

# **ГИДРОМЕХАНИКА**

*Методические указания к практическим занятиям  
для студентов специальности 21.05.04*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2021**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра транспортно-технологических процессов и машин

# ГИДРОМЕХАНИКА

*Методические указания к практическим занятиям  
для студентов специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2021

УДК 622.6 (073)

**ГИДРОМЕХАНИКА.** Методические указания к практическим занятиям / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *М.А. Васильева, Р.Б. Кускильдин, А.А. Волчихина* СПб, 2021. 78 с.

Методические указания предназначены для студентов при изучении дисциплины «Гидромеханика». Задачник содержит необходимые теоретические сведения, перечень задач, контрольных вопросов и заданий, необходимых для закрепления и проверки знаний по основным разделам курса «Гидромеханика». Приведен справочный материал, методические рекомендации к проведению расчетов.

Предназначены для студентов специальности 21.05.04 "Горное дело".

Научный редактор проф. *В.И. Александров*

Рецензент д.т.н. *А.Е. Пушкарев* (Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет)

© Санкт-Петербургский  
горный университет, 2021

## **ВВЕДЕНИЕ**

Основным назначением методических указаний является:

- усвоение студентами основ теоретической гидромеханики, которые необходимы для решения конкретных практических задач;
- освоение практики гидравлических расчетов инженерных сетей и оборудования.

Указания включают в себя семь глав и приложения, содержащие справочный материал, необходимый для проведения расчетов.

Каждая глава содержит краткие теоретические сведения и примеры гидравлических расчетов, имеющих практическое приложение.

Также в каждой главе приводится перечень контрольных вопросов, необходимых для повторения пройденного материала, задачи для работы на практических занятиях и самостоятельной работы студентов.

## 1. ЖИДКОСТЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

Жидкость в гидромеханике рассматривают как сплошную среду, т.е как систему материальных точек непрерывно заполняющую некоторую часть пространства. При этом жидкость сочетает в себе черты твердого состояния (весьма малая сжимаемость) и газообразного (текучесть).

Основными свойствами жидкости являются: плотность  $\rho$ , динамический  $\mu$  и кинематический  $\nu$  коэффициент вязкости.

**Плотность жидкости  $\rho$**  ( $\text{кг/м}^3$ ), определяется отношением ее массы  $m$  к объему  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

Плотность пресной воды при температуре  $t = 4^\circ\text{C}$ ;  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

В гидромеханике часто пользуются также понятие удельного веса  $\gamma$  ( $\text{Н/м}^3$ ), которое определяется отношением веса жидкости  $G$  к его объему  $V$ :

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad (1.2)$$

Плотность и удельный вес связаны между собой соотношением:

$$\gamma = \rho g \quad (1.3)$$

где  $g$ -ускорение свободного падения.

Для пресной воды  $\gamma_{\text{вод}} = 9810 \text{ Н/м}^3$ .

**Вязкость** - свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу или скольжению отдельных слоев жидкости относительно других.

Величина сил внутреннего трения между слоями, согласно гипотезе Ньютона, не зависит от давления, а зависит от рода жидкости, площади соприкосновения слоев и относительной скорости перемещения

$$F = \pm \mu \frac{du}{dy} S \quad (1.4)$$

Следовательно, касательное напряжение между слоями жидкости

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy} \quad (1.5)$$

где:

$\tau$  – касательное напряжение;

$\frac{du}{dy}$  – градиент скорости по нормали;

$du$  – скорость смещения слоев жидкости относительно друг друга;

$dy$  – расстояние между соседними слоями;

$\mu$  – коэффициент динамической вязкости.

Коэффициент динамической вязкости определяется свойствами жидкости и зависит от давления и температуры.

Единица измерения величины  $\mu$  в системе СИ – 1 Па·с. Также применяют пуаз (П).

В гидравлических расчетах часто используют коэффициент кинематической вязкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.6)$$

Единица кинематического коэффициента вязкости в системе СИ – м<sup>2</sup>/с. Также применяют стокс (Ст).

Существует много сред, которые хорошо описываются моделью (1.5) вязкой (ньютоновской) жидкости. В то же время имеются и другие жидкие среды, для описания которых модель вязкой жидкости не подходит. Эти жидкости называются неньютоновскими.

На практике вязкость жидкостей определяется вискозиметрами и чаще всего выражается в градусах Энглера (°E) – *условная вязкость* - отношение времени истечения испытуемой жидкости  $T_{и.ж.}$  к времени истечения дистиллированной воды  $T_{д.в.}$

$$^{\circ}E = \frac{T_{и.ж.}}{T_{д.в.}} \quad (1.7)$$

Пересчет вязкости, выраженной в градусах Энглера, в единицы измерения СИ (м<sup>2</sup>/с) производится по эмпирической формуле Убеллоде:

$$\nu = \left(0,0731 \cdot {}^{\circ}E - \frac{0,0631}{{}^{\circ}E}\right) \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с} \quad (1.8)$$

Вязкость жидкостей в значительной степени зависит от температуры. С повышением температуры вязкость капельных жидкостей уменьшается, а у газов – увеличивается. Значения кинематических коэффициентов вязкости воды в зависимости от температуры приведены в таблице 4.5 (Приложение 4)

### ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

**Пример 1.1.** В отопительной системе (котел, радиаторы, трубопроводы) частного дома содержится  $V = 0,3 \text{ м}^3$  воды. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный бак при нагревании от  $20$  до  $80^{\circ}\text{C}$ .

**Решение:**

Плотность воды при температуре  $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$  до  $t_2 = 80^{\circ}\text{C}$  определим по таблице 4.1 (приложение 4):

$$\rho_{20^{\circ}} = 998 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{80^{\circ}} = 972 \text{ кг/м}^3$$

Масса воды при начальной температуре

$$m = \rho_{20^{\circ}} \cdot V = 998 \cdot 0,3 = 299,4 \text{ кг}$$

Объем, занимаемый водой при  $t_2 = 80^{\circ}\text{C}$

$$V = \frac{m}{\rho_{80^{\circ}}} = \frac{299,4}{972} = 0,308 \text{ м}^3$$

Таким образом, дополнительный объем составляет

$$\Delta V = 0,308 - 0,3 = 0,008 \text{ м}^3 = 8 \text{ л.}$$

**Пример 1.2.** В отопительный котел поступает  $50 \text{ м}^3$  воды при температуре  $t_1 = 70^{\circ}\text{C}$ . Какой объем  $V$  воды будет выходить из котла при нагреве воды до  $t_2 = 90^{\circ}\text{C}$ .

**Решение:**

$$\text{Из формулы } \beta_t = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

получаем дополнительный объем воды при нагревании

$$\Delta V = \beta_t V_0 \Delta t$$

Коэффициент температурного расширения находим по таблице 4.4 (Приложение 4):  $\beta_t \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^{\circ}\text{C}$ .

Следовательно,  $\Delta V = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 20 = 0,6 \text{ м}^3$

Таким образом, из котла при нагревании будет выходить объем воды

$$V = 50 + 0,6 = 50,6 \text{ м}^3$$

**Пример 1.3.** Определить среднюю толщину  $\delta$  известковых отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром  $d = 0,3 \text{ м}$  и длиной  $l = 2 \text{ км}$ . При выпуске воды в количестве  $\Delta V = 0,05 \text{ м}^3$  давление в водоводе падает на величину  $\Delta p = 10^6 \text{ Па}$ . Считать, что отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно.

**Решение:**

Из формулы  $\beta_p = \frac{\Delta V}{V \Delta p}$ , определим объем воды в водоводе с отложениями:

$$V = \frac{\Delta V}{\beta_p \Delta p}$$

Коэффициент объемного сжатия воды находим по табл.4.2 (Приложение 4)  $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10} \text{ 1/Па}$

$$\text{Тогда } V = \frac{0,05}{5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^6} = 100 \text{ м}^3$$

С другой стороны объем водовода с отложениями

$$V = S \cdot l = \frac{\pi d_{\text{отл}}^2}{4} l$$

Откуда выразим внутренний диаметр водовода с отложениями

$$d_{\text{отл}} = \sqrt{\frac{4V}{\pi l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,252 \text{ м.}$$

Средняя толщина отложений

$$\delta = \frac{d - d_{\text{отл}}}{2} = \frac{0,3 - 0,252}{2} = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм}$$

## ЗАДАЧИ

**Задача 1.1.** В вертикальном цилиндрическом резервуаре диаметром  $d = 4 \text{ м}$  хранится  $100 \text{ т}$  нефти, плотность которой при  $0^\circ\text{C}$   $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ . Определить изменение уровня в резервуаре при

изменении температуры нефти от  $0^\circ$  до  $30^\circ$  С. Расширение резервуара не учитывать. Коэффициент теплового расширения нефти  $\beta_t = 0,00072$  [ $1/^\circ\text{C}$ ].

**Задача 1.2.** Найти кинематический коэффициент вязкости нефти, если известно, что при температуре  $t = 40^\circ\text{C}$  ее динамический коэффициент вязкости  $\mu = 12$  мПа·с. Плотность нефти при той же температуре  $\rho = 920$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 1.3.** Определить, насколько поднимется уровень нефти в цилиндрическом резервуаре при увеличении температуры от  $15$  до  $40^\circ\text{C}$ . Плотность нефти при  $15^\circ\text{C}$   $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>. Диаметр резервуара  $d = 10$  м; нефть заполняет резервуар при  $15^\circ\text{C}$  до высоты  $H = 12$  м. Коэффициент теплового объемного расширения нефти  $\beta_t = 6,4 \cdot 10^{-4}$   $1/^\circ\text{C}$ . Расширение резервуара не учитывается.

**Задача 1.4.** Трубопровод диаметром  $d = 0,3$  м, длиной  $l = 100$  м, подготовленный к гидравлическому испытанию, заполнен водой при атмосферном давлении. Какое количество воды необходимо дополнительно подать в трубопровод, чтобы давление в нем поднялось до  $5$  МПа по манометру? Коэффициент сжимаемости воды  $\beta_p = 0,5 \cdot 10^{-9}$  Па<sup>-1</sup>. Деформацией трубопровода пренебречь.

**Задача 1.5.** Канистра, заполненная бензином и не содержащая воздуха, нагрелась на солнце до температуры  $50^\circ\text{C}$ . На сколько повысилось бы давление бензина внутри канистры, если бы она была абсолютно жесткой? Начальная температура бензина  $20^\circ\text{C}$ . Модуль объемной упругости бензина принять равным  $E = 1300$  МПа, коэффициент температурного расширения  $\beta_t = 8 \cdot 10^{-4}$   $1/^\circ\text{C}$ .

**Задача 1.6.** Определить избыточное давление на дне океана, глубина которого  $H = 10$  км, приняв плотность морской воды  $\rho = 1030$  кг/м<sup>3</sup> и считая ее несжимаемой. Определить плотность воды на той же глубине с учетом сжимаемости и приняв модуль объемной упругости  $E = 2000$  МПа.

**Задача 1.7.** Определить объемный модуль упругости жидкости, если под действием груза  $A$  массой  $250$  кг поршень прошел расстояние  $\Delta h = 5$  мм. Начальная высота положения поршня (без груза)  $H = 1,5$  м, диаметры поршня  $d = 80$  мм и резервуара  $D = 300$  мм, высота резервуара  $h = 1,3$  м. Весом поршня пренебречь. Резервуар считать абсолютно жестким.

**Задача 1.8.** В отопительной системе (котел, радиаторы и трубопроводы) небольшого дома содержится  $V=0,4 \text{ м}^3$  воды. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд при нагревании от  $20$  до  $90^\circ\text{C}$ ?

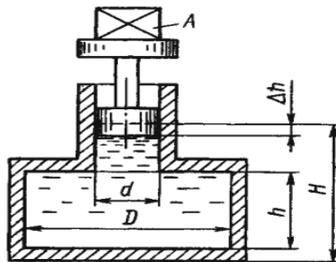


Рис.1.1. Схема к задаче 1.7

**Задача 1.9.** Для периодического аккумулирования дополнительного объема воды, получающегося при изменении температуры, к системе водяного отопления в верхней ее точке присоединяют расширительные резервуары, сообщающиеся с атмосферой. Определить наименьший объем расширительного резервуара, чтобы он полностью не опорожнялся. Допустимое колебание температуры воды во время перерывов в топке  $\Delta t = 95 - 70 = 25^\circ\text{C}$ . Объем воды в системе  $V = 0,55 \text{ м}^3$ .

**Задача 1.10.** В отопительный котел поступает объем воды  $V = 40 \text{ м}^3$  при температуре  $60^\circ\text{C}$ . Какой объем воды  $V$  будет выходить из котла при нагреве воды до температуры  $90^\circ\text{C}$ ?

**Задача 1.11.** Определить изменение плотности воды при нагревании ее от  $t_1 = 10^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 97^\circ\text{C}$ .

**Задача 1.12.** При гидравлическом испытании трубопровода длиной  $L = 1000 \text{ м}$  и диаметром  $d = 100 \text{ мм}$  давление поднималось от  $p_1 = 1 \text{ МПа}$  до  $p_2 = 1,5 \text{ МПа}$ . Определить объем жидкости  $\Delta V$ , который был дополнительно закачан в водопровод. Коэффициент объемного сжатия  $\beta_p = 4,75 \cdot 10^{-10} 1/\text{Па}$ .

**Задача 1.13.** При гидравлическом испытании трубопровода диаметром  $d = 0,4 \text{ м}$  длиной  $L = 20 \text{ м}$  и давление воды сначала было  $p_1 = 5,5 \text{ МПа}$ . Через час давление упало до  $p_2 = 5,0 \text{ МПа}$ . Определить, пренебрегая деформацией трубопровода, сколько воды вытекло при этом через неплотности. Коэффициент объемного сжатия  $\beta_p = 4,75 \cdot 10^{-10} 1/\text{Па}$ .

**Задача 1.14.** Определить среднюю толщину отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром  $d = 0,5 \text{ м}$  и длиной  $l = 3 \text{ км}$ . При выпуске воды объемом  $\Delta V = 0,08 \text{ м}^3$  давление в водоводе

падает на  $\Delta p = 1$  МПа. Отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно. Коэффициент объемного сжатия воды  $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$  1/Па.

**Задача 1.15.** Стальной водовод диаметром  $d = 0,4$  м и длиной  $l = 1$  км, проложенный открыто, находится под давлением  $p = 2$  МПа при температуре воды  $t_1 = 10$  °С. Определить давление воды в водоводе при повышении температуры до  $t_2 = 15$  °С в результате наружного прогрева.

**Задача 1.16.** Определить вязкость минерального масла, определенная вискозиметром, если время истечения масла составила  $T_{и.ж} = 378$  с, а ее плотность  $\rho = 860$  кг/м<sup>3</sup>. Определить кинематический и динамический коэффициенты вязкости масла. Время истечения дистиллированной воды составляет  $T_{д.в} = 55$  с

**Задача 1.17.** Вязкость нефти, определенная вискозиметром, составила 4 °Е, а ее плотность  $\rho = 880$  кг/м<sup>3</sup>. Определить кинематический и динамический коэффициенты вязкости нефти. Определить время истечения нефти через вискозиметр Энглера, если время истечения дистиллированной воды составляет  $T_{д.в} = 55$  с

**Задача 1.18.** Для опрессовки водой подземного трубопровода (проверки на герметичность) применяется ручной поршневой насос. Определить объем воды ( $E = 2000$  МПа), который

нужно накачать в трубопровод для повышения избыточного давления в нем от 0 до 1,0 МПа. Длина трубопровода  $L = 500$  м, диаметр –  $d = 100$  мм. Чему равно усилие на рукоятке насоса в последний момент опрессовки, если диаметр поршня насоса  $d_n = 40$  мм, а соотношение плеч рычажного механизма  $a/b = 5$ ?

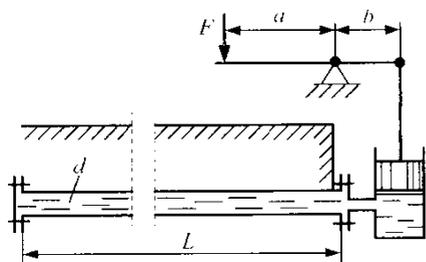


Рис.1.2. Схема к задаче 1.18

## 2. ГИДРОСТАТИКА

**Гидростатика** – это раздел гидравлики, рассматривающий законы равновесия жидкости и их практическое применение.

На жидкость, находящуюся в состоянии равновесия действуют внешние силы, распределенные по ее массе (*объемные*) и по поверхности (*поверхностные силы*). К первым относятся вес, силы инерции, ко вторым – силы давления внутри жидкости и атмосферного давления на свободную поверхность, силы трения в движущейся жидкости. Под влиянием этих сил на каждую точку жидкости, находящейся в равновесии, действует **гидростатическое давление**. Оно представляет собой напряжение сжатия и определяется выражением

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta p}{\Delta S} \right| \quad (2.1)$$

Гидростатическое давление обладает следующими свойствами:

1. В любой точке жидкости оно направлено перпендикулярно поверхности внутрь рассматриваемого объема жидкости.

2. Оно неизменно во всех направлениях.

3. Гидростатическое давление в точке зависит от ее координат в пространстве.

Поверхность, во всех точках которой гидростатическое давление одинаково называется **поверхностью равного давления**.

Уравнение, позволяющее находить гидростатическое давление в любой точке покоящейся жидкости при условии действия на нее только силы тяжести, называется **основным уравнением гидростатики**.

$$p = p_0 + \rho gh, \quad (2.2)$$

где:

$p_0$  – давление на свободной поверхности жидкости, которое передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям без изменения (**закон Паскаля**);

$\rho$  – плотность жидкости;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;

$h$  – глубина погружения рассматриваемой точки.

Зная координаты свободной поверхности и произвольной точки, уравнение (1.1) можно записать в виде:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}, \quad (2.3)$$

где:

$z$  и  $z_0$  - вертикальные координаты произвольной точки и свободной поверхности (геометрическая высота);

$\frac{p}{\rho g}$  - пьезометрическая высота;

сумма  $z + \frac{p}{\rho g}$  - гидростатический напор.

Давление, отсчитанное от абсолютного нуля, называется *абсолютным* ( $p_{\text{абс.}}$ ), от *атмосферного* ( $p_a$ ) - *избыточным* (манометрическим) ( $p_{\text{изб.}}$ ), т.е.

$$p_{\text{абс.}} = p_a + p_{\text{изб.}}$$

Состояние, при котором давление в жидкости меньше атмосферного называют *вакуум* (разрежение):

$$p_{\text{вак.}} = p_a - p_{\text{абс.}}$$

Единица измерения давления – Паскаль (Па), но наиболее удобными для практического использования являются кратные единицы: 1 кПа =  $10^3$  Па, 1 МПа =  $10^6$  Па. Наряду с этими используют и другие единицы измерения: бар, техническая атмосфера (ат), физическая атмосфера (атм), единица жидкостного столба (мм рт.ст., мм вод.ст.). Связь между единицами давления представлена в приложении 2.

## ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

### Пример 2.1. Определить

давление в резервуаре  $p_0$  и высоту подъема уровня воды  $h_1$  в трубке 1, если показания ртутного манометра  $h_2=0,15$  м и  $h_3=0,8$  м.

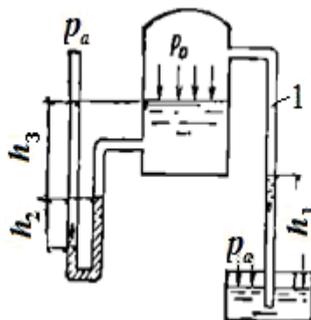
#### Решение:

Запишем условие равновесия со стороны ртутного манометра

$$p_a = p_0 + \rho_B g h_3 + \rho_{\text{рт}} g h_2$$

Откуда получаем

$$p_0 = p_a - g(\rho_B h_3 + \rho_{\text{рт}} h_2) =$$



$$=9,81 \cdot 10^4 - 9,81(13600 \cdot 0,15 + 1000 \cdot 0,8) = 7 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Таким образом, в резервуаре давление ниже атмосферного (вакуум).

С другой стороны, условие равновесия со стороны трубки 1

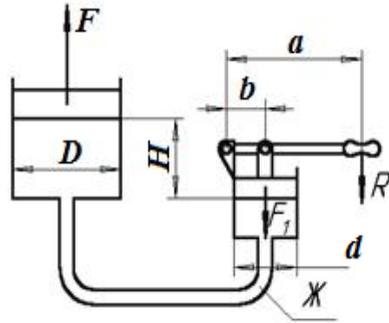
$$p_a = p_0 + \rho_b g h_1$$

откуда выразим высоту подъема воды в трубке

$$h_1 = \frac{p_a - p_0}{\rho_b \cdot g} = \frac{9,81 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^4}{1000 \cdot 9,81} = 2,9 \text{ м}$$

**Пример 2.2.** Определить

силу преобразования  $F$ , развиваемую гидравлическим прессом, у которого диаметр большого плунжера  $D = 500$  мм, меньшего  $d = 50$  мм, высота  $H = 1$  м. Рабочая жидкость с плотностью  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>. К рычагу приложено усилие  $R = 250$  Н. Отношение плеч рычага равно  $a/b = 12$ .



**Решение:**

Силу прессования  $F$  определим по формуле:

$$F = pS$$

где:

$p$  – давление гидросистеме;

$S$  – площадь большого плунжера.

Площадь большого плунжера  $S$  равна:

$$S = \frac{\pi D^2}{4}$$

Давление  $p$  в гидросистеме определим по формуле:

$$p = \frac{F_1}{S_1},$$

где:

$F_1$  – усилие, приложенное к малому плунжеру;

$S_1$  – площадь малого плунжера.

Площадь малого плунжера  $S_1$  равна:

$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Усилие  $F_1$  определим из условия равновесия сил, действующих на малый поршень

$$F_1 = R_1 - F_2,$$

где:

$R_1$  – усилие на малом плунжере в результате действия силы  $R$ ;  $F_2$  – усилие на малом плунжере в результате действия столба жидкости  $\mathcal{J}$ .

Усилие  $R_1$  на малом плунжере определим по формуле:

$$R_1 = \frac{a}{b} R.$$

Усилие  $F_2$  на малом плунжере определим по формуле:

$$F_2 = \rho g H S_1$$

где:

$g$  – ускорение свободного падения.

Выразим давление в гидросистеме

$$p = \frac{4F_1}{\pi d^2}$$

и усилие на малый плунжер

$$F_1 = \frac{a}{b} R - \rho g H S_1.$$

Откуда получаем, подставив величину площади малого поршня

$$F_1 = \frac{aR}{b} - \frac{\pi d^2 \rho g H}{4}$$

Окончательно, формула для определения давления  $p$  в гидросистеме принимает вид:

$$p = \frac{4}{\pi d^2} \left( \frac{aR}{b} - \frac{\pi d^2 \rho g H}{4} \right)$$

Таким образом, сила прессования  $F$  :

$$F = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \left(\frac{aR}{b} - \frac{\pi d^2 \rho g H}{4}\right).$$

Вычислим величину силы прессования  $F$  :

$$F = \left(\frac{500}{50}\right)^2 \left(250 \cdot 12 - \frac{\pi(50 \times 10^{-3})^2 \cdot 850 \cdot 9,81 \cdot 1}{4}\right) = 298,4 \text{ кН}.$$

### МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ РАСЧЕТОВ

При решении задач на определение давления в некоторой точке покоящейся жидкости следует:

1. выбрать поверхность равного давления – любая горизонтальная плоскость на произвольной глубине;

2. рассмотреть на этой плоскости любые две точки и записать выражение для определения абсолютного давления в этих точках, используя основное уравнение гидростатики. При этом, необходимо обратить внимание на знак перед вторым членом правой части уравнения: знак «+» ставится в случае увеличения глубины (давление возрастает), «-» – при подъеме (давление уменьшается);

3. записать уравнение равенства давлений в точках, приравняв правые части записанных выражений;

4. из полученного уравнения выразить неизвестную величину (*см. пример 2.1*).

При решении задач, в которых даны поршни или система поршней, следует:

1. составить уравнение сил, приложенных к поршню;

2. записать формулы для нахождения каждой из сил, действующих на тело. При этом, давление со стороны жидкости нужно определить, используя основное уравнение гидростатики;

3. подставить полученные зависимости в уравнение равновесия сил и выразить неизвестную величину (*см. пример 2.2*).

## ЗАДАЧИ

**Задача 2.1.** В закрытом резервуаре с нефтью  $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$  вакуумметр, установленный на его крышке, показывает  $p_B = 1,18 \cdot 10^4 \text{ Па}$  (рис. 1.4). Определить показание манометра  $p_M$ , присоединенного к резервуару на глубине  $H = 6 \text{ м}$  от поверхности жидкости, и положение пьезометрической плоскости.

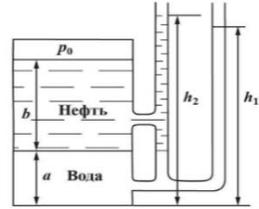


Рис.2.1. Схема к задаче 2.2

**Задача 2.2.** В закрытом цилиндрическом отстойнике уровень воды составляет  $a = 0,25 \text{ м}$ , уровень нефти  $b = 0,8 \text{ м}$ . Плотность воды  $\rho_B = 1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность нефти  $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$ . Определить уровни  $h_1$  и  $h_2$ , если абсолютное давление на поверхности нефти  $p = 1,08 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , атмосферному давлению соответствует  $h = 735 \text{ мм.рт.ст.}$

**Задача 2.3.** Определить избыточное давление воды в трубе В, если показание манометра  $P_M = 0,025 \text{ МПа}$ .

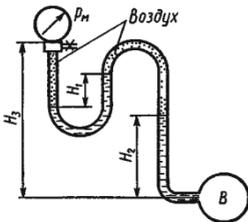


Рис.2.2. Схема к задаче 2.3

Соединительная трубка заполнена водой и воздухом, как показано на схеме, причем  $H_1 = 0,5 \text{ м}$ ;  $H_2 = 3 \text{ м}$ . Как изменится показание манометра, если при том же давлении в трубе всю соединительную трубку заполнить водой (воздух выпустить через кран К)? Высота  $H_3 = 5 \text{ м}$ .

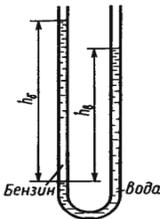


Рис.2.3. Схема к задаче 2.4

**Задача 2.4.** В U-образную трубку налиты вода и бензин. Определить плотность бензина, если  $h_6 = 500 \text{ мм}$ ;  $h_b = 350 \text{ мм}$ . Капиллярный эффект не учитывать.

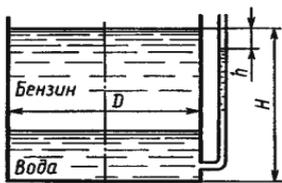


Рис.2.4. Схема к задаче 2.5

**Задача 2.5.** В цилиндрический бак диаметром  $D = 2$  м до уровня  $H = 1,5$  м налиты вода и бензин. Уровень воды в пьезометре ниже уровня бензина на  $h = 300$  мм. Определить вес находящегося в баке бензина, если  $\rho_6 = 700$  кг/м<sup>3</sup>.

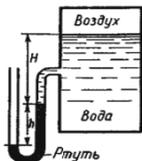


Рис.2.5. Схема к задаче 2.6.

**Задача 2.6.** Определить абсолютное давление воздуха в сосуде, если показание ртутного прибора  $h = 368$  мм, высота  $H = 1$  м. Плотность ртути  $\rho = 13600$  кг/м<sup>3</sup>. Атмосферное давление 736 мм.рт.ст.

**Задача 2.7.** Определить абсолютное давление воздуха в баке  $p_{\text{бак}}$  если при атмосферном давлении, соответствующем  $h = 760$  мм рт. ст., показание ртутного вакуумметра  $h_{\text{рт}} = 0,2$  м, высота  $h = 1,5$  м. Каково при этом показание пружинного вакуумметра? Плотность ртути  $\rho = 13\ 600$  кг/м<sup>3</sup>.

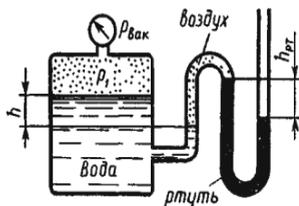


Рис.2.6. Схема к задаче 2.7.

**Задача 2.8.** Для заливки центробежного насоса 1 установлен вакуум-насос 2. Какой необходимо создать вакуум, если верх корпуса центробежного насоса находится над уровнем воды в резервуаре на расстоянии  $H = 3,5$  м?

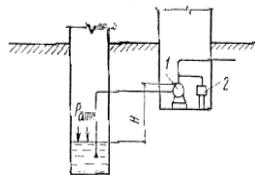


Рис.2.7. Схема к задаче 2.8.

**Задача 2.9.** Абсолютное давление в трубопроводе В  $p_{\text{в}} = 1,5 \cdot 10^5$  Па. Определить избыточное давление в трубопроводе С, если оба трубопровода заполнены водой, а показания дифференциального ртутного манометра  $h = 20$  см ( $\rho_{\text{рт}} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>).

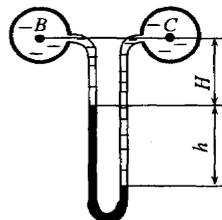


Рис.2.8. Схема к задаче 2.9.

**Задача 2.10.** Вакуумметрическое давление в трубопроводе В  $p_v = 25$  кПа. Определить абсолютное и избыточное давление в трубопроводе С, если трубопровод В заполнен жидкостью с относительной плотностью  $\delta = 1,18$ , трубопровод С – водой. Показания дифференциального ртутного манометра  $h = 0,25$  м,  $H = 0,85$  м.

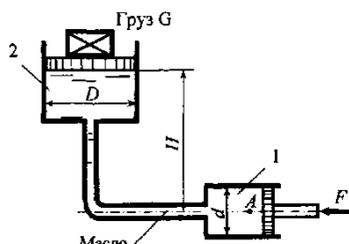


Рис.2.9. Схема к задаче 2.11.

**Задача 2.11.** Определить абсолютное давление в точке А и вес груза  $G$ , лежащего на поршне 2, если для его подъема к поршню 1 приложена сила  $F = 500$  Н. Диаметры поршней  $D = 300$  мм,  $d = 80$  мм. Высота  $H = 1,5$  м. Плотность масла  $\rho_m = 850$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 2.12.** Определить силу, прижимающую всасывающий клапан диаметром  $D_2 = 150$  мм к седлу, имеющему диаметр  $D_3 = 80$  мм, если диаметр насосного цилиндра  $D_1 = 250$  мм, а усилие, действующее на шток,  $P = 500$  Н. Седло клапана расположено ниже оси цилиндра на  $h_1 = 0,9$  м и выше свободной поверхности жидкости на  $h_2 = 4,5$  м, причем труба под клапаном заполнена водой.

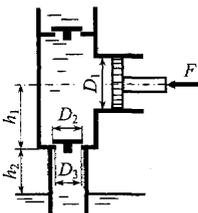


Рис.2.10. Схема к задаче 2.12.

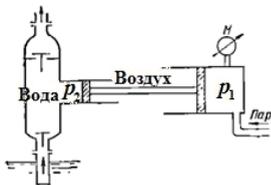


Рис.2.11. Схема к задаче 2.13.

**Задача 2.14.** Определить силу  $F$ , которую необходимо приложить к штоку поршня для удержания в равновесии, если мановакуумметр показывает давление выше атмосферного  $p_{изб} = 35$  кПа. Диаметр поршня  $d = 150$  мм, высота  $H = 1,85$  м, плотность жидкости  $\rho = 920$  кг/м<sup>3</sup>.

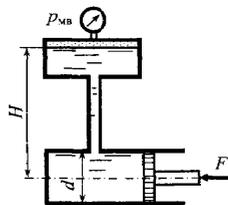


Рис.2.12. Схема к задаче 2.14.

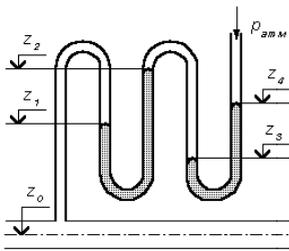


Рис.2.13. Схема к задаче 2.15.

**Задача 2.15.** Определить избыточное давление  $p_{0н}$  в закрытом резервуаре при условии:  $h_1 = 0,6$  м, плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>. Атмосферное давление  $p_a = 0,1$  МПа. Чему равно абсолютное давление на дно резервуара при  $h_2 = 1,0$  м. Построить эпюру избыточного давления на боковую поверхность резервуара.

**Задача 2.16.** Определить избыточное давление воды в трубе по показаниям батарейного ртутного манометра. Отметки уровней от оси трубы  $z_1 = 1,75$  м,  $z_2 = 3$  м,  $z_3 = 1,5$  м,  $z_4 = 2,5$  м. Плотность ртути  $\rho_{рт} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>, воды -  $\rho_в = 1000$  кг/м<sup>3</sup>

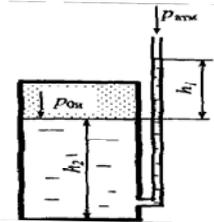


Рис.2.14. Схема к задаче 2.16.

**Задача 2.17.** Открытые сообщающиеся сосуды заполнены различными жидкостями ( $\rho_1 = 750$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_в = 1200$  кг/м<sup>3</sup>). Найти: расстояние от линии раздела АВ до уровня жидкости в каждом сосуде  $h_1$  и  $h_2$ , если разность уровней жидкостей в сосудах  $h = 20$  см

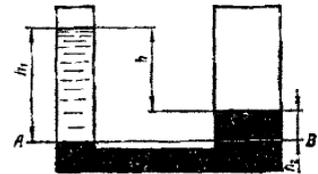


Рис.2.15. Схема к задаче 2.17.

### 3. СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ.

Из основного уравнения гидростатики следует, что полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению смоченной площади стенки  $S$  на гидростатическое давление  $p_c$  в центре тяжести этой площади

$$F = p_c S$$

или

$$F = \rho g h_c S, \quad (3.1)$$

где:

$h_c$  - глубина погружения центра тяжести смоченной площади стенки.

*Центр давления* – точка приложения силы давления от веса жидкости – располагается ниже центра тяжести или совпадает с последним в случае горизонтальной стенки. Положение центра давления  $y_d$  относительно линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью определяется формулой:

$$y_d = y_c + \frac{J_0}{y_c \cdot S} \quad (3.2)$$

где:

$J_0$  - момент инерции площади  $S$ , проходящей относительно центральной оси, перпендикулярной плоскости стенки;

$y_c$  – координата центра тяжести площади.

Таким образом, смещение центра давления относительно центра тяжести:

$$\Delta y = \frac{J_0}{y_c \cdot S}$$

Формулы для определения центра тяжести и моментов инерции плоских фигур относительно оси, проходящей через центр тяжести приведены в приложении 5.

При воздействии жидкостей с обеих сторон стенки сначала необходимо определить силы давления  $F_1$  и  $F_2$  по обе стороны от стенки, а затем найти их результирующую по правилу сложения параллельных сил.

$$F = F_1 + F_2$$

*Сила давления жидкости на криволинейную стенку* равна векторной сумме горизонтальной и вертикальной составляющих полной силы:

$$F = \sqrt{F_{\Gamma}^2 + F_{\text{B}}^2} \quad (3.3)$$

Горизонтальная составляющая численно равна силе давления на вертикальную проекцию стенки:

$$F_{\Gamma} = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_{\text{B}} \quad (3.4)$$

Вертикальная составляющая численно равна весу жидкости в объеме тела давления:

$$F_{\text{B}} = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_{\Gamma} = \rho \cdot g \cdot V \quad (3.5)$$

*Телом давления* называют объем жидкости, ограниченный данной криволинейной поверхностью, вертикальной поверхностью,

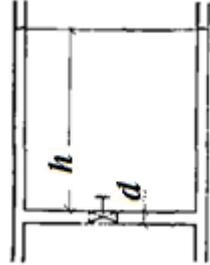
проведенной через нижнюю образующую криволинейной поверхности, и свободной поверхностью жидкости.

Направление силы суммарного давления определяется углом  $\beta$ , образуемым вектором  $F$  и горизонтальной плоскостью:

$$tg\beta = \frac{F_B}{F_T} \tag{3.6}$$

### ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

**Пример 3.1.** Две вертикальные трубы центрального отопления соединены горизонтальным участком, на котором установлена задвижка диаметром  $d = 0,2$  м. Температура воды в правой вертикальной трубе  $80^\circ\text{C}$ , а в левой  $20^\circ\text{C}$ . Найти разность сил суммарного давления на задвижку справа  $F_{\text{пр}}$  и слева  $F_{\text{л}}$ . Высота воды в вертикальных трубах над уровнем горизонтальной трубы  $h = 20$  м.



**Решение:**

Плотность воды при температуре  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 80^\circ\text{C}$  определим по таблице 4.1 (приложение 4):

$$\rho_{20^\circ} = 998 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{80^\circ} = 972 \text{ кг/м}^3$$

Сила суммарного давления на диски задвижки

$$F_{\text{пр}} = \rho_{80^\circ} g h_c S = \rho_{80^\circ} g h_c \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 972 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 3,14 \cdot \frac{0,2^2}{4} = 5988 \text{ Н}$$

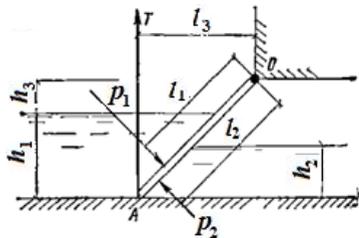
$$F_{\text{л}} = \rho_{20^\circ} g h_c S = \rho_{20^\circ} g h_c \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 998 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 3,14 \cdot \frac{0,2^2}{4} = 6148 \text{ Н}$$

Разность сил суммарного давления

$$\Delta F = 6148 - 5988 = 160 \text{ Н.}$$

**Пример 3.2.** Щит,

перекрываемый канал, расположен под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту и закреплен шарнирно к опоре над водой. Определить усилие, которое необходимо приложить к тросу для



открывания щита, если ширина щита  $b = 2$  м, глубина воды перед щитом  $h_1 = 2,5$  м, а после щита  $h_2 = 1,5$  м. Шарнир расположен над высоким уровнем воды на расстоянии  $h_3 = 1$  м. Весом щита и трением в шарнире можно пренебречь.

**Решение:**

Усилие  $T$ , которое необходимо приложить к тросу, определим из уравнения моментов сил относительно шарнира  $O$ :

$$-P_1 l_1 + P_2 l_2 + T l_3 = 0$$

Определим силу суммарного давления воды на щит слева

$$P_1 = \rho g h_c S_1$$

где глубина погружения центра тяжести

$$h_c = \frac{h_1}{2};$$

площадь смоченной поверхности

$$S_1 = b \cdot \frac{h_1}{\sin \alpha}.$$

Тогда:

$$P_1 = \rho g \frac{h_1}{2} b \cdot \frac{h_1}{\sin \alpha} = \frac{\rho g b h_1^2}{2 \sin \alpha} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 2,5^2 \cdot 2}{2 \sin 45^\circ} = 86,7 \text{ кН}$$

Аналогично определим силу суммарного давления справа

$$P_2 = \frac{\rho g b h_2^2}{2 \sin \alpha} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{2 \sin 45^\circ} = 31,25 \text{ кН}$$

Вертикальные координаты точек приложения сил (центр давления) определяем по формуле

$$y_d = y_c + \frac{J_0}{y_c \cdot S}$$

Откуда

$$y_{d1} = \frac{h_1}{3}; y_{d2} = \frac{h_2}{3}$$

Расстояния от шарниров до центров приложения сил давления:

$$l_1 = \frac{h_3}{\sin \alpha} + \frac{2h_1}{3 \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 45^\circ} + \frac{2 \cdot 2,5}{3 \sin 45^\circ} = 3,77 \text{ м}$$

$$l_2 = \frac{h_1 + h_3 - h_2}{\sin \alpha} + \frac{2h_2}{3 \sin \alpha} = \frac{2,5 + 1 - 1,5}{\sin 45^\circ} + \frac{2 \cdot 1,5}{3 \sin 45^\circ} = 4,23 \text{ м}$$

Так как  $\alpha = 45^\circ$ :

$$l_3 = h_1 + h_3 = 2,5 + 1 = 3,5 \text{ м}$$

Следовательно:

$$T = \frac{P_1 l_1 - P_2 l_2}{l_3} = \frac{86,7 \cdot 3,77 - 31,25 \cdot 4,23}{3,5} = 131 \text{ кН}$$

**Пример 3.3.** Определить силу суммарного давления на секторный затвор и ее направление. Глубина воды перед затвором  $H = 4$  м, длина затвора  $L = 8$  м, угол  $\alpha = 60^\circ$ .

**Решение:**

Равнодействующую сил давления определяем по формуле

$$F = \sqrt{F_G^2 + F_B^2}$$

Горизонтальная составляющая силы давления равна силе давления на вертикальную проекцию затвора:

$$F = \rho g h_c S$$

где:

$h_c = \frac{H}{2}$  – глубина погружения центра тяжести смоченной поверхности (Приложение 5);

$S = H \cdot L$  – площадь вертикальной проекции.

Следовательно:

$$F_G = \rho g \frac{H^2 L}{2} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 16 \cdot 8}{2} = 628 \text{ Н}$$

Вертикальную составляющую силы давления определяем по формуле

$$F_B = \rho \cdot g \cdot V$$

где:

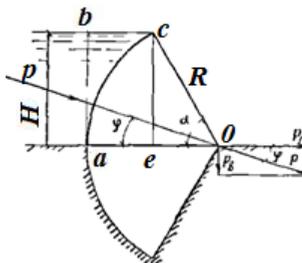
$V$  – объем тела  $abc$  длиной  $L$ .

$$R = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin 60^\circ} = 4,62 \text{ м}$$

$$Oe = R \cos \alpha = 4,62 \cdot 0,5 = 2,31 \text{ м}$$

Площадь сектора:

$$S_{oac} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \cdot (2 \cdot 4,62)^2}{4} \frac{60}{360} = 11,2 \text{ м}^2$$



$$S_{oec} = \frac{ce \cdot Oe}{2} = \frac{4 \cdot 2,31}{2} = 4,62 \text{ м}^2$$

$$S_{ace} = S_{oac} - S_{oec} = 11,2 - 4,62 = 6,58 \text{ м}^2$$

$$S_{abce} = ab \cdot ae = 4(4,62 - 2,31) = 9,24 \text{ м}^2$$

$$S_{ace} = S_{abce} - S_{ace} = 9,24 - 6,58 = 2,66 \text{ м}^2$$

Окончательно, получаем

$$F_B = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,66 \cdot 8 = 209,5 \text{ Н}$$

Вычислим равнодействующую сил давления:

$$F = \sqrt{628^2 + 209,5^2} = 662 \text{ кН}$$

Направление этой силы определяется углом  $\beta$ :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F_B}{F_T} = \frac{209,5}{628} = 0,333$$

Следовательно, угол  $\beta = 18^\circ 25'$ .

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ РАСЧЕТОВ

Для того, чтобы определить силу суммарного давления на плоскую стенку следует:

1. определить глубину погружения центра тяжести стенки  $h_c$  (используя приложение 5);
2. найти площадь смачиваемой поверхности стенки  $S$ ;
3. рассчитать суммарную силу давления по формуле (3.1);
4. точку приложения силы давления – центр давления – определить по формуле (3.2), где момент инерции рассчитывается по формулам, приведенным в приложении 5 (см. примеры 3.1 и 3.2).

Для того, чтобы определить силу суммарного давления на криволинейную стенку следует:

1. определить горизонтальную и вертикальную составляющие по формулам (3.4) и (3.5);
2. вычислить суммарную силу давления, используя формулу (3.3);
3. направление силы давления показать, определив угол  $\beta$  по формуле (3.6) (см. пример 3.1).

Для построения эпюр давления – диаграмм распределения давления на смоченную поверхность следует:

1. в точке соприкосновения свободной поверхности жидкости со стенкой восстанавливают перпендикуляр и на нем откладывают значение давления  $p_0$ ;
2. из точки пересечения стенки со дном восстанавливают другой перпендикуляр, равный в масштабе сумме значений  $p_0$  и  $\rho gH$ ;
3. соединив полученные отрезки, получают эпюру абсолютного давления.

### ЗАДАЧИ

**Задача 3.1.** Определить силу давления жидкости (воды) на крышку люка диаметром  $D = 1$  м в следующих двух случаях:

- 1) показание манометра  $P_m = 0,08$  МПа;  $H_0 = 1,5$  м;
- 2) показание ртутного вакуумметра  $h = 73,5$  мм при  $a = 1$  м;  $\rho_{рт} = 13600$  кг/м<sup>3</sup>;  $H_0 = 1,5$  м.

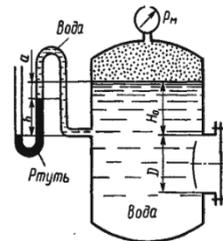


Рис.3.1. Схема к задаче 3.1.

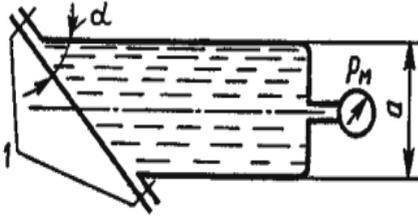


Рис.3.2. Схема к задаче 3.2.

**Задача 3.2.** Определить силу, действующую на болты 1 крышки бака, если показание манометра  $p_m=2$  МПа, а угол наклона крышки  $\alpha = 45^\circ$ . В сечении бак имеет форму квадрата со стороной,  $a = 200$  мм.

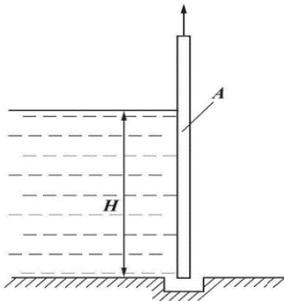


Рис.3.3. Схема к задаче 3.3.

**Задача 3.3.** Вертикальный щит А, перекрывающий водослив плотины, может перемещаться в пазах вверх и вниз. Глубина жидкости  $H = 1,4$  м, ширина щита  $b = 2,6$  м. Какую силу нужно приложить, чтобы поднять щит, если вес его  $G = 32$  кН, а коэффициент трения между щитом и поверхностью пазов  $f = 0,3$ .

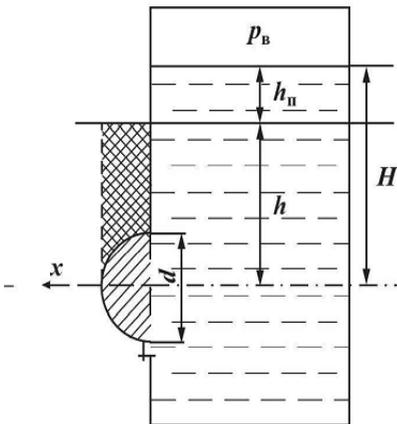


Рис.3.4. Схема к задаче 3.4.

**Задача 3.4.** В боковой плоской стенке резервуара с реактивным топливом ( $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>) имеется круглый люк. диаметром  $d = 0,5$  м, закрытый полусферической крышкой (рис. 1.29). Высота жидкости в резервуаре над осью люка  $H = 3$  м, вакуум на ее свободной поверхности  $p_v = 4,9$  кПа. Определить горизонтальную и вертикальную составляющие силы давления жидкости на крышку люка, а также величину их равнодействующей и ее направление.

**Задача 3.5.** В вертикальной стенке закрытого резервуара с нефтью имеется квадратное отверстие  $b \times b = 0,5 \times 0,5$  м. Определить: а) величину и точку приложения силы давления жидкости на крышку, перекрывающую это отверстие, если напор  $H = 1$  м, показание ртутного U – образного манометра, подключенного к резервуару,  $h = 300$  мм и атмосферное давление  $p_a = 98,1$  кПа; б) при каком давлении на свободной поверхности  $p_0$  крышка будет находиться в равновесии.

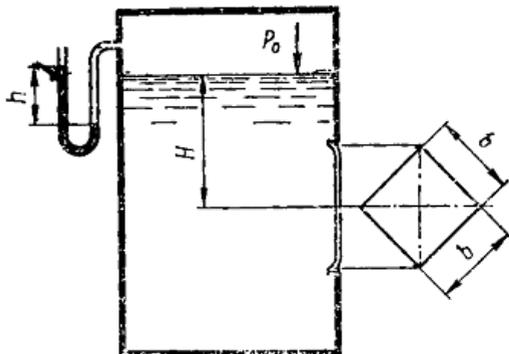


Рис.3.5. Схема к задаче 3.5.

**Задача 3.6.** Круглое отверстие  $R = 20$  см в дне резервуара с водой перекрывается клапаном-полусферой такого же радиуса, вес которого  $G = 200$  Н. Вычислить: а) силу  $T$ , необходимую для поднятия клапана при напоре  $H = 2,5$  м, если давление на свободной поверхности  $p_0 = p_a = 100$  кПа; б) при каком напоре  $H$  клапан откроется автоматически, если  $p_0 = 80$  кПа, а  $p_a = 100$  кПа.

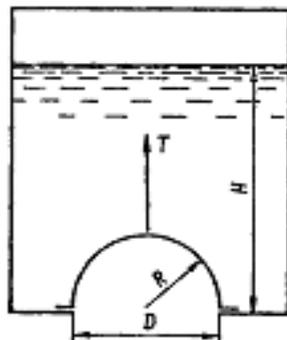


Рис.3.6. Схема к задаче 3.6.

**Задача 3.7.** Определить величину и направление силы давления воды на 1 м ширины затвора, представляющего собой четверть кругового цилиндра радиуса  $R$ , равного 2 м.

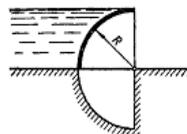


Рис.3.7. Схема к задаче 3.7.

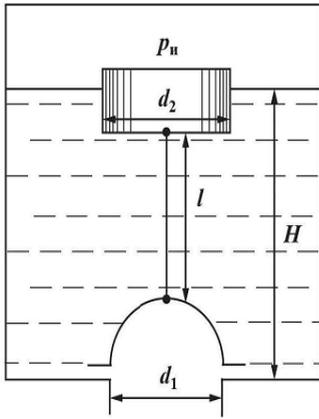


Рис.3.8. Схема к задаче 3.8.

**Задача 3.8.** В днище резервуара с жидкостью ( $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$ ) имеется круглое спусковое отверстие ( $d_1 = 10 \text{ см}$ ), закрытое полусферическим клапаном. Определить, при каком диаметре  $d_2$  цилиндрического поплавка клапан автоматически откроется при достижении высоты уровня жидкости в резервуаре  $H = 2 \text{ м}$ ? Длина цепочки, связывающей поплавок с клапаном,  $l = 0,95 \text{ м}$ , вес подвижных частей устройства  $G = 30 \text{ Н}$ , избыточное давление на свободной поверхности жидкости  $p_n = 49 \text{ кПа}$ .

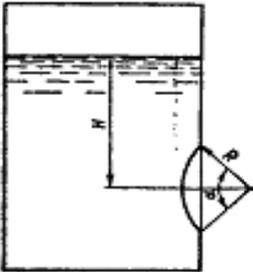


Рис.3.9. Схема к задаче 3.9.

**Задача 3.9.** Круглое отверстие в вертикальной стенке закрытого резервуара с водой перекрыто сферической крышкой. Радиус сферы  $R = 0,5 \text{ м}$ , угол  $\alpha = 120^\circ$ , глубина погружения центра тяжести  $H = 1 \text{ м}$ . Определить силу давления жидкости на крышку, если манометрическое давление на ее поверхности равно  $147 \text{ кПа}$ .

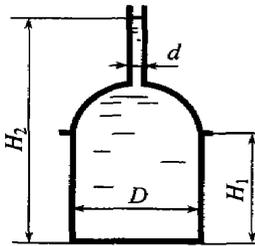


Рис.3.10. Схема к задаче 3.10.

**Задача 3.10.** Цилиндрический резервуар для хранения мазута диаметром  $D = 4 \text{ м}$  имеет полусферическую крышку и сообщается с атмосферой через трубу диаметром  $d = 0,2 \text{ м}$ . Определить вертикальную составляющую силы гидростатического давления мазута на крышку, если  $H_1 = 4 \text{ м}$ ,  $H_2 = 8 \text{ м}$ , а плотность мазута  $\rho = 890 \text{ кг/м}^3$ .

**Задача 3.11.** Построить тело давления и определить силу, открывающую полусферическую крышку диаметром  $d = 1$  м,  $H = 2$  м.

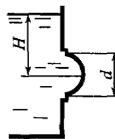


Рис.3.11. Схема к задаче 3.11.

**Задача 3.12.** Построить тело давления и определить силу, прижимающую коническую крышку диаметром  $d = 1,2$  м к основанию резервуара. Резервуар заполнен водой, глубина воды  $H = 3$  м, высота крышки  $h = 1$  м.

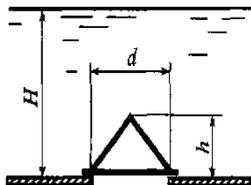


Рис.3.12. Схема к задаче 3.12.

**Задача 3.13** Построить тело давления и определить величину и направление силы гидростатического давления жидкости с относительной плотностью  $\delta = 0,8$ , действующей на цилиндрическую поверхность, если радиус и длина образующей цилиндра соответственно  $R = 1,2$  м,  $b = 0,5$  м.

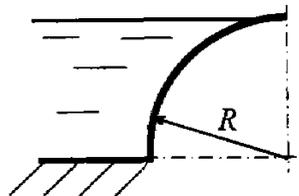


Рис.3.13. Схема к задаче 3.13.

**Задача 3.14.** На щите, наклоненном к горизонту на угол  $\alpha = 60^\circ$ , имеется отверстие, которое перекрывается круглой крышкой диаметром  $d = 0,8$  м. Определить силу гидростатического давления и центр давления воды на крышку люка,  $a = 1,0$  м.

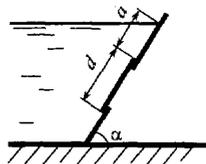


Рис.3.14. Схема к задаче 3.14.

**Задача 3.15.** Определить силу гидростатического давления и центр давления воды на прямоугольный затвор шириной  $b = 1,2$  м, закрывающий вход в прямоугольную трубу, высота которой  $h = 0,8$  м. Глубина жидкости в резервуаре  $H = 3,5$  м,  $a = 0,5$  м.

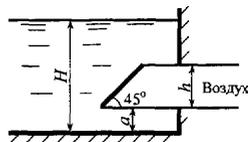


Рис.3.15. Схема к задаче 3.15.



Рис.3.16. Схема к задаче 3.16.

**Задача 3.16.** Определить равнодействующую силу и центр давления воды на прямоугольную стенку шириной  $b = 10$  м, если глубина воды  $H_1 = 5$  м,  $H_2 = 3$  м.

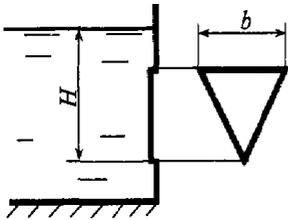


Рис.3.17. Схема к задаче 3.17.

**Задача 3.17.** В вертикальной стенке имеется отверстие, перекрываемое щитом в виде равностороннего треугольника, сторона которого  $b = 2,5$  м. Определить силу гидростатического давления и положение центра давления, если  $H = 3,4$  м.

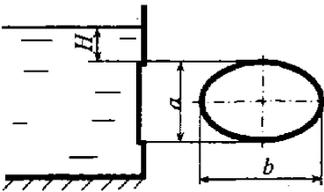


Рис.3.18. Схема к задаче 3.18.

**Задача 3.18.** В вертикальной стенке имеется отверстие, перекрываемое щитом в форме эллипса с размерами  $a = 1,5$  м,  $b = 2,5$  м. Определить силу гидростатического давления и положение центра давления, если  $H = 0,3$  м.

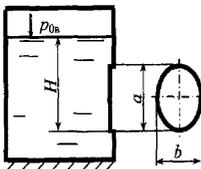


Рис.3.19. Схема к задаче 3.19.

**Задача 3.19.** В боковой вертикальной стенке резервуара имеется отверстие, которое перекрывается щитом в форме эллипса с размерами  $a = 1,5$  м,  $b = 2,5$  м. Определить силу гидростатического давления и положение центра давления, если  $H = 3,2$  м, вакуумметрическое давление в резервуаре  $p_{0\text{в}} = 10$  кПа.

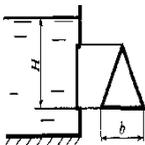


Рис.3.20. Схема к задаче 3.20.

**Задача 3.20** В вертикальной стенке имеется отверстие, перекрываемое щитом в виде равностороннего треугольника, сторона которого  $b = 1,5$  м. Определить силу гидростатического давления и положение центра давления, если  $H = 2,3$  м.

#### 4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГИДРОДИНАМИКИ

**Гидродинамика**- раздел гидравлики, изучающий законы движения жидкости и их практическое применение.

Движение жидкости может быть установившимся и неустановившимся, равномерным и неравномерным, напорным и безнапорным.

При **неустановившемся движении** скорость и давление в выбранной точке пространства зависит от координат и изменяется с течением времени. При **установившемся движении** его характеристики не изменяются с течением времени и зависят только от координат рассматриваемой точки.

При **напорном движении** поток жидкости со всех сторон ограничен твердыми стенками (закрытое русло), а давление отличается от атмосферного;

При **безнапорном движении** – поток имеет свободную поверхность, давление над которой атмосферное.

При изучении движущейся жидкости вводится ряд понятий, характеризующих гидравлические и геометрические элементы потока.

**Живым сечением** называют поверхность потока, проведенная перпендикулярно к направлению линий тока.

Живое сечение характеризуется площадью живого сечения  $\omega$  ( $\text{м}^2$ ), смоченным периметром  $\chi$  (м) и гидравлическим радиусом  $R$  (м).

**Смоченный периметр  $\chi$**  – длина части периметра живого сечения, по которой поток соприкасается с ограничивающими его стенками.

Отношение площади живого сечения потока к смоченному периметру называется **гидравлическим радиусом**:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{d}{4} \quad (4.1)$$

В приложении 6 приведены значения гидравлических радиусов для потоков разных сечений.

**Расходом жидкости** называется количество жидкости, протекающей через живое сечение потока за единицу времени.

Различают:

- объемный  $Q = Sv$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$ ,

Здесь  $v = \frac{Q}{S}$  - средняя скорость потока в данном живом сечении - условная одинаковая во всех точках скорость, при которой расход потока будет такой же, как и при различных местных скоростях.

- массовый  $M$ , кг/с;

- весовой  $G$ , Н/с.

При установившемся движении расход жидкости для любого сечения есть величина постоянная.

$$Q = v \cdot S = const \quad (4.2)$$

Выражение (4.1) представляет уравнение неразрывности потока.

Многочисленные экспериментальные исследования движущихся жидкостей позволили установить существование двух режимов движения жидкости: ламинарного и турбулентного.

При **ламинарном режиме** движения, наблюдаемом при малых скоростях, отдельные струйки жидкости движутся параллельно друг другу.

При **турбулентном режиме** наблюдается сильное перемешивание частиц жидкости и как следствие неупорядоченное движение ее элементов.

Скорость, при которой происходит смена режимов, называется **критической**.

Для характеристики режима движения жидкости введен безразмерный параметр – **число Рейнольдса**, которое для труб круглого сечения выражают через внутренний диаметр трубопровода:

$$Re = \frac{vd\rho}{\mu} = \frac{vd}{\nu} \quad (4.3)$$

Для потока произвольной формы число Рейнольдса выражается через гидравлический радиус

$$Re_R = \frac{vR}{\nu} \quad (4.4)$$

Минимальное значение, соответствующее переходу ламинарного режима в турбулентный определяется **критическим числом Рейнольдса**  $Re_{кр.} = 2320$  или  $Re_{Rкр} = 580$ .

Следовательно, значение критической скорости:

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр.} \cdot \nu}{d} = \frac{2320\nu}{d} \quad (4.5)$$

При ламинарном режиме движения в цилиндрической трубе радиусом  $r_0$  распределение местных скоростей подчиняется параболическому закону. Максимальная скорость имеет место на оси трубопровода, тогда местная скорость в слое жидкости, находящемся на расстоянии  $r$  от оси трубы

$$U = U_{max} \left( 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right)$$

Средняя скорость  $v = 0,5U_{max}$ .

Максимальная скорость

$$U_{max} = \frac{\tau_0 r_0}{2\rho\nu}$$

Касательная напряжения у стенки трубы

$$\tau_0 = \frac{8\nu\rho v}{D}$$

Касательные напряжения по сечению трубы распределяются по зависимости

$$\tau = \frac{\tau_0}{r_0} r$$

При турбулентном режиме движения распределение осредненных скоростей  $\bar{u}$  по сечению трубы может быть приближенно принято по зависимости

$$\bar{u} = u_0 \left( 5,75 \lg \frac{yu_0}{\nu} + 5,5 \right),$$

где  $y$  – расстояние от стенки трубы до рассматриваемой точки;

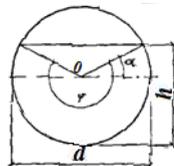
$$u_0 = \frac{v\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}} - \text{динамическая скорость.}$$

Максимальная скорость связана со средней скоростью в сечении следующей зависимостью

$$\bar{u}_{max} = v + 3,75u_0$$

## ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

**Пример 4.1.** Определить пределы изменения гидравлического радиуса  $R$  для канализационных самотечных трубопроводов, если их диаметр *диз*меняется от 150 до 3500 мм. Расчетное наполнение принять:  $a = h/d = 0,6$  для труб диаметром  $d = 150$  мм;  $a = h/d = 0,8$  для труб диаметром  $d = 3500$  мм.



**Решение:**

Гидравлический радиус определяем по формуле:

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

где:

площадь живого сечения

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2} \left( h - \frac{d}{2} \right) 2 \sqrt{\left( \frac{d}{2} \right)^2 - \left( h - \frac{d}{2} \right)^2} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{\varphi}{2\pi} + d^2 (a - 0,5) \sqrt{a(1-a)},$$

смоченный периметр  $\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi}$ .

Угол  $\alpha$  находим из соотношения

$$\sin \alpha = \frac{h - d/2}{d/2} = \frac{ad - 0,5d}{0,5d} = \frac{a}{0,5} - 1, \\ \varphi = \pi + 2\alpha$$

Проведем расчеты:

- для трубы диаметром  $d = 150$  мм

$$\sin \alpha = \frac{0,6}{0,5} - 1 = 0,2; \alpha = 0,2 \text{ рад}; \varphi = 3,14 + 2 \cdot 0,2 = 3,54 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} \frac{3,54}{6,28} + 0,15^2 (0,6 - 0,5) \sqrt{0,6(1 - 0,6)} = 0,0111 \text{ м}^2$$

$$\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi} = \frac{3,14 \cdot 0,15 \cdot 3,54}{6,28} = 0,266 \text{ м}$$

Тогда гидравлический радиус равен  $R = \frac{0,0111}{0,266} = 0,0417$  м.

- для трубы диаметром  $d = 3500$  мм

$$\sin \alpha = \frac{0,8}{0,5} - 1 = 0,6; \alpha = 0,63 \text{ рад}; \varphi = 3,14 + 2 \cdot 0,63 = 4,4 \text{ рад};$$

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 3,5^2}{4} \frac{4,4}{6,28} + 3,5^2 (0,8 - 0,5) \sqrt{0,8(1 - 0,8)} = 8,22 \text{ м}^2$$

$$\chi = \frac{\pi d \varphi}{2\pi} = \frac{3,14 \cdot 3,5 \cdot 4,4}{6,28} = 7,7 \text{ м}$$

Тогда гидравлический радиус равен  $R = \frac{8,22}{7,7} = 1,07$  м.

Таким образом, гидравлический радиус изменяется от 0,04 до 1,07 м.

**Пример 4.2.** Определить режим движения воды в водопроводной трубе диаметром  $d = 300$  мм, если протекающий по ней расход  $Q = 0,136$  м<sup>3</sup>/с. Температура воды 10°C.

**Решение:**

Число Рейнольдса находим по формуле:

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

Средняя скорость движения воды в трубе

$$v = \frac{Q}{\omega},$$

где:

$$\text{живое сечение потока } \omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} = 0,071 \text{ м}^2$$

$$\text{Тогда } v = \frac{0,136}{0,071} = 1,92 \text{ м/с.}$$

Кинематический коэффициент вязкости воды при температуре 10°C находим по таблице 4.5 (Приложение 4):  $\nu = 0,0131 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

$$Re = \frac{1,92 \cdot 0,3}{0,0131 \cdot 10^{-4}} = 441000$$

Следовательно,

Так как  $Re = 441000 > 2320$  значит режим движения турбулентный.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ РАСЧЕТОВ

Для того чтобы определить режим движения жидкости, необходимо рассчитать число Рейнольдса  $Re_{po}$  формуле (4.3) для труб круглого сечения и по формуле (4.4) для трубы произвольного сечения. В последнем случае гидравлический радиус рассчитывается по формуле (4.1) (*пример 4.1*). Затем сравнить полученное значение  $Re_{кр} = 2320$  (*пример 4.2*).

Значение критической скорости определяется по формуле (4.5), а соответствующий ей расход по формуле (4.2).

## ЗАДАЧИ

**Задача 4.1.** Применяемые в водоснабжении и канализации трубы имеют минимальный диаметр  $d = 12$  мм и максимальный

диаметр  $d = 3500$  мм. Расчетные скорости движения воды в них  $V = 0,5 \div 4$  м/с. Определить минимальное и максимальное значение чисел Рейнольдса и режим течения в этих трубопроводах.

**Задача 4.2.** Для осветления сточных вод используют горизонтальный отстойник, представляющий собой удлиненный прямоугольный резервуар. Его глубина  $h = 2,6$  м, ширина  $b = 5,9$  м. Температура воды  $t = 20^\circ\text{C}$ . Определить среднюю скорость и режим движения сточной жидкости, если ее расход  $Q = 0,08$  м<sup>3</sup>/с, а коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. При какой скорости в отстойнике будет наблюдаться ламинарный режим движения жидкости?

**Задача 4.3.** Построить эпюру осредненных скоростей в сечении трубы, по которой протекает поток бензина с расходом  $Q = 60$  л/с, если диаметр трубы  $d = 350$  мм, кинематический коэффициент вязкости  $\nu = 0,0093$  Ст. Гидравлический коэффициент трения  $\lambda = 0,03$ .

**Задача 4.4.** Вода движется под напором в трубопроводе прямоугольного сечения со сторонами  $a = 0,2$  м,  $b = 0,3$  м. Определить при каком максимальном расходе сохранится ламинарный режим. Температура воды  $t = 30^\circ\text{C}$ ,

**Задача 4.5.** По трубопроводу диаметром  $d = 0,15$  м перекачивается нефть плотностью  $\rho = 950$  кг/м<sup>3</sup> в количестве 1500 т/сут. Определить объемный расход  $Q$  и среднюю скорость течения  $v$ .

**Задача 4.6.** Определить, изменится ли режим движения воды в напорном трубопроводе  $d = 0,5$  м при возрастании температуры от 15 до  $65^\circ\text{C}$ , если расход в трубопроводе  $Q = 15$  л/с.

**Задача 4.7.** Определить гидравлический радиус потока жидкости в прямоугольном лотке, если его ширина  $b = 80$  см, а глубина потока  $h = 38$  см.

**Задача 4.8.** По трубопроводу, составленному из труб различного диаметра, перекачивается вода. Диаметр трубы в сечении 1-1  $d_1 = 7,6$  см, в сечении 2-2  $d_2 = 6,2$  см, средняя скорость потока в сечении 1-1  $v_1 = 0,8$  м/с. Определить среднюю скорость воды в сечении 2-2.

**Задача 4.9.** По трубопроводу внутренним диаметром 100,3 мм перекачивается нефть плотностью  $860 \text{ кг/м}^3$  со средней скоростью 1,1 м/с. Определить суточную пропускную способность трубопровода (суточный массовый расход);

**Задача 4.10.** Ширина желоба циркуляционной системы равна 40 см, уровень глинистого раствора в желобе 18 см. Определить гидравлический радиус потока глинистого раствора.

**Задача 4.11.** Подобрать диаметр нефтепровода с таким расчетом, чтобы средняя скорость движения нефти в нем была близкой к 1,2 м/с. По трубопроводу необходимо перекачивать 600 т/сутки нефти плотностью  $885 \text{ кг/м}^3$  при работе насосов 8 ч в сутки.

**Задача 4.12.** Найти минимальный диаметр  $d$  напорного трубопровода, при котором нефть будет двигаться при турбулентном режиме, если кинематический коэффициент вязкости нефти  $\nu = 0,3 \text{ см}^2/\text{с}$ , а расход в трубопроводе  $Q = 8 \text{ л/с}$ .

**Задача 4.13.** Определить режим движения воды при  $t = 20^\circ\text{C}$  в смесителе, проходное сечение которого открыто наполовину, если  $d = 10 \text{ мм}$ , а расход воды  $Q = 0,1 \text{ л/с}$ .

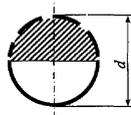


Рис. 4.1. Схема к задаче 4.13.

**Задача 4.14.** Построить эпюру скоростей и касательных напряжений в сечении трубы диаметром  $d = 50 \text{ мм}$ , если расход потока  $Q = 100 \text{ см}^3/\text{с}$ , а температура воды  $t = 8^\circ\text{C}$ .

**Задача 4.15.** Определить максимальную и среднюю в сечении скорости, построить эпюру скоростей потока нефти в трубе диаметром  $d = 400 \text{ мм}$ , если расход потока  $Q = 15 \text{ л/с}$ , коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 0,29 \text{ см}^2/\text{с}$ .

**Задача 4.16.** По трубе, внутренний диаметр которой 60,3 мм, протекает нефть в количестве 120 т/сутки. Плотность нефти  $820 \text{ кг/м}^3$ . Вязкость нефти равна 0,5 Ст. Определить режим движения нефти.

**Задача 4.17.** Определить критическую скорость движения воды при температуре  $20^\circ\text{C}$  в трубах, внутренние диаметры которых 5, 50 и 500 мм.

**Задача 4.18.** Определить режим движения воды в трубе диаметром  $d = 2 \text{ см}$  при температуре  $t = 15^\circ\text{C}$ , если средняя

скорость движения воды  $v = 0,81$  м/с. Кинематический коэффициент вязкости воды при температуре  $15^\circ \text{C}$   $\nu = 0,0114 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

## 5. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

В некоторых задачах о движении жидкости в приближении рассматривается *идеальная (невязкая) жидкость*.

**Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости** представляет закон сохранения энергии жидкости вдоль потока: *вдоль элементарной струйки идеальной жидкости сумма потенциальной и кинетической энергии является постоянной величиной, т.е.*

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H, \quad (5.1)$$

где:

$H$  - полный гидродинамический напор (полная удельная энергия жидкости в сечении);

$Z$  - вертикальная координата центров тяжести сечений (геометрический напор);

$\frac{p}{\rho g}$  - пьезометрический напор (удельная энергия давления);

$V^2/2g$  - скоростной напор (удельная кинетическая энергия),  
сумма  $z + \frac{p}{\rho g}$  представляет собой потенциальную энергию.

В реальных жидкостях проявляется влияние сил внутреннего трения, обусловленных вязкостью, на преодоление которых расходуется определенное количество кинетической энергии или скоростного напора  $h$ .

**Уравнение Бернулли для двух сечений потока реальной жидкости** записывается в следующем виде

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{\text{п}} \quad (5.2)$$

где:

$v$  - средняя по сечению скорость;

$\alpha$  - коэффициент Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечениям (при турбулентном режиме движения жидкости  $\alpha=1$ , при ламинарном -  $\alpha=2$ ).

Член  $\sum h_{\text{п}}$  выражает потери напора на преодоление различных сопротивлений на пути движения жидкости между рассматриваемыми сечениями потока:

1. Сопротивления по всей длине потока жидкости, вызванное силами трения частичек жидкости между соседними слоями жидкости и трением о стенки, ограничивающие поток.

Потери напора называют *линейными* -  $h_{\text{тр}}$ .

2. Сопротивления, обусловленные местными препятствиями, встречающимися на пути движения (изменение формы и размеров русла). Они ведут к изменению величины и направления скорости.

Потери напора называют *местными* -  $h_{\text{м}}$ .

Таким образом, гидродинамический напор в первом сечении всегда больше гидродинамического напора во втором сечении на величину потерь  $\sum h_{\text{п}}$ .

### ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

**Пример 5.1.** На оси водопроводной трубы установлена трубка Пито с дифференциальным ртутным манометром. Определить максимальную скорость движения воды в трубе  $V_{\text{max}}$ , если разность уровней ртути в манометре  $\Delta h = 18$  мм.

**Решение:**

Трубка Пито измеряет скоростной напор

$$H = \frac{V_{\text{max}}^2}{2g}$$

$$\text{Откуда } V_{\text{max}} = \sqrt{2gH}$$

Для определения  $H$  запишем уравнение равновесия в ртутном манометре относительно плоскости  $a-a$

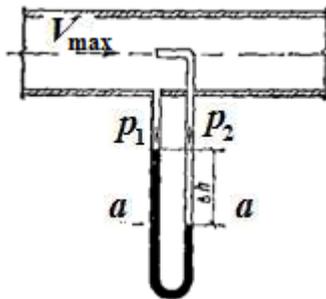
$$p_1 + \Delta h \rho_{\text{рт}} g = p_2 + \Delta h \rho g$$

где:

$p_1, p_2$  — давления в трубках ртутного манометра на уровне верхней отметки ртути;

$\rho_{\text{рт}}, \rho$  - плотность ртути ( $13600 \text{ кг/м}^3$ ) и воды ( $1000 \text{ кг/м}^3$ ).

Отсюда получаем



$$H = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \Delta h \left( \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho} - 1 \right)$$

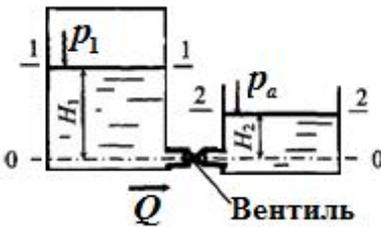
Подставляя исходные данные, получим:

$$H = 0,018 \left( \frac{13600}{1000} - 1 \right) = 0,227 \text{ м.}$$

Таким образом, максимальная скорость в трубе

$$V_{\text{max}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,227} = 2,1 \text{ м.}$$

**Пример 5.2.** Горизонтальная труба диаметром  $d = 5$  см соединяет резервуары с водой, в которых поддерживаются постоянные уровни  $H_1 = 4,5$  м и  $H_2 = 2,5$  м. Для регулирования расхода на трубопроводе установлен вентиль. Определить коэффициент сопротивления вентиля и потерю напора в нем, если расход воды  $Q = 12,5$  л/с, а избыточное давление на поверхности воды в напорном баке  $p_{\text{изб}} = 25$  кПа. Другими потерями напора пренебречь.



### Решение:

Перед записью уравнения Бернулли выбираем два сечения.

В качестве начального сечения принимаем открытую поверхность жидкости в напорном баке и обозначаем его 1-1. В пределах этого сечения скорость жидкости мала  $V_1 \approx 0$ , абсолютное давление  $p_1 = p_a + p_{\text{изб}}$ . Конечное сечение выбираем на поверхности жидкости в сливном баке 2-2. В пределах этого сечения скорость  $V_2 \approx 0$ , абсолютное давление  $p_2 = p_a$ .

В качестве произвольной горизонтальной плоскости для отсчета нивелирных высот (сечение 0-0) выбираем плоскость, совпадающую с осью трубопровода. Тогда  $z_1 = H_1$ , а  $z_2 = H_2$ .

В соответствии с условием задачи учитываем только местные потери напора на вентиле  $h_v$ , тогда уравнение Бернулли принимает вид:

$$H_1 + \frac{p_1}{\rho g} = H_2 + \frac{p_a}{\rho g} + h_v$$

Выразим потери напора на вентиле

$$h_b = H_1 - H_2 + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_a}{\rho g} = H_1 - H_2 + \frac{p_{изб}}{\rho g} = 4,5 - 2,5 + \frac{25 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 10} = 4,5 \text{ м.}$$

С другой стороны, потери напора можно определить по формуле Вейсбаха:

$$h_b = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

Скорость движения жидкости выразим из уравнения неразрывности потока

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

Подставив в формулу и выразив коэффициент сопротивления, окончательно получаем:

$$h_b = \zeta_b \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4};$$

Следовательно:

$$\zeta_b = \frac{h_b g \pi^2 d^4}{8Q^2} = \frac{4,5 \cdot 10 \cdot 3,14^2 \cdot 0,05^4}{8 \cdot 0,0125^2} = 2,2$$

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ РАСЧЕТОВ

Для решения задачи с применением уравнения Бернулли следует:

1. выбрать два сечения, для которых записывается уравнение. В качестве сечений *рекомендуется* брать:

- выход в атмосферу, где  $p_{абс} = p_a$ ;
- свободную поверхность в резервуаре, где скорость  $V = 0$
- сечение, в котором присоединен прибор для измерения давления (манометр, вакуумметр, пьезометр и др.).

2. записать уравнение Бернулли в общем виде – формула (5.1) для идеальной жидкости и формула (5.2) для реальной жидкости;

3. переписать уравнение для заданных сечений с заменой его членов заданными буквенными величинами и исключить члены, равные нулю.

При этом *необходимо помнить*:

- уравнение Бернулли записывается по течению жидкости;

- вертикальная ордината  $z$  всегда отсчитывается от произвольной горизонтальной плоскости вверх;
- давление  $p$ , входящее в правую и левую части уравнения, должно быть задано в одной системе отсчета (абсолютной или избыточной);
- коэффициент Кориолиса в задачах на движение потока реальной жидкости следует учитывать только при ламинарном режиме течения  $\alpha = 2$ , для турбулентных потоков можно принимать  $\alpha = 1$ ;
- суммарная потеря напора  $\sum h$  записывается в правой части уравнения со знаком «+» и складывается из местных потерь, которые определяются формулой Вейсбаха, и потерь на трение по длине, определяемых формулой Дарси.

### ЗАДАЧИ

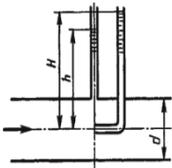


Рис.5.1. Схема к задаче 5.1.

**Задача 5.1.** По длинной трубе диаметром  $d = 50$  мм протекает жидкость ( $\nu = 2$  Ст;  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>). Определить расход жидкости и давление в сечении, где установлены пьезометр ( $h = 60$  см) и трубка Пито ( $H = 80$  см).

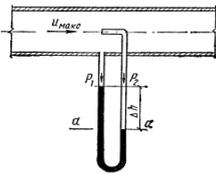


Рис.5.2. Схема к задаче 5.2.

**Задача 5.2.** На оси водопроводной трубы установлена трубка Пито с дифференциальным ртутным манометром. Определить максимальную скорость движения воды в трубе  $u_{\max}$ , если разность уровней ртути в манометре  $\Delta h = 18$  мм.

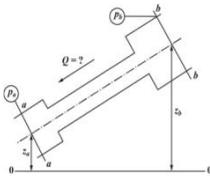


Рис.5.3. Схема к задаче 5.3.

**Задача 5.3.** Определить направление течения жидкости для следующих исходных данных:  $p_a = 0,05$  МПа;  $p_b = 0,01$  МПа;  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\mu = 0,01$  Па·с;  $z_a = 2$  м;  $z_b = 8$  м;  $d_a = 0,3$  м;  $d_b = 0,5$  м;  $Q = 2$  л/с.

**Задача 5.4.** Расход воды в трубопроводе диаметром  $D = 200$  мм измеряется расходомером Вентури (рис. 2.19). Каков должен быть диаметр  $d$  сечения расходомера, чтобы при расходе  $Q = 50$  л/с показание ртутного дифманометра было не меньше  $h = 60$  мм? Потерями на трение пренебречь.

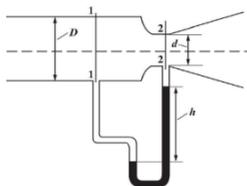


Рис.5.4. Схема к задаче 5.4.

**Задача 5.5.** Определить давление  $p_1$  в сечении 1-1 горизонтально расположенного сопла гидромонитора, необходимого для придания скорости воде в выходном сечении 2-2  $V_2 = 40$  м/с, если скорость движения воды в сечении 1-1  $V_1 = 3$  м/с.

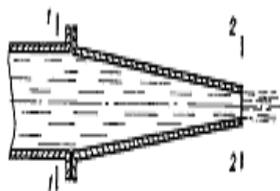


Рис.5.5. Схема к задаче 5.5.

**Задача 5.6.** Определить диаметр  $d$  суженной части горизонтального трубопровода, при котором вода поднимается на высоту  $h = 3,5$  м. Расход составляет  $Q = 6$  л/с, диаметр широкой части  $D = 10$  см.

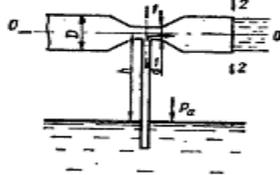


Рис.5.6. Схема к задаче 5.6.

**Задача 5.7.** Вода движется в трубчатом расходомере в направлении от сечения 1-1 к 2-2. Избыточное давление больше в сечении 1-1  $\Delta p = 25$  кПа. Определить расход  $Q$ , если внутренний диаметр трубопровода в сечении 1-1  $D = 65$  мм, а в сечении 2-2  $d = 40$  мм, разность отметок сечений  $\Delta z = 2$  м. Потерями напора пренебречь.

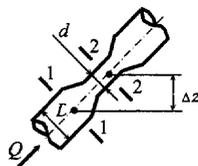


Рис.5.7. Схема к задачам 5.7. и 5.8.

**Задача 5.8.** Керосин движется в трубчатом расходомере в направлении от сечения 1-1 к 2-2. Избыточное давление в сечении 1-1  $p_1 = 35$  кПа. Определить избыточное давление в сечении 2-2, если внутренний диаметр трубопровода в сечении 1-1  $D = 50$  мм, а в сечении 2-2  $d = 35$  мм, разность отметок сечений  $\Delta z = 1$  м, расход  $Q = 2$  л/с. Потерями напора пренебречь.

**Задача 5.9.** По горизонтальной трубе переменного сечения протекает нефть с расходом  $Q = 1,3$  л/с. Определить разность показаний пьезометров  $h$ , если диаметр трубопровода в широком сечении  $D = 10$  см, а в узком  $d = 5$  см. Плотность нефти  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>. Потерями напора пренебречь.

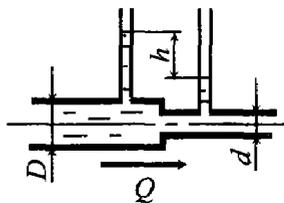


Рис.5.8. Схема к задаче 5.9.

## 6. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ

Все трубопроводы подразделяются на две категории: простые и сложные. **Простой трубопровод** не имеет разветвлений на пути движения жидкости, но может представлять последовательное соединение труб разного диаметра. **Сложный трубопровод** имеет хотя бы одно разветвление и может содержать как параллельные и последовательные соединения труб.

Если в трубопроводе необходимо обеспечить расход жидкости  $Q$ , то потребный для этого напор  $H_{\text{потр.}}$  – пьезометрическая высота в начальном сечении определяется по формуле

$$\frac{p_1}{\rho g} = H_{\text{потр.}} = H_{\text{ст.}} + \sum h, \quad (6.1)$$

где:

$$H_{\text{ст.}} = \Delta z + \frac{p_2}{\rho g} \text{ — статический напор;}$$

$\sum h$  – суммарные потери напора на сопротивление в трубопроводе.

Суммарная потеря напора складывается из потерь на трение по всей длине трубы и местных потерь

$$\sum h = h_{\text{тр.}} + \sum h_{\text{м}}$$

Для определения потерь напора на трение в трубах круглого сечения можно использовать формулу Дарси, которую для дальнейших расчетов удобно выразить через расход:

$$h_{\text{тр}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{8Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \quad (6.2)$$

где:

$l$  – длина рассматриваемого участка трубопровода;

$d$  – диаметр трубопровода;

$\lambda$  – безразмерный коэффициент гидравлического трения (*коэффициент Дарси*).

При турбулентном движении коэффициент трения зависит от числа Рейнольдса  $Re$  и относительной шероховатости трубы  $\varepsilon = \frac{\Delta}{d}$ . Значения *эквивалентной (абсолютной) шероховатости*  $\Delta$  для различных труб представлены в Приложении 7.

Универсальной формулой, учитывающей одновременно оба фактора является *формула Альтшуля*:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} \quad (6.3)$$

Для гидравлически гладких труб шероховатость на сопротивление не влияет, и коэффициент сопротивления  $\lambda$  однозначно определяется числом Рейнольдса:

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} \quad (6.4)$$

*Местные потери напора* определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \zeta \frac{v^2}{2g} \quad (6.5)$$

где:

$v$  – средняя скорость потока в сечении перед местным сопротивлением;

$\zeta$  – коэффициент местного сопротивления (определяется формой местного сопротивления и его геометрическими параметрами).

С учетом формул Дарси и Вейсбаха:

$$\sum h = h_{\text{тр.}} + \sum h_m = \left( \lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{8Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^5} \quad (6.6)$$

При *внезапном расширении трубы* потеря напора происходит при вводе жидкости в силовые цилиндры, пневмогидравлические аккумуляторы, фильтры и прочие устройства. Величина этой потери равна скоростному напору потерянной скорости (*теорема Борда*):

$$h_m = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \left( 1 - \frac{d_1^2}{d_2^2} \right)^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

Обозначим  $\xi_{\text{расш.}} = \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2$  - коэффициент местных сопротивлений при расширении трубы, где  $d_1$  и  $d_2$  - внутренние диаметры сечений трубы перед и за расширением.

В случае *внезапного сужения трубопровода* коэффициент местных сопротивлений равен

$$\xi_{\text{суж.}} = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right),$$

где:

$S_1$  и  $S_2$  - площади сечений трубы до и после сужения.

Формула (6.6) справедлива для обоих режимов, однако для ламинарного режима удобнее использовать *формулу Пуазейля*:

$$h_{\text{тр}} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l \cdot Q}{g \cdot \pi \cdot d^4} \quad (6.7)$$

в которой необходимо заменить фактическую длину трубопровода расчетной, равной

$$l_{\text{расч}} = l + l_{\text{эк}},$$

где:

$l_{\text{эк}}$  - длина, эквивалентная всем местным гидравлическим сопротивлениям в трубопроводе.

Формула для расчета потребного напора имеет вид

$$H_{\text{потр.}} = H_{\text{ст.}} + k \cdot Q^m, \quad (6.8)$$

где:

для ламинарного режима течения:

$$k = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{\text{расч}}}{g \cdot \pi \cdot d^4}, m=1; \quad (6.9)$$

турбулентного режима течения:

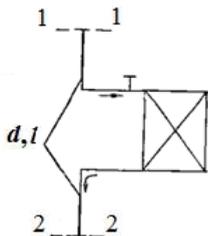
$$k = \left(\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi\right) \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4}, m=2 \quad (6.10)$$

Характеристики потребного напора  $H_{\text{потр.}} = f(Q)$  и суммарных потерь напора трубопроводов  $\sum h = \varphi(Q)$  при ламинарном режиме представляет прямые, при турбулентном - параболы.

## ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

**Пример 6.1.** Расход горячей воды с температурой 95°C через радиатор водяного отопления  $Q = 0,1 \text{ м}^3/\text{ч}$ . Определить потери давления между сечениями 1-1 и 2-2, если диаметр подводящих

трубопроводов  $d = 0,0125$  м, а их общая длина  $l = 5$  м. Принять следующие коэффициенты сопротивления: для поворота  $\zeta_1 = 1,45$  для крана  $\zeta_2 = 0,5$ , для радиатора  $\zeta_3 = 2,1$ .



### Решение:

Суммарные потери давления складываются из потерь давления по длине и местных потерь:

$$\Delta p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{л}} + \Delta p_{\text{м}}$$

Средняя скорость движения воды в трубопроводе:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,1}{3,14 \cdot 3600 \cdot (0,0125)^2} = 0,225 \text{ м/с}$$

Число Рейнольдса определяем с учетом того, что кинематический коэффициент вязкости воды при температуре  $95^\circ\text{C}$   $\nu = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  (табл.4.5):

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,225 \cdot 0,0125}{0,3 \cdot 10^{-6}} = 9400$$

Абсолютная шероховатость стальной трубы  $\Delta = 5 \cdot 10^{-5}$  м (Приложение 7), относительная шероховатость

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} = 4 \cdot 10^{-3}$$

Таким образом, коэффициент гидравлического трения определяем по формуле:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{9400} + 4 \cdot 10^{-3} \right)^{0,25} = 0,036$$

Вычислим потери давления по длине при плотности воды  $\rho = 961,9 \text{ кг/м}^3$  (табл.4.1):

$$\Delta p_{\text{л}} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2} = 0,036 \cdot \frac{5}{0,0125} \cdot 961,9 \cdot \frac{0,225^2}{2} = 370 \text{ Па}$$

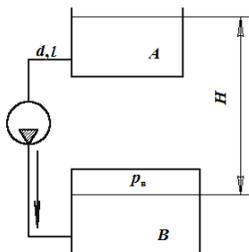
Местные потери давления складываются из потерь на поворот, в пробковом кране и в радиаторе:

$$\Delta p_{\text{м}} = \sum \xi \frac{\rho v^2}{2} = (2 \cdot 1,45 + 0,5 + 2,1) \cdot \frac{961,9 \cdot 0,225^2}{2} = 134 \text{ Па}$$

Суммарные потери давления

$$\Delta p_{\text{пот}} = 370 + 134 = 504 \text{ Па.}$$

**Пример 6.2.** Вода, перекачивается насосом из открытого бака  $A$  в расположенный ниже резервуар  $B$ , где поддерживается постоянное давление  $p_B = 0,18$  МПа (абс.) по трубопроводу общей длиной  $l = 225$  м и диаметром  $d = 250$  мм. Разность уровней воды в баках  $h = 3$  м. Определить потребный напор, создаваемый насосом для подачи в бак  $B$  расхода воды  $Q = 98$  л/с. Принять суммарный коэффициент местных сопротивлений  $\zeta = 6,5$ . Эквивалентная шероховатость стенок трубопровода  $\Delta = 0,15$  мм. Жидкость – вода с плотностью  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и вязкостью  $\nu = 0,01$  Ст. Атмосферное давление  $p_a = 0,1$  МПа.



**Решение:**

Потребный напор, создаваемый насосом для подачи в бак  $B$  расхода воды  $Q$  равен:

$$H_{\text{потр.}} = H_{\text{ст.}} + \sum h$$

Статический напор складывается из пьезометрической высоты на поверхности жидкости в резервуаре  $B$   $H_{\text{ст.}} = \frac{p_B - p_a}{\rho g}$

разности уровней воды в резервуарах  $h$ . Т.к. вода перекачивается в нижний бак, то вторую составляющую подставляем со знаком «-».

Потери напора  $\sum h$  складываются из потерь напора на трение по длине трубопровода  $h_{\text{тр}}$  и потерь на местных сопротивлениях  $h_m$ .

Таким образом:

$$H_{\text{потр.}} = \frac{p_B - p_a}{\rho g} - h + h_{\text{тр}} + h_m$$

Потери напора  $h_{\text{тр}}$  по длине трубопровода определим по формуле Дарси, записав ее через расход:

$$h_{\text{тр}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{8Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4}$$

Для правильного вычисления коэффициента трения  $\lambda$  определим режим течения жидкости в трубопроводе:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}$$

Согласно уравнению неразрывности скорость движения жидкости в трубопроводе

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

Тогда формула числа Рейнольдса примет вид:

$$Re = \frac{4Q}{\pi d v}$$

Подставив значения, определим режим течения жидкости:

$$Re = \frac{4 \cdot 0,098}{3,14 \cdot 0,25 \cdot 0,01 \cdot 10^{-4}} = 499110 \gg 2320$$

Величина числа Рейнольдса указывает на турбулентный режим движения. Для такого значения числа  $Re$  коэффициент трения вычислим по универсальной формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$$

Вычислим коэффициент Дарси:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{68}{499110} + \frac{0,15}{250} \right)^{0,25} = 0,018$$

Вычислим потери напора  $h_{тр}$  по длине трубопровода

$$h_{тр} = 0,018 \cdot \frac{225 \cdot 8 \cdot (0,098)^2}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,25^5} = 3,291 \text{ м.}$$

Местные потери напора  $h_m$  определим по формуле Вейсбаха, записав ее через расход:

$$h_m = \zeta \frac{8Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4}$$

Вычислим местные потери  $h_m$ :

$$h_m = 6,5 \frac{8 \cdot (0,098)^2}{9,81 \cdot 3,14^2 \cdot 0,25^4} = 1,32 \text{ м.}$$

Окончательно подставив полученные значения, определим потребный напор, используя для расчета избыточное давление в баке  $B$ :

$$H_{потр.} = \frac{(0,18 - 0,1)10^6}{1000 \cdot 9,81} - 3 + 3,291 + 1,32 = 9,8 \text{ м.}$$

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ РАСЧЕТОВ

Задачи на расчет простого трубопровода делятся на три типа.

**1 тип.** Даны: расход жидкости  $Q$  в трубопроводе, его геометрические параметры ( $l, d, \Delta z$ ), шероховатость труб; давление в конечном сечении (либо в начальном для всасывающих трубопроводов) и свойства жидкости ( $\rho, \nu$ ). Местные сопротивления заданы коэффициентами  $\zeta$  либо оцениваются по справочным данным.

Требуется найти потребный напор  $H_{\text{потр}}$ .

Алгоритм решения:

1. определить режим течения. С этой целью нужно найти число Рейнольдса  $Re$  по известным  $Q, d, \nu$ ;

2. при ламинарном режиме напор вычисляется по формулам (6.7) и (6.8);

3. при турбулентном режиме задача решается с помощью формул (6.3) или (6.4) в зависимости от шероховатости труб (*Пример 6.2*).

**2 тип.** Даны: располагаемый напор  $H_{\text{расп}}$ , все величины, перечисленные в задаче 1-го типа, кроме расхода  $Q$ .

Так как число Рейнольдса  $Re$  нельзя вычислить, то режимом движения необходимо задаться, основываясь на роде жидкости. Для вязких жидкостей (масло) выбирать ламинарный режим течения, для маловязких (вода, бензин, керосин) – турбулентный. Для проверки правильности выбора в конце решения необходимо вычислить число Рейнольдса. Либо по формулам (6.7) и (6.8) выразить диаметр через критическое число Рейнольдса и определить  $H_{\text{кр}}$ , соответствующее смене режима. Сравнивая  $H_{\text{кр}}$  и  $H_{\text{расп}}$ , определяют режим течения.

При ламинарном режиме задача решается на основании формул (6.7) и (6.8).

При турбулентном режиме в уравнениях (6.7) и (6.9) содержатся две неизвестные  $Q$  и  $\lambda_t$ , зависящие от числа Рейнольдса. В этом случае для решения задачи требуется метод последовательных приближений. Для этого в первом приближении следует задаться коэффициентом  $\lambda_t$ . Выбрав начальное значение  $\lambda_t$ , решить задачу по 1-му типу. По полученным данным следует заново

найти  $\lambda_t$  и повторить все вычисления, приближаясь к истинному результату.

**3 тип.** Даны: располагаемый напор  $H_{\text{расп}}$ , расход жидкости  $Q_v$  в трубопроводе, его геометрические параметры и свойства жидкости, перечисленные выше, кроме диаметра трубопровода  $d$ .

Так как число Рейнольдса  $Re$  нельзя вычислить, то режимом движения либо необходимо задаться, либо по формулам (6.7) и (6.8) выразить диаметр через критическое число Рейнольдса и определить  $H_{\text{кр}}$ , соответствующее смене режима. Сравнивая  $H_{\text{кр}}$  и  $H_{\text{расп}}$ , определяют режим течения.

При ламинарном режиме задача решается на основании формул (6.7) и (6.8).

При турбулентном режиме решение нужно проводить с использованием графиков. Для этого следует

1. задать ряд значений диаметра  $d_i$  по ним подсчитать  $H_{\text{потр}}$ ;
2. построить график  $H_{\text{потр}} = f(d)$ ;
3. по графику, зная  $H_{\text{расп}}$ , определить  $d$ .

### ЗАДАЧИ

**Задача 6.1.** От бака, в котором с помощью насоса поддерживается постоянное давление жидкости, отходит трубопровод диаметром  $d=50$  мм. Между баком и краном  $K$  на трубопроводе установлен манометр. При закрытом положении крана  $p_0=0,5$  МПа. Найти связь между расходом жидкости в трубопроводе  $Q$  и показанием манометра  $p$  при разных открытиях крана, приняв коэффициент сопротивления входного участка трубопровода (от бака до манометра) равным  $\xi = 0,5$ . Плотность жидкости  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>. Подсчитать расход жидкости при полном открытии крана, когда показание манометра равно  $p = 0,485$  МПа.

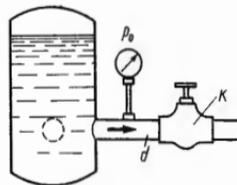


Рис.6.1. Схема к задаче 6.1.

**Задача 6.2.** Насос нагнетает жидкость в напорный бак, где установились постоянный уровень на высоте  $H=2$  м и постоянное давление  $p_2 = 0,2$  МПа. Манометр, установленный на выходе из насоса на трубе диаметром  $d_1=75$  мм, показывает  $p_1 = 0,25$  МПа.

Определить расход жидкости  $Q$ , если диаметр искривленной трубы, подводящей жидкость к баку, равен  $d_2 = 50$  мм; коэффициент сопротивления этой трубы принят равным  $\xi = 0,5$ . Плотность жидкости  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>.

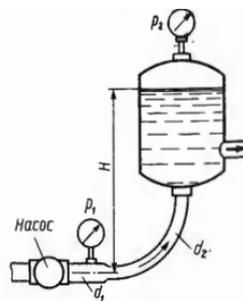


Рис.6.2. Схема к задаче 6.2

**Задача 6.3.** Вода перетекает из напорного бака, где избыточное давление воздуха  $p = 0,3$  М Па, в открытый резервуар по короткой трубе диаметром  $d = 50$  мм,

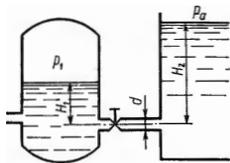


Рис.6.3. Схема к задаче 6.3.

на которой установлен кран. Чему должен быть равен коэффициент сопротивления крана для того, чтобы расход воды составлял  $Q = 8,7$  л/с? Высоты уровней  $H_1 = 1$  м и  $H_2 = 3$  м. Учтеть потерю напора на входе в трубу ( $\xi_{вх} = 0,5$ ) и на выходе из трубы (внезапное расширение).

**Задача 6.4.** Для измерения расхода воды, которая подается по трубе А в бак В, установлен расходомер Вентури В. Определить максимальный расход, который можно пропускать через данный расходомер при условии отсутствия в нем кавитации, если температура воды  $t = 60^\circ$  С (давление насыщенных паров соответствует  $h_{н.п.} = 2$  м вод. ст.). Уровень воды в баке поддерживается постоянным, равным  $H = 1,5$  м;  $h = 0,5$  м. Размеры расходомера:  $d_1 = 50$  мм;  $d_2 = 20$  мм. Атмосферное давление принять равным 760 мм рт. ст. Коэффициент сопротивления диффузора  $\xi_{диф} = 0,2$ .

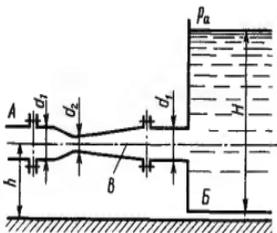


Рис.6.4. Схема к задаче 6.4.

**Задача 6.5.** Бензин сливается из цистерны по трубе диаметром  $d = 50$  мм, на которой установлен кран с коэффициентом сопротивления  $\xi_{кр} = 3$ . Определить расход бензина при  $H_1 = 1,5$  м и  $H_2 = 1,3$  м, если в верхней части цистерны имеет место вакуум

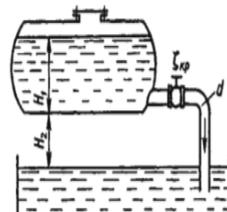


Рис.6.5. Схема к задаче 6.5.

$h_{\text{вак}} = 73,5$  мм рт. ст. Потерями на трение в трубе пренебречь. Плотность бензина  $\rho = 750$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 6.6.** Определить расход жидкости, вытекающей из трубы диаметром  $d = 16$  мм через плавное расширение (диффузор) и далее по трубе диаметром  $D = 20$  мм в бак. Коэффициент сопротивления диффузора  $\xi = 0,2$  (отнесен к скорости в трубе), показание манометра  $P_M = 20$  кПа; высота  $h = 0,5$  м;  $H = 5$  м; плотность жидкости  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Учесть потери на внезапное расширение, потерями на трение пренебречь, режим течения считать турбулентным.

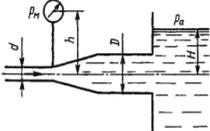


Рис. 6.6. Схема к задаче 6.6.

**Задача 6.7.** Вода перетекает из бака А в резервуар Б по трубе длиной  $l = 2,5$  м и диаметром  $d = 25$  мм, на которой установлены вентиль ( $\xi = 3,5$ ) и диффузор с углом  $\alpha = 8^\circ$  и диаметром выходного отверстия  $D = 75$  мм. Показание мановакуумметра  $P_{\text{вак}} = 10$  кПа; высота  $H = 2,5$  м,  $h = 2$  м. Определить расход  $Q$  с учетом всех местных сопротивлений и трения по длине ( $\lambda = 0,03$ ). Вход в трубу без закруглений: радиус кривизны колен  $R = 25$  мм. Взаимным влиянием сопротивлений пренебречь.

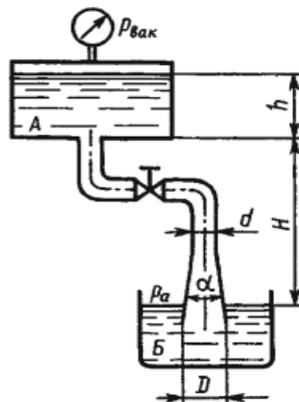


Рис. 6.7. Схема к задаче 6.7.

**Задача 6.8.** Вода перетекает из напорного бака А в резервуар Б через вентиль с коэффициентом сопротивления  $\xi = 3$  по трубе. Диаметры:  $d_1 = 40$  мм;  $d_2 = 60$  мм. Считая режим течения турбулентным и пренебрегая потерями на трение по длине, определить расход. Учесть потери напора при внезапных сужениях и расширениях. Высоты:  $H_1 = 1$  м,  $H_2 = 2$  м; избыточное давление в напорном баке  $p_0 = 0,15$  МПа.

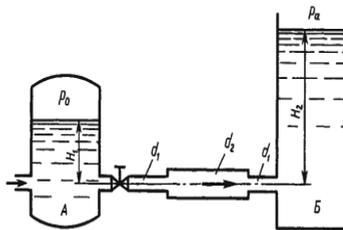


Рис. 6.8. Схема к задаче 6.8.

**Задача 6.9.** Пренебрегая потерями напора, определить степень расширения диффузора  $n=(D/d)^2$ , при котором давление в сечении 2--2 возрастет в два раза по сравнению с давлением в сечении 1--1. Расчет провести при следующих данных: расход жидкости  $Q = 1,5$  л/с; диаметр  $d = 20$  мм; давление в сечении 1-1  $P = 10$  кПа; плотность жидкости  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>; режим течения принять турбулентным. Поток в диффузоре считать стабилизированным и безотрывным.

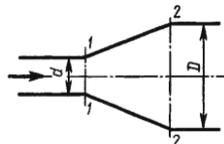


Рис.6.9. Схема к задаче 6.9.

**Задача 6.10.** Для определения потерь давления на фильтре установлены манометры, как показано на рисунке. При пропускании через фильтр жидкости, расход которой  $Q = 1$  л/с; давления:  $P_1 = 0,1$  МПа,  $P_2 = 0,12$  МПа. Определить, чему равна потеря давления в фильтре, если известно:  $d_1 = 10$  мм,  $d_2 = 20$  мм,  $\rho_{ж} = 900$  кг/м<sup>3</sup>.

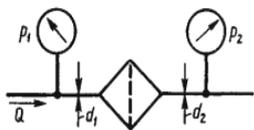


Рис.6.10. Схема к задаче 6.10.

**Задача 6.11.** На горизонтальном участке водопровода ( $l = 100$  м;  $d = 100$  мм,  $\Delta_s = 0,5$  мм) падение давления  $\Delta p = 21,6$  кПа и  $\Sigma \xi = 5$ . Определить расход воды.

**Задача 6.12.** По горизонтальному трубопроводу ( $l = 50$  км;  $d = 500$  мм) перекачивается нефть ( $\rho = 840$  кг /м<sup>3</sup>;  $\nu = 0,5$  см<sup>2</sup>/с) с расходом  $Q = 0,4$  м<sup>3</sup>/с. Трубы стальные бесшовные новые ( $\Delta_s = 0,02$  мм). Пренебрегая местными потерями напора, определить потери давления на трубопроводе. Вычислить также ошибку (в %) , вносимую при использовании формулы Альтшуля как универсальной.

**Задача 6.13.** Определить диаметр трубопровода для подачи расхода  $Q = 15$  л/с от водонапорной башни В до предприятия А при длине трубопровода  $l = 1$  км, отметка уровня воды в башне  $H_b = 28$  м, геодезическая отметка в конце трубопровода  $z_a = 2$  м, требуемый напор  $H \geq 12$  м, если трубы чугунные ( $\Delta_s = 1,0$  мм).

**Задача 6.14.** Вода из напорного бака высотой  $H = 9$  м подается по стальному трубопроводу ( $\Delta_s = 0,2$  мм) диаметром  $D = 50$  мм на расстоянии  $l = 70$  м. На трубопроводе имеется 4 поворота на

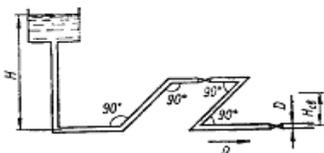


Рис.6.14. Схема к задаче 6.14.

угол  $90^\circ$  ( $\xi = 1$ ) и два вентиля ( $\xi = 3$ ). Определит свободный напор в конце трубопровода при расходе  $Q = 4,5$  л/с.

**Задача 6.15.** Какой напор необходимо создать в начале горизонтального участка трубы длиной  $l = 1300$  м и диаметром  $D = 150$  мм для пропуска расхода  $Q = 18$  л/с при напоре в конце трубы  $H_k = 10$  м. Расчет произвести для стальных труб ( $\Delta_s = 0,2$  мм).

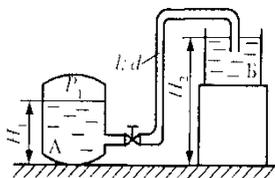


Рис.6.15. Схема к задаче 6.15.

**Задача 6.16.** Вода перетекает из бака *A* в резервуар *B* по трубе диаметром  $d = 25$  мм, длиной  $l = 10$  м. Определить расход воды  $Q$ , если избыточное давление в баке  $p_1 = 200$  кПа, высота уровней  $H_1 = 1$  м,  $H_2 = 5$  м. Режим течения считать турбулентным. Принять следующие коэффициенты сопротивления: на входе в трубу  $\zeta_1 = 0,5$ , в вентиле  $\zeta_2 = 4$ , в коленах  $\zeta_3 = 0,2$ , на трение  $\lambda = 0,025$ . Учесть потери при выходе трубопровода в бак *B*.

**Задача 6.17.** Определить потребный напор, который необходимо создать в сечении *0-0* для подачи в бак воды вязкостью  $\nu = 0,008$  Ст, если длина трубопровода  $l = 80$  м, его диаметр  $d = 50$  мм, расход жидкости  $Q = 15$  л/с, высота  $H_0 = 30$  м, давление в баке  $p_2 = 0,2$  МПа, коэффициент сопротивления крана  $\zeta_1 = 5$ , колена  $\zeta_2 = 0,8$ , а шероховатость стенок трубы  $\Delta = 0,04$ . Потерями на расширение потока пренебречь.

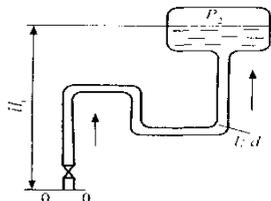


Рис.6.17. Схема к задаче 6.17.

**Задача 6.18.** Определить давление в напорном баке *p*, необходимое для получения скорости истечения из брандспойта  $V_2 = 20$  м/с. Длина шланга  $l = 20$  м, диаметр  $d_1 = 20$  мм, диаметр выходного отверстия брандспойта  $d_2 = 10$  мм. Высота уровня воды в баке над отверстием брандспойта  $H = 5$  м.

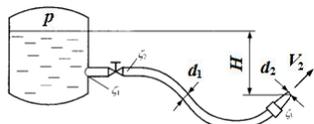


Рис.6.18. Схема к задаче 6.18.

Учесть местные гидравлические сопротивления при входе в трубу  $\zeta_1 = 0,5$ , в кране  $\zeta_2 = 3,5$ , в брандспойте  $\zeta_3 = 0,1$ , который отнесен к скорости  $V_2$ , потери на трение в трубе  $\lambda = 0,018$ .

**Задача 6.19.** По трубопроводу диаметром  $d = 50$  мм насос перекачивает воду на высоту  $H = 10$  м. Коэффициент сопротивления вентиля  $\zeta = 8$ . За какое время насос наполнит резервуар емкостью  $W = 40$  м<sup>3</sup>, если манометр, установленный на выходе из насоса, показывает избыточное давление  $p_m = 250$  кПа. Сопротивлением трубопровода пренебречь.

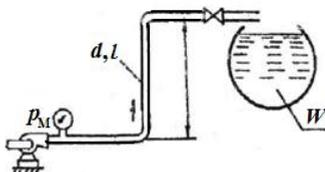


Рис.6.19. Схема к задаче 6.19.

**Задача 6.20.** Из напорного бака по наклонному трубопроводу переменного сечения движется жидкость с относительной плотностью  $\delta = 0,85$ . Диаметры участков трубопровода  $d_1 = 50$  мм,  $d_2 = 30$  мм, а длина соответственно равна  $l_1 = 80$  м,  $l_2 = 40$  м. Начало трубопровода расположено выше его конца на величину  $z = 3,5$  м. Для обоих

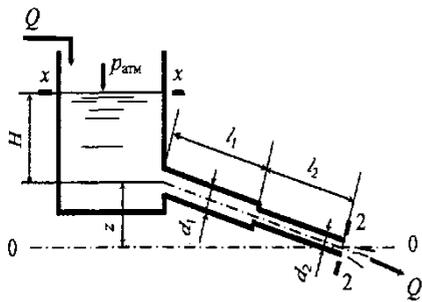


Рис.6.20. Схема к задаче 6.20.

участков трубопровода коэффициент гидравлического трения  $\lambda = 0,038$ . Какой уровень  $H$  необходимо поддерживать в напорном баке, чтобы скорость движения жидкости на выходе из трубопровода была  $v = 1,8$  м/с? Местными потерями напора пренебречь.

## 7. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ, НАСАДКИ

Основным вопросом, который интересует при изучении законов истечения жидкости, является определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадков.

Отверстия делят на малые и большие. Отверстие считается *малым*, если напор превышает 10 наибольших вертикальных

размеров отверстия. Отверстием в тонкой стенке считают отверстие, толщина стенки  $\delta$  которого не превышает диаметр отверстия  $d$ .

**Скорость струи** при истечении через отверстие в тонкой стенке определяется по формуле

$$V = \varphi \sqrt{2 \cdot g \cdot H}, \quad (7.1)$$

где:

$H = H_0 + \frac{p_0 - p_1}{\rho \cdot g}$  – расчетный напор;

$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}$  коэффициент местного сопротивления.

**Расход жидкости** определяется как произведение действительной скорости истечения на фактическую площадь сечения струи. Вследствие сжатия струи, площадь ее сечения меньше площади отверстия. Степень этого сжатия учитывается с помощью **коэффициента сжатия**:

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S_o} = \left( \frac{d_c}{d_o} \right)^2$$

где:

$S_c$  и  $S_o$  – площади поперечного сечения струи и отверстия соответственно;

$d_c$  и  $d_o$  – диаметры струи и отверстия соответственно.

$$Q = S_c \cdot V = \varepsilon \cdot S_o \cdot \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (7.2)$$

Часто вместо расчетного напора  $H$  используют перепад давления

$\Delta p = H \cdot \rho \cdot g$ , тогда

$$Q = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} \quad (7.3)$$

Траекторией оси струи называют ось струи жидкости, свободно падающей после истечения через отверстие. Координаты оси струи  $x$  и  $y$  связаны между собой соотношениями

$$x = 2\varphi \sqrt{Hy}, \quad y = \frac{x^2}{4\varphi^2 H}$$

Значения коэффициента сжатия  $\varepsilon$ , сопротивления  $\zeta$ , скорости  $\varphi$  и расхода  $\mu$  при истечении жидкости через отверстие в тонкой стенке определяются числом Рейнольдса. Для маловязких жидкостей (вода, бензин, керосин), истечение которых происходит

при достаточно больших числах Рейнольдса ( $Re > 10^5$ ), коэффициенты истечения практически не меняются ( $\varepsilon = 0,64$ ,  $\zeta = 0,065$ ,  $\varphi = 0,97$ ,  $\alpha = 1$  и  $\mu = 0,62$ ).

При истечении жидкости под уровень скорость и расход определяются по таким же формулам, но коэффициенты истечения несколько меньше, чем при свободном.

**Внешний цилиндрический насадок** представляет короткую трубку, приставленную к отверстию снаружи, либо отверстие с диаметром в 2 и более раз меньше толщины стенки. Истечение через такую насадку в газовую среду может происходить в двух режимах: *безотрывном и отрывном*.

При **безотрывном режиме** струя после входа в насадок сжимается примерно так же, как и при истечении через отверстие в тонкой стенке, затем постепенно расширяется до размеров отверстия из насадка выходит полным сечением.

Коэффициент расхода  $\mu$  зависит от относительной длины насадка  $l/d$  и числа Рейнольдса. Так как на выходе из насадки диаметр струи равен диаметру отверстия, то коэффициент сжатия  $\varepsilon = 1$ , следовательно,  $\mu = \varphi = 0,82$ , а коэффициент сопротивления  $\zeta = 0,5$ .

**Отрывной режим** характеризуется тем, что струя после сжатия уже не расширяется, а сохраняет цилиндрическую форму и перемещается внутри насадка, не соприкасаясь с его стенками. Истечение становится точно таким же, как и из отверстия в тонкой стенке, с теми же значениями коэффициентов.

Внешний цилиндрический насадок имеет существенные недостатки: на первом режиме - большое сопротивление и недостаточно высокий коэффициент расхода, на втором - очень низкий коэффициент расхода. Он может быть значительно улучшен путем закругления входной кромки или устройства конического входа.

**Внутренний цилиндрический насадок** представляет короткую трубку, приставленную к отверстию изнутри. В этом случае возможны те же режимы истечения с другими значениями коэффициентов:  $\zeta = 1$ ,  $\mu = 0,71$  и  $\mu \approx \varepsilon = 0,5$  при первом и втором режимах, соответственно. Коэффициенты истечения из различных насадок представлены в приложении 10.

При истечении жидкости при переменном напоре часто требуется определить время наполнения или опорожнения резервуара.

В случае отсутствия притока жидкости для резервуаров с постоянной площадью свободной поверхности  $\Omega$  время частичного опорожнения через отверстие

$$t = \frac{2\Omega}{\mu S_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}), \quad (7.4)$$

где:

$H_1, H_2$  - уровни жидкости в начальный и конечный моменты времени;

$\Omega$  - площадь горизонтального сечения резервуара (площадь поверхности жидкости в резервуаре);

$S_0$  - площадь сечения отверстия.

Время полного опорожнения определяется по формуле

$$t = \frac{2\Omega \sqrt{H_1}}{\mu S_0 \sqrt{2g}} = \frac{2V}{Q_n} \quad (7.5)$$

где:

$V$  - объем жидкости в резервуаре в начальный момент времени;

$Q_n$  - расход жидкости в начальный момент времени.

### ПРИМЕРЫ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

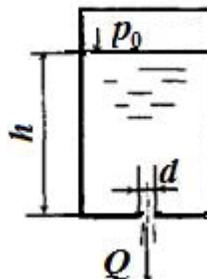
**Пример 7.1.** Вода вытекает из закрытого резервуара в атмосферу через отверстие диаметром  $d = 20$  мм и коэффициентом расхода  $\mu = 0,62$ . Глубина погружения центра отверстия  $h = 0,45$  м, избыточное давление на поверхности жидкости  $p_{0и} = 8,3$  кПа. Определить расход жидкости. Как изменится избыточное давление для пропуска того же расхода, если к отверстию присоединить внешний насадок длиной  $l = 0,1$  м.

**Решение:**

Расход при истечении жидкости через отверстие определяется по формуле

$$Q = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

где:



$H = h + \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}$  - расчетный напор;

$\Delta p$  - перепад давления на отверстии ( $\Delta p = p_{0и}$ , т.к. за отверстием давление равно атмосферному);

$S_o = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$  - площадь отверстия.

Вычислим расход воды через отверстие

$$\begin{aligned} Q &= \mu \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left( h + \frac{p_{0и}}{\rho \cdot g} \right)} = \\ &= 0,62 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot \left( 0,45 + \frac{8,3 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81} \right)} \\ &= 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}. \end{aligned}$$

Если к отверстию в дне резервуара присоединить цилиндрический насадок длиной  $l$  того же диаметра, то формула примет следующий вид

$$Q = \mu \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left( h + l + \frac{p_{0и}}{\rho \cdot g} \right)}$$

тогда избыточное давление

$$\begin{aligned} p_{0и} &= \left( \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot \mu^2 \cdot d^4} - h - l \right) \rho g = \\ &= \left( \frac{8 \cdot (0,98 \cdot 10^{-3})^2}{3,14^2 \cdot 9,81 \cdot 0,82^2 \cdot 0,02^4} - 0,45 - 0,1 \right) 1000 \cdot 9,81 = 1830 \text{ кПа} \end{aligned}$$

**Пример 7.2.** В пароохладитель через трубку со сверлениями поступает охлаждающая вода температурой  $20^\circ\text{C}$  расходом  $Q = 0,00278 \text{ м}^3/\text{с}$ . Давление воды в трубке  $p_1 = 10^6 \text{ Па}$ , давление в корпусе пароохладителя  $p_2 = 0,7 \times 10^6 \text{ Па}$ . Определить, сколько отверстий диаметром  $d = 0,003 \text{ м}$  нужно просверлить в трубке для обеспечения заданного расхода воды.

**Решение:**

Плотность воды при температуре  $20^\circ\text{C}$   $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$  (табл.4.1), кинематический коэффициент вязкости  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  (табл.4.5).

Определим число Рейнольдса, характеризующее истечение из отверстий:

$$Re = \frac{\sqrt{2\Delta p/\rho} \cdot d}{\nu} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,3 \cdot 10^6 / 998,2}}{10^{-6}} = 73800$$

По графику (Приложение 8) определяем коэффициент расхода отверстия  $\mu = 0,6$ .

Расход воды протекающей через одно отверстие,

$$q = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} =$$

$$= 0,6 \frac{3,14 \cdot 0,003^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \cdot 10^6}{998,2}} = 10,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$$

Таким образом, необходимое число отверстий

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{0,00278}{10,3 \cdot 10^{-5}} = 27 \text{ отверстий.}$$

**Пример 7.3.** Определить время опорожнения цистерны с мазутом при следующих данных: объем мазута в цистерне  $W = 50 \text{ м}^3$ ; диаметр цистерны  $D = 2,8 \text{ м}$ ; диаметр сливного патрубка  $d = 0,1 \text{ м}$ ; кинематическая вязкость мазута  $\nu = 0,69 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

**Решение:** Для определения времени опорожнения при известном объеме наполнения резервуара воспользуемся формулой

$$t = \frac{W}{\mu S_o \sqrt{2g \cdot 0,694r}}$$

где:

$$S_o = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 0,00785 \text{ м}^2 \text{— площадь сливного патрубка;}$$

$r$  – радиус цистерны.

Коэффициент расхода определим по графику в Приложении 9 в зависимости от числа Рейнольдса. Число Рейнольдса определим по теоретической скорости:

$$Re = \frac{\sqrt{2gHd}}{\nu}$$

в начале истечения при  $H = 2,8 \text{ м}$ :

$$Re = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,8 \cdot 0,1}}{0,69 \cdot 10^{-4}} = 10700$$

в конце истечения при  $H = 0,01 \text{ м}$ :

$$Re = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,01} \cdot 0,1}{0,69 \cdot 10^{-4}} = 642$$

По графику определяем, что соответствующие коэффициенты расхода будут:  $\mu_1 = 0,64$  (в начале истечения),  $\mu_2 = 0,60$  (в конце истечения).

Принимая для расчета среднее значение  $\mu_{\text{ср}} = 0,61$  и подставляя его в формулу, получим:

$$t = \frac{50}{0,61 \cdot 0,007854 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,694 \cdot 1,4}} = 2180 \text{ с.}$$

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРОВЕДЕНИЮ РАСЧЕТОВ

Для решения задач на истечение жидкости через отверстие или насадок при заданном коэффициенте расхода отверстия  $\mu$ , следует применить формулу (7.2), учитывая при этом, что расчетный напор  $H$  складывается из разности геометрических и пьезометрических высот.

Для определения площади проходного сечения, скорости перемещения поршня, расхода жидкости удобно использовать формулу (7.3). При этом решение сводится к следующим этапам:

1. определить избыточное давление в рабочей полости;
2. найти разность давлений  $\Delta p$  на отверстии;
3. записать уравнение расхода жидкости, вытесняемой поршнем;
4. выразить неизвестную величину.

Если по условию задачи не задан коэффициент расхода, то для его определения необходимо использовать график (Приложение 9). С этой целью нужно:

1. определить число Рейнольдса по теоретической скорости (см. пример 7.3);
2. по графику найти точку на графике зависимости  $\mu = f(Re)$  и определить соответствующее ей значение коэффициента расхода  $\mu$ .

## ЗАДАЧИ

**Задача 7.1.** Расход воды через малое отверстие в тонкостенном дне открытого бака при постоянном напоре  $H = 1,5$  м составляет  $Q = 1,4$  л/с. Определить: а) диаметр отверстия; б) изменение напора  $H$  для пропуска того же расхода при диаметре отверстия  $d = 30$  мм.

**Задача 7.2.** Определить расход  $Q$  через малое отверстие при постоянном напоре  $H_1 = 1,2$  м, если при напоре  $H_2 = 2$  м отверстие пропускает  $7,75$  л/с.

**Задача 7.3.** Приток воды в бак, в дне которого имеется малое отверстие диаметром  $d = 20$  мм. Определить напор  $H$  при расходе равном  $500$  см<sup>3</sup>/с.

**Задача 7.4.** Из закрытого бака вода вытекает через отверстие диаметром  $d = 2$  см в его боковой стенке. Постоянный напор над центром тяжести отверстия  $H = 2$  м, манометрическое давление на поверхности воды в баке  $p_m = 10$  кПа. На сколько нужно увеличить давление на поверхности бака, чтобы расход увеличился на 45%.

**Задача 7.5.** Жидкость вытекает из открытого бака при постоянном напоре  $H = 1,5$  м через малое отверстие диаметром  $d = 12$  мм на дне. Сосуд емкостью  $20$  л, поставленный под струю наполняется за  $52$  с. Определить коэффициент расхода, скорости и сжатия струи, если диаметр струи в сжатом сечении  $d_c = 10$  мм.

**Задача 7.6.** Вода выливается из открытого сосуда в атмосферу через малое отверстие в тонкой стенке диаметром  $d = 15$  мм при постоянном напоре  $H = 2,5$  м; расход воды из бака  $Q = 486$  см<sup>3</sup>/с. Определить коэффициент потерь отверстия  $\xi$ , скорости и сжатия струи, если диаметр струи в сжатом сечении  $d_c = 12$  мм.

**Задача 7.7.** Из открытого сосуда диаметром  $D = 0,5$  м, вода вытекает через малое отверстие в дне диаметром  $d = 15$  мм. Определить время опорожнения сосуда при начальном напоре  $H = 2,5$  м; коэффициент расхода  $\mu = 0,62$ .

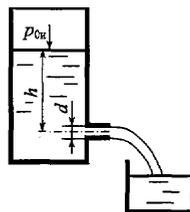


Рис. 7.1. Схема к задаче 7.8.

**Задача 7.8.** Жидкость плотностью  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup> вытекает через установленный на боковой поверхности закрытого резервуара цилиндрический насадок диаметром  $d = 6$  см. Избыточное давление на свободной поверхности жидкости  $p_0 = 6,1$  кПа, расход жидкости  $Q = 5$  л/с, глубина погружения насадка  $h = 90$  см. Определить коэффициент расхода насадка.

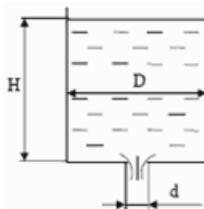


Рис. 7.2. Схема к задаче 7.9.

**Задача 7.9.** Определить объем воды  $V$ , налитой в цилиндрический бак диаметром  $D = 0,8$  м, если вся вода вытекла из бака через отверстия в дне диаметром  $d = 25$  мм за время  $t = 150$  с. Какое время  $t_1$  потребуется для опорожнения такого же объема воды, если уменьшить диаметр бака в полтора раза?

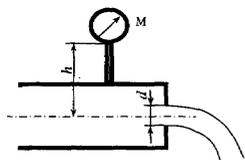


Рис.7.3. Схема к задаче 7.10.

**Задача 7.10.** Определить расход воды через отверстие диаметром  $d = 0,08$  м, коэффициент расхода которого  $\mu = 0,65$ , если показание манометра  $p_{изб} = 150$  кПа, а высота установки манометра над осью отверстия  $h = 1,5$  м.

**Задача 7.11.** Открытый резервуар с вертикальными стенками опораживается через внешний цилиндрический насадок диаметром  $d = 2,5$  см. Через 35 с напор составил  $H = 1,5$  см. Определить расход в начальный момент времени, если площадь поперечного сечения резервуара  $\Omega = 1,75$  м<sup>2</sup>. Насадка присоединена к отверстию на боковой стенке резервуара.

**Задача 7.12.** Открытый резервуар опораживается через конoidalный насадок диаметром  $d = 5$  см. Определить площадь поперечного сечения резервуара, если напор воды за время  $t = 2$  мин понизился на  $\Delta H = 5$  см и стал равным  $H = 35$  см. Насадок присоединен к боковой поверхности резервуара.

**Задача 7.13.** Определить первоначальный уровень в резервуаре  $h_1$ , если время частичного опорожнения открытого резервуара через донное отверстие до уровня  $h_2 = 0,7$  м равно  $t = 70$  с. Диаметр отверстия  $d = 0,05$  м. Размеры поперечного сечения резервуара постоянные  $a \times b = 0,8 \times 0,7$ .

**Задача 7.14.** Время частичного опорожнения вертикально расположенного цилиндрического открытого бака через донное отверстие в тонкой стенке составило  $t = 40$  с. За это время уровень жидкости изменился от  $h_1 = 2$  м до  $h_2 = 1$  м. Определить диаметр отверстия, если диаметр бака  $D = 0,5$  м.

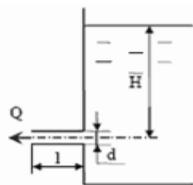


Рис.7.4. Схема к задаче 7.15.

**Задача 7.15.** Определить расход и скорость воды при истечении из круглого отверстия диаметром  $d = 0,015$  м в тонкой стенке и установить, как они изменяются, если к этому отверстию присоединить цилиндрический насадок длиной  $l = 4d$ . Напор в центре тяжести отверстия  $H = 2,8$  м.

**Задача 7.16.** Определить направление истечения жидкости ( $\rho = \rho_{\text{вод}}$ ) через отверстие  $d_0 = 5$  мм и расход, если разность уровней  $H = 2$  м, показание вакуумметра  $p_{\text{вак}}$  соответствует 147 мм.рт.ст., показание манометра  $p_M = 0,25$  МПа, коэффициент расхода  $\mu = 0,62$ .

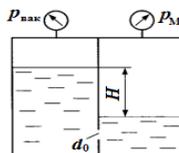


Рис.7.5. Схема к задаче 7.16.

**Задача 7.17.** Определить расход жидкости ( $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>), вытекающей из бака через отверстие площадью  $S_0 = 1$  см<sup>2</sup>. Показание ртутного прибора, измеряющего давление воздуха,  $h = 268$  мм, высота  $H_0 = 2$  м, коэффициент расхода отверстия  $\mu = 0,60$ .

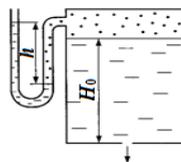


Рис.7.6. Схема к задаче 7.17.

**Задача 7.18.** Из резервуара А, приток воды в котором  $Q = 0,5$  л/с, через малое отверстие диаметром  $d_1 = 15$  мм вода перетекает в резервуар В, а из него через отверстие диаметром  $d_1 = 20$  мм – в атмосферу. Определить напор  $H_2$  и разность уровней  $\Delta H$  в резервуарах.

**Задача 7.19.** В открытый бак, имеющий в дне отверстие диаметром  $d = 12$  мм, поступает  $1$  м<sup>3</sup>/ч воды. Определить, до какой высоты  $H$  будет подниматься вода в баке.

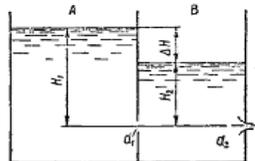


Рис.7.7. Схема к задаче 7.18.

**Задача 7.20.** Определить суточную утечку нефтепродукта плотностью  $900$  кг/м<sup>3</sup> из трубопровода, давление в котором составляет  $0,8$  МПа, если в результате повреждения прокладки между фланцами образовалось отверстие площадью  $2$  мм<sup>2</sup>. Коэффициент расхода принять равным  $0,6$

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МЕЖДУНАРОДНАЯ СИСТЕМА ЕДИНИЦ СИ

Величина	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Площадь	квадратный метр	м <sup>2</sup>
Объем	кубический метр	м <sup>3</sup>
Скорость	метр в секунду	м/с
Ускорение	метр на секунду в квадрате	м/с <sup>2</sup>
Частота вращения	обороты в секунду	об/с
Масса	килограмм	кг
Плотность	килограмм на кубический метр	кг/м <sup>3</sup>
Момент инерции	метр в четвертой степени	м <sup>4</sup>
Сила (вес)	ньютон	Н
Момент силы	ньютон-метр	Н·м
Давление, напряжение	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Поверхностное натяжение	ньютон на метр	Н/м
Динамический коэффициент вязкости	паскаль-секунда	Па·с
Кинематический коэффициент вязкости	квадратный метр на секунду	м <sup>2</sup> /с
Удельный вес	ньютон на кубический метр	Н/м <sup>3</sup>
Массовый расход	килограмм в секунду	кг/с
Объемный расход	кубический метр в секунду	м <sup>3</sup> /с
Мощность	ватт	Вт

*ПРИЛОЖЕНИЕ 2*

**СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**

<b>Величина</b>	<b>Наименование</b>	<b>Обозначение</b>	<b>Значение в единицах СИ</b>
Сила (вес)	килограмм-сила	кгс	9,806 Н
Давление	килограмм-силы на квадратный сантиметр (техническая атмосфера)	кгс/см <sup>2</sup> (ат)	9,80665 · 10 <sup>4</sup> Па
	физическая атмосфера	атм	1,01325 · 10 <sup>5</sup> Па
	бар	бар	10 <sup>5</sup> Па
	миллиметр ртутного столба	мм рт.ст.	133,3 Па
	миллиметр водного столба	мм вод.ст.	9,806 Па
Мощность	килограмм-сила-метр в секунду	кгс·м/с	9,81 Вт
	лошадиная сила	л.с.	735,499 Вт
Динамическая вязкость	пуаз	П	0,1 Па·с
Кинематическая вязкость	стокс	Ст	10 <sup>-4</sup> м <sup>2</sup> /с
Объем	литр	л	10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup>
Температура	градус Цельсия	°С	T = (t°С+273)К

*ПРИЛОЖЕНИЕ 3*

**МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ЕДИНИЦ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ  
В ГИДРАВЛИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ**

Множитель	Приставка		Пример
	наименование	обозначение	
$10^3$	кило	к	килоньютон (кН)
$10^6$	мега	М	мегаскаль (МПа)
$10^{-1}$	деци	д	дециметр (дм)
$10^{-2}$	санти	с	сантипуаз (сП)
$10^{-3}$	милли	м	миллиметр (мм)

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

**ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВОДЫ**

Таблица 4.1

**Плотность воды при различных температурах**

t, °C	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	t, °C	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	t, °C	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
0	999,67	45	990,25	75	974,89
4	1000	50	988,07	80	971,83
10	999,73	55	985,73	85	968,65
20	998,23	60	983,24	90	965,34
30	995,67	65	980,59	95	961,92
40	992,24	70	977,81	99	959,09

Таблица 4.2

**Значения коэффициента объемного сжатия воды  
в зависимости от давления и температуры**

t, °C	$\beta_p \cdot 10^{-10}$ 1/Па при давлении, Па $\cdot 10^4$				
	50	100	200	390	780
0	5,4	5,37	5,31	5,23	5,15
5	5,29	5,23	5,18	5,08	4,93
10	5,23	5,18	5,08	4,98	4,81
15	5,18	5,1	5,03	4,88	4,7
20	5,15	5,05	4,95	4,81	4,6

Таблица 4.3

**Значения модуля упругости воды в зависимости  
от давления и температуры**

t, °C	E, Па $\cdot 10^4$ при давлении, Па $\cdot 10^4$				
	50	100	200	390	780
0	185400	186400	188400	191300	197200
5	189300	191300	193300	197200	203100
10	191300	193300	197200	201100	208000
15	193300	196200	199100	205000	212900
20	194200	198200	202100	208000	217800

Таблица 4.4

**Значения коэффициента температурного расширения воды  
в зависимости от давления и температуры**

t, °C	$\beta_t \cdot 10^{-4} 1/°C$ при давлении, $\cdot 10^5$ Па				
	1	100	200	600	900
1-10	0,14	0,43	0,72	1,49	2,29
10-20	1,5	1,65	1,83	2,36	2,89
40-50	4,22	4,22	4,26	4,29	4,37
60-70	5,56	5,48	5,39	5,23	5,14
90-100	7,19	7,04	-	6,61	6,21

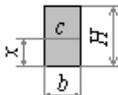
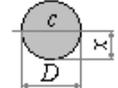
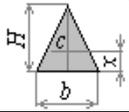
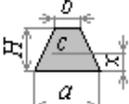
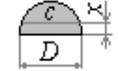
Таблица 4.5

**Значения кинематического коэффициента вязкости воды  
в зависимости от температуры**

t, °C	$\nu, 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ при температуре, °C	
	Чистая вода	Сточная вода
0	0,0179	-
6	0,0147	0,0167
8	0,0138	0,0156-0,0173
10	0,0131	0,0147-0,0161
12	0,0123	0,0138-0,0152
14	0,0117	0,0131-0,0142
16	0,0111	0,0123-0,0134
18	0,0106	0,0117-0,0127
20	0,0101	0,0111-0,012
30	0,0081	-
40	0,0060	-
50	0,0056	-
60	0,0048	-
70	0,0042	-
80	0,0037	-
90	0,0033	-
100	0,0029	-

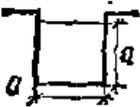
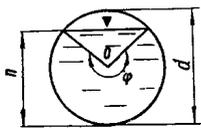
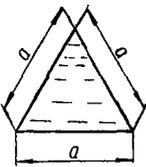
ПРИЛОЖЕНИЕ 5

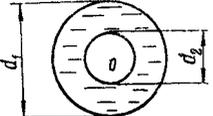
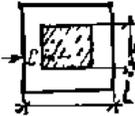
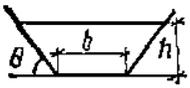
ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКИХ ФИГУР  
И ФОРМУЛЫ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ,  
ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Форма пластины	Центр тяжести	Момент инерции
	$x = H/2$	$J_0 = b \cdot H^3/12$
	$x = D/2$	$J_0 = \pi \cdot D^4/64$
	$x = H/3$	$J_0 = b \cdot H^3/36$
	$x = \frac{H}{3} \cdot \frac{2 \cdot b + a}{a + b}$	$J_0 = \frac{H^3 \cdot (a^2 + 4 \cdot a \cdot b + b^2)}{36 \cdot (a + b)}$
	$x = D/4,71$	$J_0 = D^4/145,4$

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ЖИВОГО СЕЧЕНИЯ, СМОЧЕННОГО ПЕРИМЕТРА И ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАДИУСА ДЛЯ СЕЧЕНИЙ ПОТОКА РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Форма сечения и схема	Живое сечение	Смоченный периметр	Гидравлический радиус
<p>Квадратное сечение</p> 	$a^2$	$4a$	$\frac{a}{4}$
<p>Круглое сечение при сплошном заполнении</p> 	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\pi d$	$\frac{d}{4}$
<p>Круглое сечение при частичном заполнении</p> 	$\frac{1}{8}(\varphi - \sin \varphi)d^2$	$\frac{1}{2}\varphi d$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi}\right)d$
<p>Равносторонний треугольник при сплошном заполнении</p> 	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	$2a$	$\frac{a}{4\sqrt{3}}$
<p>Кольцевая щель, ограниченная концентрическими</p>			

<p>окружностями при сплошном заполнении</p> 	$\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$	$\pi(D + d)$	$\frac{b}{2}$
	$b^2 - a^2$	$4(b + a)$	$\frac{c}{2}$
<p>Трапецидальный лоток</p> 	$bh + \frac{h^2}{\operatorname{tg}\theta}$	$b + \frac{2h}{\sin \theta}$	$\frac{h(h + b\operatorname{tg}\theta)}{\operatorname{tg}\theta\left(b + \frac{2h}{\sin \theta}\right)}$

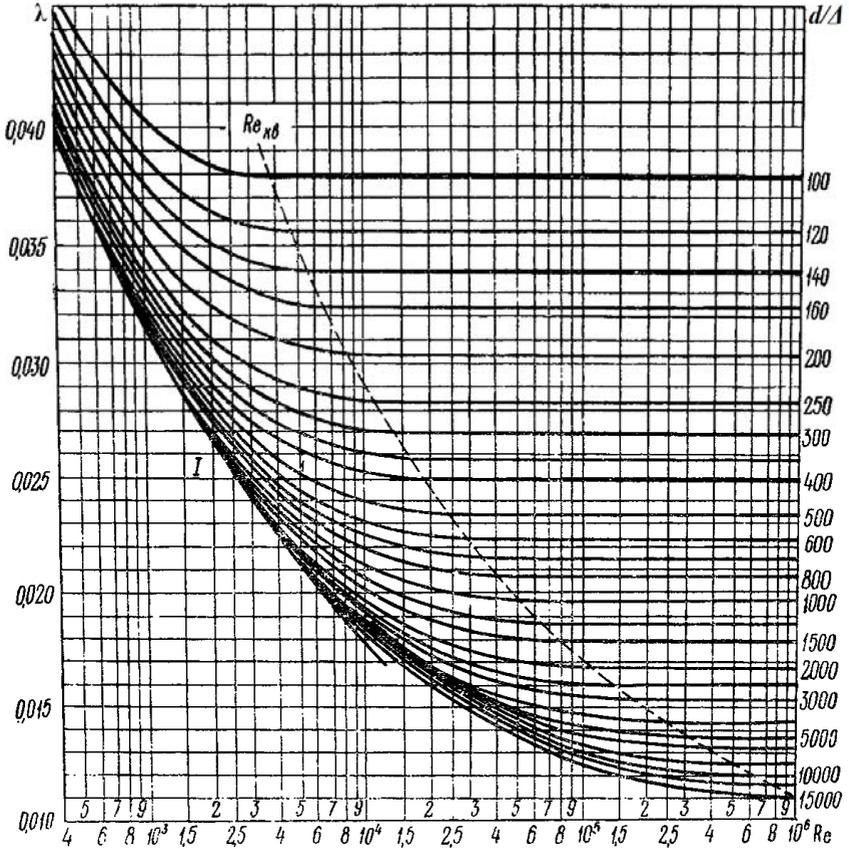
*ПРИЛОЖЕНИЕ 7*

**ЗНАЧЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ Δ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ТРУБ**

<b>Вид трубы</b>	<b>Состояние трубы</b>	<b>Δ, мм</b>
Тянутая из стекла ветных металлов	Новая, технически гладкая	0,001 – 0,01
Бесшовная стальная	Новая и чистая	0,02 – 0,05
	После нескольких лет эксплуатации	0,15 – 0,30
Стальная сварная	Новая и чистая	0,03 – 0,10
	С незначительной коррозией после очистки	0,10 – 0,20
	Умеренно заржавленная	0,30 – 0,70
	Старая заржавленная	0,80 – 1,5
	Сильно заржавленная или с большими отложениями	2,0 – 4,0
Оцинкованная стальная	Новая	0,10 – 0,20
	После нескольких лет эксплуатации	0,40 – 0,70
Чугунная	Новая	0,20 – 0,50
	Бывшая в употреблении	0,5 – 1,5
Рукава и шланги резиновые		0,03

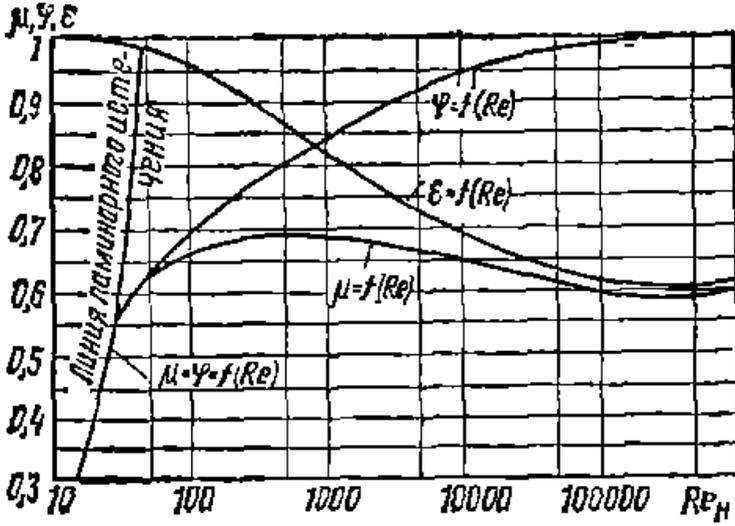
ПРИЛОЖЕНИЕ 8

ГРАФИК ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ  $\lambda = F(Re, D/\Delta)$  ДЛЯ НОВЫХ СТАЛЬНЫХ ТРУБ (ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИССЛЕДОВАНИЯ ВТИ)



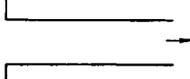
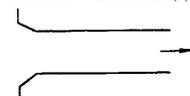
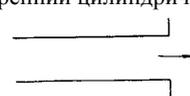
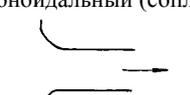
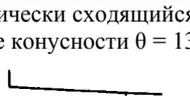
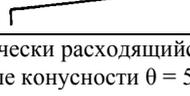
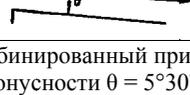
ПРИЛОЖЕНИЕ 9

ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИСТЕЧЕНИЯ ИЗ МАЛЫХ ОТВЕРСТИЙ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ ОТ ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА



ПРИЛОЖЕНИЕ 10

КОЭФФИЦИЕНТЫ ИСТЕЧЕНИЯ ИЗ НАСАДКОВ

Тип насадка	Значения коэффициентов			
	сжатия $\varepsilon$	расхода $\mu$	скорости $\varphi$	потерь $\zeta$
Внешний цилиндрический - с острой входной кромкой 	1,00	0,82	0,82	0,5
- с коническим входом 	1,00	0,90	0,90	0,23
Внутренний цилиндрический 	1,00	0,71	0,71	1,00
Конoidalный (сопло) 	1,00	0,97	0,97	0,06
Конически сходящийся при угле конусности $\theta = 13^\circ 24'$ 	0,98	0,94	0,96	0,07
Конически расходящийся при угле конусности $\theta = 5-7^\circ$ 	1,00	0,45-0,50	0,45-0,50	4,0-3,0
Комбинированный при угле конусности $\theta = 5^\circ 30'$ и степени расширения $n = 8,7$ 	1,00	2,45	0,27	12,8

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Жидкость и ее свойства .....	4
2. Гидростатика.....	11
3. Силы давления покоящейся жидкости на поверхности.....	19
4. Основные понятия гидродинамики .....	31
5. Уравнение Бернулли .....	38
6. Гидравлический расчет трубопроводов .....	44
7. Истечение жидкости через отверстия, насадки .....	56
Приложение 1 .....	66
Приложение 2 .....	67
Приложение 3 .....	68
Приложение 4 .....	69
Приложение 5 .....	71
Приложение 6 .....	72
Приложение 7 .....	74
Приложение 8 .....	75
Приложение 9 .....	76
Приложение 10 .....	77

## **ГИДРОМЕХАНИКА**

*Методические указания к практическим занятиям  
для студентов специальности 21.05.04*

Сост.: *М.А. Васильева, Р.Б. Кускильдин, А.А. Волчихина*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой  
транспортно-технологических процессов и машин

Ответственный за выпуск *М.А. Васильева*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 07.12.2021. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 4,5. Усл.кр.-отт. 4,5. Уч.-изд.л. 4,2. Тираж 50 экз. Заказ 1106.

Санкт-Петербургский горный университет  
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета  
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2