

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра механики

# **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ,  
ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ  
БАЛОК ПРИ ИЗГИБЕ**

*Методические указания к самостоятельным работам  
для студентов специальности 21.05.04*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2021

УДК 531.01(073)

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ: Построение эпюр перерезывающих сил, изгибающих моментов и выбор сечений балок при изгибе:** Методические указания к самостоятельной работе / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: *В.Л. Трушко, В.Г. Гореликов, П.В. Артамонов*. СПб, 2021. 31 с.

Приведены методические указания и варианты заданий к самостоятельной работы по курсу «Сопроотивление материалов». Указания снабжены примерами с решениями типовых задач.

Предназначены для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» и могут быть полезны для студентов других специальностей и направлений подготовки.

Научный редактор проф. *М.Ю. Насонов*

Рецензент канд. техн. наук доц. *Н.В. Чернышева* (СПбПУ)

© Санкт-Петербургский  
горный университет, 2021

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**  
**ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ**  
**МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ БАЛОК ПРИ ИЗГИБЕ**

*Методические указания к самостоятельным работам  
для студентов специальности 21.05.04*

Сост.: *В.Л. Трушко, В.Г. Гореликов, П.В. Артамонов*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой  
механики

Ответственный за выпуск: *В.Л. Трушко*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати 16.03.2021. Формат 60×84/16.  
Усл. печ. л. 1,8. Усл.кр.-отт. 1,8. Уч.-изд.л. 1,5. Тираж 75 экз. Заказ 189.

Санкт-Петербургский горный университет  
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета  
Адрес университета и РИЦ: 199106 Санкт-Петербург, 21-я линия, 2

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Сопротивление материалов» является общепрофессиональной (общей инженерной) дисциплиной, призванной дать студентам знания и умения в области расчетов прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкций, относящихся к сфере деятельности специалистов.

Цель дисциплины состоит в том, чтобы научить будущих специалистов правильно выбирать конструкционные материалы и конструктивные формы, обеспечить высокие показатели надежности, долговечности и безопасности напряженных конструкций и узлов бурового и горного оборудования, создавать эффективные и экономичные конструкции.

Задача дисциплины – научить студентов правильно выбирать расчетные схемы, проводить расчеты типовых элементов конструкций, сравнивать варианты, отыскивать оптимальные решения, связывать воедино инженерную постановку задачи, расчет и проектирование, учитывая профиль будущего специалиста.

Курс опирается на дисциплины «Высшая математика», «Физика» (раздел «Механика»), «Теоретическая механика». В соответствии с учебным планом изучение курса включает самостоятельную работу с литературой, выполнение самостоятельной работы, прослушивание лекций и участие в практических занятиях. В качестве базовых предлагаются учебные пособия [1,2,3,4].

# ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ, ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ВЫБОР СЕЧЕНИЙ БАЛОК ПРИ ИЗГИБЕ

## 1. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

Деформация изгиба стержня возникает от внешних сил, действующих в осевой плоскости и перпендикулярных продольной его оси. Если все внешние силы расположены в одной из главных плоскостей\*, то изгиб называется плоским (или прямым).

Если плоскость действия внешних сил не совпадает ни с одной из главных плоскостей, то изгиб называется косым.

В дальнейшем будем рассматривать только плоский изгиб.

Стержень, работающий на изгиб, называется балкой. Балки могут иметь следующие виды опор:

- 1) шарнирно-подвижная;
- 2) шарнирно-неподвижная;
- 3) жесткая заделка (или защемление).

Шарнирно-подвижная опора (рис.1,а) не препятствует вращению опорного сечения балки и его перемещению в горизонтальном направлении. Реакция такой опоры проходит через центр шарнира и направлена перпендикулярно к опорной плоскости.

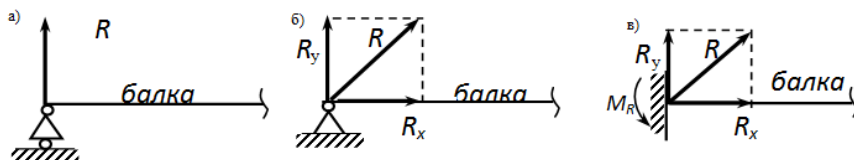


Рис. 1

Шарнирно-неподвижная опора (рис. 1, б) допускает вращение опорного сечения балки, но препятствует его

---

\* Главная плоскость – плоскость, проходящая через продольную ось стержня и одну из главных осей поперечного сечения.

горизонтальному перемещению. Реакция  $R$  такой опоры может иметь любое направление, перпендикулярное к оси шарнира. Эта реакция раскладывается на две составляющие: вертикальную ( $R_y$ ) и горизонтальную ( $R_x$ ).

Жесткая заделка (рис. 1, в) не допускает ни поворота, ни перемещения опорного сечения балки. В жесткой заделке возникают вертикальная  $R_y$ , горизонтальная реакция  $R_x$  и реактивный момент  $M_R$ .

Внешние силы, действующие на балку, вызывают в ее поперечных сечениях нормальные и касательные напряжения. Нормальные напряжения могут быть приведены к паре сил – изгибающему моменту, касательные напряжения можно заменить сосредоточенным усилием, называемым перерезывающей силой. Величина изгибающего момента  $M$  в каком-либо сечении балки равна алгебраической сумме моментов всех внешних сил, действующих на балку по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно центра тяжести этого сечения. Величина перерезывающей силы  $Q$  в каком-либо сечении балки равна алгебраической сумме проекций на нормаль к продольной оси балки всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

При вычислении перерезывающих сил и изгибающих моментов принято считать положительными: момент, изгибающий балку выпуклостью вниз независимо от места его приложения, и поперечную силу, направленную вверх, если рассматривается часть балки слева от проведенного сечения, и поперечную силу, направленную вниз, если рассматривается часть балки справа от рассматриваемого сечения.

В общем случае, изгибающий момент и перерезывающая сила меняются по длине балки. Чтобы иметь наглядное представление об изменении этих величин, строят графики, называемые эпюрами перерезывающих сил и изгибающих моментов. Чтобы построить эпюры  $Q$  и  $M$ , надо составить уравнения этих эпюр на каждом грузовом участке балки, т.е. на отрезке балки, на котором внешняя нагрузка изменяется по некоторому закону. Границами грузовых участков являются сечения, в которых характер внешней нагрузки изменяется.

При построении эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов следует:

1) для упрощения расчета рассматривать часть балки по ту сторону от проведенного сечения, на которую действует меньшее число внешних сил;

2) распределенную нагрузку заменить силой, численно равной площади эпюры этой нагрузки в пределах рассматриваемой части балки и приложенной в центре тяжести этой площади;

3) по определению перерезывающей силы в сечении, в котором приложена сосредоточенная сила, на эпюре  $Q$  должен быть скачок на величину этой силы в направлении ее действия;

4) по определению изгибающего момента в сечении, в котором приложен сосредоточенный момент, на эпюре  $M$  должен быть скачок на величину этого момента в направлении его действия;

5) эпюра  $Q$  не меняется в точках приложения сосредоточенных моментов.

При построении эпюр  $Q$  и  $M$  следует руководствоваться дифференциальными зависимостями между  $Q$  и  $M$  интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  [1,2,3,4]:

$$Q = \frac{dM}{dx}; \quad q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}, \quad (1)$$

а также следующими положениями, вытекающими из них:

1. На участках балки, где нет распределенной нагрузки ( $q=0$ ) эпюра  $Q$  ограничена прямой, параллельной нулевой линии эпюры ( $Q = \text{const}$ ), а эпюра  $M$  – наклонной прямой, тангенс угла наклона которой к нулевой линии равен  $Q$ .

2. На грузовых участках балки, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой ( $q = \text{const}$ ), эпюра  $Q$  ограничена наклонной прямой, тангенс угла наклона которой к нулевой линии равен  $q$ , а эпюра  $M$  - параболой, направленной своей выпуклостью навстречу действия распределенной нагрузки.

3. В поперечном сечении балки, где перерезывающая сила равна нулю ( $Q = 0$ ), изгибающий момент имеет экстремум (максимум или минимум): если  $Q$  меняет знак с плюса на минус (при рас-

смотрении балки слева направо), то  $M = \max$ , если с минуса на плюс, то  $M = \min$ .

4. Если на границе соседних участков балки эпюра  $Q$  имеет скачок, то линии, ограничивающие эпюру  $M$  на этих участках, сопрягаются с переломом, т. е. не имеют общей касательной в точке сопряжения.

5. Изгибающий момент растет на тех участках балки, где перерезывающая сила положительна, и убывает там, где она отрицательна.

6. На каждом участке балки изменение величины  $M$  между любыми двумя сечениями равно площади эпюры  $Q$  между этими сечениями.

## 2. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ И ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ

*Пример 1.* Построить эпюры  $Q$  и  $M$  для балки при  $P = 20$  кН;  $M_0 = 20$  кН·м;  $a = 0,5$  м;  $b = 1,5$  м (рис. 2, а).

Для определения  $Q$  и  $M$  в любом сечении балки необходимо задать все внешние силы, действующие на балку, т. е. приложенные нагрузки и опорные реакции.

Величину и направление опорных реакций в статически определимых балках определяют из уравнений статики. Начало координат располагают обычно в центре тяжести крайнего левого сечения, например, в точке  $A$  (см. рис. 2, а), ось  $Y$  направляют вертикально вверх, а ось  $X$  - горизонтально вправо (по оси балки). На шарнирно-неподвижной опоре  $A$  неизвестную по величине и направлению реакцию заменим двумя составляющими:  $Y_A$  - вертикальной, перпендикулярной оси балки, и  $X_A$  - горизонтальной, направленной по оси  $X$ . На шарнирно-подвижной опоре  $B$  реакция  $Y_B$  направлена перпендикулярно оси балки.

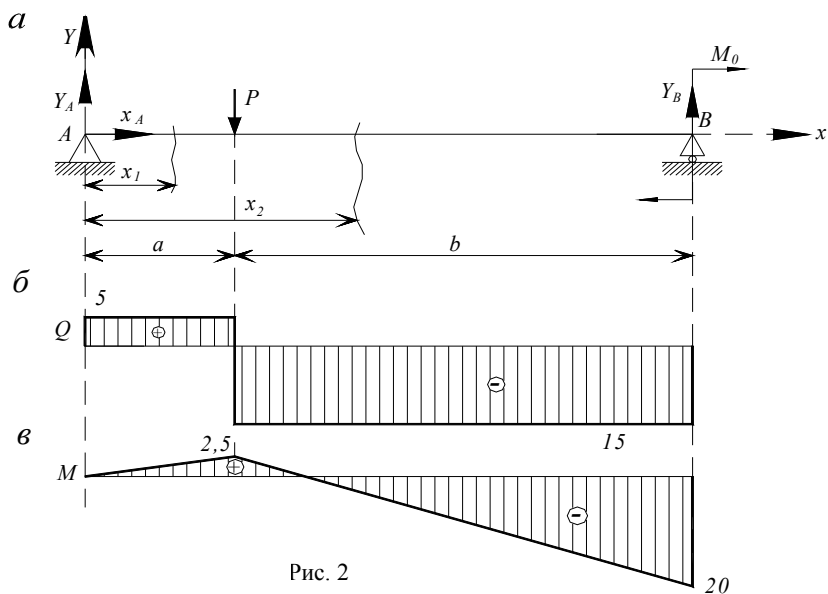


Рис. 2

Для плоской системы сил, не пересекающихся в одной точке, можно составить, в общем случае, три уравнения статического равновесия. Уравнения статики составляют так, чтобы в каждое из них входила, как правило, только одна неизвестная опорная реакция. В этой задаче нужно спроектировать все силы на ось стержня и определить алгебраические суммы моментов сил относительно точек закрепления  $A$  и  $B$ . При составлении уравнений равновесия за положительное направление сил и моментов можно принимать любое, так как сумма проекций сил на любую из осей и сумма моментов всех сил относительно любой точки равны нулю. Обычно применяется следующее правило знаков: положительные направления сил соответствуют направлению координатных осей; положительное направление момента соответствует направлению движения часовой стрелки. Сосредоточенный момент  $M_0$ , независимо от положения сечения, в котором он приложен, обязательно входит в уравнение моментов. Таким образом, можно записать следующую систему уравнений:



$$\begin{aligned} \sum X &= 0, & X_A &= 0; \\ \sum M_A &= 0, & Pa - Y_B(a + b) + M_0 &= 0; \\ \sum M_B &= 0, & Y_A(a + b) - Pb + M_0 &= 0. \end{aligned}$$

Решив ее при заданных исходных данных, получим  $Y_A = 5$  кН;  $Y_B = 15$  кН. Величины опорных реакций положительны, следовательно, выбранные направления их соответствуют действительным.

Для проверки составим уравнение статики, не использованное при расчете реакций, например, сумму проекций всех сил на ось  $Y$ :

$$\sum Y = Y_A - P + Y_B = 5 - 20 + 15 = 0.$$

Уравнение удовлетворяется тождественно, следовательно, реакции определены верно.

Для построения эпюр  $Q$  и  $M$  необходимо определить перерезывающие силы и изгибающие моменты. Данная балка имеет два грузовых участка границами, которых являются опорные сечения и сечение, где приложена сосредоточенная сила  $P$ . Чтобы составить выражения для  $Q$  и  $M$ , для каждого участка проведем произвольные сечения на расстоянии  $x$  от начала координат. За начало координат для каждого участка можно принять точку опоры или начало участка.

В качестве первого участка рассмотрим ту часть балки, на которую действует меньшее число приложенных нагрузок, т.е. часть балки слева от сечения. Выражения для  $Q$  и  $M$  составляем с учетом принятого правила знаков.

На первом участке абсцисса  $x$  изменяется в пределах  $0 \leq x_1 \leq a$ . Здесь  $Q_1 = Y_A = 5$  кН. Перерезывающая сила на этом участке не зависит от  $x$ , т.е. постоянна по длине участка. Изгибающий момент на первом участке равен  $M_1 = Y_A x_1$ . При  $x_1 = 0$ , изгибающий момент равен нулю ( $M_1 = 0$ ), а при  $x_1 = a = 0,5$  м, следует  $M_1 = Y_A a = 2,5$  кН·м. На втором участке абсцисса  $x$  изменяется в пределах

$a \leq x_2 \leq (a+b)^*$ . На этом участке  $Q_2 = \text{const}$  и  $Q_2 = Y_A - P = -15$  кН. На втором участке уравнение моментов имеет вид:  $M_2 = Y_A x_2 - P(x_2 - a)$  при  $x_2 = a = 0,5$  м, следует:  $M_2 = 2,5$  кН·м; а при  $x_2 = a + b = 2$  м, получим:  $M_2 = -20$  кН·м.

Эпюры  $Q$  и  $M$  строим по составленным аналитическим зависимостям, откладывая в рассмотренных сечениях найденные значения ординат; при этом положительные ординаты откладываются вверх от нулевых линий эпюр, отрицательные – вниз (рис. 2, б и в).

Как видно из рис. 1, в сечениях балки, где приложены сосредоточенные силы  $Y_A$ ,  $P$  и  $Y_B$ , на эпюре  $Q$  имеют место скачки на величину этих сил; а в опорном сечении, где приложен сосредоточенный момент  $M_0$ , на эпюре  $M$  – скачок на величину этого момента  $M_0$ . Поскольку на границе участков балки эпюра  $Q$  имеет скачок, то линии, ограничивающие эпюру  $M$  на этих участках, сопрягаются с переломом.

*Пример 2.* Построить эпюры  $Q$  и  $M$  для консольной балки при

$$q = 10 \text{ кН/м}; M_0 = 20 \text{ кН·м}; l = 2 \text{ м (рис. 3, а)}.$$

Построение эпюр  $Q$  и  $M$  для консольных балок рекомендуется производить, не вычисляя реакций. Если рассечь балку в любом сечении и рассматривать часть балки между сечением и свободным концом, то в выражения для  $Q$  и  $M$  войдут только приложенные к балке известные нагрузки.

Балка имеет два грузовых участка длиной  $l/2$ , левый участок назовем первым, правый – вторым. Начало координат расположим в центре тяжести крайнего левого сечения, ось  $Y$  направим вертикально вверх, ось  $X$  – вправо. Рассечем балку в пределах каждого грузового участка сечениями, расположенными на расстояниях  $x_1$  и  $x_2$  от начала координат ( $x_2$  можно отсчитывать от точки приложения  $M_0$ ).

На первом участке  $x_1$  изменяется в пределах  $0 \leq x_1 \leq l/2$ . Перерезывающая сила на первом участке:  $Q_1 = -q x_1$ ; где  $Q_1 = 0$  при  $x = 0$  и  $Q_1 = -10$  кН при  $x_1 = l/2 = 1$  м.

---

\* Абсцисса  $x_2$  может отсчитываться и от границ участка 2 (справа или слева), тогда  $x_2$  будет иметь пределы  $0 \leq x_2 \leq b$ .

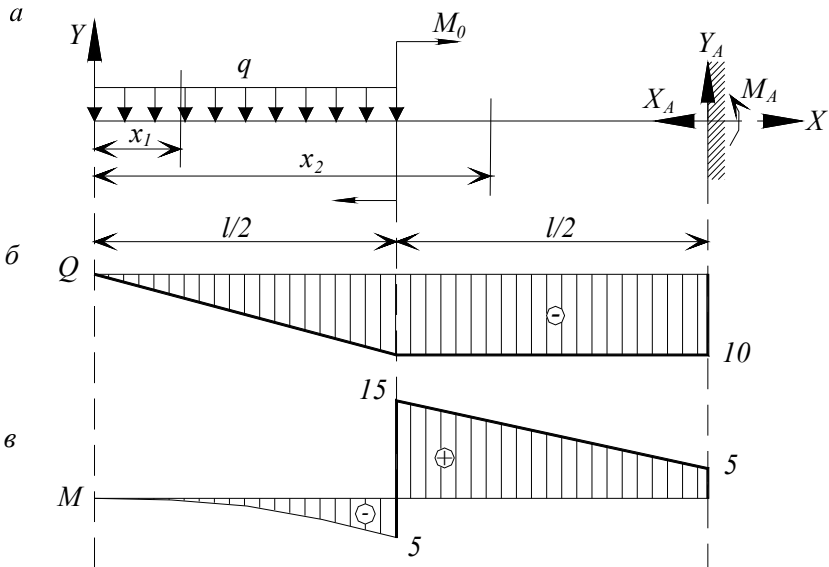


Рис. 3

Так как перерезывающая сила зависит от  $x_1$ , то изгибающий момент будет зависеть от  $x_1^2$ . Для вычисления изгибающего момента заменим равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой  $qx_1$ , численно равной площади эпюры этой нагрузки в пределах рассматриваемой части балки и приложенной в центре тяжести площади эпюры, т. е. на расстоянии  $x_1/2$  от рассматриваемого сечения.

В соответствии с принятым выше правилом знаков, изгибающий момент на первом участке изображается кривой второго порядка;  $M_1 = 0$  при  $x_1 = 0$  и  $M_1 = -5$  кН·м при  $x_1 = l/2 = 1$  м. При построении эпюры  $M$  на первом участке следует иметь в виду, что выпуклость параболы должна быть направлена навстречу действию распределенной нагрузки.

На втором участке абсцисса  $x_2$  изменяется в пределах  $l/2 \leq x_2 \leq l$ . Здесь перерезывающая сила:  $Q_2 = -q \cdot l/2 = -10$  кН. Изгибающий момент на втором участке равен алгебраиче-

ской сумме момента распределенной нагрузки относительно центра тяжести любого сечения, проведенного в пределах этого участка, и сосредоточенного момента. Момент распределенной нагрузки равен равнодействующей этой нагрузки  $q \cdot l/2$ , умноженной на расстояние от точки ее приложения до центра тяжести проведенного сечения  $x_2 - l/4$ . Следовательно, на втором участке:  $M_2 = -ql(x_2 - l/4) + M_0$ , при  $x_2 = l/2$ , следует  $M_2 = 15 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ; а при  $x_2 = l$ , следует:  $M_2 = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Для проверки правильности построения эпюр  $Q$  и  $M$  (см. рис. 3, б и в) используем изложенные выше правила построения эпюр. Площади эпюр  $Q$  на каждом из грузовых участков должны быть равны разности моментов в граничных сечениях этих участков. На первом участке площадь эпюры  $Q$  равна  $5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , разность моментов в граничных сечениях этого участка также равна  $5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ . На втором участке площадь эпюры  $Q$  равна  $10 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , что равно разности моментов на границах этого участка. Следовательно, построение эпюр удовлетворяет указанному правилу. В сечении, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре  $M$  виден скачок, равный величине этого момента в направлении его действия.

### **3. ПОДБОР ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ БАЛОК ПО НОРМАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ**

Условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = M_{\max} z_{\max} / I_y \leq [\sigma], \quad (2)$$

где  $M_{\max}$  – максимальный изгибающий момент, определенный по эпюре (момент в опасном сечении балки);  $z_{\max}$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленного волокна;  $I_y$  – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Для сечений, симметричных относительно нейтральной оси, условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_y \leq [\sigma], \quad (3)$$

где  $W_y$  – момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси,  $W_y = I_y / z_{\max}$ .

Из условия прочности можно определить необходимый момент сопротивления

$$W_y = M_{\max} / [\sigma]. \quad (4)$$

При заданной форме поперечного сечения, зная  $W_y$ , можно установить необходимые размеры сечения.

Для балок, изготовленных из пластичного материала, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию:  $[\sigma]_{сж} = [\sigma]_p = [\sigma]$ .

Если балка изготовлена из хрупкого материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию, то необходимая величина  $W_y$  определяется из условий прочности для наиболее растянутого и наиболее сжатого волокон

$$W_y' = M_{\max} / [\sigma]_p; \quad W_y'' = M_{\max} / [\sigma]_{сж}. \quad (5)$$

Из двух найденных значений момента сопротивления для определения размеров поперечного сечения выбирается максимальное.

*Пример 3.* Подобрать диаметр деревянной балки круглого сечения, изображенной на рис. 1, а. Для инженерных расчетов можно считать, что дерево одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, т.е.  $[\sigma] = 10$  МПа.

Абсолютная величина максимального изгибающего момента равна 20 кН·м (см. рис. 1, в). Тогда необходимый момент сопротивления

$$W_y = 20 \cdot 10^3 / (10 \cdot 10^6) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Момент сопротивления круглого поперечного сечения относительно центральной оси равен  $W_y = \pi \cdot d^3 / 32$ , тогда необходимый диаметр балки:

$$d = \sqrt[3]{32W_y / \pi} = \sqrt[3]{32 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / \pi} = 0,28 \text{ м}.$$

*Пример 4.* Подобрать размеры стальной балки прямоугольного поперечного сечения с отношением высоты к ширине балки  $h/b = 2$ . Расчетная схема балки, а также эпюры  $Q$  и  $M$  приведены на рис. 2;  $[\sigma] = 160$  МПа.

Абсолютная величина максимального изгибающего момента  $M_{\max} = 15$  кН·м. Необходимая величина момента сопротивления  $W_y = 15 \cdot 10^3 / (160 \cdot 10^6) = 0,94 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>. Момент сопротивления для прямоугольного сечения относительно нейтральной оси  $y$ :  $W_y = bh^2/6 = h^3/12$ , откуда размеры сечения балки  $h = \sqrt[3]{12W_y} = \sqrt[3]{12 \cdot 0,94 \cdot 10^{-4}} = 0,104$  м,  $b = h/2 = 0,052$  м.

*Пример 5.* Двутавровая стальная балка произвольно нагружена внешними силами;  $[\sigma] = 160$  МПа. Подобрать номер двутавра, если  $M_{\max} = 20$  кН·м. Необходимая величина момента сопротивления:  $W_y = 20 \cdot 10^3 / (160 \cdot 10^6) = 0,125 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>.

По сортаменту прокатной стали выбираем двутавровый профиль, у которого величина момента сопротивления близка к требуемой. Таких профилей два: № 18 с моментом сопротивления несколько больше требуемого ( $W_y = 143 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>) и № 16 с моментом сопротивления, несколько меньшим ( $W_y = 109 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>).

Максимальные напряжения в двутавровой балке № 18

$$\sigma_{\max} = 20 \cdot 10^3 / (143 \cdot 10^{-6}) = 140 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$$

Недонапряжение составляет  $(160 - 140) / (160 \cdot 100) = 12,5\%$ .

Можно выбрать двутавр с моментом сопротивления меньшим, чем требуется, при условии, если перенапряжение в нем не превышает 5%. В нашем случае для двутавровой балки № 16:  $\sigma_{\max} = 20 \cdot 10^3 / (109 \cdot 10^{-6}) = 183,5$  МПа. Перенапряжение материала составляет  $(183,5 - 160) / (160 \cdot 100) = 14,7\%$ , что не допустимо. Окончательно выбираем двутавр № 18.

#### 4. КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Построить эпюры перерезывающих сил, изгибающих моментов и подобрать сечения балок, приведенных на рисунках 4–27 (приложение). Величины заданных нагрузок представлены в таблице. Направление нагрузок, отмеченных \*), противоположно изображенному на рис. 4–27.

Таблица 1

#### Исходные данные

Ва- риант	Номер рисунка	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
1	2	3	4	5	6	7	8
1	4	5	-	10	-	20	-
2	5	10	5	5	-	30	-
3	6	15	20	15	-	25	-
4	7	10	5	20	-	15	-
5	8	5	15	10	20	20	-
6	9	5	10	15	-	25	-
7	10	10	5	5	15	10	-
8	11	15	-	10	20	15	-
9	12	5	-	5	-	30	20
10	13	5	15	15	-	20	30
11	14	10	-	20	-	25	-
12	15	15	5	10	5	20	-
13	16	5	10	5	-	15	20
14	17	10	5	15	-	25	20
15	18	10	15	20	-	30	-
16	19	5	10	20	15	35	-
17	20	5	-	10	20	40	-
18	21	5	10	10	20	30	-
19	22	10	15	5	10	20	-
20	23	15	5	15	-	25	-
21	24	10	5	5	-	35	-
22	25	5	-	10	-	30	-
23	26	15	10	15	-	40	-
24	27	10	5	20	15	45	-

Продолжение табл.

Вариант	Номер рисунка	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
25	4	5*	-	10	-	20*	-
26	5	10*	5*	5	-	30*	-
27	6	15*	20*	15	-	25*	-
28	7	10*	5*	20	-	15*	-
29	8	5*	15*	10	20	20*	-
30	9	5*	10*	15	-	25*	-
31	10	10*	5*	5	15	10*	-
32	11	15*	-	10	20	15*	-
33	12	5*	-	5	-	30*	20*
34	13	5*	15*	15	-	20*	30*
1	2	3	4	5	6	7	8
35	14	10*	-	20	-	25*	-
36	15	15*	5*	10	5	20*	-
37	16	5*	10*	5	-	15*	20*
38	17	10*	5*	15	-	25*	20*
39	18	10*	15*	20	-	30*	-
40	19	5*	10*	20	15	35*	-
41	20	5*	-	10	20	40*	-
42	21	5*	10*	10	20	30*	-
43	22	10*	15*	5	10	20*	-
44	23	15*	5*	15	-	25*	-
45	24	10*	5*	5	-	35*	-
47	26	15*	10*	15	-	40*	-
48	27	10*	5*	20	15	45*	-
49	4	5*	-	10*	-	20	-
50	5	10*	5	5*	-	30	-
51	6	15*	20	15*	-	25	-
52	7	10*	5	20*	-	15	-
53	8	5*	15	10*	20	20	-
54	9	5*	10	15*	-	25	-
55	10	10*	5	5*	15	10	-
56	11	15*	-	10*	20	15	-
57	12	5*	-	5*	-	30	20
58	13	5*	15	15*	-	20	30
59	14	10*	-	20*	-	25	-
60	15	15*	5	10*	5	20	-
61	16	5*	10	5*	-	15	20
62	17	10*	5	15*	-	25	20



*Окончание табл.*

Ва- риант	Номер рисунка	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м
63	18	10*	15	20*	-	30	-
64	19	5*	10	20*	15	35	-
65	20	5*	-	10*	20	40	-
66	21	5*	10	10*	20	30	-
67	22	10*	15	5*	10	20	-
68	23	15*	5	15*	-	25	-
69	24	10*	5	5*	-	35	-
70	25	5*	-	10*	-	30	-

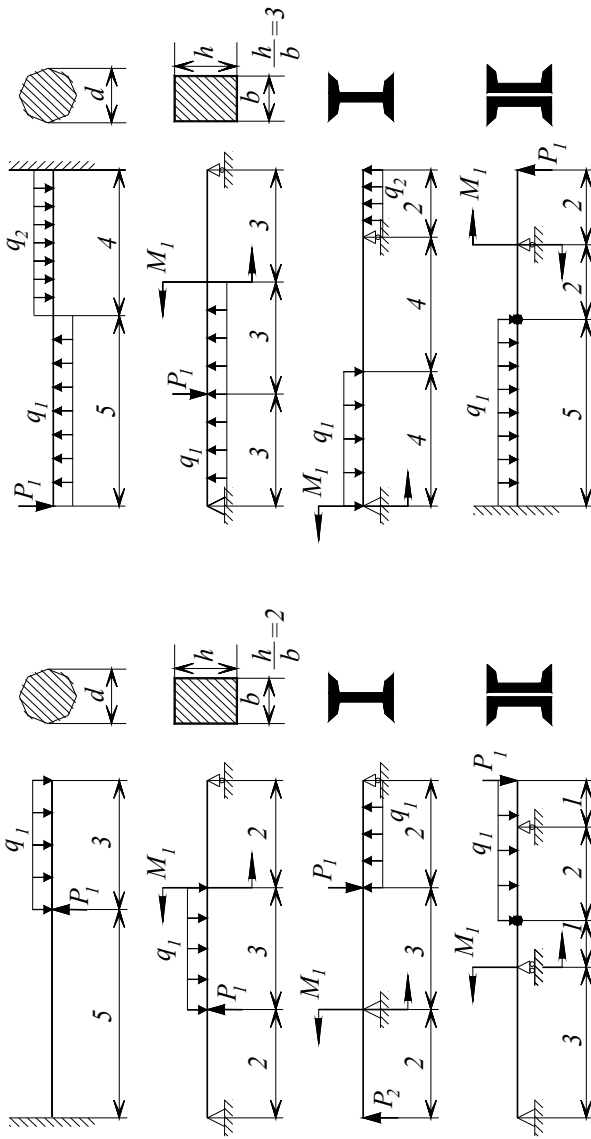


Рис. 5

Рис. 4

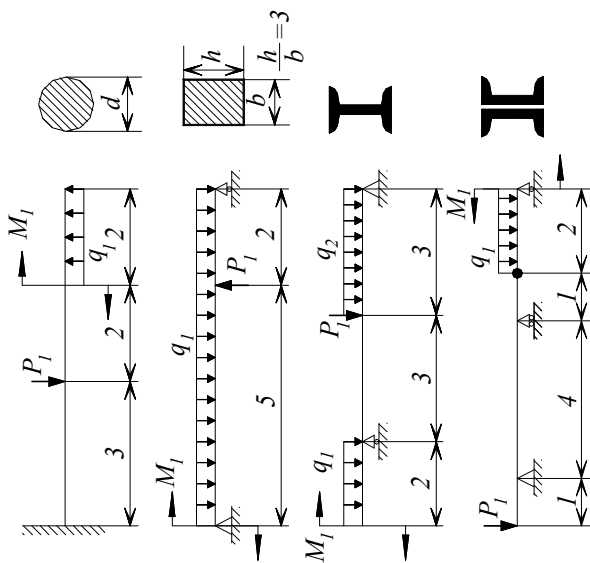


Рис. 7

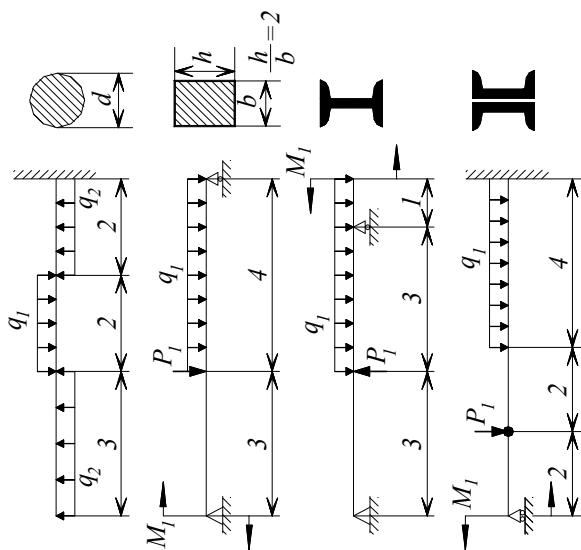


Рис. 6

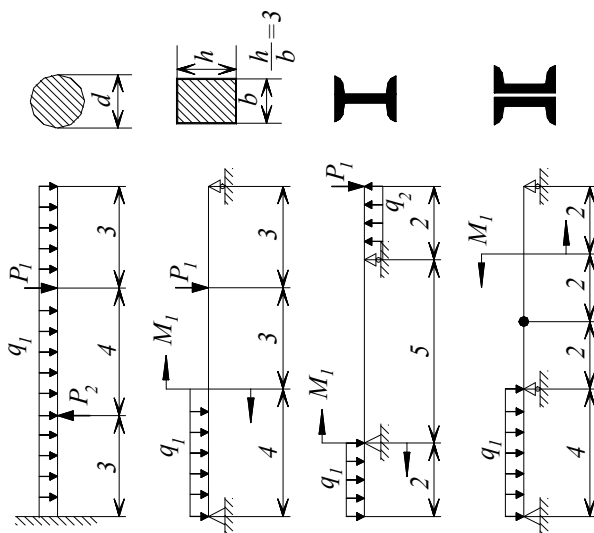
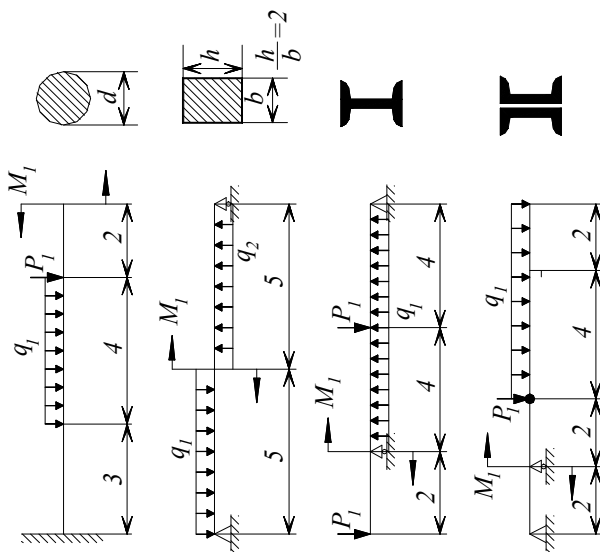


Рис. 8

Рис. 9

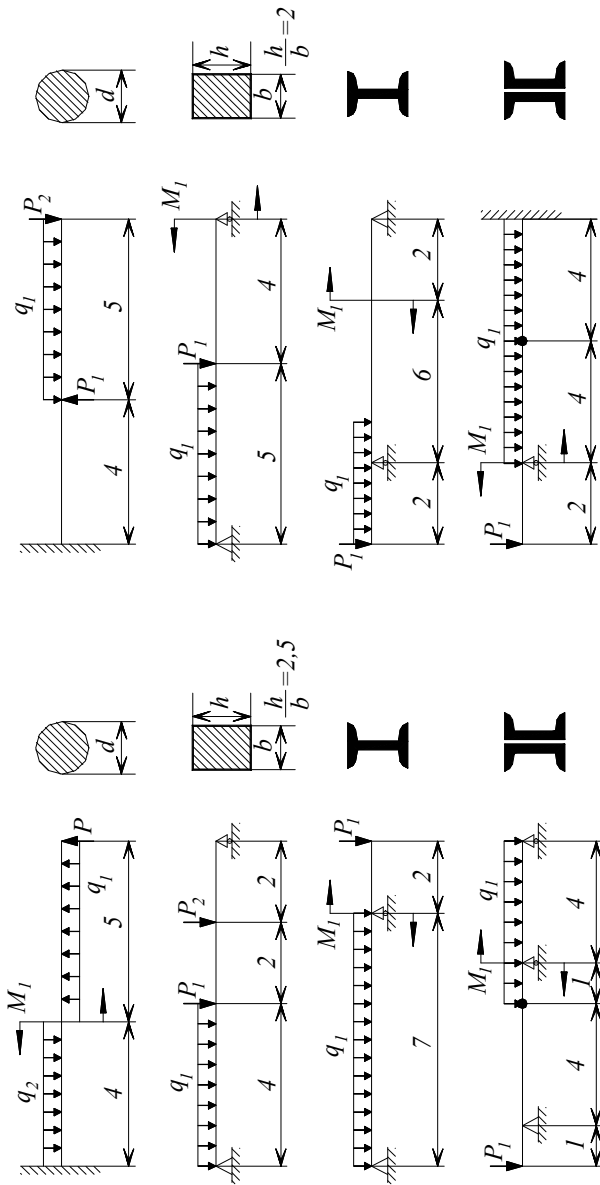


Рис. 10

Рис. 11

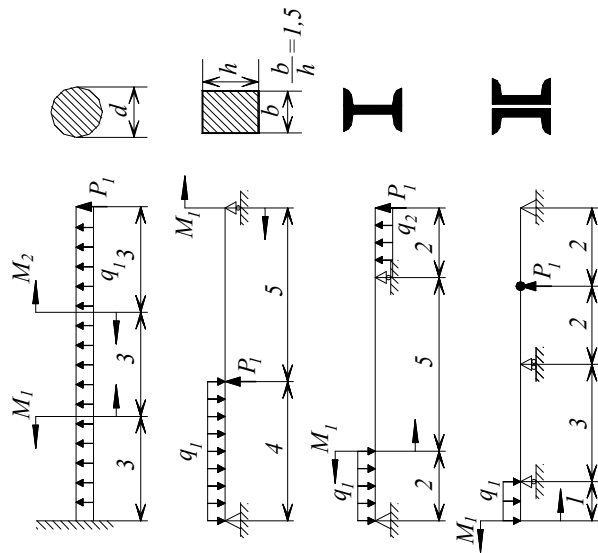


Рис. 13

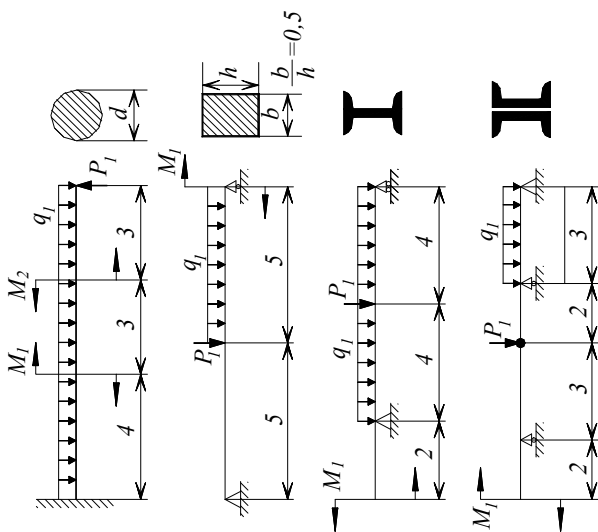


Рис. 12

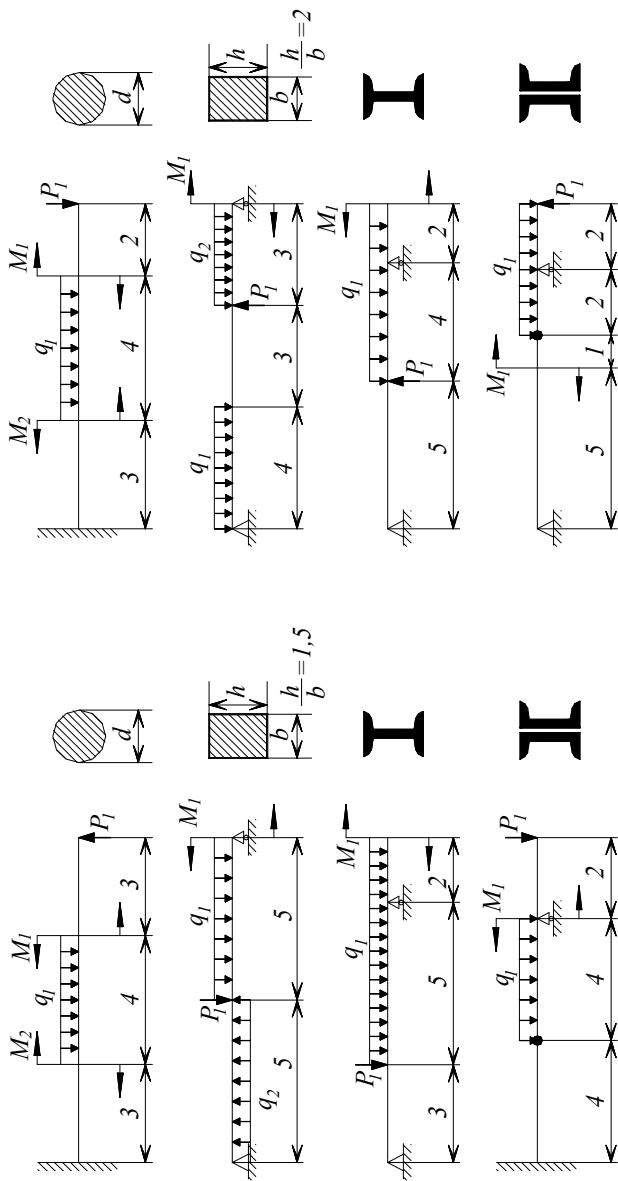


Рис. 14

Рис. 15

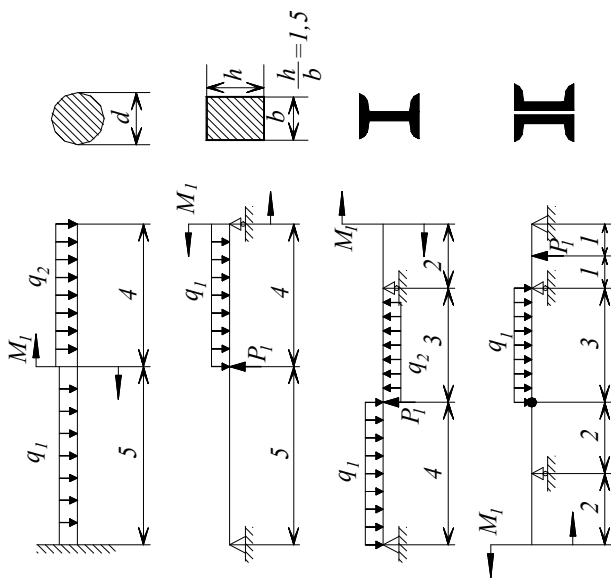
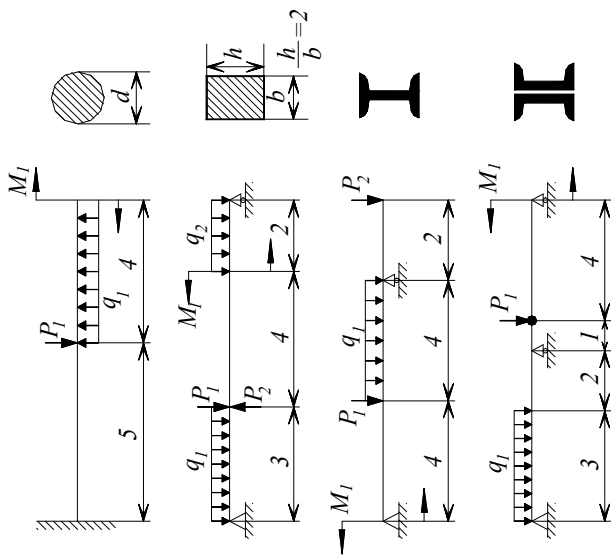


Рис. 17

Рис. 16



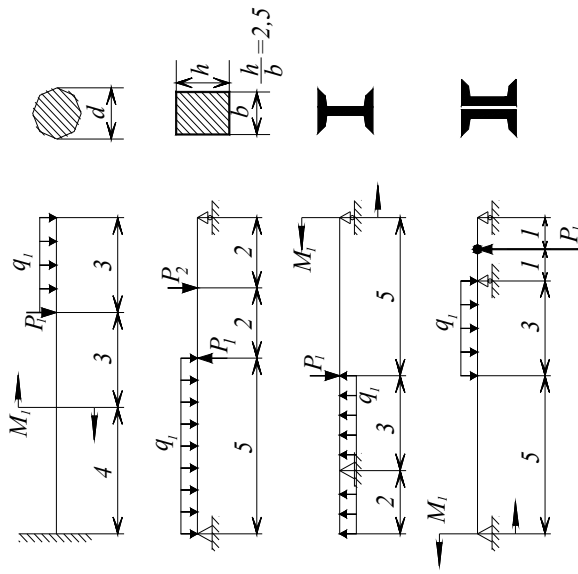


Рис. 18

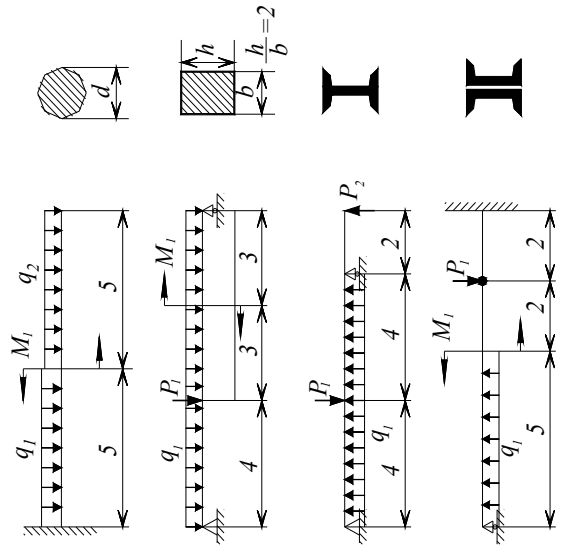


Рис. 19

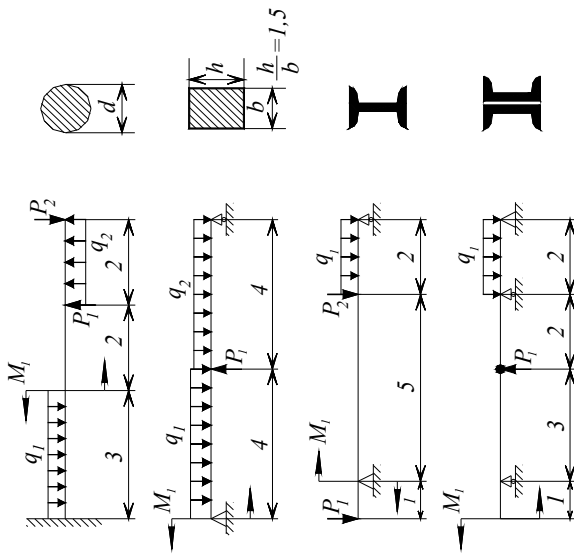


Рис. 20

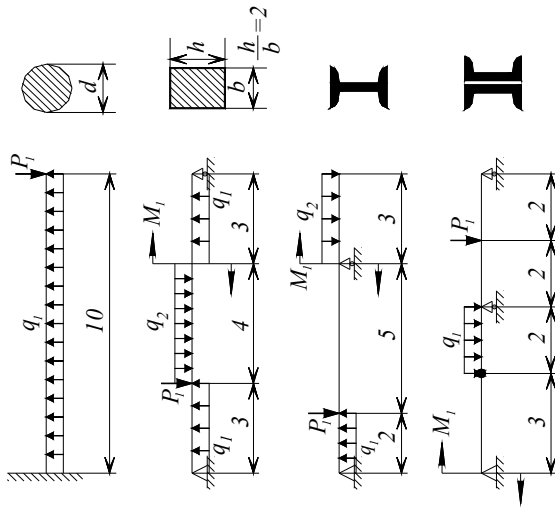


Рис. 21

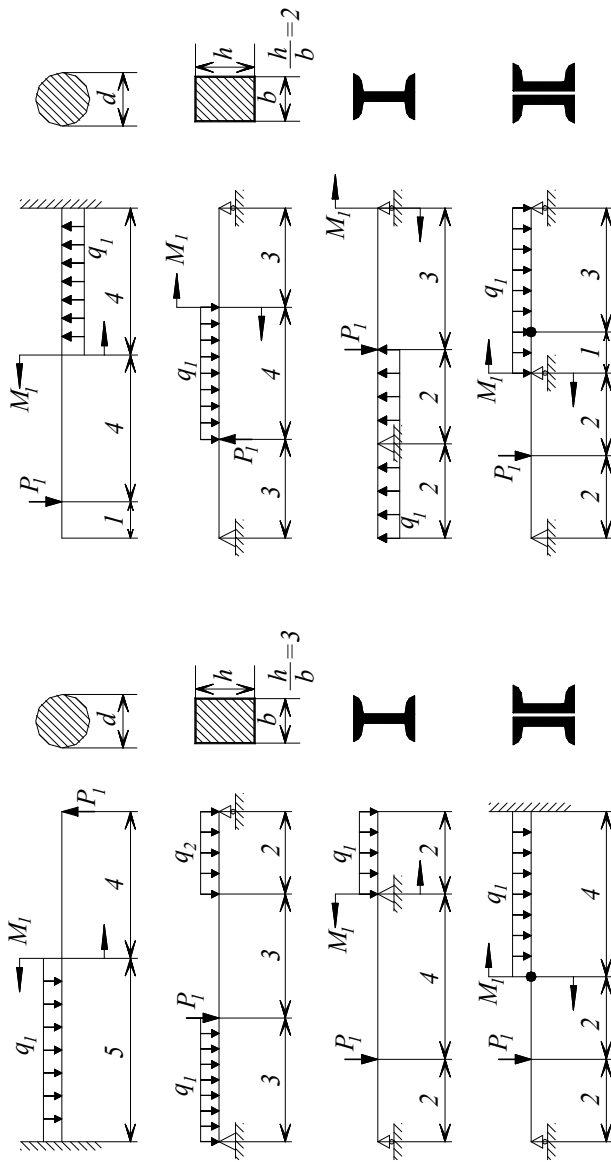


Рис. 23

Рис. 22

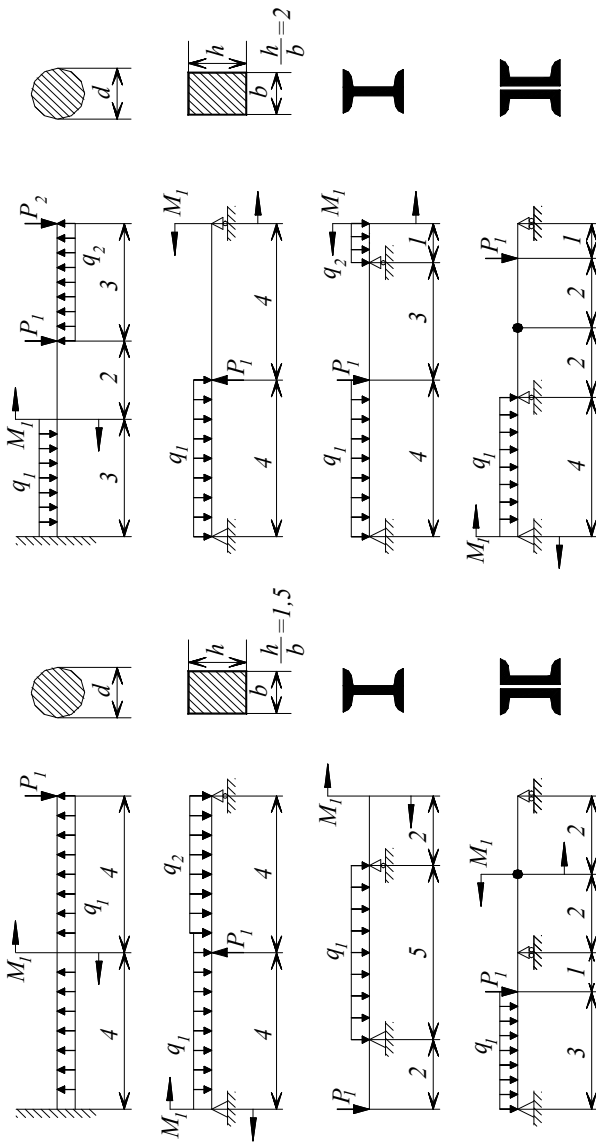


Рис. 25

Рис. 24

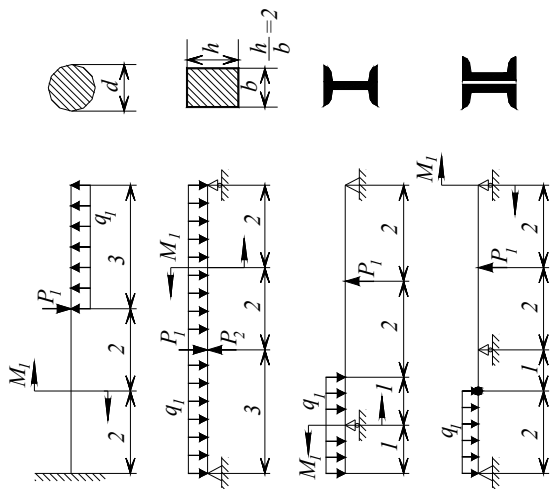


Рис. 27

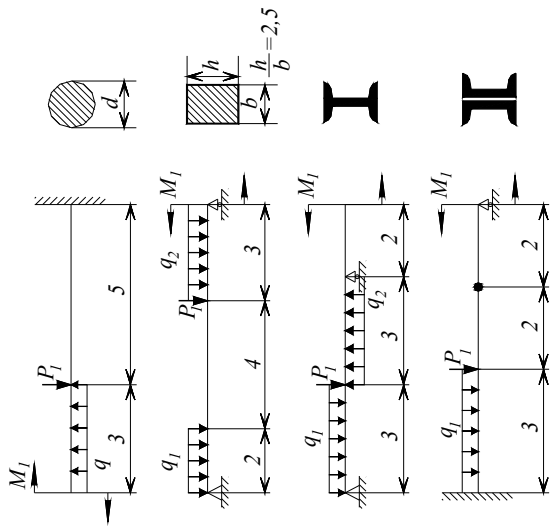


Рис. 26

## РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Багмутов В.П.* Сопротивление материалов. Конспект лекций [Электронный ресурс]: учебное пособие: Тетрадь 1 / В. П. Багмутов, И. Н. Захаров ; ВолгГТУ. - Волгоград : ВолгГТУ, 2015. – 91 с. <http://library.vstu.ru/node/872>
2. *Степин, П.А.* Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 320 с. <https://e.lanbook.com/book/3179>
3. *Кузьмин, Л.Ю.* Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: Л.Ю. Кузьмин, В.Н. Сергиенко, В.К. Ломунов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 228 с. <https://e.lanbook.com/book/90004>
4. Сопротивление материалов. Пособие по решению задач [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / И.Н. Миролюбов [и др.]. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2014. - 512 с. <https://e.lanbook.com/book/39150>

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Построение эпюр перерезывающих сил, изгибающих моментов и подбор сечений балок при изгибе .....	4
1. Основные правила построение эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов .....	4
2. Примеры построения эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов .....	7
3. Подбор поперечного сечения балок при изгибе по нормальным напряжениям .....	12
4. Контрольные задания для РГР №1 .....	14
Рекомендательный библиографический список .....	29
Содержание.....	30