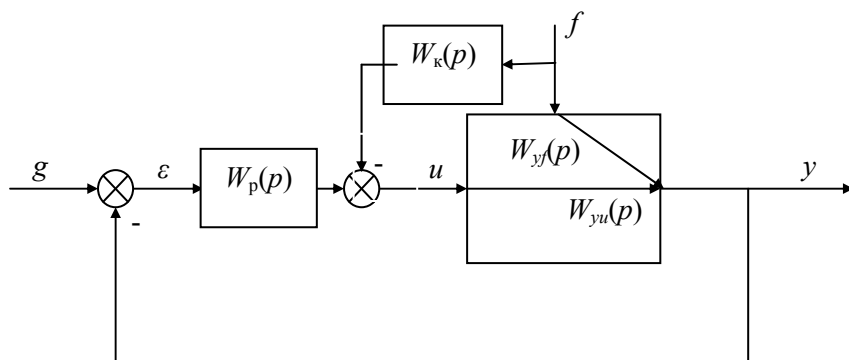


Рис. 6. Структурная схема комбинированной САУ

Система содержит два контура управления. Разомкнутый контур с преобразователем $W_{\kappa}(p)$ служит для компенсации основного возмущения (или возмущений) f ; замкнутый контур с регулятором $W_p(p)$ окончательно корректирует процесс, обрабатывая ошибки компенсации первого контура и другие неучтенные возмущения, многие из которых практически не могут быть контролируруемыми (помехи). Комбинированное управление сочетает в себе два принципа управления: управление по возмущению и управление по отклонению.

Выбор *компенсатора* $W_{\kappa}(p)$ осуществляется из условий *полной инвариантности* системы по отношению к компенсируемому возмущению. Под условиями инвариантности будем понимать такие условия, выполнение которых обеспечивает полное отсутствие отклонения регулируемой величины y в переходном процессе, вызываемом данным возмущением.

Полное уравнение системы для схемы, представленной на рисунке, имеет вид

$$y(t) = \frac{W_p(p)W_{yu}(p)}{1 + W_p(p)W_{yu}(p)} g(t) + \frac{W_{yf}(p) - W_{\kappa}(p)W_{yu}(p)}{1 + W_p(p)W_{yu}(p)} f(t),$$

где $\frac{W_p(p)W_{yu}(p)}{1 + W_p(p)W_{yu}(p)} = W_g(p)$ - передаточная функция замкнутой системы по заданию, т.е. главный оператор системы; $\frac{W_{yf}(p) - W_{\kappa}(p)W_{yu}(p)}{1 + W_p(p)W_{yu}(p)} = W_f(p)$ - передаточная функция замкнутой системы по возмущению.

Система считается инвариантной по отношению к возмущающему воздействию f , если $W_f(p) = 0$. Это возможно тогда, когда числитель передаточной функции замкнутой системы по возмущению равен нулю.

Отсюда, условие инвариантности регулируемой величины y относительно возмущения f имеет вид

$$W_{yf}(p) - W_k(p)W_{yu}(p) = 0, \quad (6.1)$$

а передаточная функция преобразователя (компенсатора возмущения)

$$W_k(p) = \frac{W_{yf}(p)}{W_{yu}(p)}. \quad (6.2)$$

При расчете комбинированных систем сначала рассчитывается замкнутый контур регулирования по отклонению регулируемой величины (определяются параметры регулятора $W_p(p)$, по характеристике объекта $W_{yu}(p)$), затем контур компенсации возмущения f из условия инвариантности регулируемого параметра u относительно f .

Основанием такого подхода является то обстоятельство, что возмущение f будет скомпенсировано, а на долю регулятора $W_p(p)$ остается лишь устранение последствий действия f и других некомпенсируемых возмущений.

На практике, как правило, никогда не удастся обеспечить условия полной инвариантности (6.1), поэтому стремятся выполнить лишь частичные условия инвариантности, при которых в пределах возможного будет обеспечиваться минимальное отклонение регулируемой величины, вызванное этим возмущением.

Для большинства рассматриваемых объектов функции (6.2) могут быть представлены в виде

$$W_k(p) = k \frac{\prod_{m=1}^l (T_m p + 1)}{\prod_{m=1}^l (T_m^* p + 1)}, \quad (6.3)$$

где множители вида $e^{-p(\tau_{yf} - \tau_{yu})}$ учтены повышением порядка данного выражения.

Тогда задача сводится к поиску простейшего, технически реализуемого элемента, способного наилучшим образом воспроизвести функцию (6.3). Одним из таких элементов может быть, например, звено с передаточной функцией

$$W_k^*(p) = \frac{T_{1k}p + 1}{T_{2k}p + 1}, \quad (6.4)$$

где T_{1k} и T_{2k} - значения параметров компенсатора, при которых осуществляется наилучшее из возможных приближений (6.4) к выражению (6.3).

Методы выбора аппроксимирующего элемента (6.4) и определения параметров T_{1k} и T_{2k} приводятся в литературе. В работе можно использовать простейший из них, заключающийся в следующем.

Для передаточной функции (6.4):

$$T_{1k} = \sum_{m=1}^l T_m, \quad (6.5)$$

где T_m – постоянная времени, стоящая в числителе выражения (6.3);

$$T_{2k} = \sum_{m=1}^n T_m^*, \quad (6.6)$$

где T_m^* – постоянная времени, стоящая в знаменателе (6.3).

Передаточная функция компенсатора $W_k(p)$ не входит в передаточную функцию разомкнутой системы, а следовательно, и в знаменатель передаточной функции замкнутой системы, поэтому имеется достаточная свобода в выборе параметров $W_k(p)$, которые не оказывают влияния на устойчивость системы.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя передаточные функции объекта управления по каналу управления и по каналу возмущения.
2. Осуществить расчет оптимальных значений настроечных параметров ПИ-регулятора, за критерий оптимальности принять минимум интеграла от квадрата ошибки управления.
3. Получить переходный процесс в системе по заданию и оценить прямые показатели качества.

4. Получить переходный процесс в системе по возмущению и оценить прямые показатели качества.

5. Рассчитать передаточную функцию идеального компенсатора возмущающего воздействия.

6. Получить переходный процесс в системе по возмущению с идеальным компенсатором.

7. Рассчитать передаточную функцию физически реализуемого компенсатора возмущающего воздействия.

8. Получить переходный процесс в системе по возмущению с физически реализуемым компенсатором и оценить прямые показатели качества.

9. Собрать Simulink-модель системы и осуществить имитационное моделирование.

Содержание отчета

1. Структурная схема комбинированной системы управления.

2. Расчет оптимальных значений параметров ПИ-регулятора.

3. Переходный процесс в системе по заданию, прямые показатели качества.

4. Переходный процесс в системе по возмущению без компенсатора, прямые показатели качества.

5. Расчет передаточной функции идеального компенсатора возмущающего воздействия

6. Переходный процесс в системе по возмущению с идеальным компенсатором.

7. Расчет передаточной функции физически реализуемого компенсатора возмущающего воздействия

8. Переходный процесс в системе по возмущению с физически реализуемым компенсатором, прямые показатели качества.

9. Simulink-модель системы и результаты имитационного моделирования.

10. Выводы по лабораторной работе.

Лабораторная работа 7. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ ПОДЧИНЕННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Цель работы

Научиться рассчитывать настроечные параметры типовых регуляторов в системах подчиненного регулирования.

Краткие теоретические сведения

Системы *подчиненного регулирования* являются разновидностью каскадных схем, они широко применяются в системах управления электроприводами. Структурная алгоритмическая схема системы подчиненного регулирования приведена на рис. 7.

В структуре объекта управления выбирается промежуточный сигнал z , который реагирует на управляющее воздействие с намного меньшей инерционностью и запаздыванием, чем основной управляемый сигнал y .

Подчиненный регулятор внутреннего контура $W_{\text{рп}}(p)$ стабилизирует сигнал z на уровне g_z , который задает командный регулятор $W_{\text{рк}}(p)$. Командный регулятор $W_{\text{рк}}(p)$ формирует задание регулятору $W_{\text{рп}}(p)$ по сигналу отклонения ε основной регулируемой величины y от задающего воздействия g .

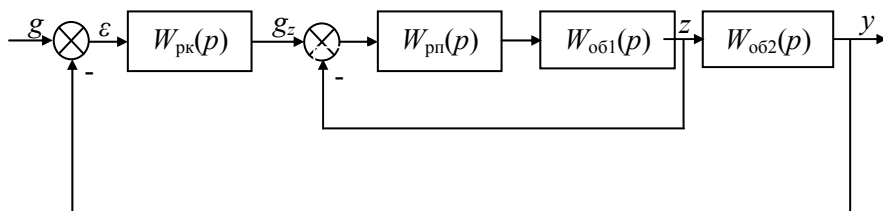


Рис. 7. Структурная схема САУ с подчиненным регулированием

Расчет настроечных параметров регуляторов (рис. 7) осуществляется в следующей последовательности.

На первом этапе регулятор $W_{\text{рп}}(p)$ настраивается на передаточную функцию объекта $W_{\text{об1}}(p)$, включенную во внутренний контур управления.

На втором этапе командный регулятор $W_{\text{рк}}(p)$ настраивается на эквивалентный объект, представляющий собой соединенные последовательно внутренний контур и объект с передаточной функцией $W_{\text{об2}}(p)$.

Значение управляемой величины в системе подчиненного регулирования для схемы, представленной на рис. 7, определяется по формуле

$$y(t) = \frac{W_{\text{рк}}(p)W_{\text{экв}}(p)}{1 + W_{\text{рк}}(p)W_{\text{экв}}(p)} g(t), \quad (7.1)$$

где $W_{\text{экв}}(p)$ - передаточная функция эквивалентного объекта, которая рассчитывается по формуле

$$W_{\text{экв}}(p) = \frac{W_{\text{рп}}(p)W_{\text{об1}}(p)}{1 + W_{\text{рп}}(p)W_{\text{об1}}(p)} W_{\text{об2}}(p). \quad (7.2)$$

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя передаточные функции объекта управления $W_{\text{об1}}(p)$ и $W_{\text{об2}}(p)$.
2. Осуществить расчет оптимальных значений настроечных параметров ПИ-регулятора внутреннего контура управления, за критерий оптимальности принять минимум интеграла от квадрата ошибки управления. Настройка регулятора производится на передаточную функцию объекта $W_{\text{об1}}(p)$.
3. Получить переходный процесс во внутреннем контуре управления и оценить прямые показатели качества.
4. Рассчитать передаточную функцию эквивалентного объекта по формуле (7.2), получить переходную характеристику эквивалентного объекта и аппроксимировать ее аperiодическим звеном первого порядка с запаздыванием.

5. Осуществить расчет оптимальных значений настроечных параметров командного ПИ-регулятора, за критерий оптимальности принять минимум интеграла от квадрата ошибки управления. Настройка регулятора производится на эквивалентный объект.

6. Получить переходный процесс в системе управления и оценить прямые показатели качества.

7. Собрать Simulink-модель системы и осуществить имитационное моделирование.

Содержание отчета

1. Структурная схема системы подчиненного регулирования.
2. Расчет параметров ПИ-регулятора внутреннего контура.
3. Переходный процесс во внутреннем контуре, прямые показатели качества.
4. Расчет передаточной функции эквивалентного объекта, переходная характеристика эквивалентного объекта и результаты ее аппроксимации.
5. Расчет параметров ПИ-регулятора внешнего контура.
6. Переходный процесс в системе, прямые показатели качества.
7. Simulink-модель системы и результаты имитационного моделирования.

Лабораторная работа 8. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМ ОБЪЕКТОМ

Цель работы

Научиться рассчитывать параметры типовых регуляторов и компенсирующих устройств в системах автоматического управления многомерными объектами.

Краткие теоретические сведения

Объект управления (рис. 8.1), состояние которого определяется несколькими регулируемыми величинами y_1, y_2 и несколькими регулирующими воздействиями u_1, u_2 , называется **многомерным**.

Регулирование многомерных объектов может быть *несвязным* и *связным*. Выбор между тем или иным способом регулирования определяется характером связи между регулируемыми величинами, которые могут существовать внутри объекта управления. Физически такие взаимосвязи обусловлены наличием общих для нескольких регулируемых величин возмущений или общих регулирующих воздействий.

В случае применения *несвязного регулирования* между контурами управления не используются "искусственные" перекрестные связи, но выбор алгоритма управления каждого регулятора и расчет его параметров производится с учетом наличия перекрестных связей в объекте. Каждый регулятор настраивается на эквивалентный объект, настройка осуществляется за несколько итераций, при этом расчет заканчивается на той итерации, при которой параметры регуляторов контуров управления будут мало отличаться от параметров, полученных в предыдущей итерации.

Структурная алгоритмическая схема системы несвязного регулирования представлена на рис. 8.1.

Регулятор первого контура с передаточной функцией $W_{p1}(p)$ настраивается на эквивалентный объект с передаточной функцией

$$W_{\text{эки1}}(p) = W_{11}(p) + \frac{W_{12}(p)W_{21}(p)W_{p2}(p)}{1 + W_{p2}(p)W_{22}(p)},$$

где $W_{11}(p)$ и $W_{22}(p)$ – передаточные функции объекта управления по основным каналам регулирования; $W_{12}(p)$ и $W_{21}(p)$ – передаточные функции объекта управления по перекрестным каналам; $W_{p2}(p)$ – передаточная функция регулятора второго контура.

Регулятор второго контура с передаточной функцией $W_{p2}(p)$ настраивается на эквивалентный объект с передаточной функцией

$$W_{\text{эки2}}(p) = W_{22}(p) + \frac{W_{21}(p)W_{12}(p)W_{p1}(p)}{1 + W_{p1}(p)W_{11}(p)}.$$

При синтезе регуляторов в двусвязных системах важное значение приобретает требование устойчивости системы, так как наличие перекрестных связей в объекте приводит к появлению в системе большого числа дополнительных замкнутых контуров циркулирова-

ния воздействий (число которых может превышать число регулируемых величин). Особенно неприятным является то, что наличие перекрестных связей может привести к появлению контуров с положительными обратными связями, что приводит к снижению устойчивости САУ.

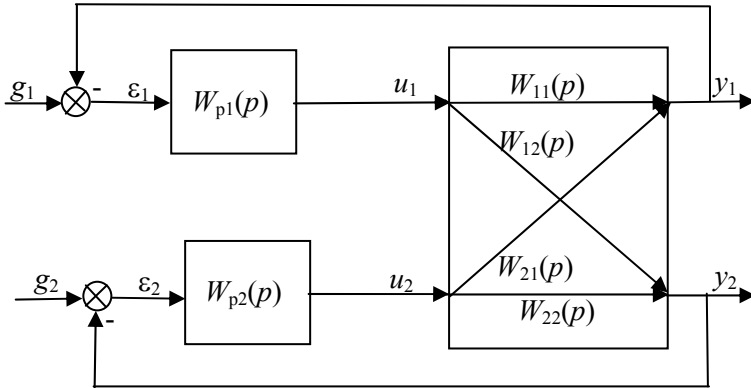


Рис. 8.1. Структурная алгоритмическая схема системы несвязанного регулирования

Одним из способов получения высокого качества процесса регулирования в двусвязной системе является наложение дополнительных связей между регуляторами для компенсации перекрестных связей в объекте, то есть применение **связанного регулирования**.

В системе используются **компенсаторы**, с помощью которых добиваются автономности отдельных контуров двусвязной системы. При этом связи можно устанавливать различным способом, например, в зависимости от конструктивных или схемных особенностей можно связывать между собой либо входы регуляторов, либо их выходы.

Рассмотрим подробнее структурную алгоритмическую схему системы с компенсирующими связями, представленную на рис. 8.2.

Условие автономности, то есть независимости второго контура от первого имеет вид

$$W_{12}(p) - W_{к1}(p)W_{p2}(p)W_{22}(p) = 0, \quad (8.1)$$

где $W_{к1}(p)$ и $W_{к2}(p)$ – передаточные функции компенсирующих устройств.

Аналогично условие автономности первого контура имеет вид

$$W_{21}(p) - W_{к2}(p)W_{p1}(p)W_{11}(p) = 0. \quad (8.2)$$

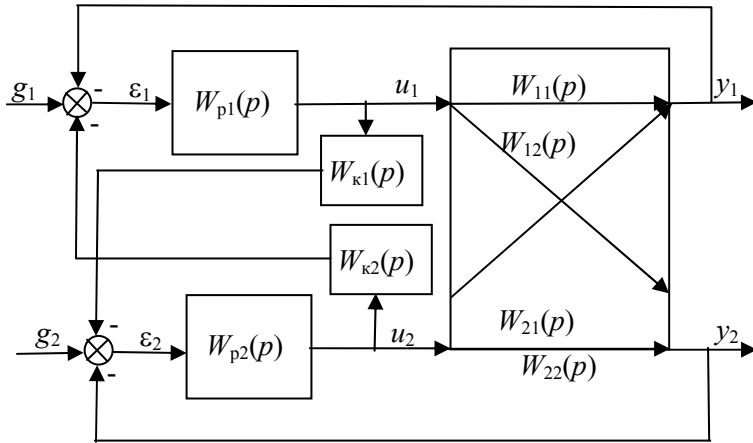


Рис. 8.2. Структурная алгоритмическая схема системы связанного регулирования

Из (8.1) и (8.2) получаем выражения для расчета передаточных функций компенсирующих устройств

$$W_{к1}(p) = \frac{W_{12}(p)}{W_{p2}(p)W_{22}(p)}, \quad (8.3)$$

$$W_{к2}(p) = \frac{W_{21}(p)}{W_{p1}(p)W_{11}(p)}. \quad (8.4)$$

Включение компенсаторов вида (8.3), (8.4) теоретически обеспечивает автономность контуров двусвязной системы. Практически, в силу того, что технически точная реализация условий (8.3), (8.4) не всегда возможна из-за сложности передаточных функций объекта, достигается лишь неполная автономность, то есть реализуются компенсаторы, передаточные функции которых только приближены к условиям (8.3) и (8.4). Выбор передаточных функций технически реализуемых компенсаторов и расчет их параметров осуществляется аналогично конструированию компенсаторов возмущений в комбинированной САУ (см. выражения (6.3) и (6.4)).

Выбор способа регулирования многомерным объектом можно осуществить на основании расчета коэффициента взаимосвязанности

$$K_{\text{вс}} = \frac{k_{12}k_{21}}{k_{11}k_{22}}, \quad (8.5)$$

где k_{11} и k_{22} – коэффициенты усиления передаточных функций объекта управления по основным каналам регулирования $W_{11}(p)$ и $W_{22}(p)$, соответственно; k_{12} и k_{21} – коэффициенты усиления передаточных функций объекта управления по перекрестным каналам $W_{12}(p)$ и $W_{21}(p)$, соответственно.

Если значение коэффициента взаимосвязанности не превышает 0,2, то перекрестные связи оказывают незначительное влияние на работу контуров, поэтому возможно применение несвязанного регулирования.

При значениях коэффициента взаимосвязанности $0,2 < K_{\text{вс}} < 1$ степень связи существенна и может значительно уменьшить устойчивость системы несвязанного регулирования. В этом случае предпочтительна схема автономного, связанного регулирования, то есть наложение дополнительных связей с компенсаторами.

Если требования к качеству регулирования одной из регулируемых величин ниже, чем другой и коэффициент передачи перекрестной связи объекта, отражающей влияние на эту величину другого контура, слишком мал, можно применять систему с односторонней автономностью и вводить только один компенсатор.

При $K_{св} > 1$ воздействия на регулируемые величины по перекрестным каналам сильнее, чем по основным. Ослаблять связи по перекрестным каналам в этом случае можно, применив схему несвязанного "перекрестного" регулирования, то есть поменяв местами основные и перекрестные каналы.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя передаточные функции многомерного объекта $W_{11}(p)$, $W_{22}(p)$, $W_{12}(p)$ и $W_{21}(p)$.

2. Осуществить расчет оптимальных значений настроечных параметров ПИ-регуляторов контуров управления (без учета внутренних перекрестных связей в объекте, считая контуры автономными), за критерий оптимальности принять минимум интеграла от квадрата ошибки управления.

3. Получить переходные процессы в контурах управления и оценить прямые показатели качества.

4. Рассчитать значение коэффициента взаимосвязанности по формуле (8.5), выбрать способ регулирования многомерным объектом.

5. При несвязанном регулировании осуществить пошаговую коррекцию рассчитанных значений параметров регуляторов с учетом настройки на эквивалентный объект. При связанном регулировании рассчитать передаточные функции технически реализуемых компенсаторов внутренних связей в объекте.

6. Осуществить имитационное моделирование системы автоматического управления.

7. Получить переходные процессы в системе управления, оценить прямые показатели качества, сравнить результаты с результатами расчетов по п.3. Сделать выводы.

Содержание отчета

1. Структурная алгоритмическая схема системы автоматического управления многомерным объектом.

2. Расчет параметров ПИ-регуляторов автономных контуров управления (без учета внутренних перекрестных связей в объекте).

3. Переходные процессы в контурах управления (без учета внутренних перекрестных связей в объекте), с оценкой прямых показателей качества.

4. Расчет значения коэффициента взаимосвязанности, выбор способа регулирования многомерным объектом.

5. При несвязанном регулировании - расчет значений параметров регуляторов с учетом настройки на эквивалентный объект. При связанном регулировании - расчет передаточных функций технически реализуемых компенсаторов внутренних связей в объекте.

6. Переходные процессы в системе, оценка прямых показателей качества, результаты сравнения с п.3.

7. Имитационная модель системы автоматического управления многомерным объектом и результаты имитационного моделирования.

8. Выводы по лабораторной работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Гайдук А.Р.* Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Р. Гайдук, В.Е. Беляев, Т.А. Пьявченко. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 464 с. <https://e.lanbook.com/book/90161>

2. *Глазырин Г.В.* Теория автоматического регулирования [Электронный ресурс] - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 168 с. <http://znaniium.com/catalog.php?bookinfo>

3. *Стороженко С.В.* Теория автоматического управления. Линейные системы [Электронный ресурс]: Лаб. практикум / С. В. Стороженко, О. М. Большунова. - СПб. : Горн. ун-т, 2012. - 55 с. <http://irbis.spmi.ru/jirbis2/index.php?option>

4. *Борисевич А.В.* Теория автоматического управления: элементарное введение с применением MATLAB [Электронный ресурс] - М.: Инфра-М, 2014. - 200 с. <http://znaniium.com/catalog.php?bookinfo=470329>

5. Образовательный математический сайт <http://exponenta.ru>.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Лабораторная работа 1. Исследование временных и частотных характеристик типовых звеньев систем автоматического управления (САУ)	4
Лабораторная работа 2. Исследование динамических свойств систем автоматического управления с применением формулы Мейсона и имитационного моделирования в Simulink MatLab	14
Лабораторная работа 3. Исследование устойчивости линейной системы автоматического управления	17
Лабораторная работа 4. Анализ качества процесса управления в линейной системе.....	24
Лабораторная работа 5. Синтез линейных систем с типовыми законами регулирования	29
Лабораторная работа 6. Синтез системы автоматического управления с компенсацией возмущающего воздействия	38
Лабораторная работа 7. Синтез системы подчиненного регулирования.....	43
Лабораторная работа 8. Синтез системы автоматического управления многомерным объектом	45
Библиографический список.....	51