

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра механики

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

**ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ,
ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ
БАЛОК ПРИ ИЗГИБЕ**

*Методические указания к самостоятельным работам
для студентов специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2021

УДК 531.01(073)

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ: Построение эпюр перерезывающих сил, изгибающих моментов и выбор сечений балок при изгибе: Методические указания к самостоятельной работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *В.Л. Трушко, В.Г. Гореликов, П.В. Артамонов*. СПб, 2021. 31 с.

Приведены методические указания и варианты заданий к самостоятельной работы по курсу «Сопроотивление материалов». Указания снабжены примерами с решениями типовых задач.

Предназначены для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» и могут быть полезны для студентов других специальностей и направлений подготовки.

Научный редактор проф. *М.Ю. Насонов*

Рецензент канд. техн. наук доц. *Н.В. Чернышева* (СПбПУ)

© Санкт-Петербургский
горный университет, 2021

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ
МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ БАЛОК ПРИ ИЗГИБЕ

*Методические указания к самостоятельным работам
для студентов специальности 21.05.04*

Сост.: *В.Л. Трушко, В.Г. Гореликов, П.В. Артамонов*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой
механики

Ответственный за выпуск: *В.Л. Трушко*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 16.03.2021. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 1,8. Усл.кр.-отт. 1,8. Уч.-изд.л. 1,5. Тираж 75 экз. Заказ 189.

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Сопротивление материалов» является общепрофессиональной (общеинженерной) дисциплиной, призванной дать студентам знания и умения в области расчетов прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкций, относящихся к сфере деятельности специалистов.

Цель дисциплины состоит в том, чтобы научить будущих специалистов правильно выбирать конструкционные материалы и конструктивные формы, обеспечить высокие показатели надежности, долговечности и безопасности напряженных конструкций и узлов бурового и горного оборудования, создавать эффективные и экономичные конструкции.

Задача дисциплины – научить студентов правильно выбирать расчетные схемы, проводить расчеты типовых элементов конструкций, сравнивать варианты, отыскивать оптимальные решения, связывать воедино инженерную постановку задачи, расчет и проектирование, учитывая профиль будущего специалиста.

Курс опирается на дисциплины «Высшая математика», «Физика» (раздел «Механика»), «Теоретическая механика». В соответствии с учебным планом изучение курса включает самостоятельную работу с литературой, выполнение самостоятельной работы, прослушивание лекций и участие в практических занятиях. В качестве базовых предлагаются учебные пособия [1,2,3,4].

ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ БАЛОК ПРИ ИЗГИБЕ

1. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

Деформация изгиба стержня возникает от внешних сил, действующих в осевой плоскости и перпендикулярных продольной его оси. Если все внешние силы расположены в одной из главных плоскостей*, то изгиб называется плоским (или прямым).

Если плоскость действия внешних сил не совпадает ни с одной из главных плоскостей, то изгиб называется косым.

В дальнейшем будем рассматривать только плоский изгиб.

Стержень, работающий на изгиб, называется балкой. Балки могут иметь следующие виды опор:

- 1) шарнирно-подвижная;
- 2) шарнирно-неподвижная;
- 3) жесткая заделка (или защемление).

Шарнирно-подвижная опора (рис.1,а) не препятствует вращению опорного сечения балки и его перемещению в горизонтальном направлении. Реакция такой опоры проходит через центр шарнира и направлена перпендикулярно к опорной плоскости.

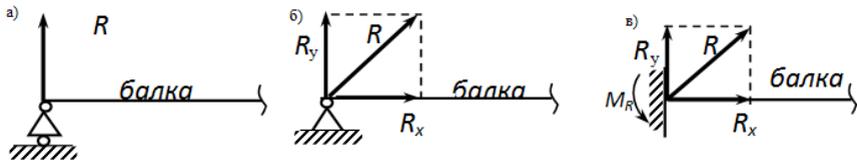


Рис. 1

Шарнирно-неподвижная опора (рис. 1, б) допускает вращение опорного сечения балки, но препятствует его

* Главная плоскость – плоскость, проходящая через продольную ось стержня и одну из главных осей поперечного сечения.

горизонтальному перемещению. Реакция R такой опоры может иметь любое направление, перпендикулярное к оси шарнира. Эта реакция раскладывается на две составляющие: вертикальную (R_y) и горизонтальную (R_x).

Жесткая заделка (рис. 1, в) не допускает ни поворота, ни перемещения опорного сечения балки. В жесткой заделке возникают вертикальная R_y , горизонтальная реакция R_x и реактивный момент M_R .

Внешние силы, действующие на балку, вызывают в ее поперечных сечениях нормальные и касательные напряжения. Нормальные напряжения могут быть приведены к паре сил – изгибающему моменту, касательные напряжения можно заменить сосредоточенным усилием, называемым перерезывающей силой. Величина изгибающего момента M в каком-либо сечении балки равна алгебраической сумме моментов всех внешних сил, действующих на балку по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно центра тяжести этого сечения. Величина перерезывающей силы Q в каком-либо сечении балки равна алгебраической сумме проекций на нормаль к продольной оси балки всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

При вычислении перерезывающих сил и изгибающих моментов принято считать положительными: момент, изгибающий балку выпуклостью вниз независимо от места его приложения, и поперечную силу, направленную вверх, если рассматривается часть балки слева от проведенного сечения, и поперечную силу, направленную вниз, если рассматривается часть балки справа от рассматриваемого сечения.

В общем случае, изгибающий момент и перерезывающая сила меняются по длине балки. Чтобы иметь наглядное представление об изменении этих величин, строят графики, называемые эпюрами перерезывающих сил и изгибающих моментов. Чтобы построить эпюры Q и M , надо составить уравнения этих эпюр на каждом грузовом участке балки, т.е. на отрезке балки, на котором внешняя нагрузка изменяется по некоторому закону. Границами грузовых участков являются сечения, в которых характер внешней нагрузки изменяется.

При построении эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов следует:

1) для упрощения расчета рассматривать часть балки по ту сторону от проведенного сечения, на которую действует меньшее число внешних сил;

2) распределенную нагрузку заменить силой, численно равной площади эпюры этой нагрузки в пределах рассматриваемой части балки и приложенной в центре тяжести этой площади;

3) по определению перерезывающей силы в сечении, в котором приложена сосредоточенная сила, на эпюре Q должен быть скачок на величину этой силы в направлении ее действия;

4) по определению изгибающего момента в сечении, в котором приложен сосредоточенный момент, на эпюре M должен быть скачок на величину этого момента в направлении его действия;

5) эпюра Q не меняется в точках приложения сосредоточенных моментов.

При построении эпюр Q и M следует руководствоваться дифференциальными зависимостями между Q и M интенсивностью распределенной нагрузки q [1,2,3,4]:

$$Q = \frac{dM}{dx}; \quad q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}, \quad (1)$$

а также следующими положениями, вытекающими из них:

1. На участках балки, где нет распределенной нагрузки ($q=0$) эпюра Q ограничена прямой, параллельной нулевой линии эпюры ($Q = \text{const}$), а эпюра M – наклонной прямой, тангенс угла наклона которой к нулевой линии равен Q .

2. На грузовых участках балки, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой ($q = \text{const}$), эпюра Q ограничена наклонной прямой, тангенс угла наклона которой к нулевой линии равен q , а эпюра M - параболой, направленной своей выпуклостью навстречу действия распределенной нагрузки.

3. В поперечном сечении балки, где перерезывающая сила равна нулю ($Q = 0$), изгибающий момент имеет экстремум (максимум или минимум): если Q меняет знак с плюса на минус (при рас-

смотрении балки слева направо), то $M = \max$, если с минуса на плюс, то $M = \min$.

4. Если на границе соседних участков балки эпюра Q имеет скачок, то линии, ограничивающие эпюру M на этих участках, сопрягаются с переломом, т. е. не имеют общей касательной в точке сопряжения.

5. Изгибающий момент растет на тех участках балки, где перерезывающая сила положительна, и убывает там, где она отрицательна.

6. На каждом участке балки изменение величины M между любыми двумя сечениями равно площади эпюры Q между этими сечениями.

2. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

Пример 1. Построить эпюры Q и M для балки при $P = 20$ кН; $M_0 = 20$ кН·м; $a = 0,5$ м; $b = 1,5$ м (рис. 2, а).

Для определения Q и M в любом сечении балки необходимо задать все внешние силы, действующие на балку, т. е. приложенные нагрузки и опорные реакции.

Величину и направление опорных реакций в статически определимых балках определяют из уравнений статики. Начало координат располагают обычно в центре тяжести крайнего левого сечения, например, в точке A (см. рис. 2, а), ось Y направляют вертикально вверх, а ось X - горизонтально вправо (по оси балки). На шарнирно-неподвижной опоре A неизвестную по величине и направлению реакцию заменим двумя составляющими: Y_A - вертикальной, перпендикулярной оси балки, и X_A - горизонтальной, направленной по оси X . На шарнирно-подвижной опоре B реакция Y_B направлена перпендикулярно оси балки.

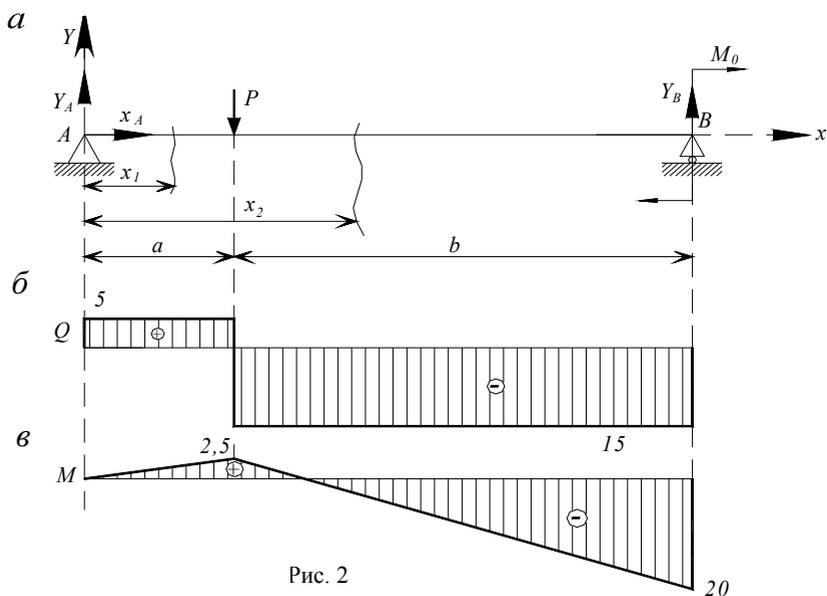


Рис. 2

Для плоской системы сил, не пересекающихся в одной точке, можно составить, в общем случае, три уравнения статического равновесия. Уравнения статики составляют так, чтобы в каждое из них входила, как правило, только одна неизвестная опорная реакция. В этой задаче нужно спроектировать все силы на ось стержня и определить алгебраические суммы моментов сил относительно точек закрепления A и B . При составлении уравнений равновесия за положительное направление сил и моментов можно принимать любое, так как сумма проекций сил на любую из осей и сумма моментов всех сил относительно любой точки равны нулю. Обычно применяется следующее правило знаков: положительные направления сил соответствуют направлению координатных осей; положительное направление момента соответствует направлению движения часовой стрелки. Сосредоточенный момент M_0 , независимо от положения сечения, в котором он приложен, обязательно входит в уравнение моментов. Таким образом, можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sum X &= 0, & X_A &= 0; \\ \sum M_A &= 0, & Pa - Y_B(a+b) + M_0 &= 0; \\ \sum M_B &= 0, & Y_A(a+b) - Pb + M_0 &= 0. \end{aligned}$$

Решив ее при заданных исходных данных, получим $Y_A = 5$ кН; $Y_B = 15$ кН. Величины опорных реакций положительны, следовательно, выбранные направления их соответствуют действительным.

Для проверки составим уравнение статики, не использованное при расчете реакций, например, сумму проекций всех сил на ось Y :

$$\sum Y = Y_A - P + Y_B = 5 - 20 + 15 = 0.$$

Уравнение удовлетворяется тождественно, следовательно, реакции определены верно.

Для построения эпюр Q и M необходимо определить перерезывающие силы и изгибающие моменты. Данная балка имеет два грузовых участка границами, которых являются опорные сечения и сечение, где приложена сосредоточенная сила P . Чтобы составить выражения для Q и M , для каждого участка проведем произвольные сечения на расстоянии x от начала координат. За начало координат для каждого участка можно принять точку опоры или начало участка.

В качестве первого участка рассмотрим ту часть балки, на которую действует меньшее число приложенных нагрузок, т.е. часть балки слева от сечения. Выражения для Q и M составляем с учетом принятого правила знаков.

На первом участке абсцисса x изменяется в пределах $0 \leq x_1 \leq a$. Здесь $Q_1 = Y_A = 5$ кН. Перерезывающая сила на этом участке не зависит от x , т.е. постоянна по длине участка. Изгибающий момент на первом участке равен $M_1 = Y_A x_1$. При $x_1 = 0$, изгибающий момент равен нулю ($M_1 = 0$), а при $x_1 = a = 0,5$ м, следует $M_1 = Y_A a = 2,5$ кН·м. На втором участке абсцисса x изменяется в пределах

$a \leq x_2 \leq (a+b)^*$. На этом участке $Q_2 = \text{const}$ и $Q_2 = Y_A - P = -15$ кН. На втором участке уравнение моментов имеет вид: $M_2 = Y_A x_2 - P(x_2 - a)$ при $x_2 = a = 0,5$ м, следует: $M_2 = 2,5$ кН·м; а при $x_2 = a + b = 2$ м, получим: $M_2 = -20$ кН·м.

Эпюры Q и M строим по составленным аналитическим зависимостям, откладывая в рассмотренных сечениях найденные значения ординат; при этом положительные ординаты откладываются вверх от нулевых линий эпюр, отрицательные – вниз (рис. 2, б и в).

Как видно из рис. 1, в сечениях балки, где приложены сосредоточенные силы Y_A , P и Y_B , на эпюре Q имеют место скачки на величину этих сил; а в опорном сечении, где приложен сосредоточенный момент M_0 , на эпюре M – скачок на величину этого момента M_0 . Поскольку на границе участков балки эпюра Q имеет скачок, то линии, ограничивающие эпюру M на этих участках, сопрягаются с переломом.

Пример 2. Построить эпюры Q и M для консольной балки при

$$q = 10 \text{ кН/м}; M_0 = 20 \text{ кН·м}; l = 2 \text{ м (рис. 3, а)}.$$

Построение эпюр Q и M для консольных балок рекомендуется производить, не вычисляя реакций. Если рассечь балку в любом сечении и рассматривать часть балки между сечением и свободным концом, то в выражения для Q и M войдут только приложенные к балке известные нагрузки.

Балка имеет два грузовых участка длиной $l/2$, левый участок назовем первым, правый – вторым. Начало координат расположим в центре тяжести крайнего левого сечения, ось Y направим вертикально вверх, ось X – вправо. Рассечем балку в пределах каждого грузового участка сечениями, расположенными на расстояниях x_1 и x_2 от начала координат (x_2 можно отсчитывать от точки приложения M_0).

На первом участке x_1 изменяется в пределах $0 \leq x_1 \leq l/2$. Перерезывающая сила на первом участке: $Q_1 = -q x_1$; где $Q_1 = 0$ при $x = 0$ и $Q_1 = -10$ кН при $x_1 = l/2 = 1$ м.

* Абсцисса x_2 может отчитываться и от границ участка 2 (справа или слева), тогда x_2 будет иметь пределы $0 \leq x_2 \leq b$.

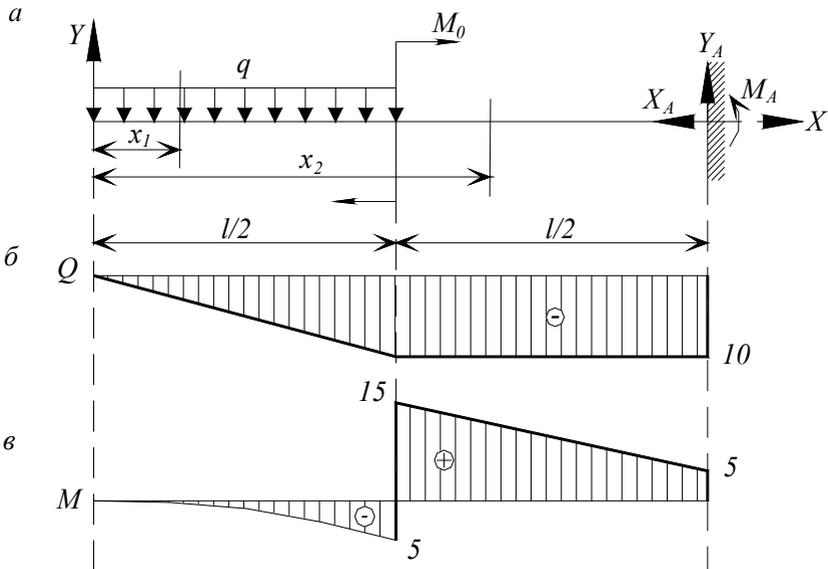


Рис. 3

Так как перерезывающая сила зависит от x_1 , то изгибающий момент будет зависеть от x_1^2 . Для вычисления изгибающего момента заменим равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой qx_1 , численно равной площади эпюры этой нагрузки в пределах рассматриваемой части балки и приложенной в центре тяжести площади эпюры, т. е. на расстоянии $x_1/2$ от рассматриваемого сечения.

В соответствии с принятым выше правилом знаков, изгибающий момент на первом участке изображается кривой второго порядка; $M_1 = 0$ при $x_1 = 0$ и $M_1 = -5$ кН·м при $x_1 = l/2 = 1$ м. При построении эпюры M на первом участке следует иметь в виду, что выпуклость параболы должна быть направлена навстречу действию распределенной нагрузки.

На втором участке абсцисса x_2 изменяется в пределах $l/2 \leq x_2 \leq l$. Здесь перерезывающая сила: $Q_2 = -q l/2 = -10$ кН. Изгибающий момент на втором участке равен алгебраиче-

ской сумме момента распределенной нагрузки относительно центра тяжести любого сечения, проведенного в пределах этого участка, и сосредоточенного момента. Момент распределенной нагрузки равен равнодействующей этой нагрузки $q \cdot l/2$, умноженной на расстояние от точки ее приложения до центра тяжести проведенного сечения $x_2 - l/4$. Следовательно, на втором участке: $M_2 = -ql(x_2 - l/4) + M_0$, при $x_2 = l/2$, следует $M_2 = 15 \text{ кН}\cdot\text{м}$; а при $x_2 = l$, следует: $M_2 = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Для проверки правильности построения эпюр Q и M (см. рис. 3, б и в) используем изложенные выше правила построения эпюр. Площади эпюр Q на каждом из грузовых участков должны быть равны разности моментов в граничных сечениях этих участков. На первом участке площадь эпюры Q равна $5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, разность моментов в граничных сечениях этого участка также равна $5 \text{ кН}\cdot\text{м}$. На втором участке площадь эпюры Q равна $10 \text{ кН}\cdot\text{м}$, что равно разности моментов на границах этого участка. Следовательно, построение эпюр удовлетворяет указанному правилу. В сечении, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре M виден скачок, равный величине этого момента в направлении его действия.

3. ПОДБОР ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ БАЛОК ПО НОРМАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = M_{\max} z_{\max} / I_y \leq [\sigma], \quad (2)$$

где M_{\max} – максимальный изгибающий момент, определенный по эпюре (момент в опасном сечении балки); z_{\max} – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленного волокна; I_y – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Для сечений, симметричных относительно нейтральной оси, условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_y \leq [\sigma], \quad (3)$$

где W_y – момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси, $W_y = I_y / z_{\max}$.

Из условия прочности можно определить необходимый момент сопротивления

$$W_y = M_{\max} / [\sigma]. \quad (4)$$

При заданной форме поперечного сечения, зная W_y , можно установить необходимые размеры сечения.

Для балок, изготовленных из пластичного материала, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию: $[\sigma]_{сж} = [\sigma]_p = [\sigma]$.

Если балка изготовлена из хрупкого материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию, то необходимая величина W_y определяется из условий прочности для наиболее растянутого и наиболее сжатого волокон

$$W_y' = M_{\max} / [\sigma]_p; \quad W_y'' = M_{\max} / [\sigma]_{сж}. \quad (5)$$

Из двух найденных значений момента сопротивления для определения размеров поперечного сечения выбирается максимальное.

Пример 3. Подобрать диаметр деревянной балки круглого сечения, изображенной на рис. 1, а. Для инженерных расчетов можно считать, что дерево одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, т.е. $[\sigma] = 10$ МПа.

Абсолютная величина максимального изгибающего момента равна 20 кН·м (см. рис. 1, в). Тогда необходимый момент сопротивления

$$W_y = 20 \cdot 10^3 / (10 \cdot 10^6) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Момент сопротивления круглого поперечного сечения относительно центральной оси равен $W_y = \pi \cdot d^3 / 32$, тогда необходимый диаметр балки:

$$d = \sqrt[3]{32W_y / \pi} = \sqrt[3]{32 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / \pi} = 0,28 \text{ м}.$$

Пример 4. Подобрать размеры стальной балки прямоугольного поперечного сечения с отношением высоты к ширине балки $h/b = 2$. Расчетная схема балки, а также эпюры Q и M приведены на рис. 2; $[\sigma] = 160$ МПа.

Абсолютная величина максимального изгибающего момента $M_{\max} = 15$ кН·м. Необходимая величина момента сопротивления $W_y = 15 \cdot 10^3 / (160 \cdot 10^6) = 0,94 \cdot 10^{-4}$ м³. Момент сопротивления для прямоугольного сечения относительно нейтральной оси y : $W_y = bh^2/6 = h^3/12$, откуда размеры сечения балки $h = \sqrt[3]{12W_y} = \sqrt[3]{12 \cdot 0,94 \cdot 10^{-4}} = 0,104$ м, $b = h/2 = 0,052$ м.

Пример 5. Двутавровая стальная балка произвольно нагружена внешними силами; $[\sigma] = 160$ МПа. Подобрать номер двутавра, если $M_{\max} = 20$ кН·м. Необходимая величина момента сопротивления: $W_y = 20 \cdot 10^3 / (160 \cdot 10^6) = 0,125 \cdot 10^{-3}$ м³.

По сортаменту прокатной стали выбираем двутавровый профиль, у которого величина момента сопротивления близка к требуемой. Таких профилей два: № 18 с моментом сопротивления несколько больше требуемого ($W_y = 143 \cdot 10^{-6}$ м³) и № 16 с моментом сопротивления, несколько меньшим ($W_y = 109 \cdot 10^{-6}$ м³).

Максимальные напряжения в двутавровой балке № 18

$$\sigma_{\max} = 20 \cdot 10^3 / (143 \cdot 10^{-6}) = 140 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$$

Недонапряжение составляет $(160 - 140) / (160 \cdot 100) = 12,5\%$.

Можно выбрать двутавр с моментом сопротивления меньшим, чем требуется, при условии, если перенапряжение в нем не превышает 5%. В нашем случае для двутавровой балки № 16: $\sigma_{\max} = 20 \cdot 10^3 / (109 \cdot 10^{-6}) = 183,5$ МПа. Перенапряжение материала составляет $(183,5 - 160) / (160 \cdot 100) = 14,7\%$, что не допустимо. Окончательно выбираем двутавр № 18.

4. КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Построить эпюры перерезывающих сил, изгибающих моментов и подобрать сечения балок, приведенных на рисунках 4–27 (приложение). Величины заданных нагрузок представлены в таблице. Направление нагрузок, отмеченных *), противоположно изображенному на рис. 4–27.

Таблица 1

Исходные данные

Вариант	Номер рисунка	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м
1	2	3	4	5	6	7	8
1	4	5	-	10	-	20	-
2	5	10	5	5	-	30	-
3	6	15	20	15	-	25	-
4	7	10	5	20	-	15	-
5	8	5	15	10	20	20	-
6	9	5	10	15	-	25	-
7	10	10	5	5	15	10	-
8	11	15	-	10	20	15	-
9	12	5	-	5	-	30	20
10	13	5	15	15	-	20	30
11	14	10	-	20	-	25	-
12	15	15	5	10	5	20	-
13	16	5	10	5	-	15	20
14	17	10	5	15	-	25	20
15	18	10	15	20	-	30	-
16	19	5	10	20	15	35	-
17	20	5	-	10	20	40	-
18	21	5	10	10	20	30	-
19	22	10	15	5	10	20	-
20	23	15	5	15	-	25	-
21	24	10	5	5	-	35	-
22	25	5	-	10	-	30	-
23	26	15	10	15	-	40	-
24	27	10	5	20	15	45	-

Продолжение табл.

Вариант	Номер рисунка	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м
25	4	5*	-	10	-	20*	-
26	5	10*	5*	5	-	30*	-
27	6	15*	20*	15	-	25*	-
28	7	10*	5*	20	-	15*	-
29	8	5*	15*	10	20	20*	-
30	9	5*	10*	15	-	25*	-
31	10	10*	5*	5	15	10*	-
32	11	15*	-	10	20	15*	-
33	12	5*	-	5	-	30*	20*
34	13	5*	15*	15	-	20*	30*
1	2	3	4	5	6	7	8
35	14	10*	-	20	-	25*	-
36	15	15*	5*	10	5	20*	-
37	16	5*	10*	5	-	15*	20*
38	17	10*	5*	15	-	25*	20*
39	18	10*	15*	20	-	30*	-
40	19	5*	10*	20	15	35*	-
41	20	5*	-	10	20	40*	-
42	21	5*	10*	10	20	30*	-
43	22	10*	15*	5	10	20*	-
44	23	15*	5*	15	-	25*	-
45	24	10*	5*	5	-	35*	-
47	26	15*	10*	15	-	40*	-
48	27	10*	5*	20	15	45*	-
49	4	5*	-	10*	-	20	-
50	5	10*	5	5*	-	30	-
51	6	15*	20	15*	-	25	-
52	7	10*	5	20*	-	15	-
53	8	5*	15	10*	20	20	-
54	9	5*	10	15*	-	25	-
55	10	10*	5	5*	15	10	-
56	11	15*	-	10*	20	15	-
57	12	5*	-	5*	-	30	20
58	13	5*	15	15*	-	20	30
59	14	10*	-	20*	-	25	-
60	15	15*	5	10*	5	20	-
61	16	5*	10	5*	-	15	20
62	17	10*	5	15*	-	25	20

Окончание табл.

Ва- риант	Номер рисунка	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м
63	18	10*	15	20*	-	30	-
64	19	5*	10	20*	15	35	-
65	20	5*	-	10*	20	40	-
66	21	5*	10	10*	20	30	-
67	22	10*	15	5*	10	20	-
68	23	15*	5	15*	-	25	-
69	24	10*	5	5*	-	35	-
70	25	5*	-	10*	-	30	-

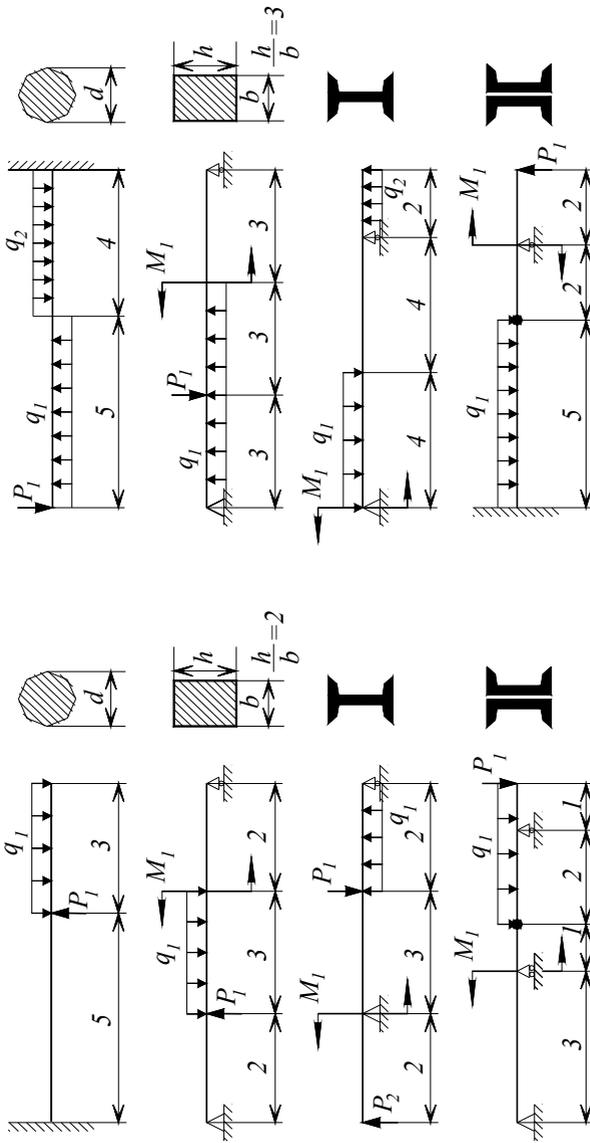


Рис. 5

Рис. 4

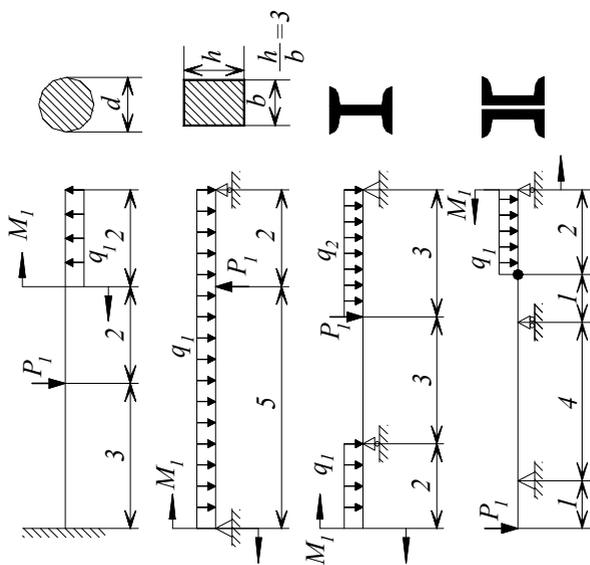


Рис. 7

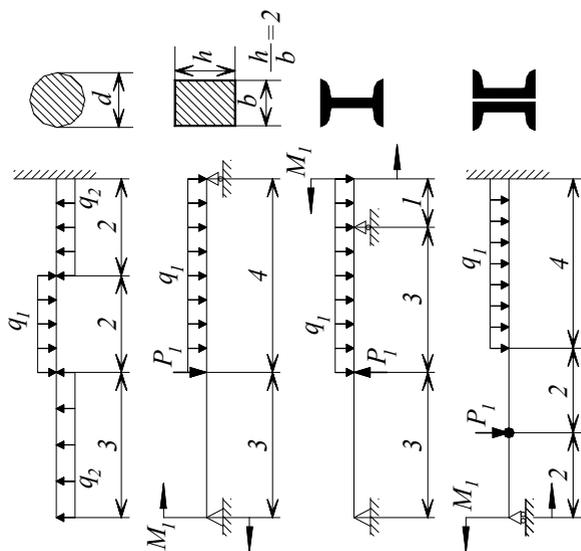


Рис. 6

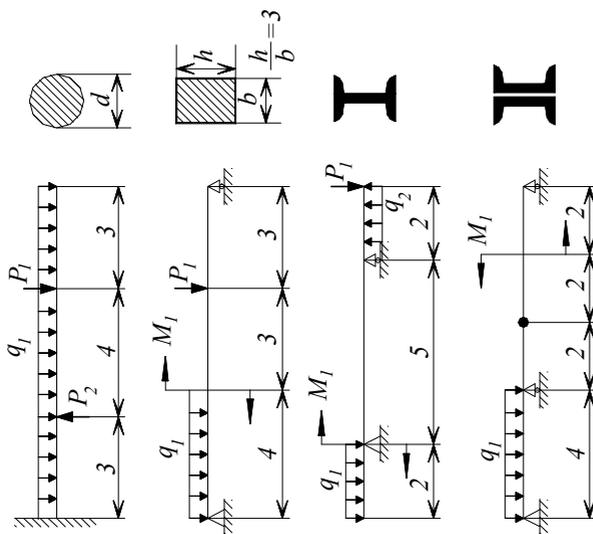
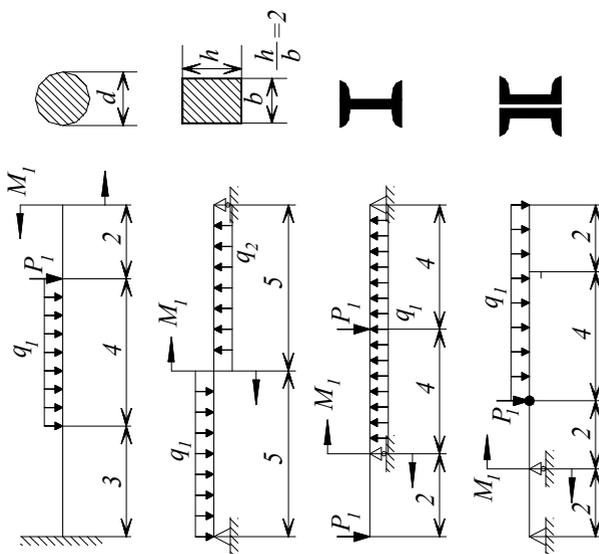


Рис. 8

Рис. 9

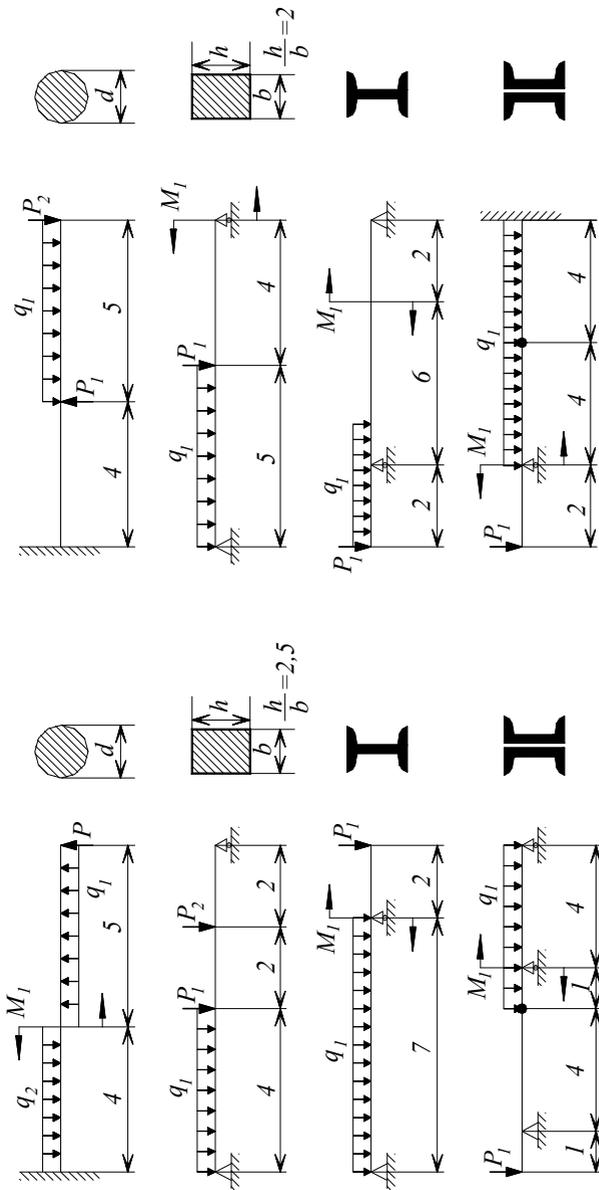


Рис. 10

Рис. 11

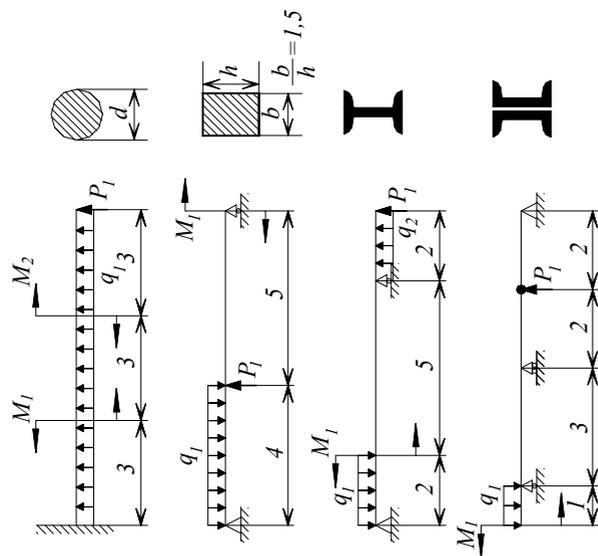


Рис. 13

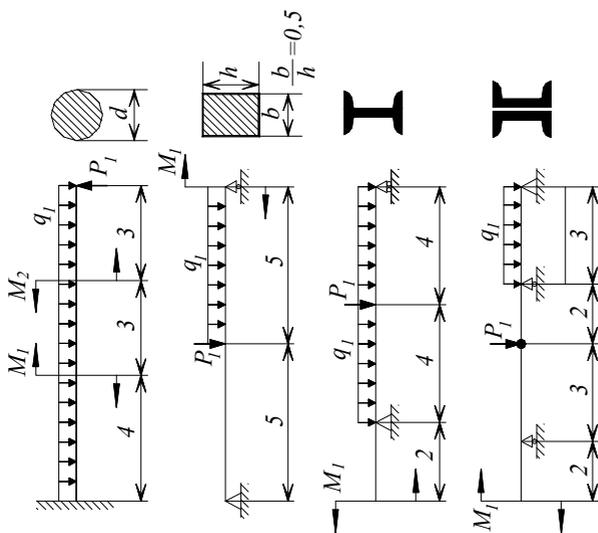


Рис. 12

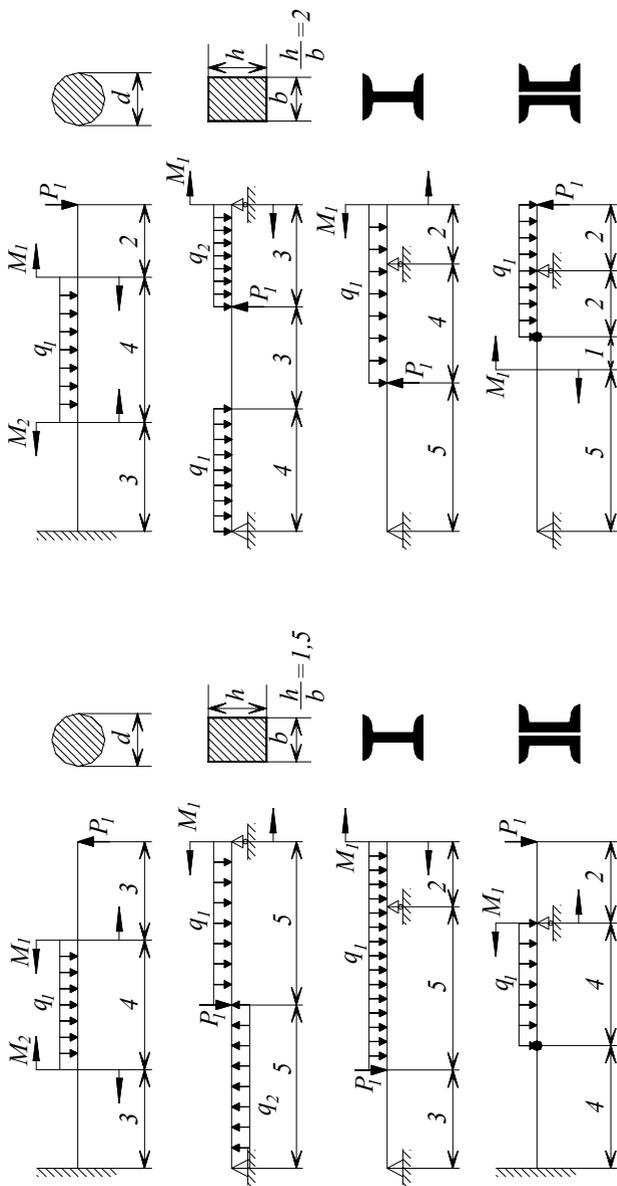


Рис. 14

Рис. 15

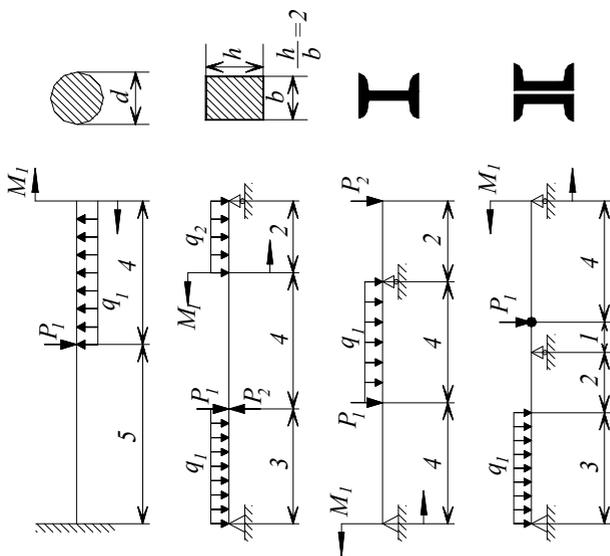


Рис. 17

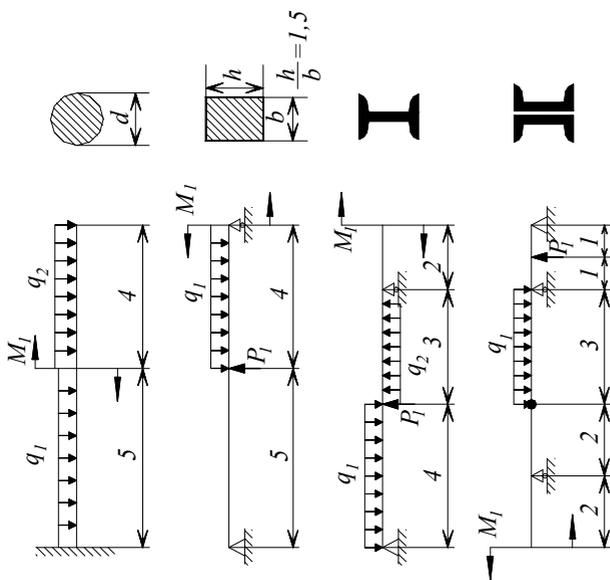


Рис. 16

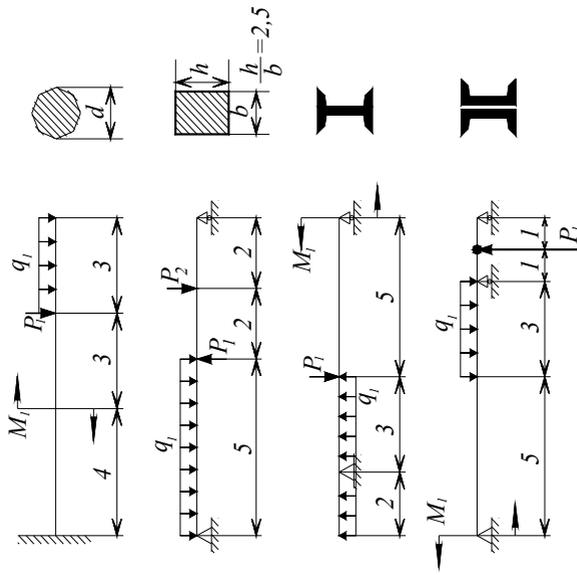


Рис. 18

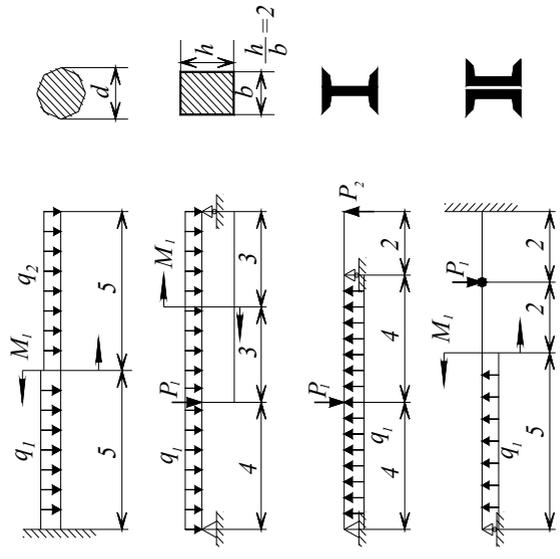


Рис. 19

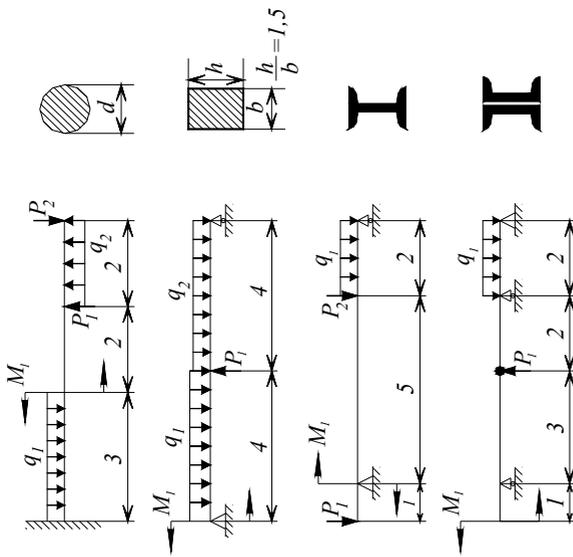


Рис. 20

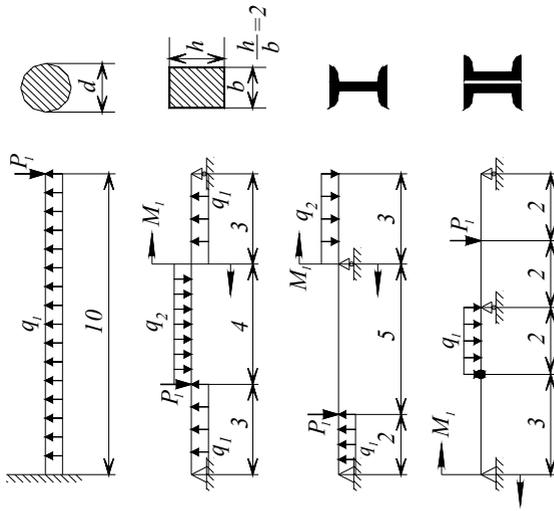


Рис. 21

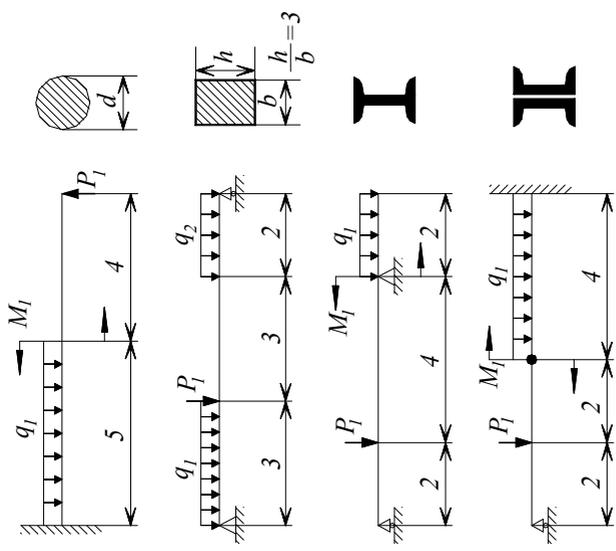
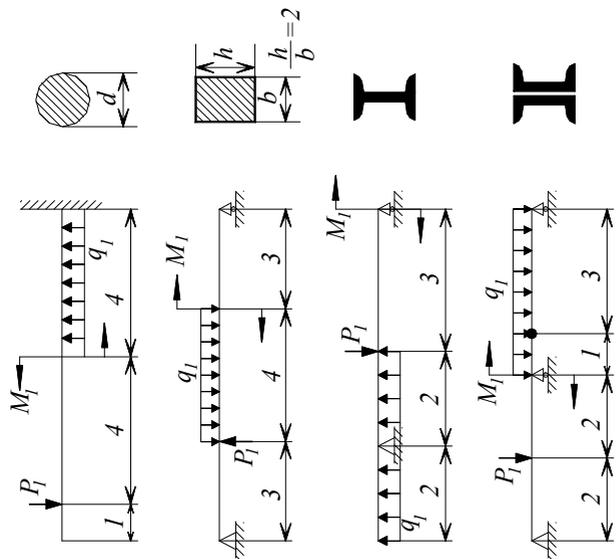


Рис. 23

Рис. 22

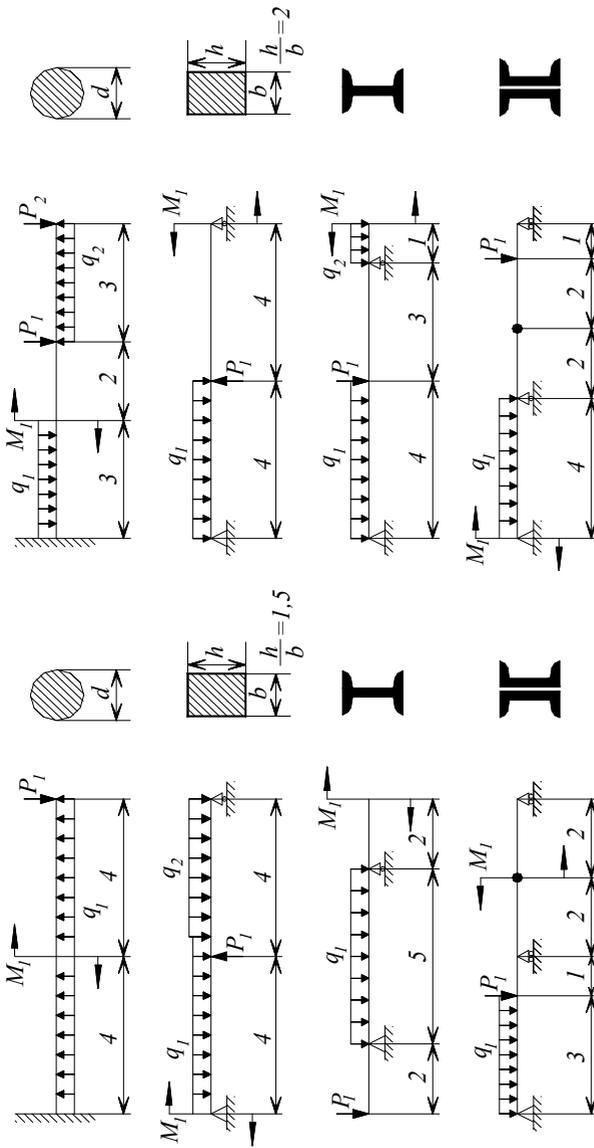


Рис. 25

Рис. 24

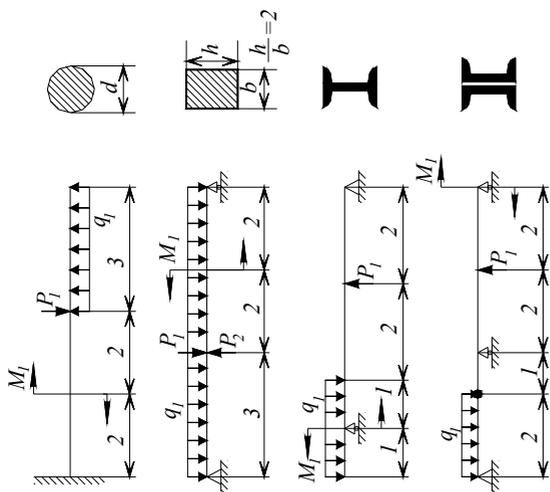


Рис. 27

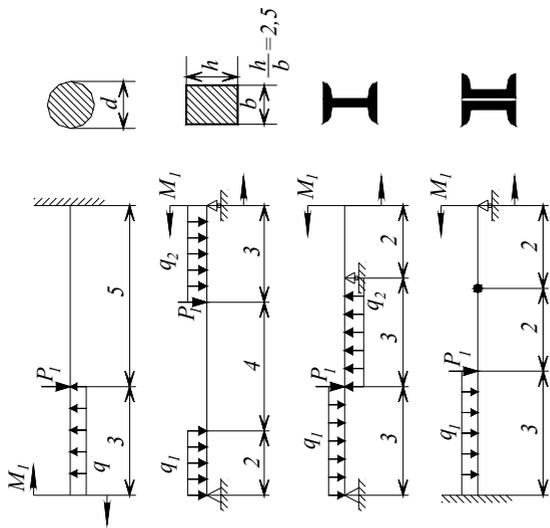


Рис. 26

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Багмутов В.П.* Сопротивление материалов. Конспект лекций [Электронный ресурс]: учебное пособие: Тетрадь 1 / В. П. Багмутов, И. Н. Захаров ; ВолгГТУ. - Волгоград : ВолгГТУ, 2015. – 91 с. <http://library.vstu.ru/node/872>
2. *Степин, П.А.* Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 320 с. <https://e.lanbook.com/book/3179>
3. *Кузьмин, Л.Ю.* Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: Л.Ю. Кузьмин, В.Н. Сергиенко, В.К. Ломунов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 228 с. <https://e.lanbook.com/book/90004>
4. Сопротивление материалов. Пособие по решению задач [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / И.Н. Миролюбов [и др.]. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 512 с. <https://e.lanbook.com/book/39150>

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Построение эпюр перерезывающих сил, изгибающих моментов и подбор сечений балок при изгибе	4
1. Основные правила построение эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов	4
2. Примеры построения эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов	7
3. Подбор поперечного сечения балок при изгибе по нормальным напряжениям	12
4. Контрольные задания для РГР №1	14
Рекомендательный библиографический список	29
Содержание.....	30